

# INFOF305: Modélisation et Simulation

## Introduction

G. Bontempi  
Département d'Informatique  
Boulevard de Triomphe - CP 212

September 20, 2023

- ▶ Syllabus (au PUB et en pdf)
- ▶ Cours sur UV:
  - ▶ transparents du cours,
  - ▶ table des matières,
  - ▶ livres de référence,
  - ▶ sites web de référence,
  - ▶ code Octave.
- ▶ Pre-requis: INFOF205, Calcul formel et numérique
  - ▶ Programmation octave
  - ▶ Equations différentielles ordinaires (solution analytique et numérique)
- ▶ Assistants: P. Tribel et A. Laval
- ▶ Premier TP: rappels d'EDO

- ▶ interactions:
  - ▶ email (`Gianluca.Bontempi@ulb.be`)
- ▶ Délégué étudiant.

1. projet obligatoire (2/20) en novembre
2. écrit à cahier ouvert (18/20): 2 parties
  - 2.1 11/20 points: exercices style TP
  - 2.2 7/20 points: exercices style théorie

# Table de matières du cours

- ▶ Introduction à la modélisation et simulation
- ▶ Systèmes dynamiques
- ▶ Notions d'équilibre et stabilité
- ▶ Systèmes linéaires à temps continu
- ▶ Systèmes linéaires à temps discret
- ▶ Systèmes non linéaires continus et discrètes
- ▶ Simulation Monte-Carlo
- ▶ La simulation des systèmes à événements discrets

# Quelques mots clé pour commencer

- ▶ Interdisciplinarité
- ▶ Complexité
- ▶ Evolution dynamique
- ▶ Modèle mathématique
- ▶ Régularité, lois scientifiques
- ▶ Interconnexion, interaction, feedback
- ▶ Nonlinearité
- ▶ Compréhension et prédiction
- ▶ Prise de décision

# Et l'informatique?

- ▶ Collecte et génération des données
- ▶ Simulation
- ▶ Implémentation et exécution des modèles
- ▶ Langages de modélisation et simulation
- ▶ Visualisation
- ▶ Calcul numérique à l'ordinateur

- ▶ Nous utilisons tout le temps des **modèles prédictifs** (quand nous conduisons une voiture, traversons la rue, prévoyons qu'il va pleuvoir, attrapons un objet au vol, ...) .
- ▶ Dans les sciences, on modélise des phénomènes dont les propriétés changent avec le temps:
  - ▶ le mouvement des planètes
  - ▶ la croissance d'une plante
  - ▶ la diffusion d'une maladie
  - ▶ l'oscillation d'un pendule
  - ▶ le flux de clients dans une banque,
  - ▶ l'évolution d'une action boursière

Ce sont des **systèmes dynamiques**.



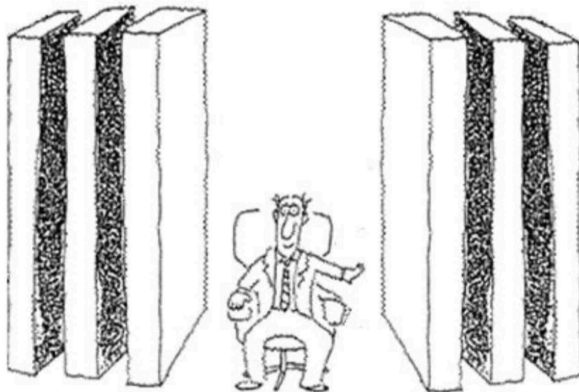
- ▶ "Système" dérive du Grec *syn* + *histanai* (*mettre ensemble*).
- ▶ Représenter la nature comme un système signifie mettre les choses dans un contexte, établir la nature de leurs **relations**.
- ▶ Les propriétés les plus intéressantes d'un système émergent de l'**interaction entre les parties**
- ▶ **Un système est plus que la somme de ses parties.**

L'être humain, quand il modélise des systèmes complexes (climat, épidémie), rencontre des difficultés avec

- ▶ feedback, rétroactions
- ▶ délais (effet retardé ou déplacé par rapport à l'action)
- ▶ non linéarités (saturations, amplifications)
- ▶ aspects multivariés (dimensionnalité, variables cachées, variables exogènes)
- ▶ incertitude (noise, manque de prédictibilité)

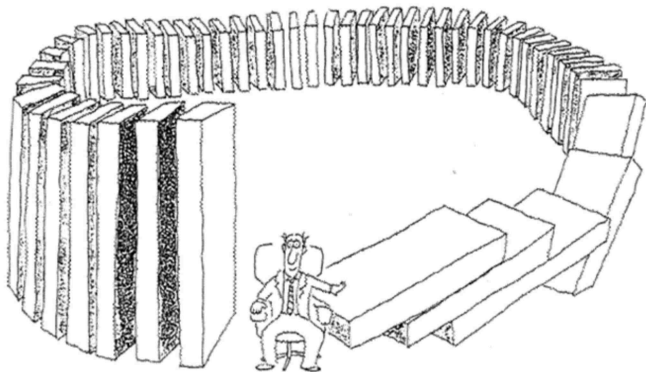
L'être humain fait souvent des *hypothèses de contiguïté temporelle et spatiale* entre cause et effet.

# La complexité du réel



Parfois une stratégie semble être la plus appropriée ...

# La complexité du réel

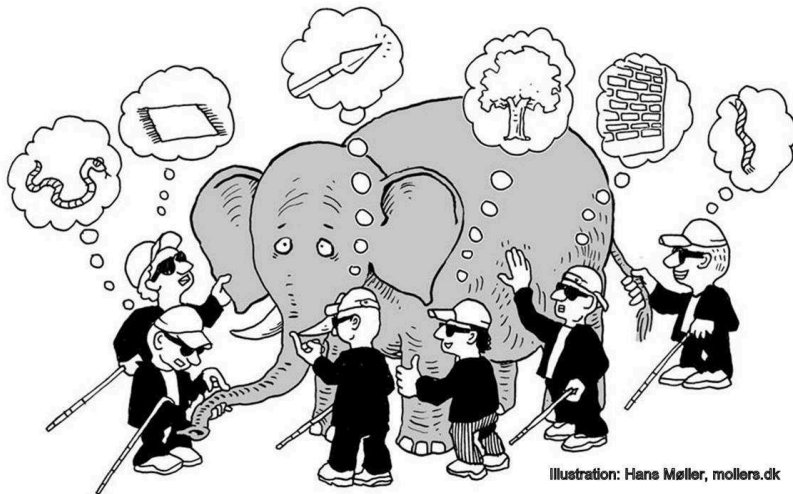


... mais ce n'est pas forcément le cas si on néglige la complexité<sup>1</sup> du problème.

---

<sup>1</sup>du latin *complexus*, c.-à-d. ce qui est tissé ensemble

# Les aveugles et l'éléphant



Ne pas adopter une approche globale/systémique peut nous amener à des simplifications grossières.

*Toutes choses étant causées et causantes,..., et toutes s'entretenant par un lien naturel et insensible qui lie les plus éloignées et les plus différentes, je tiens impossible de connaître les parties sans connaître le tout, non plus que de connaître le tout sans connaître particulièrement les parties (Pascal, Pensées, 199-72-9)*

# Définition de système (Wikipedia)

*Un système est un assemblage d'éléments fonctionnant de manière unitaire et en interaction permanente.*

- ▶ procédés organisés pour assurer une fonction (ex.: système d'éducation, système de production, système de défense).
- ▶ éléments qui se coordonnent pour concourir à un résultat (ex.: système nerveux)
- ▶ appareillage, machine assurant une fonction déterminée (ex.: système d'éclairage, système automobile, système d'exploitation).

Un sous-système est un système faisant partie d'un autre système.

- ▶ Modèle verbal
- ▶ Modèle qualitatif
- ▶ Modèle quantitatif

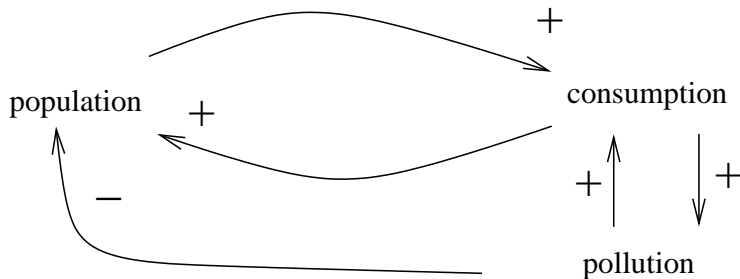
Différences en termes de formalisme, interprétabilité, exécutabilité, implementation, validation.



*Worldwide we observe today an increasing stress on natural resources and the natural environment. The reason for this is a constant increase in **population** and economic activity and, as a consequence, the **consumption of the different resources** and the dumping of wastes in the environment. The consumption has the tendency to increase as the **pollution** stress increases since resource exploitation becomes more difficult. As consumption increases, the material standard of living also improves with a corresponding effect on population development. However, pollution and the diminishing natural resource have feedback effects on the health and life expectancy of the population .*

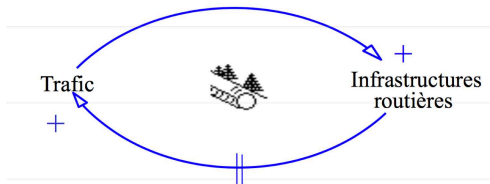
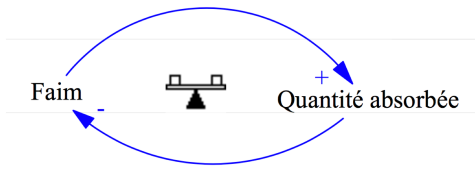
Excerpt from *Modeling and Simulation* by H. Bossel.

# Diagramme d'influence



Description non quantitative du système, qui met en évidence les variables les plus importantes et l'effet que le changement de chacune d'entre elles a sur les autres.

# Diagrammes d'influence



*It is well known that overweighted patients eat chocolate when they get sad. However when they eat chocolate, they gain weight too and their happiness decrease by gaining weight.*

Décrire ce système dynamique avec un diagramme d'influence

- ▶ Systèmes dynamiques peuvent être étudiés et analysés d'une façon intuitive où en ayant recours à un *prototype*.
- ▶ Toutefois la relation entre les entrées et les sorties est souvent compliquée et/ou incertaine (par exemple contrôler un navire-citerne ou votre voiture sur le verglas).
- ▶ Expérimentation par prototype a plusieurs désavantages: coût, lenteur, impraticabilité, risque.
- ▶ Une alternative est l'étude formelle.

- ▶ De nombreux formalismes ont été proposés dans la littérature.
- ▶ Dans ce cours nous utiliserons la notion de système dynamique
- ▶ Trois exemples de systèmes dynamiques sont:
  1. les automates,
  2. les équations différentielles, et
  3. les équations aux différences.
- ▶ Nous analyserons aussi comment modéliser l'incertitude.

# Exemple de modèle mathématique

Brewer (1973) a modélisé l'économie d'un pays de la manière suivante

$$Y(k) = C(k) + I(k) + G(k)$$

$$C(k) = \alpha Y(k-1)$$

$$I(k) = \beta(C(k) - C(k-1)) + I(k-1)$$

$$G(k) = \gamma Y(k-1)$$

$$N(k) = N(k-1) + \Delta(k-1)$$

où  $Y(k)$  est le PIB,  $C(k)$  est la consommation,  $I(k)$  sont les investissements,  $G(k)$  sont les dépenses du gouvernement et  $N(k)$  est la population à l'instant  $k$ .

Notons l'aspect dynamique, le nombre de variables et leurs interactions, la nature continue des variables et la nature discrète du temps.

Qu'en pensez-vous de ce système?

- ▶ L'histoire a montré que la **formalisation mathématique** est avantageuse dans plusieurs domaines.
- ▶ Un modèle ne représente **jamais** la réalité dans toute sa finesse mais fournit une approximation d'autant meilleure qu'on considère des lois plus fines et qu'on dispose de données de meilleure qualité.
- ▶ Dans la modélisation, on doit trancher entre
  1. représenter la réalité avec précision
  2. ne pas compliquer exagérément le modèle.



# *All the models are wrong, but...*

*... some of them are useful (George Box)*

Mouvements des astres:

- ▶ la mécanique quantique est une théorie plus exacte que la mécanique classique, mais plus difficile à manier.
- ▶ Puisque les effets quantiques semblent négligeables pour les mouvements des astres, on utilisera dans ce cas des équations classiques.

# Principe de parcimonie

Le principe de parcimonie (*rasoir d'Ockam*) est un des principes fondamentaux de la science selon lequel

*Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem*

c.-à-d. les modèles ne doivent pas être rendus excessivement compliqués si ceci n'est pas nécessaire.

Parmi deux modèles avec le même pouvoir prédictif, c'est le plus simple qui doit être choisi.

*“... the supreme goal of all theory is to make the irreducible basic elements as simple and as few as possible without having to surrender the adequate representation of a single datum of experience”*

Albert Einstein, Herbert Spencer Lecture, Oxford University, June 10, 1933.

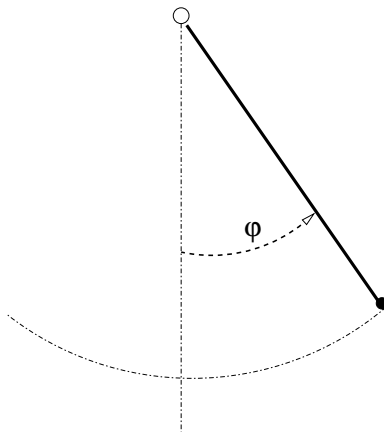
# Caractéristiques générales des modèles empiriques

- ▶ Simplification délibérée: certains aspects sont sélectionnés et d'autres négligés: modèle est une **fiction utile**.
- ▶ Les éléments d'un modèle ne sont pas forcément observables (par exemple atomes).
- ▶ Correspondance modèle-réalité n'est pas de type photographique.
- ▶ Le modèle est empirique si il peut être confrontée à des observations.
- ▶ Le modèle est jugé fécond quand les résultats de mesure s'avèrent suffisamment conformes aux prédictions du modèle.

Référence: Lena Soler *Introduction à l'épistémologie*, Ellipses

# Exemple: le pendule

Le pendule est un système physique composé par une masse suspendue à une tige de longueur  $l$  et soumise à l'action de la pesanteur



## Exemple: le pendule de Galileo



Galileo (1564-1642) aurait découvert l'*isochronisme* du pendule en observant le lustre de la cathedrale de Pisa osciller. Il aurait remarqué que les balancements du lustre conservaient la meme durée, bien que leur oscillation diminuât.

- Modèle 1 (petites oscillations autour de l'origine)

$$\varphi''(t) = -\omega^2 \varphi(t)$$

où  $\varphi$  est le déplacement angulaire,  $\omega^2 = g/l$ , et  $g$  est l'accélération de la gravité.

Vérifiez que la solution est

$$\varphi(t) = \varphi(0) \cos(\omega t)$$

avec période  $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{l/g}$  indépendante de  $\varphi(0)$ .

- Modèle 2 (oscillations plus importantes)

$$\varphi''(t) = -\omega^2 \sin(\varphi(t))$$

Les deux modèles précédents négligent toutefois les forces de friction.

- Modèle 3 (avec friction):

$$\varphi''(t) = -\omega^2 \sin(\varphi(t)) - F(\varphi'(t))$$

où le terme  $F(\cdot)$  est une fonction non-linéaire de la vitesse angulaire.



# Modèle prédictif et modèle explicatif

Deux objectifs:

- ▶ **prédiction**: fournir une prédiction le plus précise possible sur l'évolution d'un système dynamique. La plupart des modèles statistiques sont de nature prédictive.
- ▶ **explication**: fournir une description (ou une compréhension) causale du mécanisme sous-jacent le comportement du système (sciences sociales et économiques).

Les modèles prédictifs sont souvent *data-driven* (machine learning, big data mining). Les explicatifs sont *theory-driven*.

Les pouvoirs prédictifs et explicatifs d'un modèle sont souvent indépendants (en géologie: prédiction des tremblements de terre et modèle de la tectonique des plaques).

La modélisation demande au préalable d'établir

- ▶ **objectif**: représentation d'un phénomène, la simulation d'un réseau ou la prédiction du comportement d'un système physique;
- ▶ **complexité**: certains modèles demandent une profonde connaissance du domaine alors que d'autres peuvent être utilisés automatiquement par une machine (système de contrôle);
- ▶ **précision** requise du modèle. Par exemple la prévision météorologique ne nécessite pas la même précision demandée à un modèle pour le contrôle temps-réel d'un avion;
- ▶ **validation**: définition d'une procédure qui puisse valider le bon comportement du modèle. Cette phase est indispensable avant d'utiliser proprement le modèle.

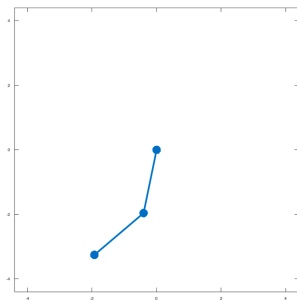
- ▶ Une fois qu'un modèle a été développé et validé il peut être utilisé pour répondre à toute une série de questions "what if":
  - ▶ qu'est-ce qu' il va se produire si j'applique telle action ou tel changement au système?
  - ▶ comment le système va se comporter d'ici un an?
  - ▶ si je veux améliorer la performance, est-ce que je dois apporter la modification 1 ou plutôt la modification 2?
- ▶ Souvent les systèmes réels sont trop complexes pour être évalués analytiquement.
- ▶ Il est nécessaire donc de procéder de manière numérique via une simulation afin d'estimer les caractéristiques du modèle.
- ▶ Simulation= **l'imitation du comportement d'un procédé ou d'un système réel au cours du temps.**

# A quoi sert la simulation?

- ▶ **Compréhension de la réalité:** connaissance additionnelle sur le fonctionnement d'un phénomène (comportements oscillatoires, états d'équilibre, stabilité, instabilité).
- ▶ **Génération de solutions:** les solutions du modèle fournissent des exemples de comportement du système.
- ▶ **Étude de dépendances structurelles:** comportement de solutions en fonction des paramètres (analyse de stabilité, sensibilité et robustesse).
- ▶ **Contrôle:** conception de règles ou d'un système de contrôle capable d'amener le système vers un état désiré.

# Exemple: le double pendule

Le pendule double consiste en un pendule à l'extrémité duquel on accroche un autre pendule. Il est composé par deux tiges de longueur  $l_1$  et  $l_2$  de masse nulle et deux masses  $m_1$  et  $m_2$ . Son évolution est connue pour être très difficile à prédire et fort dépendante de la paramétrisation du système.



# Simulation (II)

- ▶ A partir de la simulation, nous pouvons collecter toute une série de données (**historique**), comme si nous avions accès au système réel.
- ▶ Les données générées synthétiquement peuvent être utilisées pour étudier le comportement et la performance du système.
- ▶ Le résultat de la simulation peut être utile pour plusieurs finalités, comme la prédiction, l'analyse et/ou la prise de décision.
- ▶ Souvent le modélisateur n'est pas intéressé uniquement à une solution mais à une famille de solutions (par exemple en fonction d'un paramètre ou des conditions initiales).

- ▶ Considérons un entrepreneur d'une société industrielle qui se pose la question: *doit-on construire ou non une nouvelle usine de production?*
- ▶ Sa question est de savoir si le coût de l'élargissement sera amorti par le gain en productivité.
- ▶ Il pourrait être intéressant d'avoir un outil qui puisse simuler le changement en productivité au cas de la disponibilité d'une nouvelle usine.
- ▶ Ceci lui permettrait de tester la nouvelle configuration *comme si* (what if) elle était réalisée.

La simulation est un des outils le plus communément utilisés dans les sciences et les sciences appliquées. Les raisons de ce succès sont:

- ▶ puissance de calcul toujours en croissance
- ▶ outils logiciels conçus exprès pour la simulation.
- ▶ la nécessité et la volonté de manipuler des modèles de plus en plus détaillés et complexes (notamment multi-agents et/ou avec incertitude).



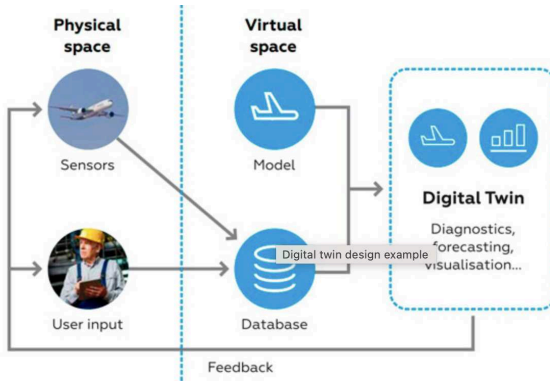
# Exemple d'applications

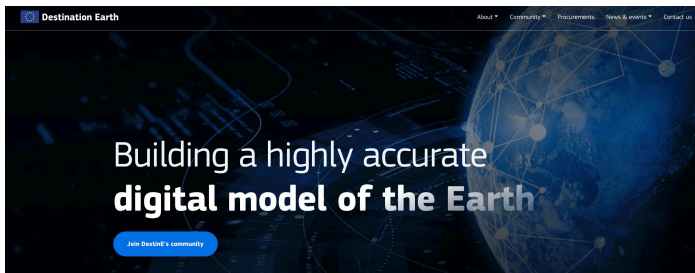
- ▶ Jumeaux numériques.
- ▶ Conception et analyse des systèmes de productions.
- ▶ Conception et analyse des systèmes informatiques autant que des plateformes hardware.
- ▶ Évaluation des stratégies d'ordonnancement.
- ▶ Conception des systèmes de communication et des protocoles d'échange des messages.
- ▶ Conception et analyse de systèmes de transport.
- ▶ Évaluation de la logistique d'organisation de services: hôpitaux, bureau de poste, restaurants.
- ▶ Étude des systèmes complexes et à grande échelle (économie, finance, biologie).
- ▶ Applications militaires.

- ▶ Modèle virtuel d'un objet physique.
- ▶ Intègre un modèle et les données en temps réel envoyées par les capteurs pour simuler le comportement et surveiller les opérations.
- ▶ Utilisés pour reproduire de nombreux éléments du monde réel: composants, équipements dans une usine, installations complètes (par exemple des éoliennes, des villes et même la planète entière) .
- ▶ Superviser les performances d'une ressource, identifier les défaillances potentielles et de prendre des décisions concernant la maintenance et le cycle de vie.
- ▶ Secteurs: construction, fabrication, énergie, automobile, mobilité, environnement

# Jumeaux numériques vs simulation

- ▶ JNs s'appuient sur des simulations basées sur des modèles virtuels
- ▶ Les simulations sont généralement utilisées pour la conception et, dans certains cas, pour l'optimisation hors ligne. Les concepteurs apportent des modifications aux simulations pour observer des scénarios hypothétiques.
- ▶ Les JNs sont des environnements virtuels complexes avec lesquels vous pouvez interagir et que vous pouvez mettre à jour en temps réel: aussi ils sont liés à des objets physiques réels.
- ▶ Exemple: le jumeau numérique d'une voiture est lié au véhicule physique et connaît tout sur la voiture elle-même (statistiques de performance, pièces remplacées, anomalies observées par les capteurs, carnets d'entretien)
- ▶ Intégration avec IoT et IA.





Destination Earth is a flagship initiative of the European Commission to develop a highly-accurate digital model of the Earth (a digital twin of the Earth) to model, monitor and simulate natural phenomena, hazards and the related human activities. Goal: assist users in designing accurate and actionable adaptation strategies and mitigation measures.

<https://destination-earth.eu>

# Quand la simulation est appropriée?

- ▶ Quand la résolution analytique du modèle n'est pas possible ou praticable. Ceci est souvent le cas quand le modèle est de nature stochastique ou contient des relations logiques, du genre IF  $u = \dots$  THEN  $y = \dots$ .
- ▶ Quand nous nous contentons d'une solution satisfaisante au lieu d'une solution optimale.
- ▶ Études des interactions dans un système complexe.
- ▶ Support à la compréhension de systèmes complexes (feedback, nonlinearité, délais)
- ▶ Quand la connaissance obtenue pendant la simulation peut mener à des améliorations du système sous analyse.
- ▶ Outil d'enseignement, d'auto-apprentissage, de visualisation.
- ▶ Évaluation des scénarios avant la construction ou la réalisation d'un système (avion, pont, réorganisation d'une banque).
- ▶ Vérification empirique de résultats analytiques.

# Quand la simulation n'est pas appropriée?

- ▶ La solution au problème peut être facilement trouvée par le sens commun.
- ▶ La solution peut être trouvée de manière analytique.
- ▶ Les expériences directes sont plus faciles à mener.
- ▶ Les coûts dépassent les avantages.
- ▶ Les contraintes de temps ou les ressources ne la rendent pas possible.
- ▶ Le système est trop complexe à modéliser.
- ▶ Aucune possibilité de valider le modèle n'existe.

# All decisions are based on models . . . and all models are wrong

- ▶ Ne soyez pas dogmatiques par rapport aux modèles. Rejetez l'argument d'autorité (libre examen).
- ▶ Chaque modèle fait des hypothèses (trop souvent cachées) et des abstractions: essayez toujours de les comprendre et de les analyser de manière critique.
- ▶ Souvent plusieurs modèles sont en compétition pour expliquer le même phénomène.
- ▶ Un modèle est un outil puissant qui peut avoir des conséquences énormes et parfois désastreuses (modèle économique du FMI et politique économique et sociale en Grèce).
- ▶ Toutes les décisions (personnels, politiques, économiques, environnementales) sont prises sur bases de modèles et .... tous les modèles sont faux.



# Le FMI et l'affaire des multiplicateurs

- ▶ Le FMI a admis des erreurs dans le plan de sauvetage de la Grèce du 2010.
- ▶ Au moment où le plan d'aide à la Grèce a été élaboré, il était prévu que le PIB baisserait de 5,5% entre 2009 et 2012; en fait la chute a été de 17%!
- ▶ Le chômage, au lieu de s'établir à 15% comme prévu, est monté en 2012 à 25%.
- ▶ FMI a admis qu'il s'était trompé dans son hypothèse de travail concernant le *multiplicateur budgétaire*: il avait estimé que le PIB baisserait simplement de 0,5 point pour chaque point d'ajustement budgétaire.
- ▶ Sous-estimation de l'impact de l'austérité sur l'économie grecque.

# All decisions are based on models . . . and all models are wrong

- ▶ Ce n'est pas le niveau de formalisme (par exemple quantité de math) ou de complexité (par exemple le nombre d'équations) d'un modèle qui le rend correct, meilleur ou utile.
- ▶ Un modèle (comme une théorie) est scientifique seulement s'il est *réfutable*, c.-à-d. il est possible de mener des expériences (tests) qui pourraient entrer en contradiction avec ses prédictions.

# Truth is a model

*The most common misunderstanding about science is that scientists seek and find truth. They don't. They make and test models.... Making sense of anything means making models that can predict outcomes and accommodate observations. Truth is a model. (Neil Gershenfeld, American physicist, 2011)*