

T.C.

SAMSUN ÜNİVERSİTESİ

MÜHENDİSLİK ve DOĞA BİLİMLERİ FAKÜLTESİ

YAZILIM MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

OMAT301 NÜMERİK YÖNTEMLER BÜTÜNLEME SINAV SORULARI



Adı:

Soyadı:

No:

- 1) Bir A sayısının n. kuvvetten kök değerini Newton-İterasyon metodu ile bulan formülü çıkarınız ve buna göre  $x_0 = 1$  başlangıç değeri için  $\sqrt{3}$  ün yaklaşık değerini hesaplayıp sonucu yorumlayınız. (15p)

$$x = \sqrt[n]{A} \Rightarrow f(x) = x^n - A \Rightarrow f^{-1}(x) = nx^{n-1}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x)} = x_i - \frac{x_i^n - A}{nx_i^{n-1}}$$

$$x_{i+1} = \frac{(n-1)x_i^n + A}{nx_i^{n-1}}$$

n=2 için

$$f(x) = x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow x_{i+1} = \frac{x_i^2 + 3}{2x_i}$$

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = \frac{1^2 + 3}{2 \cdot 1} = 2$$

$$x_2 = \frac{2^2 + 3}{2 \cdot 2} = \frac{7}{4} = 1.75$$

$$x_3 = 1.73214$$

$$x_4 = 1.73204$$

elde edilir. Gerçek sonuç ise  $x=1.73205$  olmak üzere yaklaşım sağlanır.

2) Bir yazılım şirketi üç farklı yazılım ürünü geliştirmektedir. Her bir ürün için geliştirme maliyetleri lisanslama maliyetlerinden, geliştirici sayısından ve sponsorluktan etkilenmektedir. Şirket aşağıdaki ilişkileri belirlemiştir:

**Ürün A için:** Lisanslama maliyetleri 1000\$, her bir geliştiricinin maliyeti 2000\$ ve sponsorluk 3000\$'dır. Ürün A'yı geliştirmenin toplam maliyeti 9000 \$'dır.

**Ürün B için:** Lisanslama maliyetleri 2000\$, her bir geliştirici 5000\$ ve sponsorluk 7000\$'dır. Ürün B'yi geliştirmenin toplam maliyeti 24000 \$'dır.

**Ürün C için:** Lisanslama maliyetleri 4000 \$, her bir geliştirici 1000 \$ ve sponsorluk 2000 \$'dır. C ürününü geliştirmenin toplam maliyeti 20000 \$'dır.

Şirket, bu toplam geliştirme maliyetlerine yol açan lisanslama, geliştirici ve pazarlama maliyetlerini tam olarak belirlemek istemektedir. İlgili denklem sistemini oluşturarak her bir lisanslama, geliştirici ve sponsorluk maliyetini hesaplayınız ve maliyet fonksiyonunu bulunuz. (25p)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 2 & 5 & 7 & : & 24 \\ 4 & 1 & 2 & : & 20 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 = r_2 - 2r_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 4 & 1 & 2 & : & 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 4 & 1 & 2 & : & 20 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 = r_3 - 4r_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 0 & -7 & -10 & : & -16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 0 & -7 & -10 & : & -16 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 = r_3 + 7r_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 0 & 0 & -3 & : & 26 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 0 & 0 & -3 & : & 26 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 = \frac{r_3}{-3}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 0 & 0 & 1 & : & -\frac{26}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 1 & : & 6 \\ 0 & 0 & 1 & : & -\frac{26}{3} \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2 = r_2 - r_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 9 \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{44}{3} \\ 0 & 0 & 1 & : & -\frac{26}{3} \end{bmatrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 35 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{44}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{26}{3} \end{array} \right] \xrightarrow{r_1 = r_1 - 2r_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{17}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{44}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{26}{3} \end{array} \right]$$

*Maliyetler*

$$a = 5.6666$$

$$b = 14.6667$$

$$c = -8.6666$$

*Maliyet fonksiyonu*

$$f(x) = ax + by + cz$$

$$f(x) = 5.6666x + 14.6667y - 8.6666z$$

- 3)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos(x) + 3\sin(2x)) dx$  integralini  $n = 3$  alarak, Birleşik Simpson Kuralı ile çözünüz ve bulduğunuz sonucu gerçek sonuçla karşılaştırarak bağıl hatayı bulunuz.

(20p)

$\frac{1}{3}$  Simpson Kuralı

$$a = 0, b = \frac{\pi}{2}, n = 3$$

$$h = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)}{2 \cdot 3} = \frac{\pi}{12}, x_0 = 0, x_1 = \frac{\pi}{12}, x_2 = \frac{\pi}{6}, x_3 = \frac{\pi}{4}, x_4 = \frac{\pi}{3}, x_5 = \frac{5\pi}{12}, x_6 = \frac{\pi}{2}$$

$$I_0 = \frac{\pi}{3} \left[ f(0) + 4f\left(\frac{\pi}{12}\right) + 2f\left(\frac{\pi}{6}\right) + 4f\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2f\left(\frac{\pi}{3}\right) + 4f\left(\frac{5\pi}{12}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$I_0 = \frac{\pi}{36} [2 + 4 \cdot 3.4318 + 2 \cdot 4.3301 + 4 \cdot 4.4142 + 2 \cdot 3.5980 + 4 \cdot 2.0176 + 0]$$

$$I_0 = 5.0012$$

Gerçek Değeri

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos(x) + 3\sin(2x)) dx = 2\sin(x) - \frac{3}{2}\cos(2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$2\sin(x) - \frac{3}{2}\cos(2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[ 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{3}{2}\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right] - \left[ 2\sin(0) - \frac{3}{2}\cos(2 \cdot 0) \right]$$

$$\left[ 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{3}{2}\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right] - \left[ 2\sin(0) - \frac{3}{2}\cos(2 \cdot 0) \right] = 3.5 + 1.5 = 5$$

$$I_R = 5$$

Bağıl Hata

$$\left| \frac{I_R - I_0}{I_R} \right| = \left| \frac{5 - 5.0012}{5} \right| = 0.0002$$

- 4)  $f(x) = \frac{2e^x - 3}{(x+1) \cdot e}$  fonksiyonu ile  $[1, 3, 5]$  veri kümesi verilmiş olsun. Buna göre Lagrange enterpolasyon tekniği ile 2.dereceden bir polinom elde ediniz ve  $x=2$  için değer bulunuz. (25p)

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n-1} (f(x_i) \cdot L_i(x))$$

$$L_i(x) = \prod_{i=0, i \neq j}^{n-1} \frac{(x - x_i)}{(x_i - x_j)}$$

$$f(1) = \frac{2 \cdot e^1 - 3}{2 \cdot e} = 0.4481$$

$$f(3) = \frac{2 \cdot e^3 - 3}{4 \cdot e} = 3.4186$$

$$f(5) = \frac{2 \cdot e^5 - 3}{6 \cdot e} = 18.0154$$

$$L_0 = \frac{(x-3)(x-5)}{(1-3)(1-5)} = \frac{x^2 - 8x + 15}{8}$$

$$L_1 = \frac{(x-1)(x-5)}{(3-1)(3-5)} = -\frac{x^2 - 6x + 5}{4}$$

$$L_2 = \frac{(x-1)(x-3)}{(5-1)(5-3)} = \frac{x^2 - 4x + 3}{8}$$

$$P(x) = f(1) \cdot L_0 + f(3) \cdot L_1 + f(5) \cdot L_2$$

$$P(x) = 0.4481 \cdot \frac{x^2 - 8x + 15}{8} - 3.4186 \cdot \frac{x^2 - 6x + 5}{4} + 18.0154 \cdot \frac{x^2 - 4x + 3}{8}$$

$$P(x) = 1.4552 \cdot x^2 - 4.3279 \cdot x + 3.3227$$

$$P(2) = 0.4877$$

- 5)  $\frac{dy}{dx} = x^2 - 2xy$  diferansiyel denklemini başlangıç koşulunu  $y(0) = 2$  ve  $h = 0.1$  alınız.  $x = 0.4$  değerini Euler metodu kullanarak yaklaşık olarak hesaplayınız. (15p)

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$$

$$y(0.1) = 2 + 0.1 \cdot (0^2 - 2 \cdot 0 \cdot 2) = 2$$

$$y(0.2) = 2 + 0.1 \cdot ((0.1)^2 - 2 \cdot 0.1 \cdot 2) = 1.961$$

$$y(0.3) = 1.961 + 0.1 \cdot ((0.2)^2 - 2 \cdot 0.2 \cdot 1.961) = 1.8865$$

$$y(0.4) = 1.8865 + 0.1 \cdot ((0.3)^2 - 2 \cdot 0.3 \cdot 1.8865) = 1.7823$$