

Lista 3

- Resolva os exercícios abaixo.
-

1. Verifique que

$$\int_0^{2\pi} e^{imt} e^{-int} dt = \begin{cases} 0 & , \text{ se } m \neq n \\ 2\pi & , \text{ se } m = n \end{cases}.$$

2. Calcule:

(a) $\int_C |z^2| dz$, onde C é a curva dada por $z(t) = t + it^2$, $t \in [0, 1]$.

(b) $\int_C \exp(z) dz$, onde C é a linha reta ligando 1 a $1 + i\pi$.

3. Justifique que $\int_C \frac{dz}{(z-a)^m} = \begin{cases} 0 & , \text{ se } m \neq 1 \\ 2\pi i & , \text{ se } m = 1 \end{cases}$, onde C é uma curva fechada simples limitando um domínio D que contém a .

4. Verifique via parametrização que $\int_C z^{-1} dz = 2\pi i$, onde C é o quadrado com vértices $1 \pm i$ e $-1 \pm i$ (positivamente orientado).

5. Ache o valor de $\int_C \frac{dz}{z^2 - z}$ nos seguintes casos:

(a) C é o círculo: $|z - 1| = 2$;

(b) C é o círculo: $|z - 1| = 1/2$.

6. Mostre que $\oint_{|z|=2} \frac{\exp(z^2)}{(z-i)^4} dz = -\frac{4\pi}{3e}$.

7. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z^2} dz$, onde $\gamma(t) = e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

(b) $\int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$, onde $\gamma(t) = a + re^{2\pi it}$, $0 \leq t \leq 1$.

(c) $\int_{\gamma} \frac{\operatorname{sen}(z)}{z^3} dz$, onde $\gamma(t) = e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

8. Calcule $\oint_{|z|=5/2} \frac{(3z^2 - 12z + 11)}{(z-1)(z-2)(z-3)} dz$.