

PROYECTO DE CONTROL DE LA ORIENTACIÓN DE UN BUQUE

1. ANTEPROYECTO

RESUMEN

El proyecto persigue diseñar un sistema de control de la orientación de un buque de carga marítima. Mediante la modelación del ángulo del timón para un rumbo dado, se busca optimizar el trayecto y ejecutar maniobras que minimicen el tiempo de transporte y el impacto sobre la mercancía.

1.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema emplea un modelo dinámico junto con sensores de orientación y algoritmos de control avanzados para detectar y corregir en tiempo real cualquier desviación de rumbo causada por viento u oleaje. De este modo, mantiene con gran precisión la trayectoria deseada, mejora la eficiencia del combustible y la seguridad de la navegación, y minimiza el impacto sobre la carga, controlando las señales de entrada, salida y perturbaciones más relevantes.

Se escogen como señales (entradas, salidas y perturbaciones) a controlar las consideradas más relevantes para el sistema.

- Entradas: Posición de la pala del timón respecto a la dirección del barco. δ (s)
- Salidas: Ángulo de orientación del buque respecto al ángulo de orientación inicial (Posición angular): ψ (s)
- Perturbaciones: Resistencia que ejerce el agua sobre la pala δ_e (s) y fuerza del viento ejercida sobre el buque. ψ_e (s)

Una vez definidas las variables que intervendrán en nuestro control, se establecerán los límites para modelar nuestro sistema de control. Se comentará la forma de obtención de las medidas del sistema.

El sistema impondrá límites físicos de deflexión de la pala del timón entre -35° y $+35^\circ$ (con 0° como posición neutral alineada al eje vertical) para evitar que el par hidrodinámico exceda la resistencia estructural y supere los límites mecánicos. La perturbación principal a controlar será precisamente ese par generado sobre la pala, aunque en un modelo más completo podrían considerarse también vibraciones del motor, fuerza del oleaje y corrientes marinas.

La salida de nuestro sistema será el ángulo deseado que podrá ser tanto un valor positivo como negativo.

1.2. MODELO DEL SISTEMA

Para nuestro caso el modelo que deseamos tiene que ser uno de segundo orden como mínimo el cual sea capaz de adecuarse rápidamente a la salida.

Hugo Collantes
Pablo Tobalina

$$T_1 T_2 \frac{\partial^2 r(t)}{\partial t^2} + (T_1 + T_2) \frac{\partial r(t)}{\partial t} + r(t) = K \left(\delta(t) + T_3 \frac{\partial^2 \delta(t)}{\partial t^2} \right)$$

Figura 1 (Ecuación diferencial de segundo orden de Nomoto)

Donde T_1 , T_2 y T_3 son coeficientes que definen aspectos físicos del buque y K se define como la ganancia de la planta del sistema.

Según el modelo de Nomoto, eliminando la velocidad lateral, se obtiene una función de transferencia que relaciona la velocidad de cambio de rumbo con la dirección.

$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{K(1+T_3 s)}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

Figura 2 (FT)

Aunque, en esta función, hay que realizar un cambio en nuestro caso, ya que no podemos relacionar velocidad angular $r(s)$ cuyas unidades son (rad/s) con posición en grados $\delta(s)$ (rad). Como se vió en clase se incluye un integrador para solucionar el problema ($r(s)=s\psi(s)$) consiguiendo que nuestra función de transferencia quede de la siguiente forma:

$$\frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{K(1+T_3 s)}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

Figura 3 (FT corregida)

Se observa el nuevo polo en el origen que nos da el integrador complicando nuestro sistema.

Como se observa, la función de transferencia en lazo abierto depende de unos parámetros que debemos de determinar (T_1 , T_2 , T_3 y K). Estos parámetros tienen relación con elementos físicos del buque a analizar como puedan ser longitud, peso... Los buques de transporte trasatlánticos actuales destinados para el transporte de mercancías cuentan con grandes longitudes y peso que tendremos que tener en cuenta.

El cálculo de estos coeficientes se realizan con diferentes ensayos destacando el del zigzag. El buque que se tiene como ejemplo es un buque de 70.5 m de eslora y de $2864 m^3$ de desplazamiento. Teniendo en cuenta las medidas del buque escogido para la realización del proyecto, se obtienen unas constantes determinadas.

K	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)
0.031	31	15	5

Tabla 1(coeficientes seleccionados)

Se va a representar un diagrama de bloques del sistema incluyendo las perturbaciones que padece el buque, destacando como primera perturbación la nombrada anteriormente . Además de incluir el integrador descrito anteriormente con el fin de solucionar el problema. En este diagrama se incluirá la segunda perturbación que nombramos pero no se considerará relevante. Se escogerá como principal la resistencia acuática. El diagrama es el siguiente:

Hugo Collantes
Pablo Tobalina

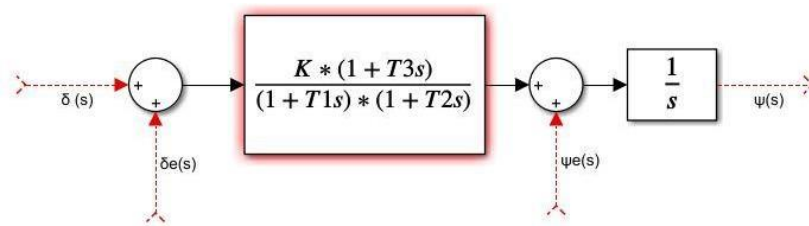


Figura 5 (Diagrama de bloques del sistema propuesto realizado en Simulink)

Las funciones resultantes de transferencia de la salida respecto a las dos perturbaciones nombradas previamente son las siguientes:

$$\frac{\psi(s)}{\delta_e(s)} = \frac{K(1+T_3s)}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} \quad \frac{\psi(s)}{\psi_e(s)} = \frac{1}{s}$$

Figura 6 (FT de la salida respecto a las perturbaciones)

1.3. OBJETIVOS DE COMPORTAMIENTO

Para continuar el proyecto que se está realizando se deben poner unas condiciones, las cuales tiene que cumplir la planta. Se proponen las siguientes especificaciones una vez considerados los coeficientes de la planta y las perturbaciones del sistema para que la respuesta deseada del sistema se cumpla:

- Que el error estacionario sea nulo $e_p = 0$, ya que una pequeña desviación en el valor final de la dirección del buque puede ser un problema importante en el rumbo que toma el buque.
- El tiempo de estabilización $T_s[1\%] \leq 200$ s, cogemos un tiempo de estabilización coherente para un buque marítimo de carga, un tiempo de estabilización pequeño provocaría un gran cambio en su orientación, pudiendo dañar la mercancía.
- Se requiere que el sobreimpulso $MP \leq 5\%$, evitando a toda costa la oscilación del sistema.

Para las perturbaciones también debemos proponer unas condiciones:

- Se introducirán escalones cuya amplitud simulará el valor máximo a corregir por nuestro sistema
- Que el error estacionario producido por la perturbación sea nulo, sin afectar a la salida del sistema.
- La máxima variación que podrá producir las perturbaciones a la hora de actuar tendrá un máximo de variación 5° ($\Delta\psi_{\max} = \pm 5^\circ$)., para el caso del tiempo máximo que debe durar la perturbación en nuestro sistema para volver a la situación inicial será de una décima parte del tiempo de estabilización del sistema ($\Delta t_{\max} = 20$ s).

2. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Una vez presentadas las especificaciones a cumplir para el diseño del controlador del sistema, se presentarán dos diseños, utilizando los métodos asignación y cancelación. Se usarán para enfrentarnos al problema de **seguimiento de referencia** de la planta y para el **rechazo de perturbación**.

Antes de realizar cualquier transformación al plano Z, para no tener ningún problema durante el muestreo, se establecerá el periodo de muestreo.

2.1. ESTABLECIMIENTO DEL PERIODO DE MUESTREO

Según lo estudiado en la asignatura, y como nuestro sistema se asemeja a un SSO (Sistema de Segundo Orden), obtenemos las siguientes expresiones, donde se considera que $K_{min}=10$.

$$T < \frac{t_s}{k_{min}}$$

$$T < \frac{2t_n}{k_{min}} = \frac{2\pi}{\omega_d k_{min}}$$

De la primera expresión, considerando nuestro T_s de 200s, se obtiene $T < 20s$, si ahora se considera el tiempo de estabilización ante perturbaciones, se deduce que $T < 2s$.

Para obtener un periodo de muestreo el cual cumpla nuestras especificaciones se van a analizar los polos de la planta en lazo abierto. Para ello se obtiene el polinomio característico de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{K(1+T_3s)}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} \rightarrow P_{CLA}(s) = s^2 + \frac{T_1+T_2}{T_1T_2}s + \frac{1}{T_1T_2}$$

$$\zeta = \frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2}} \approx 1.0665 \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2}} \approx 0.046374 \text{ rad s}^{-1}$$

Aplicando ahora la fórmula del tiempo de estabilización al 1% se obtiene el siguiente periodo de muestreo:

$$T_s[1\%] = \frac{4.6}{\zeta\omega_n} = 93s \quad T < \frac{93s}{10} = 9.3s$$

Con un periodo de muestreo menor que todas las especificaciones requeridas serviría, por lo tanto, se ha escogido un periodo de muestreo:

$$T=1s$$

Si calculamos las constantes de tiempo de cada polo del sistema, para luego obtener los tiempos de estabilización de cada etapa y volver a usar la expresión (2), seremos capaces de obtener la una condición más para el periodo de muestreo:

$$\tau_1 = T_1 = 31s \quad t_{s1} = 4.6\tau_1 = 142.6s \quad T < \frac{142.6}{10} = 14.26s$$

$$\tau_2 = T_2 = 15s \quad t_{s2} = 4.6\tau_2 = 69s \quad T < \frac{69}{10} = 6.9s$$

Como vemos, estas condiciones se cumplen para el periodo de muestreo elegido.

2.2. DISEÑO DE CONTROLADORES

Tras la elección del periodo de muestreo. El diseño de cada controlador se hará mediante dos diferentes métodos de diseño. Un método de diseño será el de Asignación de Polos y otro método será mediante el Método de Cancelación (Método de Truxal – Guillemin - Ragazzini).

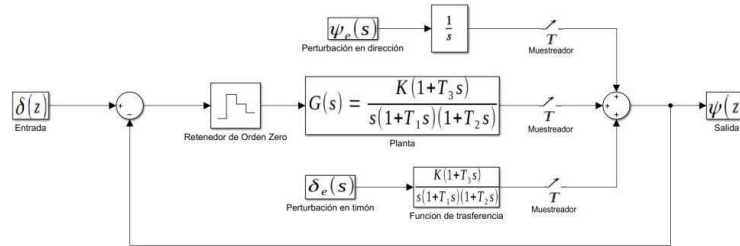


Figura 7: transformación a digital

Si cambiamos el diseño de nuestro sistema analógico a un sistema digital, obteniendo también las posibles perturbaciones en la parte discreta, podremos operar para obtener un análisis completo de la salida. Nuestra función de transferencia del sistema discreto será la siguiente:

$$\psi(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} \delta(z) + \frac{1}{1+G(z)} \mathbb{Z}[G1(s) G2(s) \delta e(s)]_{(z)} + \frac{1}{1+G(z)} \mathbb{Z}[G2(s) \psi e(s)]_{(z)}$$

2.3 Controlador para el Seguimiento de la Referencia:

Este diseño inicial asume que no hay perturbaciones, por lo que el controlador se centra únicamente en generar la acción necesaria para que la salida siga fielmente la señal de referencia. A continuación se presenta su función de transferencia.

$$\psi(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)} \delta(z)$$

2.4 Diseño del Controlador mediante Asignación de Polos-Ceros:

En este diseño inicial el controlador ajusta el comportamiento de la planta añadiendo polos y ceros (sin considerar perturbaciones) y evitando cancelaciones indeseadas salvo que se incorporen explícitamente en la ecuación diofántica en lazo cerrado. Además, se respeta el número de retardos original de la planta discreta. Tras muestrear el sistema con Scilab, se obtiene la función de transferencia correspondiente.

$$G(z) = G_m(z) = (1 + z^{-1}) \mathbb{Z} \left[\frac{G(s)}{s} \right] =$$

$$\begin{matrix} \text{[zpk]} \\ 0.000172116 \end{matrix} \frac{(z-0.81873) (z+1.03414)}{(z-1) (z-0.968257) (z-0.935507)} = \frac{K (z-c_0) (z-c_1)}{(z-p_0) (z-p_1) (z-p_2)} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Sabiendo que $D(z) = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)}$ y teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, obtenemos la sensibilidad complementaria del sistema $T(z)$:

$$T(z) = \frac{B(z)\beta(z)}{\gamma(z)}$$

Donde $\gamma(z)$ es la ecuación diofántica del sistema.

Sabiendo que la cantidad de polos y ceros tiene que ser tal para que no existan ni adelantos ni retrasos, se obtienen las siguientes condiciones:

$$n\alpha = n\beta = n - 1 + c$$

$$n\gamma = n + n\alpha$$

En este caso donde el orden n del denominador es 3 y las condiciones son nulas ($c=0$) ya que presenta un integrador nuestro sistema, obteniendo un $ep=0$. Se resuelve que $n\alpha = n\beta = 2$ y que $n\gamma = 5$.

Analizaremos qué polos y ceros contiene la planta para saber si podemos cancelarlos o no:

Cancelación de Ceros:

-Cero en $c_0 = -1,03414$:

Al ser un cero negativo y fuera del círculo unidad, su influencia directa sobre la respuesta es mínima, pero no debe cancelarse, ya que al aparecer como polo en la sensibilidad a la acción de control $S_a(z)$, provocaría inestabilidad interna.

-Cero en $c_1 = 0.81873$:

Es un cero lento positivo, que puede generar sobreimpulso si no se cancela. Como no afecta la estabilidad interna y el sistema no considera perturbaciones, se cancela sin problemas.

Cancelación de Polos:

-Polo en $P_1 = 1$:

Este polo es estable, por lo que eliminarlo supondría una gran inestabilidad en el sistema.

-Polos en $P_2 = 0.968257$ y $P_3 = 0.935507$:

Estos polos se deben anular, ya que se encuentran muy cerca del OUD, y pueden suponer problemas con otras condiciones que serán nombradas posteriormente.

Ahora debemos buscar los polos que debemos añadir, si consideramos un sobreimpulso máximo de 5%, obtendremos un sistema de segundo (2 polos).

Para un sistema de segundo orden:

$$Pcd_2(z) = z^2 - 1.9774885z + 0.9777512 = z^2 + a_1z + a_0; p_{z1,2} = 0.9774791 \pm i(0.0230684)$$

Con todo, los polos y cero que anularemos serán los siguientes: p_1, p_2, c_1 . El polo que añadiremos será: P_{z12} . Se obtienen las siguientes expresiones simplificadas:

$$\alpha(Z) = \alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2 \rightarrow \alpha(Z) = (z - c_1)(\alpha_0 z + \alpha_1)$$

$$\beta(Z) = (\beta_0 z^2 + \beta_1 z + \beta_2) \rightarrow \beta(Z) = (z - p_1)(z - p_2)\beta_0$$

Relacionamos los polinomios que obtenemos para nuestro segundo orden mediante la ecuación diofántica, obtendremos la siguiente relación que la resolveremos mediante el uso de la Matriz de Sylvester.

$$(z - p_0)(z - p_1)(z - p_2)(\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2) + K(z - c_0)(z - c_1)(\beta_0 z^2 + \beta_1 z + \beta_2) = (z - p_1)(z - p_2)(z - c_1)(z^2 + a_1 z + a_0)$$

Para hacer los cálculos más sencillos y conseguir cancelar los polos y ceros deseados, reduciremos el grado del polinomio extrayendo el polo o cero que se desea cancelar y reduciendo uno o dos grados el polinomio con coeficientes. Tras las simplificaciones correspondiente la matriz siguiente:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -p_0 & 1 & 1 \\ 0 & -p_0 & -c_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ K\beta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \alpha_0 = 1 & \alpha_0 = 1 \\ -p_0\alpha_0 + \alpha_1 + K\beta_0 = a_1 & \Leftrightarrow \alpha_1 = -0.9554691 \\ -p_0\alpha_1 - c_0K\beta_0 = a_0 & \beta_0 = 2.9686441 \end{cases}$$

Hugo Collantes
Pablo Tobalina

$$D(z) = 2.96864 \frac{(z - 0.968257)(z - 0.935507)}{(z - 0.955469)(z - 0.81873)}$$

La función de transferencia del sistema controlado $T_{yr}(z)$, será la misma que función de la sensibilidad complementaria $T(z) = T_{yr}(z) = \frac{B(z)\beta(z)}{\gamma(z)} = 0.510951 \cdot 10^{-3} \frac{(z - 1.03414)}{(z^2 - 1.95496z + 0.955997)}$

2.5 Diseño del Controlador mediante el método de cancelación (Truxal):

El objetivo del método de Truxal es que cumpla la condición $T_{yr}(z) = T(z)$:

$$T(z) = \frac{D(z)G(z)}{1+G(z)D(z)} \text{ (FT lazo cerrado sin perturbaciones) ;}$$

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{T(z)}{S(z)}; \quad S(z) = 1 - T(z) \text{ (Sensibilidad)}$$

El controlador debe ser realizable, es decir, con exceso polo-cero nulo (o, al menos, sin menos retardos que la planta). Se cuidará de no cancelar polos inestables ni añadir polos o ceros que introduzcan oscilaciones ocultas. Para resolver el problema de la sensibilidad complementaria $\bar{T}(z)$, se plantea un modelo de sensibilidad complementaria modificada que incorpora todas las condiciones necesarias para cumplir las especificaciones de diseño.

$$\bar{T} = z^{-r} \frac{k_0 + k_1 z^{-1} + k_2 z^{-2} + \dots + k_n z^{-n}}{Pcd(z)} (1 - n_1 z^{-1})(1 - n_2 z^{-2}) \dots (1 - n_m z^{-m})$$

Especificaciones de diseño para el diseño de nuestro controlador:

1-calculamos el exceso polo-cero de la planta. Para nuestro caso $r = 1$ (un polo más que ceros).

2-El cero que no cancelaremos será c_0 , Como ya se había comentado en el diseño por asignación, este cero negativo puede suponer un problema en la estabilidad al estar fuera del OUD, con lo que no lo cancelaremos. $(1 - n_1 z^{-1}) = (1 - c_0 z^{-1})$

3-Al establecer las condiciones que debe reflejar el numerador, tomamos en cuenta el número de restricciones aplicadas a la sensibilidad $S(z)$. Entre los polos que no queremos anular se encuentra el polo unitario p_0 . Así, la expresión resultante es la siguiente. $S(z) = (1 - p_0 z^{-1}) \dots \leftrightarrow k_0$

El polinomio característico recíproco deseado será el mismo que el calculado para el método por asignación.

$$Pcd(z) = Pcd_2(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}$$

Se obtiene la siguiente expresión de la sensibilidad complementaria:

$$\bar{T} = z^{-1} \frac{k_0}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}} (1 - c_0 z^{-1}) = \frac{k_0(z - c_0)}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

Es necesario simplificar el controlador para evitar cancelaciones entre controlador planta. Se aplica en un inicio el método por división, calcularemos cual es la sensibilidad modificada del sistema controlado utilizando la expresión.

$$\bar{S} = 1 - \bar{T} = \frac{1 + (a_1 - k_0 c_0) z^{-1} + (a_0 + c_0 k_0) z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}}$$

Dividiendo este polinomio por S(z):

$$\frac{1+(a-k)z^{-1}+(a+c-k)z^{-2}}{1+z^{-1}} = \alpha_2 z^{-2} + \frac{1+\alpha_1 z^{-1}}{1+z^{-1}}; \quad \alpha_1 = 1+a-k, \quad \alpha_2 = a+c-k+a$$

$$\alpha_2 = a_0 + c_0 k_0 + \alpha_1 = a_0 + c_0 k_0 + 1 + a_1 - k_0 = 0; \quad k_0 = 0.511 \cdot 10^{-3}; \quad \alpha_1 = -0.9554691$$

Se obtiene la siguiente expresión para la sensibilidad modificada:

$$\bar{S} = \frac{(z-1)(z+\alpha_1)}{z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0}$$

$$\text{Despejando } D(z) \text{ de: } D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{T(z)}{S(z)} = 2.96864 \frac{(z-0.968257)(z-0.935507)}{(z-0.955469)(z-0.81873)}$$

Se puede demostrar que el error unitario es nulo mediante el teorema de valor final.

2.6 Controlador para el Seguimiento de la Referencia y Rechazo de Perturbaciones:

Se plantea un control de dos grados de libertad, con un prefiltro F(z) que optimiza la dinámica de seguimiento de la referencia y un controlador R(z) en el lazo de realimentación que atenúa perturbaciones externas. Esta separación de funciones permite diseñar por separado el seguimiento y el rechazo de perturbaciones, aumentando así la robustez.

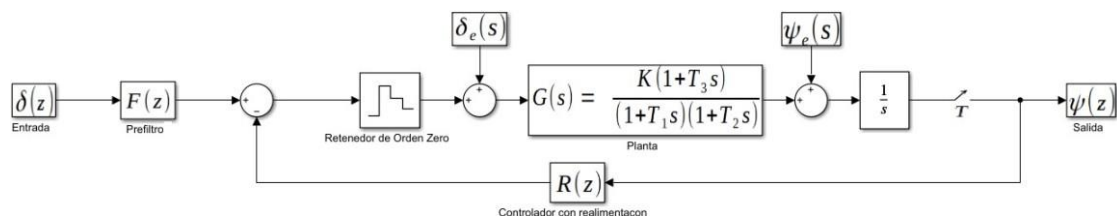


Figura 8: Diagrama de control digital considerando las perturbaciones.

Para hacer el diseño de los controladores, al igual que el anterior, realizaremos dos diferentes diseños empleando por un lado el método por asignación de polos (para diseñar el rechazo a la perturbación) y por otro lado aplicando el método de Truxal, (para diseñar el seguimiento de la referencia).

Utilizando la expresión $\psi(z) = \frac{D(z)G(z)}{1+D(z)\delta(z)} \delta(z)$ y modificándose gracias a la figura 8, y a demás realizando lo hecho anteriormente con el diseño de un grado de libertad y simplificando, obtenemos:

$$\psi(z) = \frac{B(z)\alpha(z)}{Y(z)} F(z) \delta(z) + \frac{A(z)\alpha(z)}{Y(z)} \mathbb{Z}[G_1(s)G_2(s)\delta_e(s)]_z + \frac{A(z)\alpha(z)}{Y(z)} \mathbb{Z}[G_2(s)\psi_e(s)]_z$$

Conociendo cuales son los coeficientes que definen en este caso el controlador R(z), lo primero que haremos será diseñar nuestro controlador para el rechazo perturbaciones, Una vez conocido el controlador R(z), lo que haremos será diseñar un el controlador F(z) para el seguimiento de la referencia. Para poder realizar el diseño del controlador ante perturbaciones, vamos a obtener las transformadas Z de las expresiones que definen las perturbaciones:

-Para la perturbación del timón:

$$G_{12}(z) = \mathbb{Z} [G_1(s) G_2(s) \delta_e(s)]_{(z)} = 4,23581 \cdot 10^{-5} \frac{z (z - 0.81873) (z + 1.03414)}{(z - 1)^2 (z - 0.968257) (z - 0.935507)} \\ = \frac{K_{12} (z - c_0) (z - c_1) (z - c_3)}{(z - p_0) (z - p_0') (z - p_1) (z - p_2)}$$

-Para la perturbación de la pala:

$$G_1(z) = \mathbb{Z} [G_2(s) \psi_e(s)]_{(z)} = \frac{z}{(z - 1)^2} = \frac{(z - c_4)}{(z - p_0) (z - p_0')}$$

2.7 Diseño del Controlador para el Rechazo de Perturbaciones:

Una de las condiciones que se había impuesto para el rechazo de perturbaciones era que el error en estado estacionario tenía que ser nulo. A la expresión que define el error, le aplicamos el teorema del valor final para conocer cuál es la cantidad de polos y ceros necesarios en el controlador: $e(z) = \delta(z) - \psi(z)$. Aplicándolo a cada perturbación se obtiene lo siguiente:

$$e_{p\psi} = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) e_{\delta e(z)} = \frac{K_1 (z - c_4)}{(z - p_0)(z - p_0')}, e_{p\delta} = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) e_{\psi e(z)} = \frac{K_{12} (z - c_0)(z - c_1)(z - c_3)}{(z - p_0)(z - p_0')(z - p_1)(z - p_2)},$$

Nuestra única opción para que el error sea nulo será forzar a $\alpha(z)$ que anule los dos polos ya que tenemos polos en el origen en el numerador. El método que usaremos para obtener todos los coeficientes será muy similar al del método de asignación de polos. Sabiendo que el orden del denominador de la planta es de orden 3, es decir, $n = 3$, obtendremos que $n\alpha = n\beta = 3$. Finalmente el número de polos que debemos tener en lazo cerrado será $n\gamma = 6$. Ahora diseñamos nuestro polo dominante con el T_s de la perturbación: $P_z = e^{(-4,6 T / \Delta t_{max})} = e^{(-4,6 T / 20)} = 0.7945336$

Como ya sabemos los polos y ceros a eliminar, conseguimos:

$$\alpha(z) = (z - p_0)(\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2), \beta(z) = (z - p_1)(z - p_2)(\beta_0 z + \beta_1), \gamma(z) = (z - p_z)(z - p_1)(z - p_2)z^3.$$

p_1 y p_2 serán polos que eliminaremos para que no afecten a la dominancia del nuevo polo dominante z^3 será la cantidad de ceros extra. Si seguimos desarrollando llegamos a la siguiente matriz de Sylvester:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2p_0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ p_0^2 & -2p_0 & 1 & -(c_0+c_1) & 1 & 0 \\ 0 & p_0^2 & -2p_0 & c_1c_0 & -(c_0+c_1) & 0 \\ 0 & 0 & p_0^2 & 0 & c_1c_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ K\beta_0 \\ K\beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -p_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Una vez resuelta la matriz, obtendremos los coeficientes necesarios para el diseño controlador. Con esto, el controlador que usaremos para el rechazo de perturbaciones es el siguiente:

$$R(z) = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)} = \frac{(z - p_1)(z - p_2)(\beta_0 z + \beta_1)}{(z - p_0)(\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2)} = 6017.71 \frac{(z - 0.968257)(z - 0.935507)(z - 0.461999)}{(z - 1)(z - 0.557281)(z + 0.727004)}$$

2.8 Diseño del Controlador para el seguimiento de la Referencia (Truxal):

Para este diseño solo tomaremos la parte que no depende de las perturbaciones de la respuesta del sistema que será:

$$T_r(z) = \frac{B(z) \alpha(z)}{\gamma(z)} F(z) \delta(z) = T_{yr} \delta(z) ; T_{yr} = \frac{B(z) \alpha(z)}{\gamma(z)} F(z)$$

T_{yr} corresponde con la respuesta en lazo cerrado del sistema y es igual a la sensibilidad complementaria del sistema, con lo que será sencillo despejar el prefiltro $F(z)$.
Despejando y sustituyendo los coeficientes del controlador, obtenemos $F(z)$:

$$F(z) = \frac{2.96864(z-0.968257)(z+0.935507)(z+0.794534)(z+1.5997*10^{-5})(z+1.5997*10^{-5})(z+2.55929*10^{-5})}{(z-1)(z-0.81873)(z+0.727004)(z-0.557281)(z^2-1.95496z+0.955997)}$$

Calculando la sensibilidad del sistema es la esperada ya que se tienen dos ceros en OUD, los cuales serán necesarios para cancelar las perturbaciones.

2.9 Discretización de controlador analógico:

Los métodos o técnicas de diseño que se han planteado hasta ahora se basan en técnicas de diseño para sistemas digitales, aunque en la realidad se suele realizar un diseño mediante técnicas de diseño analógico (mucho más sencillas que las discretas) para luego discretizar el controlador. Para este apartado realizaremos el diseño analógico de nuestro controlador para luego discretizar su comportamiento aproximadamente. Para este último, el diseño que realizaremos será mediante el Método Trapezoidal o de Tustin, garantizamos que si nuestro controlador $D(s)$ es estable, nuestro controlador $D(z)$ también lo será. Debido a que el T_s es pequeño la diferencia entre la respuesta de nuestro sistema digital frente al analógico será pequeña. Sabiendo todo esto y obteniendo los parámetros de nuestro controlador obtendremos la siguiente:

$$D(s) = 3.18899 \frac{(s+0.0322581)(s+0.0666667)}{(s+0.045)(s+0.2)}$$

$$T_{yr}(Tustin) = 0.000512399 \frac{(z+1.03413)}{(z^2-1.95196z+0.953052)}$$

$$T_{yr}(ZOH) = 0.000548876 \frac{(z+1.03413)}{(z^2-1.95196z+0.953052)}$$

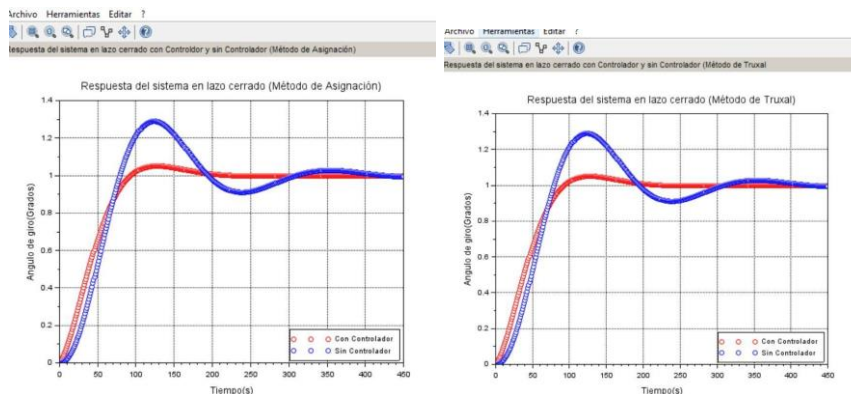
3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1 Comparación y análisis de los resultados para un sistema sin perturbaciones

Se han obtenido dos controladores iguales mediante dos métodos diferentes, que es el controlador

$$D(z) = 2.96864 \frac{(z-0.968257)(z-0.935507)}{(z-0.955469)(z-0.81873)}$$

En las siguientes gráficas se observa el mismo comportamiento, esto significa que los dos métodos son igual de buenos:



Los dos controladores muestran respuestas idénticas que cumplen todas las especificaciones de diseño, incluida la nulidad del error estacionario. Se eligió una dinámica de segundo orden ($M_p = 0,05$) porque atenúa el pico inicial y evita cambios bruscos en el eje de la pala, protegiendo su mecanismo; aunque ello implica un tiempo de subida mayor ($t_r \approx 64,4$ s frente a $t_{r0} \approx 51,6$ s sin control), ajustándose a las restricciones de estabilización y precisión en régimen permanente. Para calcular los coeficientes se empleó el método de sustitución, por su facilidad de automatización en Scilab y su control directo sobre la posición de los polos dominantes, a pesar de que métodos más sencillos o de división resultan habitualmente menos costosos en coeficientes.

3.1.1 Comparación de los métodos asignación y Truxal

El método Truxal es un método más simple en casos sencillos, en nuestro caso, al tener una planta relativamente sencilla es mejor utilizar el método Truxal, ya que el método de asignación cancela por omisión todos los elementos de la planta y debemos esforzarnos por evitar las cancelaciones indeseadas.

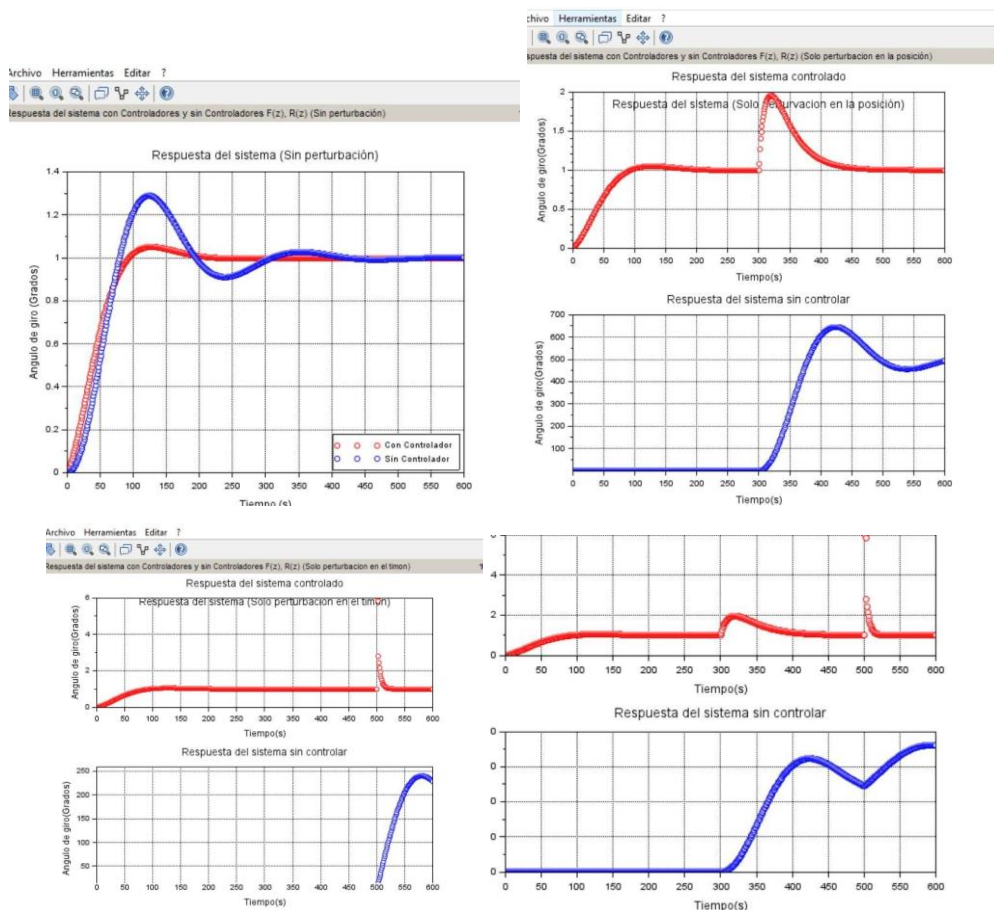
3.2 Comparación y Análisis de resultados para un sistema con perturbaciones

Se han tenido en cuenta las posibles perturbaciones que podrían afectar al sistema. Para poder satisfacer todas las necesidades de control impuestas tanto en el seguimiento de la referencia como en el rechazo de perturbaciones. Para eso, se ha diseñado un sistema con dos grados de libertad en el que se han tenido que diseñar dos controladores diferentes. El primero, $F(z)$ sería el encargado en satisfacer las condiciones impuestas respecto al seguimiento de la referencia, el segundo $R(z)$ el rechazo de perturbaciones. Uno se ha realizado con Truxal y el otro con asignación de polos.

$$F(z) = \frac{2,96864(z-0,968257)(z+0,935507)(z+0,794534)(z+1,5997*10^{-5})(z+1,5997*10^{-5})(z+2,55929*10^{-5})}{(z-1)(z-0,81873)(z+0,727004)(z-0,557281)(z^2-1,95496z+0,955997)}$$

$$R(z) = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)} = \frac{(z-p_1)(z-p_2)(\beta_0 z + \beta_1)}{(z-p_0)(\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2)} = 6017,71 \frac{(z-0,968257)(z-0,935507)(z-0,461999)}{(z-1)(z-0,557281)(z+0,727004)}$$

Primero analizaremos cual es la respuesta del sistema sin la aplicación de perturbaciones. Después, haremos lo mismo pero aplicando un escalón de carga en el ángulo de la pala de amplitud 100 veces superior a $\Delta\psi_{\text{emax}} = \pm 5^\circ$, que se aplicará a partir de $t = 300$ s. Volveremos hacer lo mismo pero aplicando otro escalón para la perturbación en la posición, con una amplitud de $\Delta\psi_{\text{emax}} = \pm 5^\circ$, que se aplicará a partir de $t = 500$ s (para garantizar que el sistema ha podido estabilizarse de la anterior perturbación). Con esto, obtendremos las siguientes gráficas que comparan las diferentes respuestas que se pueden obtener en lazo cerrado teniendo en cuenta los controladores o no:



La respuesta del sistema es la deseada cuando no existen perturbaciones, indicándonos que el controlador $F(z)$ funciona correctamente.

En la figura de arriba a la derecha, podemos ver claramente que la acción que produce la perturbación es rechazada por el controlador (la amplitud que se obtiene es menor a la que se ha introducido). podemos ver que la acción es más visible si se aplica únicamente la perturbación en el timón, en la que se obtienen ganancias de aproximadamente 6° (está justo tapada con la letra o). En las figuras, se ve que la condición impuesta sobre el tiempo de estabilización ($\Delta t_{max} = 20 \text{ s}$) se cumple prácticamente (Para el caso de la perturbación en timón no), sin embargo la condición referida sobre el ángulo de máximo ($\Delta \psi_{emax} = \pm 5^\circ$) no se cumple (Para el caso de la perturbación en timón sí). Podrían estar produciéndose oscilaciones escondidas, etc. Es por ello, que representaremos la salida del sistema de forma analógica, consideraremos el sistema de forma analógica, no colocamos el diagrama ya que nos pasamos de extensión.

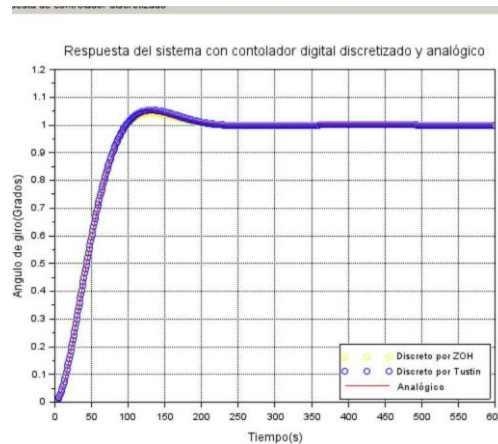
Las muestras de la acción de control las obtendremos de la siguiente expresión:

$$a(z) = S(z)F(z)\delta(z) - S_a(z)(G_1(z) + G_{12}(z))$$

Para el caso de la perturbación del timón, la respuesta analógica y digital encajan perfectamente, con lo que no hay pérdida de información. Sin embargo para el caso de la perturbación de posición, se puede ver que se pueden tomar valores de amplitud superiores a los que hemos asumido en la parte digital, con lo que podemos decir que como la acción es muy rápida existe pérdida de información. además de las escritas acciones de control que se están realizando, se producen oscilaciones escondidas por un momento. Esto se ve claramente cuando entra en acción la perturbación posición, produciendo en este caso, un par de muestras que oscilan. La razón de esto se explicará más adelante.

3.3 Comparación y Análisis de resultados para un controlador diseñador por Emulación:

Para el diseño de este controlador, se ha realizado el lugar de las raíces del controlador con el cual se ha diseñado un controlador al cual se le han cancelado todos los polos y ceros de la planta, se ha añadido los polos en lazo cerrado deseados y un polo con el objetivo de hacer pasar el lugar de las raíces por los polos en lazo cerrado deseados. La respuesta del sistema en este caso será la siguiente:



4. CONCLUSIONES

Como vemos los resultados que hemos obtenido se adecúan perfectamente a lo que deseamos, al tratarse de una planta relativamente simple podríamos haber utilizado directamente el método Truxal. La amplitud del ángulo de la pala no deberá ser la máxima permitida ya que al existir sobreimpulsos, la respuesta superaría el valor máximo.

En cuanto al proyecto, lo valoramos como interesante para desarrollar habilidades de programación y conocer más el control digital en una aplicación real, esperamos haber cumplido con creces las especificaciones y que quede clara nuestra memoria.

5. REFERENCIAS

- *Modelización para el control del rumbo de un buque*, Trabajo Final de Grado, Departamento de ingeniería de Sistemas, Automática e Informática Industrial, Barcelona, 8 de febrero de 2019
- *Aportaciones al análisis de la dinámica de un buque y sus sistemas de gobierno mediante un simulador de navegación*
- *Aportaciones al análisis de la dinámica de un buque y sus sistemas de gobierno mediante un simulador de navegación*, 2012
- *Aplicaciones de Control de Barcos*, Universidad de Costa Rica, Facultad de Ingeniería, IE – 431 Sistema de Control, 2005
- *Examen de Ampliación de Control Automático*, Departamento de Automática y Computación, UPNA, 18 de Junio de 2014
- *Boletín Técnico de Ingeniería*, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Armas Navales, Diciembre 2014

- *Congreso Nacional de Diseño e Ingeniería Naval*, Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla, Cartagena, Colombia, Marzo 2017
- *Diseño de Experimentos para la Estimación de Parámetros de Modelos de Maniobra Lineales de Buques*, Departamento de Tecnología Electrónica e Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Cantabria, 2012
- *Simulador de Entrenamiento de Maniobras de Buques de Carga*, Proyecto de fin de máster, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla, 2022