



Física Geral | 21048

A preencher pelo estudante

UNIDADE CURRICULAR: Física Geral

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa

NOME: Hugo Miguel Lopes Silva

N.º DE ESTUDANTE: 2100455

CURSO: Licenciatura em Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 23 de Janeiro de 2023

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

A linguagem de programação utilizada para o desenvolvimento deste trabalho foi GNU Octave através da plataforma Octave versao 7.3.0 sob o sistema operativo Windows 10 Home 64 bit versão de 2004.

Q1)

A equação diferencial que descreve o movimento do pêndulo é a seguinte:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\text{sgn}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) \cdot \frac{bL}{m} \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \frac{g}{L} \theta$$

Através da mesma podemos fazer algumas simplificações para uma melhor interpretação do exercício:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{Aceleração angular (instantânea)}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{Velocidade angular (instantânea)}$$

Através da equivalência destas fórmulas obtemos então:

$$\alpha = -\text{sgn}(\omega) * \left(\frac{bL}{m}\right) * \omega^2 - \frac{g}{L} \theta$$

Inicialmente são-nos dados os seguintes dados:

O coeficiente de arrasto pode ser obtido de $b = \frac{1}{2} \rho c_d A$, com

ρ : densidade do ar. Valor típico: 1,28 kg/m³.

c_d : coeficiente aerodinâmico de uma esfera. Valor: 0,1.

A : área frontal da esfera. $A = \pi R^2$, com R o raio da esfera.

ângulo inicial $\theta(0) = 0,05$ rad

velocidade angular ω inicial nula

$m = 2,6 \text{ g}$

$L = 1 \text{ m}$ e $R = 3 \text{ cm}$

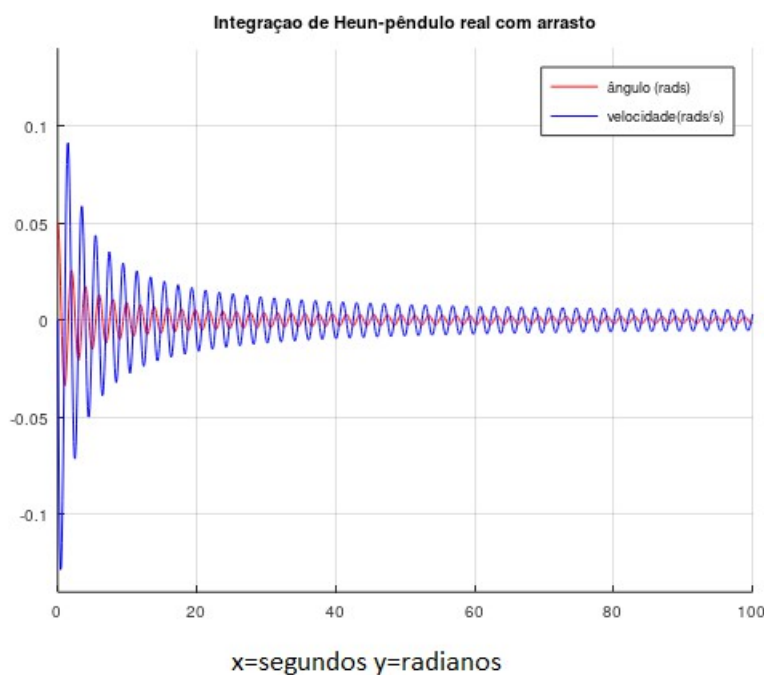
Para determinar o valores de theta, omega, $k_{1x}, k_{1v}, k_{2x}, k_{2v}$ foram utilizadas as seguintes fórmulas que se encontram no texto de apoio da temática 2:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_{1x} + k_{2x})h, & k_{1x} = v_i, \quad k_{2x} = v_i + k_{1v}h \\ v_{i+1} = v_i + \frac{1}{2}(k_{1v} + k_{2v})h, & k_{1v} = f(t_i, x_i, v_i), \quad k_{2v} = f(t_i + h, x_i + k_{1x}h, v_i + k_{1v}h) \end{cases}$$

De seguida a tabela com as 10 primeiras e últimas entradas:

Janela de Comandos						
t	angulo	velocidade	k1x	k1v	k2x	k2v
0	0.05	0	0	-0.49	-0.049	-0.473289
0.1	0.04755	-0.0481645	-0.0481645	-0.449844	-0.0931489	-0.3584
0.2	0.0404843	-0.0885767	-0.0885767	-0.342141	-0.122791	-0.205004
0.3	0.029916	-0.115934	-0.115934	-0.199631	-0.135897	-0.0510267
0.4	0.0173244	-0.128467	-0.128467	-0.0549159	-0.133958	0.0810116
0.5	0.00420314	-0.127162	-0.127162	0.0713511	-0.120027	0.183695
0.6	-0.00815631	-0.11441	-0.11441	0.171033	-0.0973064	0.257953
0.7	-0.0187421	-0.0929605	-0.0929605	0.243817	-0.0685787	0.307506
0.8	-0.0268191	-0.0653943	-0.0653943	0.29259	-0.0361353	0.336001
0.9	-0.0318956	-0.0339647	-0.0339647	0.320605	-0.00190418	0.345887
1	-0.033689	-0.000640088	-0.000640088	0.330155	0.0323754	0.323484
99	0.00144745	-0.00295387	-0.00295387	-0.0141243	-0.0043663	-0.0111576
99.1	0.00108144	-0.00421797	-0.00421797	-0.0104743	-0.0052654	-0.00627158
99.2	0.000607276	-0.00505526	-0.00505526	-0.00577344	-0.0056326	-0.000776335
99.3	7.28822e-05	-0.00538275	-0.00538275	-0.000512592	-0.00543401	0.00476636
99.4	-0.000467956	-0.00517006	-0.00517006	0.004772	-0.00469286	0.0098059
99.5	-0.000961102	-0.00444117	-0.00444117	0.00955607	-0.00348556	0.0138557
99.6	-0.00135744	-0.00327058	-0.00327058	0.0133773	-0.00193284	0.0165341
99.7	-0.00161761	-0.00177501	-0.00177501	0.0158745	-0.000187558	0.0175923
99.8	-0.00171574	-0.000101667	-0.000101667	0.0168143	0.00157976	0.0168965
99.9	-0.00164183	0.00158387	0.00158387	0.0160725	0.00319112	0.0144669
100	-0.00140308	0.00311084	0.00311084	0.0136829	0.00447913	0.010562
>>						

Através destes valores obtemos o seguinte gráfico:



No mesmo estão representadas a posição angular e velocidade angular em função do tempo.

Podemos verificar que o pêndulo parte do repouso aos 0 segundos com um ângulo de 0.05 radianos e uma velocidade de 0 rad/s. Atinge a sua velocidade máxima aos 0.5 segundos com um valor em módulo de 0.127162 rad/s.

Em termos de ângulo o máximo valor é o ângulo de onde parte de repouso que é 0.05 radianos e o segundo valor mais alto ocorre ao primeiro segundo com um valor em módulo de 0.033689 radianos. O seu período é de aproximadamente 1 segundo. Podemos então concluir que se trata de um movimento harmónico simples.

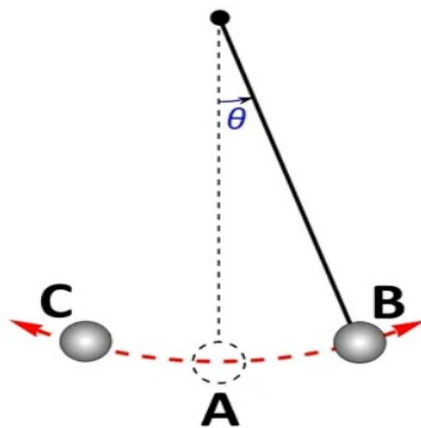
Vemos uma maior variação da velocidade e ângulo nos primeiros 10 segundos. Isto deve-se ao facto da energia dissipada ser bastante maior nesse período. A partir dos 20 segundos o pêndulo acaba por estabilizar em termos de variação de ângulo e de velocidade angular. A partir de aqui o valor da energia dissipada é muito pequeno mantendo assim um movimento bastante constante. A partir dos 20 segundos mantém-se com um período de aproximadamente um

segundo, uma variação angular aproximada de 0.001 radianos e uma variação de velocidade angular de aproximadamente 0.03 radianos por segundo.

As forças que actuam sobre o peso do pêndulo (massa esférica) são a Tração (T) e a força gravitacional(g). A Tração do pêndulo age no sentido do deslocamento do pêndulo enquanto que a força gravitacional age sempre no sentido contrário ao movimento sendo esta a responsável para que o pêndulo tenda a voltar ao ponto central. Isto é, à sua posição de equilíbrio (ângulo= 0 radianos).

O pêndulo mantém o seu movimento de forma uniforme devido à conservação de energia.

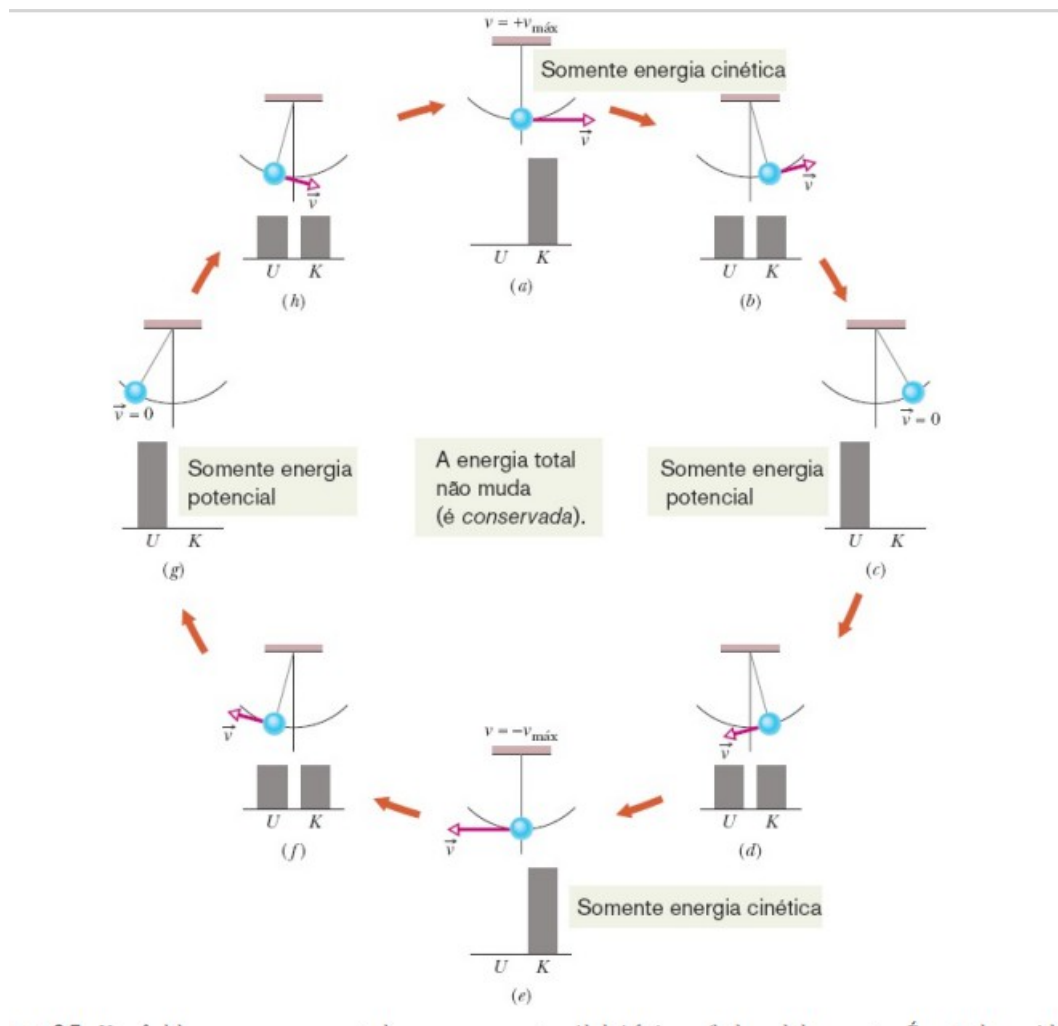
Vejamos a seguinte imagem:



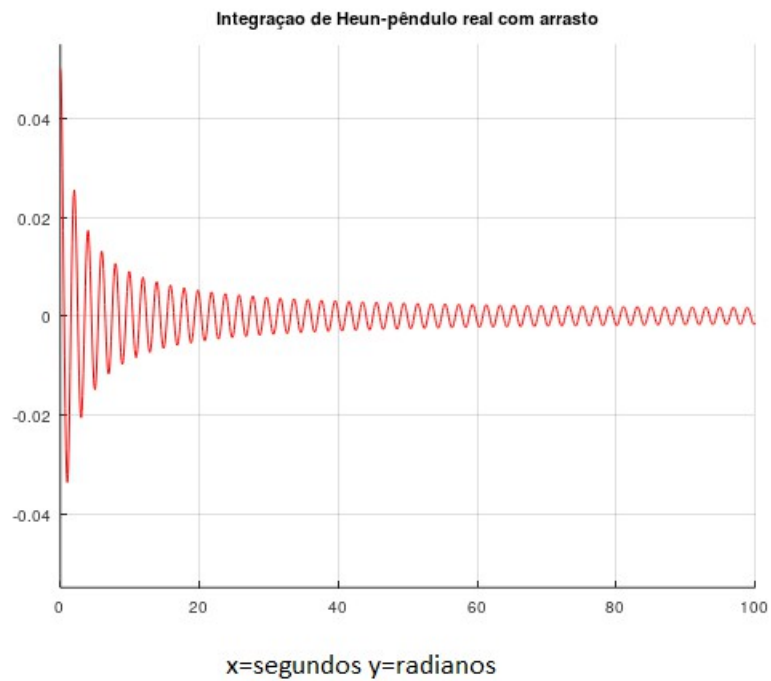
Suponhamos que largamos o pendulo desde o ponto B. Nesse momento o corpo adquire energia potencial(U). Ao soltá-lo ocorre o movimento que vai até à posição C, fazendo com que adquira energia cinética(K), mas perdendo energia potencial ao diminuir a altura.

Quando o corpo atinge a posição A a sua energia potencial é nula mas a sua energia cinética é máxima fazendo com que o mesmo siga até C. Como a perda de energia é muito pequena o pendulo mantém este movimento de forma quase constante.

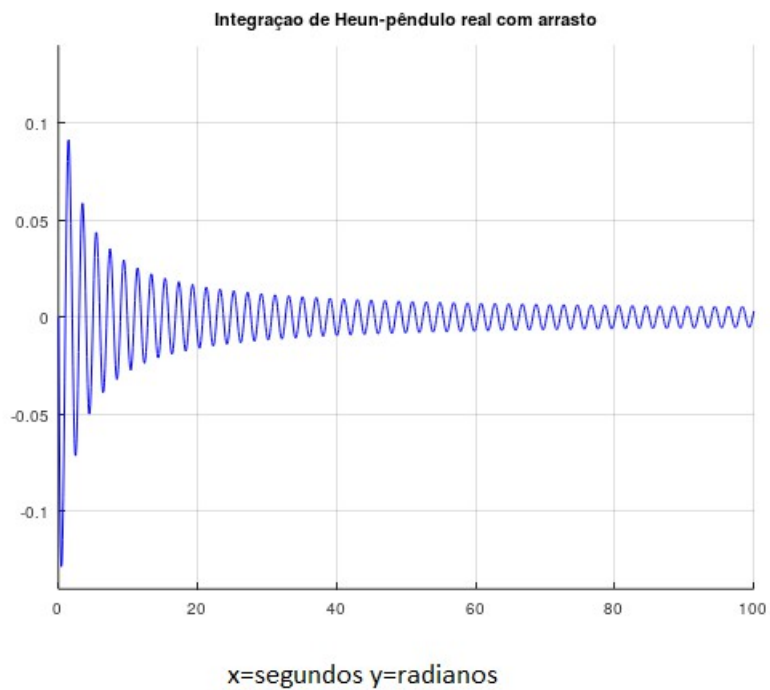
De seguida uma imagem retirada do livro “Fundamentos de física- Halliday & Resnick-Volume 1” que explica o movimento:



De seguida o gráfico do ângulo em função do tempo:



E agora velocidade em função do tempo:



Por fim uma experiência para ver se o pêndulo chega a parar:

Aumentei o valor do contador i até 27771.5 segundos. E como podemos verificar obtemos valores cada vez mais pequenos tanto para o ângulo como para a velocidade do pêndulo. Por algum erro técnico não me foi possível ir mais além do que os 27771.5 segundos pois o programa octave apresentava um erro cada vez que o fazia mas deduzo que tendo em conta que o pêndulo esta sujeito ao arrasto do ar inevitavelmente terá que parar em algum ponto.

```
277714 -0.00117311 0.000950331 0.000950331 0.0114902 0.00209935 0.0105344
277715 -0.00102062 0.00205156 0.00205156 0.0099728 0.00304884 0.00792687
```


Bibliografía:

“Fundamentos de física- Halliday & Resnick-Volume 1”;

“Fundamentos de física- Halliday & Resnick-Volume 2”;

<https://www.physicsclassroom.com/class/waves/Lesson-0/Pendulum-Motion>;

https://www.youtube.com/watch?v=OtrT4a_XgGI&ab_channel=Engineer4Free;