

Langages Formels
QCM, 1er Décembre 2025

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Merci d'entrer votre
numéro d'étudiant ci-contre,
et d'indiquer votre prénom et
NOM ci-dessous.

Prénom et NOM:

.....

.....

Durée : 35 minutes.

*Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices sont interdites.
Les questions peuvent avoir plusieurs bonnes réponses, et ont au
minimum une bonne réponse. Indiquez toutes les bonnes réponses.*

Indiquez vos réponses en noircissant entièrement les cases.

Question 1 ♣ Parmi les méthodes suivantes, avec lesquelles peut-on montrer qu'un langage est régulier ?

Utiliser le lemme de l'étoile (pour langages réguliers).

Construire une grammaire régulière à droite.

Montrer que le langage est fini.

Construire un automate à pile déterministe.

Question 2 ♣ Soit $G_1 = \langle \{S, X\}, \{a\}, S, \mathcal{P} \rangle$ une grammaire régulière à droite. Parmi les règles de production suivantes, laquelle/lesquelles sont valides pour G_1 ?

$S \rightarrow X$

$S \rightarrow Xa$

$S \rightarrow \varepsilon X$

$S \rightarrow \varepsilon$

Question 3 ♣ Soit $G_2 = \langle \{S\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid cSc \mid a \mid b \mid c \mid \varepsilon\} \rangle$. Parmi les mots suivants, lesquels sont engendrés par cette grammaire G_2 ?

aaa

abc

bccbb

bab

Question 4 ♣ Soit G_2 la grammaire hors-contexte définie à la question 3. Parmi les expressions suivantes, laquelle décrit exactement le langage engendré par cette grammaire G_2 ?

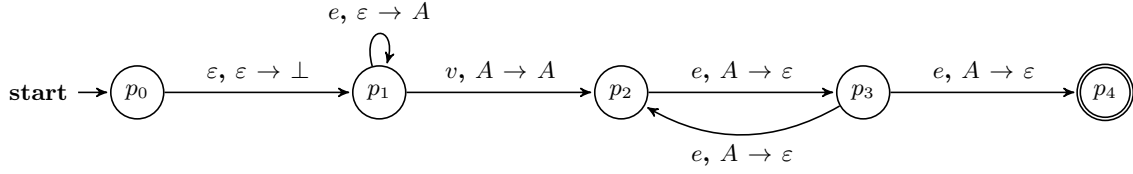
$\{www^R \mid w \in \Sigma, u \in \Sigma^*\}$

$\{a^i b^j c^k c^k b^j a^i \mid i, j, k \geq 0\}$

$\{w^R uw \mid w \in \Sigma^*, u \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}\}$

$\{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$

Question 5 ♣ Soit l'automate à pile suivant, sur l'alphabet $\Sigma = \{e, v\}$ et l'alphabet de pile $\Gamma = \{\perp, A\}$:



Parmi les langages suivants, lequel est accepté par cet automate ?

$$\{e^n v e^i \mid n \geq i \geq 0\}$$

$$\{(ee)^n v (ee)^i \mid n \geq i \geq 1\}$$

$$\{(ee)^n v (ee)^n \mid n \geq 1\}$$

$$\{e^n v e^{2i} \mid n \geq 2i \geq 2\}$$

Question 6 ♣ Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

Rappel : APD signifie automate à pile déterministe, et APN signifie automate à pile non-déterministe.

Les APD peuvent reconnaître tous les langages hors-contexte.

Il existe un APD qui reconnaît le langage $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

Les APN sont plus puissants (peuvent reconnaître strictement plus de langages) que les APD.

Tout langage reconnu par un APD peut être généré par une grammaire hors-contexte.

Question 7 ♣ Parmi les langages suivants, lesquels sont hors-contexte ?

$$\{(metroid)^p \mid p \geq 4\}$$

$$\{a^n b^i c^i d^n \mid i, n \geq 0\}$$

$$\{a^n b^i c^n d^i \mid i, n \geq 0\}$$

$$\{w \in \{(\cdot)\}^* \mid w \text{ est une expression bien parenthésée}\}$$

Question 8 ♣ Soit deux langages hors-contexte L_1 et L_2 . Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont correctes ?

Le complément $\overline{L_1}$ est toujours hors-contexte.

La concaténation $L_1 \cdot L_2$ est toujours hors-contexte.

L'intersection $L_1 \cap L_2$ est toujours hors-contexte.

Si L_1 est régulier et L_2 est hors-contexte, alors $L_1 \cap L_2$ est hors-contexte.

Question 9 ♣ Soit le langage $L_X = \{d^n e^{2n} f^n \mid n \geq 0\}$. On montre qu'il n'est pas hors-contexte via le lemme de l'étoile pour langages hors-contexte. Voici le début de la preuve :

$\forall N$

$$\exists z = d^N e^{2N} f^N \in L_X$$

\forall décomposition $z = uvwxy$ telle que $|vwx| \leq N$ et $|vx| \geq 1$

Parmi les cas suivants, lesquels sont des décompositions possibles ?

$$v = d^i \text{ et } x = f^j \quad (i + j \leq N)$$

$$v = d^i e^j \text{ et } x = e^k \quad (i + j + k \leq N)$$

$$v = d^i \text{ et } x = e^j \quad (i + j \leq N)$$

$$v = e^i f^j \text{ et } x = e^k f^l \quad (i + j + k + l \leq N)$$

Question 10 ♣ Soit le langage $L_Y = \{A^n P^q D^r \mid n \leq q \leq r\}$. On montre qu'il n'est pas hors-contexte via le lemme de l'étoile pour langages hors-contextes. Voici une tentative de preuve :

$\forall N$

$\exists z = A^N P^N D^N \in L_Y$

\forall décomposition $z = uvwxy$ telle que $|vwx| \leq N$ et $|vx| \geq 1$

$v = A^j$

$x = A^k P^l$ avec $j + k + l \leq N$

$\exists i = 2$ tel que $z' = uv^i wx^i y = A^{N+j+k} P^{N+l} D^N \notin L_Y$.

Donc L_Y n'est pas hors-contexte.

Pour quelle(s) raison(s) cette preuve n'est-elle pas correcte ?

- ☒ Le mot généré z' pour $i = 2$ n'est pas $A^{N+j+k} P^{N+l} D^N$.
- ☐ Le mot choisi au début z n'appartient pas à L_Y .
- ☒ Il manque des décompositions possibles.
- ☐ Il faut montrer que $z' \notin L_Y$ pour tout i .

CORRECTED