Q. 1 Soit $q \in Q$. Si $q \in F$, alors $\mathscr{L}_0(\mathscr{A}_q) = \{\varepsilon\}$. Si $q \notin F$, alors $\mathscr{L}_0(\mathscr{A}_q) = \varnothing$.

Q. 2 Soit $q \in Q$ et soit $n \in \mathbb{N}^*$. On a

$$\mathscr{L}_n(\mathscr{A}_q) = \overbrace{\bigcup_{\{(\ell,q')\mid(q,\ell,q')\in\delta\}} \ell \cdot \mathscr{L}_{n-1}(\mathscr{A}_q)}^{\cup_{\mathscr{L}}}.$$

Montrons le par double inclusion.

"$\subseteq$" Soit $w \in \mathscr{L}_n(\mathscr{A}_q)$. Il existe donc

$$q \xrightarrow{w_1} q' \xrightarrow{w_2} q_2 \to \cdots \xrightarrow{w_n} q_n \in F$$

une exécution acceptante de $\mathscr{A}_q$. Alors

$$q' \xrightarrow{w_2} q_2 \to \cdots \xrightarrow{w_n} q_n \in F$$

est un exécution acceptante de $\mathscr{A}_{q'}$. D'où $w_2 \dots w_n \in \mathscr{L}_{n-1}(\mathscr{A}_{q'})$. On en déduit que $w \in w_1 \cdot \mathscr{L}_{n-1}(\mathscr{A}_{q'}) \subset \cup_{\mathscr{L}}$.

"$\supseteq$" Soit $(\ell, q') \in \{(\ell, q') \mid (q, \ell, q') \in \delta\}$, et $w \in \ell \cdot \mathscr{L}_{n-1}(\mathscr{A}_{q'})$. Donc $w_2 \dots w_n \in \mathscr{L}_{n-1}(\mathscr{A}_{q'})$. Ainsi, il existe

$$q' \xrightarrow{w_2} q_2 \to \cdots \xrightarrow{w_n} q_n \in F$$

une exécution acceptante dans $\mathscr{A}_{q'}$. Or, $(q, \ell, q') \in \delta$ et donc

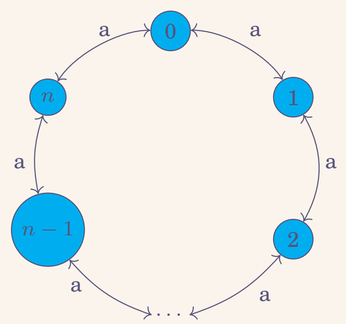
$$q \xrightarrow{\ell=w_1} q' \xrightarrow{w_2} q_2 \to \cdots \xrightarrow{w_n} q_n \in F$$

est une exécution acceptante dans $\mathscr{A}_q$. On en déduit que $w \in \mathscr{L}_n(\mathscr{A}_q)$.

Q. 3

$$\mathscr{L}_n(\mathscr{A}) = \bigcup_{q \in I} \mathscr{L}_n(\mathscr{A}_q).$$

Q. 4



Q. 5 On a une majoration en $(n + 1) \cdot M$.