ECUACIONES DIFERENCIALES Y EN DIFERENCIAS

TALLER 7

Tema: Ecuaciones Lineales Homogéneas de orden superior

Objetivos:

- Identificar ecuaciones diferenciales Homogéneas de orden superior.
- Determinar soluciones generales de ecuaciones diferenciales homogéneas de orden superior.
- Obtener a partir de una solución general otra solución a la ecuación diferencial.

Una ecuación diferencial lineal de orden n de la forma

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = 0$$

Se llama homogénea, mientras que una ecuación

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

Donde $g(x)$ no es idénticamente cero, recibe el nombre de ecuación diferencial lineal no homogénea, por ejemplo $2y'' + 3y' - 5y = 0$ es una ecuación diferencial homogénea lineal de segundo orden, mientras que

$x^3y^{(3)} + 6y' + 10y = e^x$ es una ecuación diferencial y de tercer orden.

Sean $y_{1+}\ y_{2+}\ .\ .\ .+y_n$ un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial lineal homogénea de orden n de la forma $a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = 0$, en un intervalo I. Entonces la solución general de la ecuación de la ecuación en el intervalo es $y = c_1y_1(x) + c_2y_2(x) + .\ .\ . + c_ny_n(x)$ donde $c_{i,}\ i: 1,2,\dots,n$ son constantes arbitrarias.

1. Si $y = c_1 + c_2x^2$ es una familia de soluciones de la ecuación diferencial $xy'' - y' = 0$ en el intervalo $(-\infty, \infty)$ muestre que las constantes c_1 y c_2 no se pueden determinar, de tal manera que un miembro de la familia satisfaga las condiciones $y(0) = 0, y'(0) = 1$.
2. Determine a dos miembros de la familia de soluciones en el problema anterior que satisfaga las condiciones iniciales $y(0) = 0,\ y'(0) = 0.$
3. Sea $n = 1,2,\dots$, explique cómo las ecuaciones $D^nx^{n-1} = 0$ y $D^nx^n = n!$ se pueden usar para determinar las soluciones generales de las diferenciales.
   a. $y'' = 0$
   b. $y^{(n)} = 0$
   c. $y^{(3)} = 6$
   d. $y^{(4)} = 24$
   e. $y'' = 2$
4. Suponga que $y_1 = e^x$; $y_2 = e^{-x}$ son dos soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea. Explique por qué $y_3 = coshx$; $y_4 = senhx$ también son soluciones de la ecuación.