



## TAREA 2

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes problemas, deberá subir a la plataforma [elearning.hagarcia.com](http://elearning.hagarcia.com) el pdf hecho en  $\text{\LaTeX}$ .

### Problema 1

1. Encuentre el número de multiconjuntos del multiconjunto de  $M = \{r_1 \cdot a_1, r_2 \cdot a_2, \dots, r_n \cdot a_n\}$

5 puntos

### Problema 2

Encuentre el número de multiconjuntos del multiconjunto de  $M = \{\infty \cdot a_1, \infty \cdot a_2, \dots, \infty \cdot a_n\}$

10 puntos

### Problema 3

Dos enteros de  $n$ -dígitos se llaman equivalentes si uno es permutación de los dígitos del otro. Por ejemplo 10075, 01057, 00751 son números equivalentes de 5 dígitos. Encuentre la cantidad de números enteros de 5 dígitos tales que no dos de ellos son equivalentes.

5 puntos

### Problema 4

Encuentre el número de soluciones enteras de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$  bajo las siguientes condiciones

1.  $x_i \geq 0$  para cada  $i = 1, 2, 3, 4$ .
2.  $2 \leq x_1 \leq 7$  y  $x_i \geq 0$  para cada  $i = 2, 3, 4$
3.  $x_i \geq -5, x_2 \geq -1, x_3 \geq 1$  y  $x_4 \geq 2$ .

10 puntos

**Problema 5**

Encuentre el número de cuádruplas  $(w, x, y, z)$  de enteros no negativos que satisfacen la desigualdad  $w + x + y + z \leq 1992$

10 puntos

**Problema 6**

Hay 5 formas de expresar 4 como la suma de 2 enteros no negativos, esto es  $4 = 4 + 0 = 3 + 1 = 2 + 2 = 1 + 3 = 0 + 4$ .

Dados  $r, n$  números naturales, calcule el número de formas de expresar  $r$  como la suma de  $n$  enteros no negativos en el cual el orden importa?

10 puntos

**Problema 7**

Sea  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  donde  $n$  es un número natural. Dado  $k \in A$ , demuestre el número de subconjuntos de  $A$  en los cuales  $k$  es el elemento más grande es  $2^k - 1$ . Utilice este hecho para demostrar que  $\sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$

5 puntos

**Problema 8**

Calcule la cantidad de números enteros entre 100 y 1000 que son divisibles dentro de 7.

5 puntos

**Problema 9**

Demuestre que el producto de tres enteros consecutivos son divisibles dentro de 6.

5 puntos

**Problema 10**

Demuestre que  $4 \nmid (n^2 + 2)$  para todo  $n$  entero.

5 puntos

**Problema 11**

Demuestre que si  $n$  es impar, entonces  $n^2 - 1$  es divisible por 8.

5 puntos

**Problema 12**

Demuestre que si  $x, y$  son impares, entonces  $x^2 + y^2$  es par pero no divisible dentro de 4.

**10 puntos**

**Problema 13**

Sea  $n \geq 2$  y  $k$  un entero positivo. Demuestre que  $(n-1)^2 \mid (n^k - 1)$  si y sólo si  $(n-1) \mid k$

Hint:  $n^k = ((n-1) + 1)^k$

**15 puntos**