

Experimento 2: Plano Inclinado

1- Objetivo

Usar um trilho de ar inclinado para estimar a aceleração local da gravidade.

2- Teoria

Um corpo em movimento retilíneo uniformemente acelerado (MRUA), com velocidade inicial \mathbf{v}_0 , terá uma velocidade final \mathbf{v} , depois de se deslocar por uma distância \mathbf{s} , dada pela equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2as,$$

onde \mathbf{a} é a aceleração (constante). Se o corpo partir de repouso ($\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$), temos

$$v^2 = 2as.$$

Assim, a aceleração de um corpo em MRUA, partindo do repouso, pode ser calculada como

$$a = \frac{v^2}{2s}.$$

Neste experimento, usamos um trilho de ar inclinado a um ângulo θ com relação à horizontal para produzir uma aceleração constante $\mathbf{a} = \mathbf{g} \sin(\theta)$, paralela ao trilho. (Este valor pode ser obtido aplicando-se as leis de Newton ao plano inclinado, caso desprezemos forças de atrito.) Ao medir a aceleração \mathbf{a} e o ângulo de inclinação θ , podemos determinar experimentalmente a aceleração local da gravidade \mathbf{g} . Com um conjunto de valores para \mathbf{a} , podemos estimar a incerteza em \mathbf{a} e, por propagação de erros, a incerteza em \mathbf{g} .

3- Material necessário

- cronômetro com um sensor óptico
- trilho de ar graduado em mm
- um planador
- 2 cilindros de inox
- placa de plástico retangular

4- Procedimento experimental

1. Nivela cuidadosamente o trilho de ar. Para isto, ligue o compressor de ar que está acoplado ao trilho e posicione um planador sobre o seu centro, em repouso. Caso o planador se desloque para algum dos lados, leve-o novamente para o centro do trilho e ajuste um dos pés reguláveis do trilho de

ar para cima ou para baixo, de modo que ele se aproxime da horizontal. Quando o planador apenas realizar suaves oscilações em torno do centro, sem um sentido claro de movimento, então o trilho estará nivelado.

2. Com o trilho de ar nivelado, coloque **dois cilindros** de inox (disponíveis no kit) sob o pé não-ajustável do trilho, de modo que ele fique inclinado com relação à horizontal. Para medir o ângulo θ de inclinação do trilho de ar (na verdade, é necessário apenas o seno deste ângulo), escolha cuidadosamente e meça duas distâncias no trilho de ar. Usando a relação trigonométrica adequada, obtenha o seno do ângulo de inclinação do trilho de ar, **$\text{sen}(\theta)$** .
3. Repare que **$\text{sen}(\theta) = h/D$** , onde **h** é a elevação do pé do trilho (você terá que medir esse valor e estimar a incerteza), e **D** , a distância entre os pés. Você pode considerar que **D** é exatamente um metro.
4. Acople uma placa na parte superior do planador. Mova o planador de modo a verificar que a placa interrompe a luz do sensor óptico ao passar por ele.
5. Meça o comprimento útil da placa, isto é, o comprimento que efetivamente é percebido pelo sensor óptico. Para isso, verifique a posição de um ponto fixo no planador no momento em que o feixe infravermelho é interrompido (acende a luz do LED sobre o sensor) e em seguida verifique a posição deste mesmo ponto quando o feixe infravermelho deixa de ser interrompido (apaga a luz do LED). A distância entre estas duas posições fornecerá o comprimento desejado. Esse comprimento útil, **L** , será usado para calcular a velocidade média do planador passando pelo sensor. (Note que o comprimento efetivo é menor que o comprimento “real”, medido por uma régua, por exemplo.)
6. Prepare o cronômetro para a posição GATE. Desta forma o cronômetro registrará o intervalo de tempo durante o qual a luz é interrompida (ou seja, o tempo de passagem do planador pelo sensor).
7. Pressione o botão RESET para limpar o mostrador do cronômetro antes de cada medida.
8. Certifique que a chave seletora da precisão do cronômetro esteja em *0,1 ms*.
9. Encoste o planador no início do trilho de ar e anote a posição de seu centro (x_0), de acordo com a escala indicada na face lateral do trilho de ar.
10. Posicione o sensor a uma distância **$s = 30 \text{ cm}$** a partir da posição inicial x_0 .
11. Solte o planador a partir de sua posição de repouso x_0 e anote o tempo que o planador leva para passar pelo sensor. Faça isso um total de CINCO vezes.

12. Repita o passo anterior com o sensor posicionado a distâncias de **40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110 e 120 cm da posição inicial x_0 .**

13. **Não se esqueça de arrumar a bancada do laboratório e desligar o equipamento após terminar de fazer suas medições!**

5- Organização dos dados experimentais

1. Indique em uma tabela as medidas, com as respectivas incertezas, das seguintes grandezas medidas por você: tamanho efetivo do planador (**L**), elevação do pé do trilho (**h**), distância entre os pés do trilho (**D**). Não se esqueça das unidades de medida e, estime as incertezas dessas medidas considerando apenas a incerteza instrumental.
2. Reúna seus dados de tempo de passagem do planador pelo sensor, **$\langle t \rangle$** , em uma outra tabela, com os tempos separados pela posição do sensor, **s**. Não se esqueça de indicar a incerteza instrumental destes valores, sempre acompanhados da unidade de medida.

6- Análise numérica dos dados experimentais

1. Para cada deslocamento **s**, calcule o tempo médio que o planador gastou para passar pelo sensor, **$\langle t \rangle$** , e a sua incerteza experimental. (Lembre-se que a incerteza experimental inclui tanto a incerteza instrumental quanto a incerteza estatística da média.) Seria a soma em quadratura do erro da média + incerteza instrumental
2. Para cada deslocamento **s**, calcule a velocidade do planador como sendo a sua velocidade média enquanto passa pelo sensor: $v = L/\langle t \rangle$. (Note que isso é uma aproximação.) Ok, está calculado
3. Para cada deslocamento **s**, calcule a incerteza da velocidade média através da fórmula de propagação de incertezas

$$\delta v = v \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\delta t}{\langle t \rangle}\right)^2}$$

onde δL é a incerteza no comprimento efetivo do planador e δt é a incerteza experimental no tempo de passagem, calculada no item 1.

4. Para cada deslocamento **s**, escreva o valor experimental para a velocidade do planador. (Não se esqueça de incluir as respectivas incertezas, sempre com unidade de medida.)
5. Para cada deslocamento **s**, calcule a *aceleração média* do planador, supondo que o seu movimento seja uniformemente acelerado: $\langle a \rangle = \langle v \rangle^2 / 2s$.
6. Para cada deslocamento **s**, calcule a *incerteza da aceleração* do planador, através da fórmula de propagação de incertezas

$$\delta a = \frac{\langle a \rangle}{2} \sqrt{\left(2 \frac{\delta v}{\langle v \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\delta s}{s}\right)^2}$$

onde $\delta s/s$ é a incerteza relativa na posição do sensor.

7. Usando os 10 valores da aceleração que você determinou (um para cada deslocamento **s**), calcule a *estimativa experimental da aceleração ao longo do trilho* ($\langle a \rangle$). Calcule também a incerteza σ_a deste valor médio a partir dos seus 10 valores de aceleração.
8. Escreva, na forma padrão ($a_{exp} = \langle a \rangle \pm \sigma_a$), o valor experimental da aceleração.
9. Usando seu valor de $\langle a \rangle$, estime o valor da aceleração local da gravidade, dada por $\langle g \rangle = \langle a \rangle / \sin(\theta)$. Neste cálculo, despreze a incerteza do ângulo frente à incerteza na aceleração $\langle a \rangle$. Assim, a incerteza em **g** será dada pela fórmula de propagação de incertezas

$$\delta g = \frac{\delta a}{\sin \theta}$$

10. Finalmente, escreva, na forma padrão, o seu resultado experimental para a aceleração local da gravidade.

6- Análise gráfica dos dados experimentais

Se a equação $v^2 = 2as$ descreve corretamente o movimento do planador, o gráfico de $y \equiv v^2$ versus $x \equiv 2s$ deve ser uma reta ($y = ax$) que passa pela origem, e cujo coeficiente angular é (por construção) igual à aceleração.

Usando papel milimetrado, faça um gráfico de $y = v^2$ no eixo vertical e $x = 2s$ no eixo horizontal, seguindo com o seguinte procedimento:

1. Marque os 10 pontos que correspondem a seus dados $(x,y) = (2s,v^2)$.
2. Trace a reta $y = \langle a \rangle x$ com o valor de $\langle a \rangle$ (aceleração) que você calculou no item 5.7.

Seria muita coincidência se a estimativa de $\langle a \rangle$ obtida experimentalmente fosse exatamente igual à verdadeira aceleração. Porém, esperamos que, levando-se em conta a incerteza em $\langle a \rangle$, o intervalo $[\langle a \rangle - \sigma_a, \langle a \rangle + \sigma_a]$ tem uma chance razoável (~70%) de conter a aceleração correta. A seguir, vamos verificar se isto acontece com os seus dados!

3. Calcule os coeficientes angulares $a_- = a - \sigma_a$ e $a_+ = a + \sigma_a$. Eles representam um “limite inferior” e um “limite superior” para a aceleração.
4. Ao seu gráfico, acrescente mais duas outras retas: uma com equação $y = a_- x$ e outra com equação $y = a_+ x$, cujos coeficientes angulares foram calculados no item anterior. Note que o “leque” definido por essas duas retas expressa graficamente a incerteza no valor de $\langle a \rangle$ (no nível de 1σ ou seja, um nível de confiança de aproximadamente 70%).

7- Interpretação dos resultados experimentais

1. Sua estimativa de g é compatível (ao nível de 2-sigma) com o valor divulgado pelo Observatório Nacional para a aceleração da gravidade no Rio de Janeiro ($g_{\text{ref}} = 9,788 \text{ m/s}^2$)?
2. No seu gráfico, quantos dos dez pontos estão dentro da área compreendida pelas retas $y = (a \pm \sigma_a)x$? Esse número é o esperado? Por quê?
3. Na nossa análise gráfica, adotamos a hipótese de que as retas partem da origem. Porém, isto não precisa ser assim, necessariamente. O que significaria, fisicamente, se a equação da reta tivesse um coeficiente linear não-nulo?

8- Conclusões

1. Avalie a qualidade do seu experimento através da compatibilidade (ou não) do valor obtido por você com o referência da aceleração da gravidade.
2. Caso considere adequado, faça uma crítica dos métodos utilizados por você, indicando o que poderia ser melhorado, tanto do ponto de vista do experimento em si quanto da análise dos dados experimentais.