Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo I - Agrupamento II 2015/2016

Soluções do Exame de Recurso (25/1/2016)

---

1. (a) $y = 0$ é assíntota horizontal à esquerda.
   (b) $f'(0) = 0$.
   (c) Sim, porque f é contínua em $[-3, 1]$.
   (d) Divergente.

2. Sugestão: Para provar a existência use o Teorema dos Valores Intermédios; para provar a unicidade use o Teorema de Rolle ou o sinal da 1ª derivada.

3. (a) $D_{g^{-1}} = [0, \pi]$, $CD_{g^{-1}} = [e^{-2}, 1]$, $g^{-1}(x) = e^{\operatorname{sen}(y-\pi/2)-1}$.
   (b) $y = ex - 1 + \frac{\pi}{2}$.

4. (a) $\ln\left(|x-1|(x^2+9)^4\right) + \frac{8}{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3}\right) + C, C \in \mathbb{R}$.
   (b) $-\frac{1}{4}\frac{\sqrt{4+x^2}}{x} + C, C \in \mathbb{R}$.

5. (a) $F'(x) = 2x(x^2+1)3^{\operatorname{sen}(x^2)}$.
   (b) F é estritamente decrescente em $\mathbb{R}^-$; F é estritamente crescente em $\mathbb{R}^+$. Pela continuidade de F em $x = 0$ conclui-se que $F(0) = 0$ é mínimo local de F.

6. $\displaystyle\int_0^1 (\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4}x)\, dx = \frac{\pi}{8} - \ln\sqrt{2}$.

7. Sugestão: Use o Teorema Fundamental do Cálculo Integral para provar que $f = g$; use propriedades do integral de Riemann para provar que $\displaystyle\int_a^b f(t)\, dt = 0$.