UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENÍERIA

FACULTAD DE ECONOMIA, ESTADISTICA Y CIENCIAS SOCIALES

MAESTRIA EN CIENCIAS E INGENIERIA ESTADISTICA

CURSO:

- Probabilidad e inferencia estadistica

DOCENTE:

- PHD. Erick Chacon

Alumno:

- FERNANDEZ QUIROZ, HUGO MARLON

2024-I

$$f(x|\theta) = \binom{n}{x} \theta^{x} (1-\theta)^{n-x}$$

1) Prior Beta:

Asumimos un prior $\theta \sim Beta(\alpha, \beta)$ donde la distribución Beta se define como:

$$P(\theta) = \frac{\theta^{\alpha-1} (1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}$$

con $B(\alpha, \beta)$ siendo la función Beta que normaliza la distribución

2) Posterior

Aplicar teorema de Bayes:

$$P(\theta | x) \propto f(x|\theta) \cdot P(\theta)$$

Sustituyendo la verosimilitud y el prior,

$$P(\theta | x) \propto \left(\binom{n}{x} \theta^{x} (1-\theta)^{n-x} \right) \left(\theta^{\alpha-1} (1-\theta)^{\beta-1} \right.$$

Ignoramos la constante $\binom{n}{x}$ porque no depende de θ :

$$P(\theta \mid x) \sim \text{Beta}(x + \alpha, n - x + \beta)$$

Problema 1:

Se sabe que la probabilidad de que llueva en un dia es constante (e igual a 0.3) durante cierto periodo de estudio. Calcule la probabilidad de que llueva entre 2 a 5 días en una semana.

Experimento: Llueve un dia en la semana (R)

Espacio muestral: $\{ RRRRRRR, RRRRRRR', \ldots \}$

Variable aleatorea: Número de días que llueve en una semana

La probabilidad que llueva un dia es $p = 0.3$ por lo tanto sigue una distribución binomial.

$$X \sim \text{Binomial}(n, p)$$

$$X \sim \text{Binomial}(7, 0.3)$$

$$P(2 \leq X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 2)$$

$$= P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

$$= \sum_{i=2}^{5} \binom{7}{i} (0.3)^{i} (0.7)^{7-i} = 0.66679$$

Problema 2:

Una promotora de venta necesita ofertar su producto a 10 personas al día. Se sabe que la probabilidad de que una persona conteste a su llamado y la atienda es de 0.1. ¿Cuántas llamadas se espera que tenga que realizar para cumplir con su jornada?

Las llamadas siguen una distribución binomial negativa.

$$E[X] = \frac{r}{p} \quad ; \quad r = 10 \quad \wedge \quad p = 0.10$$

$$E[X] = \frac{10}{0.1} = 100$$

Problema 3:

Un bus interprovincial con 20 pasajeros es permitido partir si ningún pasajero de una muestra aleatoria de tamaño 5 da positivo. Asumiendo que las puebas no tienen ningún tipo de error, ¿Cual es la probabilidad de que el bus salga si hubieran 5 pasajeros enfermos?

Sigue una distribución hipergeometrica

$N = 20$

$M = 5$

$n = 5$

$$P(X = x, n, M, N) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$= 0.19369$$

Problema 4:

En la ciudad de Lima, una intersección vial es categorizada como de *alto riesgo* cuando la probabilidad de que ocurran mas de 90 accidentes de tránsito al año es mayor a 0.7. Se conoce que el número de accidentes de tránsito en la intersección de la avenida Colonial con la avenida Universitaria tiene una distribución de Poisson con media de 10 accidentes de tránsito por mes. ¿Será esta intersección clasificada como de *alto riesgo*?

Sigue una distribución Poisson

$$X \sim \text{Poisson}(10)$$

$$\lambda = 12 \cdot 10 = 120$$

$$P(X > 90) = 1 - P(X \leq 90)$$

$$= 1 - \sum_{i=0}^{90} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{i}}{i!}$$

$$= 0.997$$

Probar que: $Var(x+y) = Var(x) + Var(y)$. Si x y y no estan correlacionadas

$$Var[x+y] = E[(x+y)^2] - (E[x+y])^2$$

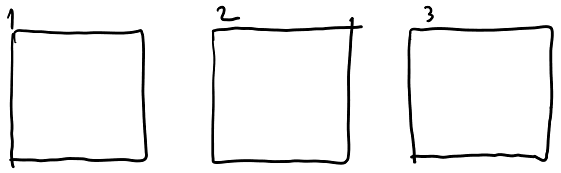
$$E[x^2+2xy+y^2] - (E[x]+E[y])^2$$

$$E[x^2] + 2E[x]E[y] + E[y^2] - (E[x]^2 + 2E[x]E[y] + E[y]^2)$$

$$E[x^2] + \cancel{2E[x]E[y]} + E[y^2] - E[x]^2 - \cancel{2E[x]E[y]} - E[y]^2$$

$$\underbrace{E[x^2] - E[x]^2}_{Var[x]} + \underbrace{E[y^2] - E[y]^2}_{Var[y]}$$

Monty Hall



A es el evento q' el carro se encuentre en la puerta 1
B " " " " " " " " " " " 2
C " " " " " " " " " " " 3
P_1 " " " " abra la puenta 1
P_2 " " " " " " " 2
P_3 " " " " " " " 3

Antes q habron la puenta: $Pr(A) = Pr(B) = Pr(C) = 1/3$
Cuando abren la puenta 3:

$$Pr(A / P_3) = ¿?$$

$$Pr(A \mid P_3) = \frac{Pr(A \cap P_3)}{Pr(P_3)}$$

$$= \frac{Pr(A)\, Pr(P_3 \mid A)}{Pr(P_3)}$$ (i)

(i) $Pr(P_3) = Pr(A)\,Pr(P_3 \mid A) + Pr(B)\,Pr(P_3 \mid B) + Pr(C)\,Pr(P_3 \mid C)$

$$Pr(P_3) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}(1) + \frac{1}{3}(0)$$

$$Pr(P_3) = \frac{1}{2}$$

2

$$Pr(A|P_3) = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$Pr(B|P_3) = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$Pr(C|P_3) = 0$$

$\therefore$ Lo mejor es cambiar de puerta