Bisimulation.

L'idée de ce chapitre est d'identifier les systèmes de transitions avec une « même structure de branchement ». Par exemple, on identifie les deux systèmes suivants (le premier est un « dépliement » du second).

$$
\begin{array}{ll}
TS_1 & \longrightarrow \bullet \longrightarrow \bullet \longrightarrow \bullet \longrightarrow \bullet \longrightarrow \cdots \\
TS_2 & \longrightarrow \underset{\circlearrowright}{\bullet}
\end{array}
$$

Fig. 1 | *Deux systèmes de transitions identifiés par bisimulation*

Définition 1. Soient TS_0 et TS_1 où

$$TS_i = (S_i, \mathrm{Act}, \to_i, I_i, \mathrm{AP}, L_i),$$

où l'on note $s_i \xrightarrow{\alpha} s_i'$ où $\alpha \in \mathrm{Act}$ et $s_i, s_i' \in S_i$, et $L_i : S_i \to \wp(\mathrm{AP})$.

Une *bisimulation* entre TS_0 et TS_1 est une relation $\mathscr{R} \subseteq S_0 \times S_1$ telle que

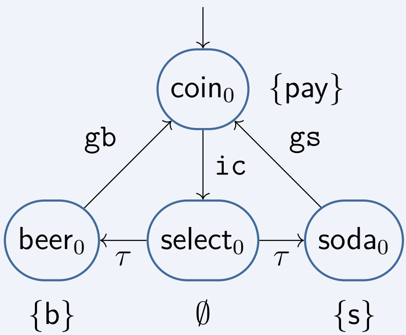
1. si $s_0 \mathrel{\mathscr{R}} s_1$ alors $L_0(s_0) = L_1(s_1)$;
2. si $s_0 \mathrel{\mathscr{R}} s_1$ et $s_0 \xrightarrow{\alpha} s_0'$, alors il existe $s_1' \in S_1$ tel que $s_1 \xrightarrow{\alpha} s_1'$ et $s_0' \mathrel{\mathscr{R}} s_1'$.
3. de même symétriquement.

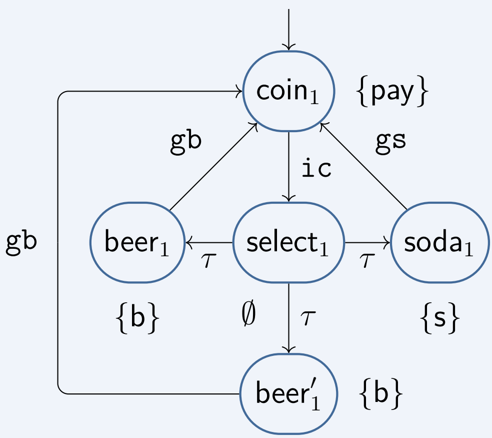
Ces deux dernières conditions peuvent être visualisées comme les deux diagrammes ci-dessous.

$$\begin{tikzcd} s_0 \arrow[r, dash, "\mathscr{R}"] \arrow[d, "\alpha"] & s_1 \arrow[d, dashed, "\alpha"] \\ s_0' \arrow[r, dash, dashed, "\mathscr{R}"] & s_1' \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} s_0 \arrow[r, dash, "\mathscr{R}"] \arrow[d, dashed, "\alpha"] & s_1 \arrow[d, "\alpha"] \\ s_0' \arrow[r, dash, dashed, "\mathscr{R}"] & s_1' \end{tikzcd}.$$

Exemple 1. Avec les deux systèmes de transitions suivants, on peut construire une bisimulation $\mathscr{R}$ avec

$$\mathscr{R} = \left\{ \begin{array}{l} (\mathsf{coin}_0, \mathsf{coin}_1), (\mathsf{select}_0, \mathsf{select}_1), (\mathsf{beer}_0, \mathsf{beer}_1), \\ (\mathsf{beer}_0, \mathsf{beer}_1'), (\mathsf{soda}_0, \mathsf{soda}_1) \end{array} \right\}.$$





Définition 2. Soient TS_0 et TS_1 deux systèmes de transitions. La relation de *bisimilarité* entre TS_0 et TS_1 est donnée par

$$s_0 \sim s_1 \iff \exists \mathscr{R} \text{ une bisimulation, } s_0 \mathrel{\mathscr{R}} s_1.$$