

# Determinação da Viscosidade do Ar

Iago Braz Mendes, Hugo Danilo Santos Alkimim, Gabriel Oliveira Mota, e Marcos Aurélio Duarte Carvalho

## Resumo

Neste artigo, explora-se um arranjo experimental de um oscilador massa-mola para investigar a oscilação harmônica amortecida. A determinação da amplitude da oscilação como uma função temporal foi determinada precisa e economicamente, utilizando vídeos obtidos por meio de um celular, a ferramenta *Tracker – Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education* – e algoritmos em *MATLAB*. Assim, foi possível determinar o coeficiente de amortecimento, que foi usado para encontrar a viscosidade do ar.

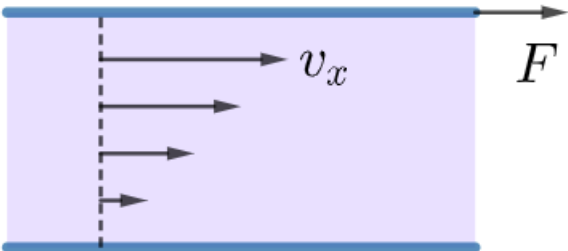
## 1. Introdução

A teoria acerca de sistemas oscilatórios amortecidos é aprofundada por alguns artigos [referência(s)]. Contudo, é comum encontrar discrepâncias entre as previsões e os resultados obtidos em laboratórios. Nesse sentido, este artigo apresenta um modelo experimental de fácil implementação para determinar a viscosidade do ar a partir de uma oscilação massa-mola amortecida. Com os dados coletados, fazemos 3 análises a fim de encontrar qual método mais se aproxima da realidade.

Na seção 2, a parte teórica sobre viscosidade e oscilações amortecidas é rapidamente exposta. Na seção 3, o modelo experimental usado para obter dados é explicado. Na seção 4, a análise de dados e seus resultados são discutidos, abrangendo 3 métodos distintos. Por fim, as conclusões são apresentadas na seção 5.

## 2. Teoria

Em primeira instância, viscosidade ( $\eta$ ) é a propriedade física que descreve a resistência de um fluido para escoar, que é geralmente expressa usando a Lei de Newton da Viscosidade:



$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv_x}{dy} \quad (1)$$

em que  $F$  é a força aplicada,  $A$  é a área em  $y$  e  $z$ , e  $\frac{dv_x}{dy}$  é a derivada espacial da velocidade. No

Sistema Internacional, a viscosidade possui *pascal-segundo* [ $Pa \cdot s$ ] como unidade de medida.

Além disso, quando estudamos a mecânica de fluidos, devemos sempre considerar o número de Reynolds, um coeficiente adimensional utilizado para o cálculo do regime de escoamento de um fluido sobre uma superfície. Esse coeficiente é dado por:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} \quad (2)$$

em que  $\rho$  é a densidade do fluido e  $l$  é a dimensão linear característica do objeto oscilante (para uma esfera,  $l = 2r$ , em que  $r$  é o raio).

Finalmente, quando analisamos oscilações harmônicas simples no mundo real, precisamos considerar a energia dissipada devido à força de atrito. Para pequenos números de Reynolds, a força de atrito na esfera é dada pela Lei de Stoke:

$$F = 6\pi r \eta v \quad (3)$$

Nesse caso, a equação do movimento para uma esfera com massa  $m$  e uma mola com constante elástica  $k$  é dada por

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

em que as constantes são dadas por

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \gamma = \frac{3\pi\eta r}{m} \quad (5)$$

Portanto, quando  $\omega_0 > \gamma$  (caso de sub-amortecimento), a solução é

$$x = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) \quad (6)$$

em que  $A$ ,  $\phi$  e  $\omega$  são, respectivamente, a amplitude, a fase, e a frequência da oscilação.

Contudo, quando os números de Reynolds não são pequenos, podemos usar a equação desenvolvida por Landau e Lifshitz:

$$F = 6\pi\eta r \left(1 + \frac{r}{\delta}\right) v + 3\pi r^2 \left(1 + \frac{2r}{9\delta}\right) \rho \delta \frac{dv}{dt} \quad (7)$$

em que  $\delta$  a profundidade de penetração dentro do fluido ao redor do objeto oscilante, que é dada por

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho\omega}} \quad (8)$$

Quando resolvemos essa equação, encontramos uma solução análoga à anterior:

$$x = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) \quad (9)$$

Todavia, agora as constantes são determinadas por

$$\omega_0^2 = \frac{k}{f_2 3\pi r^2 \left(1 + \frac{2r}{9\delta}\right) + m} \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{3\pi\eta r \left(1 + \frac{r}{\delta}\right)}{f_1 \left[f_2 3\pi r^2 \left(1 + \frac{2r}{9\delta}\right) \rho\delta + m\right]}$$

em que  $f_1$  e  $f_2$  são coeficientes semi-empíricos.

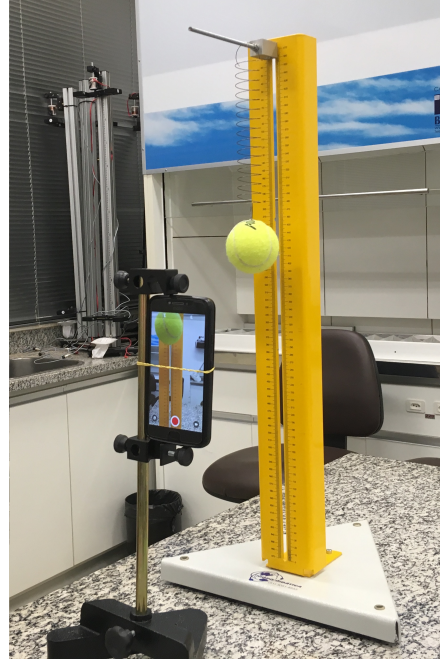
### 3. Experimento

A configuração experimental é simples e pode ser facilmente repetida. Ela consiste de uma bola com uma massa conhecida, uma mola, um suporte com uma escala de comprimento, um dispositivo para gravar partes da oscilação, um suporte para o dispositivo, e um cronômetro que nos dá o tempo real no vídeo em câmera lenta gerado.

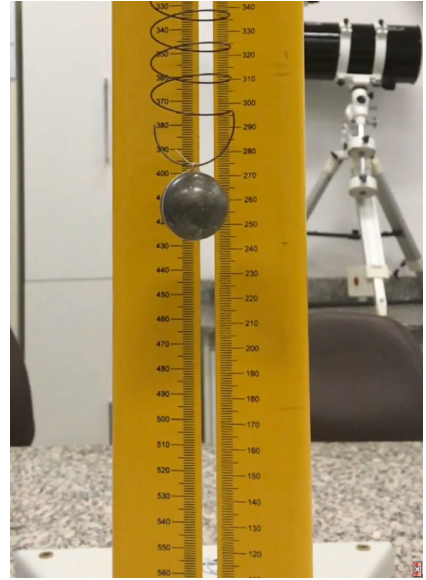
Inicialmente, nós fizemos o experimento usando uma bola de tênis e filmando toda a oscilação (figura 1). Depois de fazermos a análise de dados dessa configuração, decidimos que seria melhor usar uma bola mais lisa, pois se adequaria melhor aos modelos matemáticos utilizados, que consideram uma esfera sem rugosidades. Além disso, optamos por gravar trechos mais curtos, a fim de obtermos vários vídeos para serem analisados separadamente, facilitando o procedimento.

Portanto, nós fizemos um segundo experimento usando uma bola de metal (figura 2) e filmando entre 5 e 10 segundos em intervalos de 1 minuto.

Por fim, uma terceira configuração foi estabelecida, em que o movimento amortecido de uma bola de metal (similar à figura 2) foi gravado num período de 30 minutos sem interrupções.



**Figura 1:** Experimento com bola de tênis.



**Figura 2:** Experimento com bola de metal.

### 4. Análise de Dados

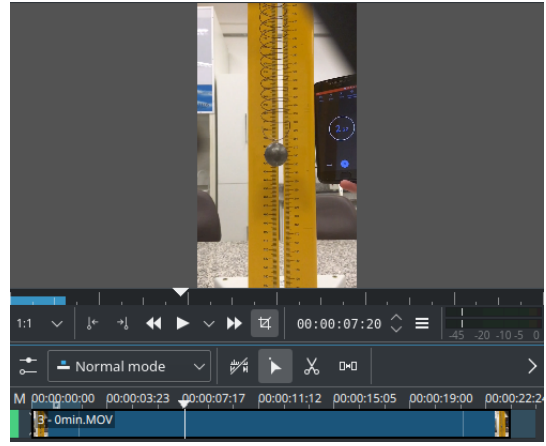
Com os dados da segunda configuração, fizemos três análises para determinar o valor da viscosidade do ar: utilizando a maior amplitude de cada vídeo curto e fazendo a média aritmética das amplitudes máxima e mínima em cada vídeo.

No primeiro método, analisamos cada gravação – quadro a quadro –, com o auxílio de um editor de vídeo (figura 3), para encontrar a maior amplitude atingida e o correspondente tempo no cronômetro em tela. Com isso, conseguimos encontrar o valor da viscosidade do ar como  $2.78 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  (ignorando a incerteza). Apesar de esse método ter sido efe-

tivo, ele poderia ser mais preciso, motivo pelo qual fizemos a segunda análise.

No segundo método, usamos o programa *Tracker – video analysis and modelling tool* – para conseguir mais posições em cada vídeo e depois calcular a média aritmética das amplitudes máxima e mínima atingidas nesse intervalo. Como consequência dessa nova análise, conseguimos determinar o valor da viscosidade do ar como  $2.02 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s$  (ignorando a incerteza).

Com os dados da terceira configuração, um algoritmo escrito em MatLab (disponível [aqui](#)) foi utilizado para encontrar os máximos e, conseqüentemente, encontrar a constante  $\gamma$  (equação 10). Com isso, conseguimos determinar o valor da viscosidade do ar como  $\#.\#\# \cdot 10^{-5} Pa \cdot s$  (ignorando a incerteza).



**Figura 3:** Análise da gravação quadro a quadro.

## 5. Conclusão

## 6. Referências