Operações sobre LR

União
Concatenação
Complemento
Intersecção

Complemento

- Seja L uma LR sobre Σ^*

  $M = (\Sigma, Q, \delta, q_{0,} F)$ ACEITA(M) = L

- O complemento de L, L' consiste na inversão das condições ACEITA/REJEITA de M.
  - Transformando estados finais em não-finais e vice-versa. (Fácil, hã?!)

Complemento

- Transformando estados finais em não-finais e vice-versa. (Fácil, não?!)
  - $M' = (\Sigma, Q', \delta', q_{0,} F')$
  - ACEITA(M') = L'
  - Q' = Q U {d}
  - F' = Q' – F
  - δ' é como δ , com as transições adicionais, para todo $a \in \Sigma$

$\delta'(q, a) = d$ se $\delta(q, a)$ não é definida

$\delta'(d, a) = d$

Intersecção

- Sejam L1 e L2, duas LR's.

$$L1 \cap L2 = (L1' \cup L2')'$$

- A classe da LR's é fechada para as operações de complemento e união, então fechada para intersecção.

Igualdade de LR's

- Teorema da Igualdade de LR's: Se M1 e M2 são AF's, então existe um algoritmo para determinar se ACEITA(M1) = ACEITA(M2).
- Prova: ACEITA(M1) = L1 e ACEITA(M2) = L2, então é possível construir M3 tal que ACEITA(M3) = L3, onde:

$$L3 = (L1 \cap L2') \cup (L1' \cap L2)$$

- L1 = L2, sse L3 é vazia.

Linguagem vazia

- Linguagem vazia: Processa M para todas as palavras de comprimento menor que n.
- Prova dada pelo lema do bombeamento (lembram das restrições?!).

Otimização de AF

- Um autômato finito mínimo é único!
- Dois AF's que aceitam a mesma linguagem, ao serem minimizados, geram o mesmo AF mínimo.
  - Diferenciam-se eventualmente, a identificação dos estados (isomorfos).
- Estados p e q são equivalentes, sse para qualquer palavra w pertencente à um alfabeto, $\delta(q, w)$ e $\delta(p, w)$ resultam simultaneamente em estados finais, ou não finais.

Autômato mínimo

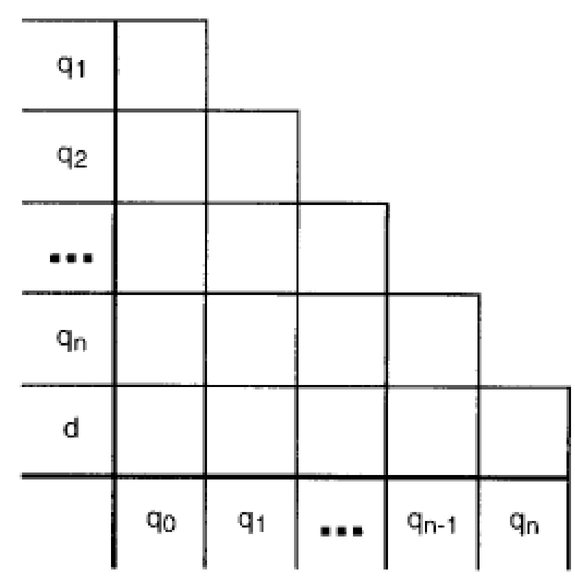
- Pré-requisitos:
  - Deve ser determinístico;
  - Não pode ter estados inacessíveis (não atingíveis a partir do estado inicial);
  - A função programa deve ser total (a partir de qualquer estado são previstas transições para todos os símbolos do alfabeto).

Autômato mínimo

- Gerando um AF que atenda aos pré-requisitos:
  - Gerar um AFD equivalente, de AF*ε* para AFN e de AFN para AFD.
  - Eliminar os estados inacessíveis e suas correspondentes transições.
  - Transformar a função programa em total, introduzindo um estado não-final *d* e incluindo as transições não previstas tendo *d* como estado destino. E incluir um ciclo em *d* para todos os símbolos do alfabeto.

Autômato mínimo

- Estados equivalentes por exclusão.
- Uma tabela de estados
  - Estados marcados
  - Estados não marcados
  - Estados não-marcados representam estados equivalentes.



Autômato mínimo

- Dado um AFD $M=(\Sigma, Q, \delta, q_{0,} F)$ que satisfaz aos pré-requisitos de minimização.

  a) Construir a tabela relacionando estados distintos, onde os pares ocorrem somente uma vez.

  b) Marcar estados trivialmente não-equivalentes {estado final e não-final}.

  c) Marcar estados não-equivalentes...

Autômato mínimo

c) Marcar estados não-equivalentes. Para cada par {qu,qv} não marcado e para cada símbolo $a \in \Sigma$, suponha que $\delta(qu, a) = pu$ e $\delta(qv, a) = pv$

1) Se pu = pv, qu e qv são equivalentes para o símbolo a e não deve ser marcado;

Autômato mínimo

c) Marcar estados não-equivalentes. Para cada par {qu,qv} não marcado e para cada símbolo $a \in \Sigma$, suponha que $\delta(qu, a) = pu$ e $\delta(qv, a) = pv$

2) Se pu != pv, e o par {pu,pv} não está marcado, então {qu,qv} é incluído em uma lista a partir de {pu,pv} para análise;

Autômato mínimo

c) Marcar estados não-equivalentes. Para cada par {qu,qv} não marcado e para cada símbolo $a \in \Sigma$, suponha que $\delta(qu, a) = pu$ e $\delta(qv, a) = pv$

3) Se pu != pv, e o par {pu,pv} está marcado, então:

- {qu,qv} não é equivalente e deve ser marcado.
- Se {qu,qv} encabeça uma lista de pares, então marcar todos os pares da lista (e se algum para da lista encabeçar outra lista).

Autômato mínimo

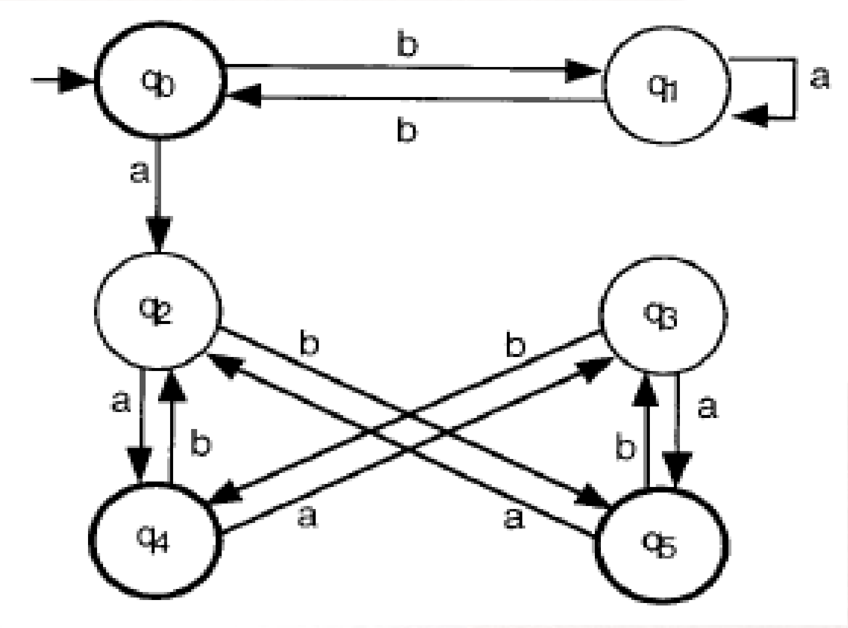
d) Unificar os estados equivalentes (não-marcados)

- A equivalência de estados é transitiva;
- Pares de estados não-finais equivalentes podem ser unificados como um único estado não-final;
- Pares de estados finais equivalentes podem ser unificados com um único estado final;
- Se algum dos estados equivalentes é inicial, então correspondente estado unificado é inicial.

Autômato mínimo

e) Excluir os estados inúteis, aqueles que não são finais e de onde não se atinge um estado final.

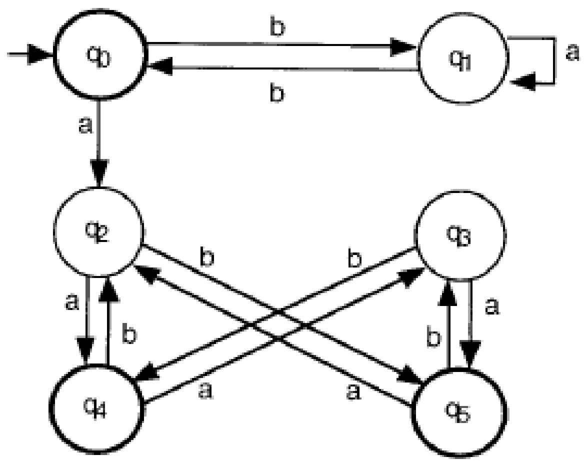
- Exemplo:



Autômato mínimo

- Não necessita inclusão do estado d.

  a) Tabela:

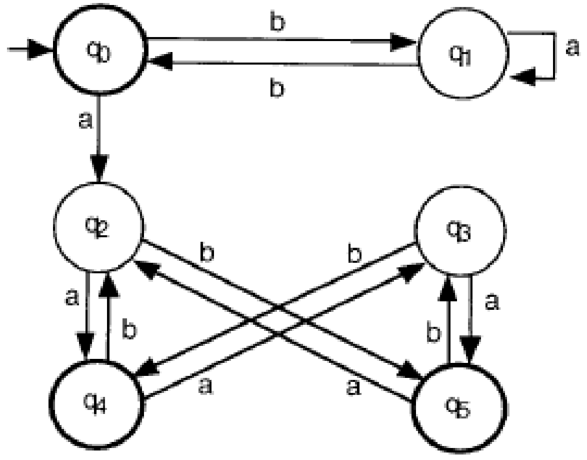


q_1					
q_2					
q_3					
q_4					
q_5					
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4

Autômato mínimo

b) Marcação {estado final,estado não-final}

q_1	X				
q_2	X				
q_3	X				
q_4		X	X	X	
q_5		X	X	X	
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4



Autômato mínimo

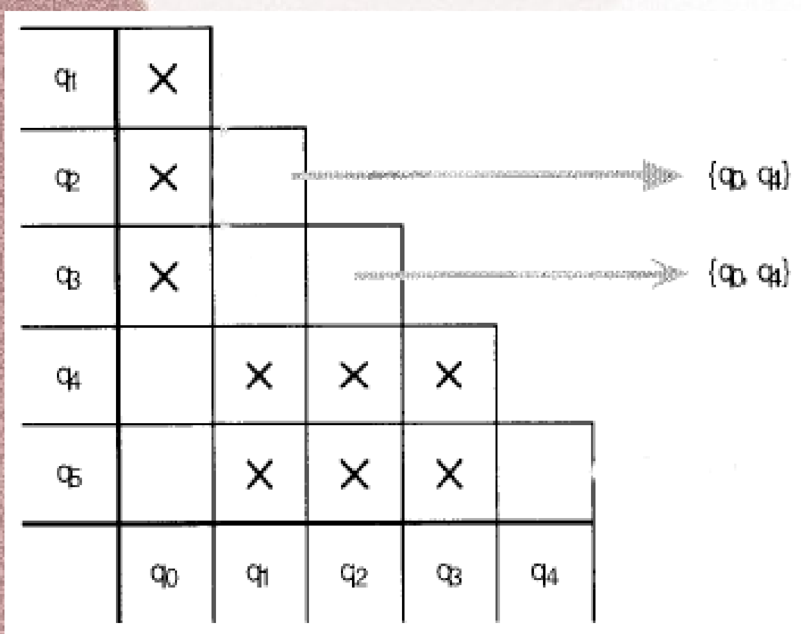
c) Análise dos pares não marcados.

- Par {q0,q4}

$$\delta(q_0, a) = q_2 \quad \delta(q_0, b) = q_1$$

$$\delta(q_4, a) = q_3 \quad \delta(q_4, b) = q_2$$

- {q1,q2} e {q2,q3} são não-marcados, então {q0,q4} é incluído nas listas encabeçadas por {q1,q2} e {q2,q3}.



Autômato mínimo

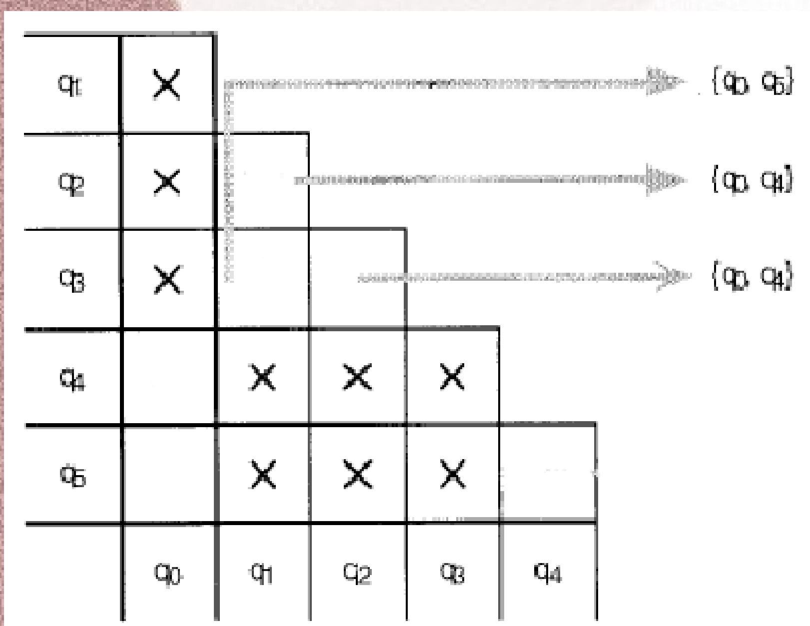
c) Análise dos pares não marcados.

- Par {q0,q5}

  $\delta(q_0, a) = q_2 \quad \delta(q_0, b) = q_1$

  $\delta(q_5, a) = q_2 \quad \delta(q_5, b) = q_3$

- Como {q1,q3} é não-marcado e {q2,q2} é trivialmente equivalente, assim, {q0,q5} é incluído na lista encabeçada por {q1,q3}.



Autômato mínimo

c) Análise dos pares não marcados.

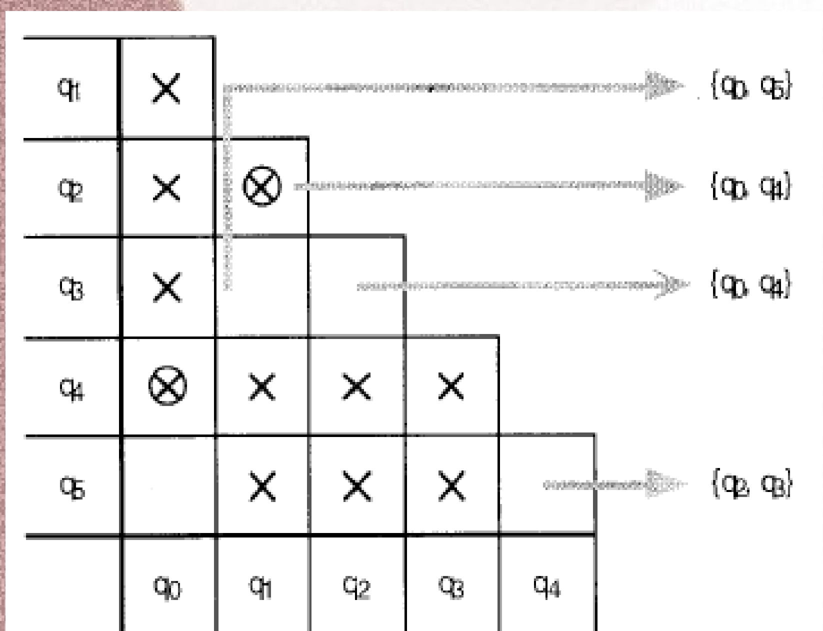
- Par {q1,q2}

$$\delta(q_1, a) = q_1 \quad \delta(q_1, b) = q_0$$

$$\delta(q_2, a) = q_4 \quad \delta(q_2, b) = q_5$$

- {q1,q4} é marcado, então {q1,q2} também o é.
- {q1,q2} encabeça uma lista,

  {q0,q4} também é marcado.



Autômato mínimo

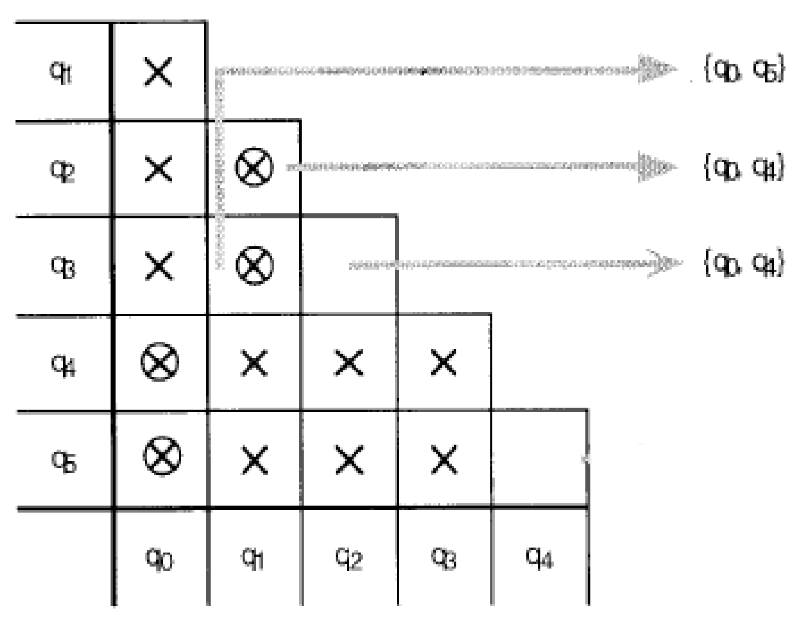
c) Análise dos pares não marcados.

- Par {q1,q3}

$$\delta(q_1, a) = q_1 \quad \delta(q_1, b) = q_0$$

$$\delta(q_3, a) = q_5 \quad \delta(q_3, b) = q_4$$

- {q1,q5} e {q0,q4} são marcados, então {q1,q3} também é marcado.



Autômato mínimo

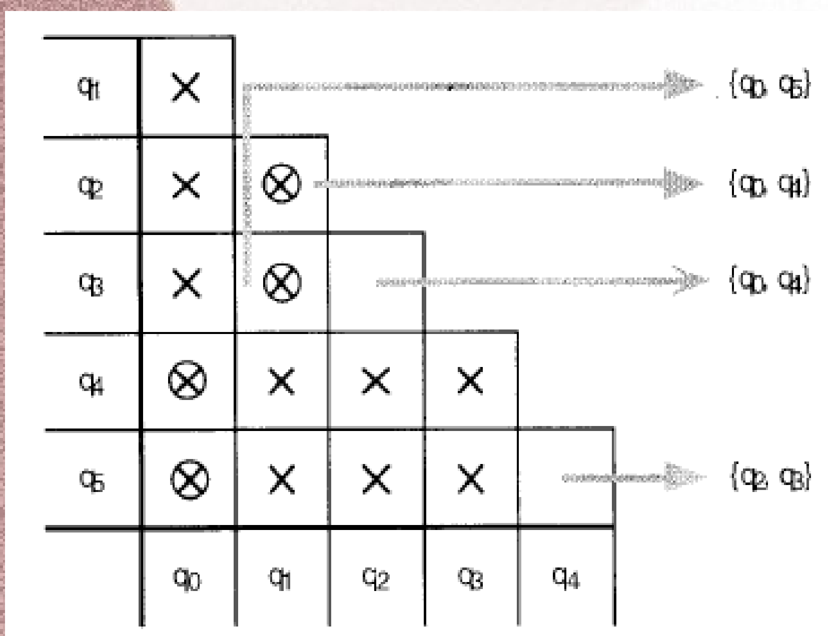
c) Análise dos pares não marcados.

- Par {q2,q3}

$$\delta(q_2, a) = q_4 \quad \delta(q_2, b) = q_5$$

$$\delta(q_3, a) = q_5 \quad \delta(q_3, b) = q_4$$

- {q4,q5} é não-marcado, então {q2,q3} é incluído na lista encabeçada por {q4,q5}



Autômato mínimo

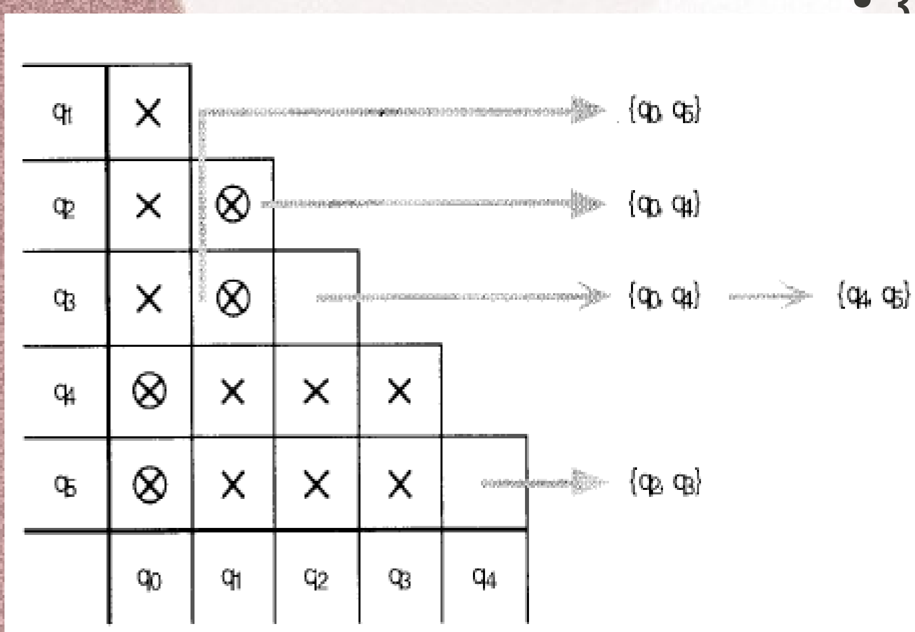
c) Análise dos pares não marcados.

- Par {q4,q5}

$$\delta(q_4, a) = q_3 \quad \delta(q_4, b) = q_2$$

$$\delta(q_5, a) = q_2 \quad \delta(q_5, b) = q_3$$

- {q2,q3} é não-marcado, então {q4,q5} é incluído na lista encabeçada por {q2,q3}



Autômato mínimo

d) Como os pares {q2,q3} e {q4,q5} são não marcados, pode-se unificá-las:

- q23 representa a unificação de q2 e q3.
- q45 representa a unificação de q4 e q5.

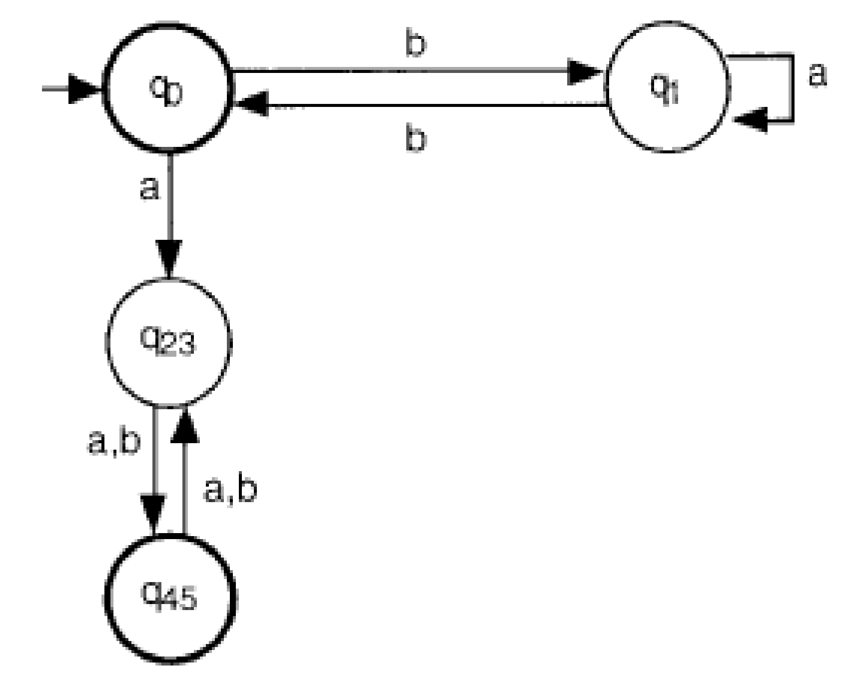
Autômato mínimo

e) Exclusão de estados inúteis

q2,q3,q4,q5.

M' = {{q0,q1,q23,q45},{a,b}, δ ,q0, {q0,q5}}.

δ(q0, a) = q23
δ(q0, b) = q1
δ(q1, a) = q1
δ(q1, b) = q0
δ(q23, a) = q45
δ(q23, b) = q45
δ(q45, a) = q23
δ(q45, b) = q23



Autômato mínimo

- Considere o automato: $M = \{\{q0, q1, q2, q3, q4\}, \{0,1\}, \delta , q0, \{q4\}\}$

$\delta(q0, 0) = q1$	$\delta(q0, 1) = q3$
$\delta(q1, 0) = q2$	$\delta(q1, 1) = q4$
$\delta(q2, 0) = q1$	$\delta(q2, 1) = q4$
$\delta(q3, 0) = q2$	$\delta(q3, 1) = q4$
$\delta(q4, 0) = q4$	$\delta(q4, 1) = q4$

- Minimize-o.

Já tentou fazer?!?!?!

Resposta

- M’ = {{q0, q123, q4}, {0,1}, δ , q0, {q4}}

δ(q0, 0) = q123

δ(q0, 1) = q123

δ(q123, 0) = q123

δ(q123, 1) = q4

δ(q4, 0) = q4

δ(q4, 1) = q4