IE306 – Tópicos em Comunicações III

Avaliação Remota

Hugo Barreiro
RA 118876

Questão 02

Considere os sinais

$$x_{AR}(n) = -0.8987x(n-1) – 0.9018x(n-2) + \nu(n)$$
$$x_{ARMA}(n) = 1.9368x(n-1) – 0.9519x(n-2) + \nu(n) – 1.8894\nu(n-1) + \nu(n-2)$$

a: Obtenha e trace a densidade espectral de potência de ambos os sinais.

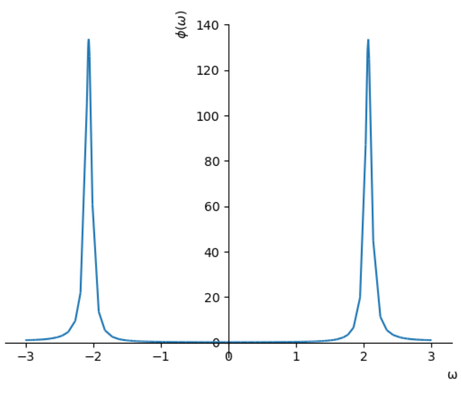
Para cada item, podemos transformar as equações a diferenças em suas respectivas funções de transferência:

$$X_{AR}(z) = \frac{A_{AR}(z)}{B_{AR}(z)} = \frac{1}{1 + 0.8987z^{-1} + 0.9018z^{-2}}N(z)$$
$$X_{ARMA}(z) = \frac{A_{ARMA}(z)}{B_{ARMA}(z)} = \frac{1 - 1.8894z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.9368z^{-1} + 0.9519z^{-2}}N(z)$$

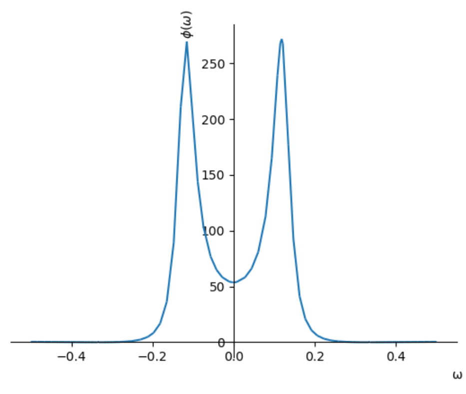
Como sabemos a relação entre a densidade espectral de potência e as expressões $A(z)$ e $B(z)$, temos, supondo que o ruído tem variância unitária:

$$\phi_{AR}(z) = \frac{A_{AR}(z)A^*_{AR}(\frac{1}{z^*})}{B_{AR}(z)B^*_{AR}(\frac{1}{z^*})} = \frac{1}{\left(1 + \frac{0.8987}{z} + \frac{0.9018}{z^2}\right)(0.9018z^2 + 0.8987z + 1)}$$
$$\phi_{ARMA}(z) = \frac{A_{ARMA}(z)A^*_{ARMA}(\frac{1}{z^*})}{B_{ARMA}(z)B^*_{ARMA}(\frac{1}{z^*})} = \frac{\left(1 - \frac{1.8894}{z} + \frac{1}{z^2}\right)\left(z^2 - 1.8894z + 1\right)}{\left(1 - \frac{1.9368}{z} + \frac{0.9519}{z^2}\right)(0.9519z^2 - 1.9368z + 1)}$$

Lembrando que podemos fazer a substituição $z = e^{i\omega}$, podemos plotar as funções $\phi(\omega)$:



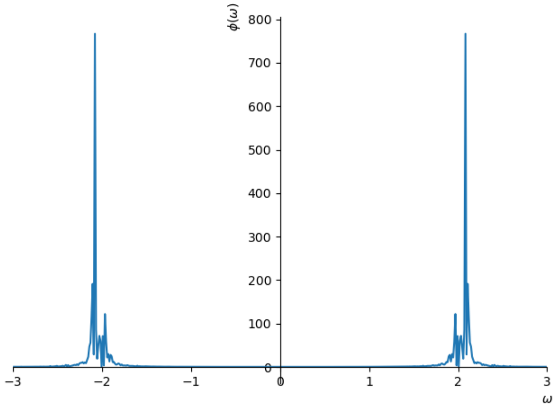
(a) Modelo AR



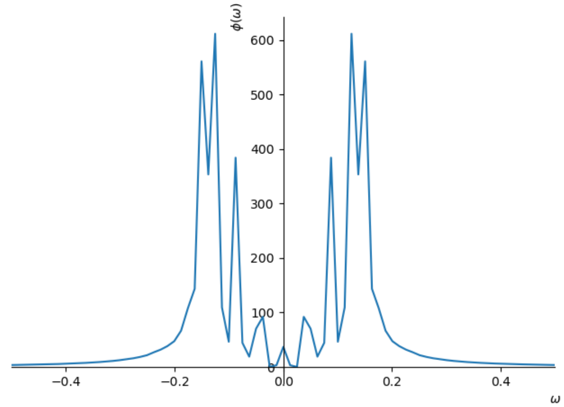
(b) Modelo ARMA

b: Considere, para cada um deles, uma realização com um número suficiente de dados, e forneça a densidade espectral de potência a partir da transformada de Fourier de uma estimação temporal da autocorrelação.

Podemos simular estes experimentos amostrando um número suficientemente grande de ruído, independente, gaussiano, de média nula e variância unitária e submetendo-o ás funções de transferência acima. A partir do



(a) Modelo AR



(b) Modelo ARMA

cálculo do vetor de autocorrelação podemos estimar a densidade espectral de potência com sua Transformada de Fourier. Para ambos os casos foram amostrados 1000 pontos e calculado o vetor de autocorrelação até um lag de 500 unidades.

Podemos observar que os gráficos obtidos se aproximam muito bem dos teóricos, apresentados anteriormente.