En análisis matemático [editar]

- Fórmula de Leibniz:[58]

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2\,n+1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots = \frac{\pi}{4}$$

- Producto de Wallis:

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \right) = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdots = \frac{\pi}{2}$$

- Euler:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!^2}{(2n+1)!} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \cdots = \frac{\pi}{2}$$

- Identidad de Euler

$$e^{\pi i} + 1 = 0$$

- Área bajo la campana de Gauss:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$$

- Fórmula de Stirling:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^n$$

- Fórmula resultante del límite cuando k tiende a infinito de la función de Riemann para 2k:[59]

$$2\pi = \lim_{k \to \infty} \left(\frac{2(2k)!}{B(2k)} \right)^{\frac{1}{2k}}$$

Donde B(2k) es el 2k-ésimo número de Bernoulli.

- Problema de Basilea, resuelto por Euler en 1735:

$$\zeta(2) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

- Euler:

$$\zeta(4) = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \cdots = \frac{\pi^4}{90}$$

- Fórmula de Nilakantha:

$$\pi = 3 + 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)(2n+1)(2n+2)}$$

- Fórmula de Ramanujan:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!(26390n+1103)}{(n!)^4(396)^{4n}}$$

- Fórmula de Chudnovsky: (Se obtienen 14 decimales con cada iteración)

$$\frac{1}{\pi} = 12\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(6n)!(545140134n+13591409)}{(n!)^3(3n)!(640320)^{3n+3/2}}$$

- Además, π tiene varias representaciones como fracciones continuas :[60]

$$\frac{\pi}{4} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{4}{5 + \cfrac{9}{7 + \cfrac{16}{9 + \cfrac{25}{11 + \cfrac{36}{13 + \cfrac{49}{\ddots}}}}}}}}$$

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cdots}}} = 1 + \cfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3} + \cfrac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5} + \cfrac{\frac{5}{7}}{\frac{2}{7} + \cdots}}}$$ [61]

- También como desarrollo en series:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2(-1)^k \; 3^{\frac{1}{2}-k}}{2k+1}$$

- Método de Montecarlo

  En un círculo de radio *r* inscrito en un cuadrado de lado 2r (2 veces el radio), el área del círculo es π*r*² y la del cuadrado (2*r*)². De esto se deduce que la relación de área entre el cuadrado y el círculo de π/4.[63]

- Fórmula de Srinivāsa Rāmānujan demostrada en 1985 por Jonathan y Peter Borwein, descubierta en 1910. Es muy eficaz porque aporta 8 decimales a cada iteración:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$