

google.com/+VictorPedro

CÁLCULO APLICADO

TM406

ALEKSANDRO • 2015.1 • UFRRJ

Last Revision: 4 de abril de 2015

Sumário

1	Exercícios Sobre Integral Dupla	1
2	Teorema de Fubini	1
3	Integrais Duplas em Regiões não-retangulares	1

Resumo

Este documento apresenta notas sobre a cadeira de Cálculo Aplicado no curso de Ciência da Computação.

1 Exercícios Sobre Integral Dupla

1. Encontre o volume do sólido limitado pela superfície $f(x, y) = 4 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16}$, os planos $x = 3$, $y = 2$ e os planos coordenados. **Resposta**

$$V = \int_R \int f(x, y) dA \quad (1.1)$$

$$= \int_0^3 \int_0^2 4 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} dy dx \quad (1.2)$$

$$= \int_0^3 4y - \frac{x^2 y}{4} - \frac{y^3}{48} \Big|_0^2 dx \quad (1.3)$$

$$= \int_0^3 8 - \frac{2x^2}{4} - \frac{8}{48} - (0 - 0 - 0) dx \quad (1.4)$$

$$= \int_0^3 \frac{2x^2}{4} + \frac{47}{6} dx \quad (1.5)$$

$$= \frac{2x^3}{12} + \frac{47x}{6} \Big|_0^3 \quad (1.6)$$

$$= -2 + \frac{47}{2} - 0 = \frac{43}{2} \quad (1.7)$$

2 Teorema de Fubini

Seja R o retângulo $R = [a, b] \times [c, d]$. Se f é contínua em R , então

$$\int_R \int f(x, y) dA = \int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dy dx \quad (2.1)$$

Ex. Calcule $\int_R \int y^2 x dA$ no retângulo $-3 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq 1$.

3 Integrais Duplas em Regiões não-retangulares

As Integrais iteradas podem apresentar limites de integração não-ctes, como

$$\int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy dx \quad (3.1)$$

E

$$\int_c^d \int_{h_1(x)}^{h_2(x)} f(x, y) dy dx \quad (3.2)$$