

Langages Formels

← Merci d'entrer votre
numéro d'étudiant ci-contre,
et d'indiquer votre prénom et
NOM ci-dessous.

Prénom et NOM:

A horizontal dotted line consisting of two rows of small black dots. The top row has 15 dots, and the bottom row has 16 dots, creating a total of 31 dots across the width of the line.

Durée : 35 minutes.
Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices sont interdites.
Les questions peuvent avoir plusieurs bonnes réponses, et ont au minimum une bonne réponse. Indiquez toutes les bonnes réponses.
Indiquez vos réponses en noircissant entièrement les cases.

Question 1 ♣ Parmi les méthodes suivantes, avec lesquelles peut-on montrer qu'un langage est régulier ?

Utiliser le lemme de l'étoile (pour langages réguliers).

Construire une grammaire régulière à droite.

Montrer que le langage est fini.

Construire un automate à pile déterministe.

Question 2 ♣ Soit $G_1 = \langle \{S, X\}, \{a\}, S, \mathcal{P} \rangle$ une grammaire régulière à droite. Parmi les règles de production suivantes, laquelle/lesquelles sont valides pour G_1 ?

$$S \Rightarrow X$$

$$S \Rightarrow Xa$$

$$S \rightarrow \varepsilon X$$

S \Rightarrow w

Question 3 ♣ Soit $G_2 = \langle \{S\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid cSc \mid a \mid b \mid c \mid \varepsilon\} \rangle$. Parmi les mots suivants, lesquels sont engendrés par cette grammaire G_2 ?

aaa

abc

bccbb

bab

Question 4 ♣ Soit G_2 la grammaire hors-contexte définie à la question 3. Parmi les expressions suivantes, laquelle décrit exactement le langage engendré par cette grammaire G_2 ?

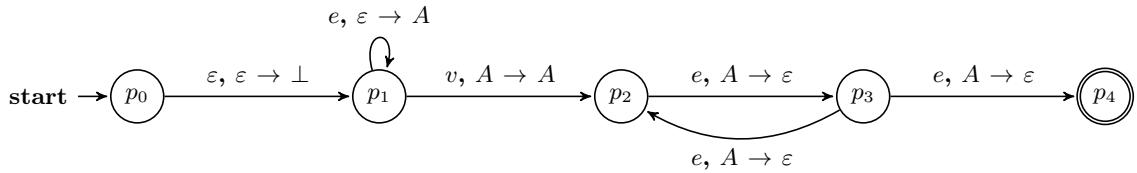
$$\{wuw^R \mid w \in \Sigma, u \in \Sigma^*\}$$

$$\{w^Ruw \mid w \in \Sigma^*, u \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}\}$$

$$\{a^i b^j c^k c^k b^j a^i \mid i, j, k > 0\}$$

$$\{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$$

Question 5 ♣ Soit l'automate à pile suivant, sur l'alphabet $\Sigma = \{e, v\}$ et l'alphabet de pile $\Gamma = \{\perp, A\}$:



Parmi les langages suivants, lequel est accepté par cet automate ?

$$\begin{aligned} &\{e^n v e^i \mid n \geq i \geq 0\} \\ &\{(ee)^n v (ee)^i \mid n \geq i \geq 1\} \\ &\{(ee)^n v (ee)^n \mid n \geq 1\} \\ &\{e^n v e^{2i} \mid n \geq 2i \geq 2\} \end{aligned}$$

Question 6 ♣ Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

Rappel : APD signifie automate à pile déterministe, et APN signifie automate à pile non-déterministe.

Les APD peuvent reconnaître tous les langages hors-contexte.

Il existe un APD qui reconnaît le langage $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

Les APN sont plus puissants (peuvent reconnaître strictement plus de langages) que les APD.

Tout langage reconnu par un APD peut être généré par une grammaire hors-contexte.

Question 7 ♣ Parmi les langages suivants, lesquels sont hors-contexte ?

$$\begin{aligned} &\{(metroid)^p \mid p \geq 4\} \\ &\{a^n b^i c^i d^n \mid i, n \geq 0\} \\ &\{a^n b^i c^n d^i \mid i, n \geq 0\} \\ &\{w \in \{(,)\}^* \mid w \text{ est une expression bien parenthésée}\} \end{aligned}$$

Question 8 ♣ Soit deux langages hors-contexte L_1 et L_2 . Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont correctes ?

Le complément $\overline{L_1}$ est toujours hors-contexte.

La concaténation $L_1 \cdot L_2$ est toujours hors-contexte.

L'intersection $L_1 \cap L_2$ est toujours hors-contexte.

Si L_1 est régulier et L_2 est hors-contexte, alors $L_1 \cap L_2$ est hors-contexte.

Question 9 ♣ Soit le langage $L_X = \{d^n e^{2n} f^n \mid n \geq 0\}$. On montre qu'il n'est pas hors-contexte via le lemme de l'étoile pour langages hors-contexte. Voici le début de la preuve :

$\forall N$

$$\exists z = d^N e^{2N} f^N \in L_X$$

\forall décomposition $z = uvwxy$ telle que $|vwx| \leq N$ et $|vx| \geq 1$

Parmi les cas suivants, lesquels sont des décompositions possibles ?

$$\begin{aligned} v &= d^i \text{ et } x = f^j & (i + j \leq N) \\ v &= d^i e^j \text{ et } x = e^k & (i + j + k \leq N) \\ v &= d^i \text{ et } x = e^j & (i + j \leq N) \\ v &= e^i f^j \text{ et } x = e^k f^l & (i + j + k + l \leq N) \end{aligned}$$

Question 10 ♣ Soit le langage $L_Y = \{A^n P^q D^r \mid n \leq q \leq r\}$. On montre qu'il n'est pas hors-contexte via le lemme de l'étoile pour langages hors-contextes. Voici une tentative de preuve :

$\forall N$

$$\exists z = A^N P^N D^N \in L_Y$$

\forall décomposition $z = uvwxy$ telle que $|vwx| \leq N$ et $|vx| \geq 1$

$$v = A^j$$

$$x = A^k P^l \quad \text{avec } j + k + l \leq N$$

$$\exists i = 2 \text{ tel que } z' = uv^i wx^i y = A^{N+j+k} P^{N+l} D^N \notin L_Y.$$

Donc L_Y n'est pas hors-contexte.

Pour quelle(s) raison(s) cette preuve n'est-elle pas correcte ?

- Le mot généré z' pour $i = 2$ n'est pas $A^{N+j+k} P^{N+l} D^N$.
- Le mot choisi au début z n'appartient pas à L_Y .
- Il manque des décompositions possibles.
- Il faut montrer que $z' \notin L_Y$ pour tout i .

CORRECTED