
DM₁ Informatique

Q. 1 Initialement, on a un arbre de hauteur 0 contenant 1 nœud. Puis, on a un arbre de hauteur 1 contenant 2 nœud. Et, si l'on a deux arbres AVL a et b , on peut les connecter et la hauteur de l'arbre AVL obtenu est donc $h(t) = h(a) + h(b) + 1$ qui est minimale si $h(a) = h(b) - 1$. Ainsi, on en déduit que

$$\forall p \in \mathbb{N}, n_p = F_p.$$

Q. 2 On calcule

$$\begin{aligned}\log_2 n(t) &= \log_2 F_{n(t)} \\ &= \log_2 F_p \quad \text{en posant } p = n(t) \\ &= \log_2 \left(\frac{\varphi^p - \alpha^p}{\sqrt{5}} \right) \\ &= \log_2(\varphi^p - \alpha^p) - \log_2 \sqrt{5} \\ &= p \log_2 \varphi + \log_2 \left(1 - \left(\frac{\varphi}{\alpha} \right)^p \right) - \frac{1}{2} \log_2 5 \\ &= p \log_2 \varphi + \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} \right)^p + \mathcal{O} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} \right)^{2p} \right) \right) - \frac{1}{2} \log_2 5 \\ &=?\end{aligned}$$