

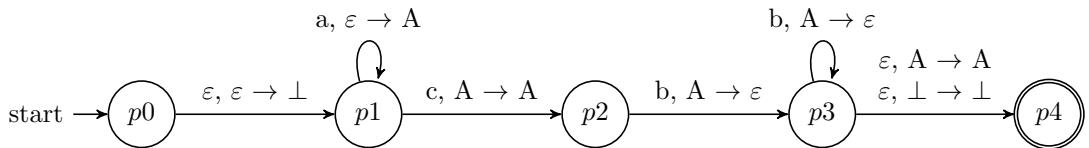
Langages Formels

Série 8 - Automates à Pile

17 Novembre 2025

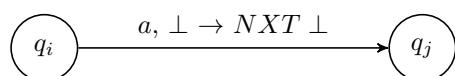
Pensez à justifier vos réponses.

1. Donner l'arbre d'exécution pour le mot $aacb$. Déterminez le langage accepté par cet automate à pile, puis construisez une grammaire Hors-Contexte qui génère le même langage :



2. Construisez des automates à pile pour les langages suivants, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$:
 - $L_1 = \{w = a^i cb^j \mid i \geq j \geq 0\}$.
 - $L_2 = \{w = a^i cb^j \mid 1 \leq i \leq j\}$.

3. Equivalence entre modèles permettant d'ajouter un ou plusieurs éléments dans la pile : voici une transition dans un modèle où l'on autoriserait d'ajouter plusieurs symboles dans la pile en même temps (avec a dans l'alphabet du langage, et \perp, N, X, T dans l'alphabet de la pile) :



A partir du modèle initial où une transition ne peut ajouter qu'un seul élément à la fois dans la pile, montrez qu'on peut simuler ce modèle (indice : utiliser plusieurs transitions et états intermédiaires).

A partir de cet exercice, on s'autorise donc à utiliser ce modèle étendu avec des transitions ajoutant plusieurs caractères à la fois dans la pile.

4. Créez un automate à pile pour les langages suivants :

- $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$
- $L_4 = \{w = uv \mid u \in \{a, b\}^+, v \in a^+, |u| = |v|\}$

5. Soit le langage $L_{Pokemon} = \{Raichu, Sabelette, Maraiste, Lucario, Dedenne, Pohm\}$.
Montrez que les deux langages suivants sont Hors-Contextes, en créant des automates à pile les acceptant (vous pouvez simplifier les automates en utilisant seulement l'initiale de chaque Pokéémon (Raichu = R, Sabelette = S, etc) :

- $L_{MoreEvolved} = \{w \in (L_{Pokemon})^* \mid w \text{ contient strictement plus de Pokemon evolues que de Pokemon non-evolues}\}$, sachant que Raichu, Maraiste et Lucario sont des pokémon évolués (et les trois autres des non-évolués).
- $L_{EquityGroundElectric} = \{w \in (L_{Pokemon})^* \mid w \text{ contient autant de Pokemon de type Sol que de type Electric}\}$, sachant que Raichu, Dedenne et Pohm sont de type Electric, que Sabelette et Maraiste sont de type Sol, et que Lucario n'est daucun des deux types.

6. Soit L_4, L_5 deux langages hors-contexte quelconques, et A_4, A_5 deux automates à pile qui les acceptent respectivement. Que peut-on dire en général sur les langages suivants, sont-ils forcément hors-contextes ?

Si oui, montrez comment construire un automate à pile acceptant le résultat à partir des automates A_4 et A_5 (indiquez clairement quels changements sont opérés sur ces automates si pertinent).

Si non, donnez un contre-exemple où le/les langage(s) initial/aux est/sont Hors-Contexte, mais où le résultat de l'opération n'est pas Hors-Contexte.

- $L_6 = L_4 \cup L_5$
- $L_7 = L_4 \cap L_5$
- $L_8 = L_4 \cdot L_5$
- $L_9 = L_4^*$
- $L_{10} = \overline{L_4}$