Linguagens dependentes de contexto
Non-Context-Free Languages

Lema do bombeamento para LDC

- Similar ao lema para gramáticas não regulares.
- Buscaremos o comprimento do bombeamento (pumping length).
- Um pouco mais complexo.
- A palavra deverá dividir-se em 5 partes.
- Tentaremos bombear a 2ª e 4ª partes.

Lema do bombeamento para LDC

- Teorema: Se A é uma linguagem livre de contexto, então há um número *p* onde, se *s* é qualquer string em A de tamanho maior ou igual a *p*, então *s* pode ser dividido em 5 partes s = uvxyz de forma a:
  - Para cada i>= 0, uv^ixy^iz pertence a A.
  - |vy| > 0,
  - |vxy| <= p.

Lema do bombeamento para LDC

- Exemplo: Dado $B=\{a^n b^n c^n | n>=0\}$, prove que ela não é livre de contexto.
  - Mais uma vez use a contradição.
  - Tome uma string $s = a^p b^p c^p$, que é palavra de B.
  - Temos que $s = uv^i xy^i z$ e que *v* e *y* não podem ser vazias. Temos então:
    a) Quando *v* e *y* contém somente um tipo de símbolo, *v* não contém *a's* e *b's* ou *b's* e *c's* (o mesmo vale para *y*) → $s = uv^2 xy^2 z$ não pode conter o mesmo número de a, b e c! Encontramos uma contradição.

Lema do bombeamento para LDC

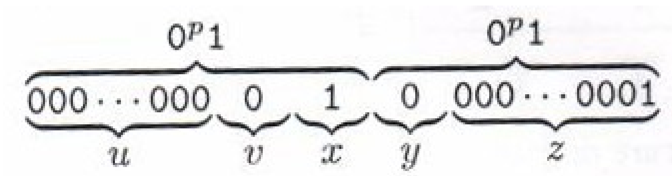
- Exemplo: Dado B={$a^n b^n c^n$| n>=0}, prove que ela não é livre de contexto.
  - Mais uma vez use a contradição.
  - Tome uma string $s = a^p b^p c^p$, que é palavra de B.
  - Temos que $s = uv^i xy^i z$ e que v e y não podem ser vazias. Temos então:
    - b)Quando v e y contém mais de um tipo de símbolo, $s = uv^2 xy^2 z$ pode conter o mesmo número de a, b e c, mas nhão estarão na mesma ordem! Encontramos outra contradição.

Lema do bombeamento para LDC

- Exemplo: Dado B={ww | w in {0,1}*}, prove que ela não é livre de contexto.
  - Usaremos contradição!
  - Suponha uma palavra; $s = 0^p10^p1$.
  - s tem tamanho maior que p → OK!
  - Podemos fazer $s = 0^p10^p1 = uv^ixy^iz$?????

Lema do bombeamento para LDC

- Exemplo: Dado B={ww | w in {0,1}*}, prove que ela não é livre de contexto.
  - Usaremos contradição!
  - Suponha uma palavra; $s = 0^p10^p1$.
  - s tem tamanho maior que p → OK!
  - Podemos fazer $s = 0^p10^p1 = uv^ixy^iz$????? *Sim!!!*



Lema do bombeamento para LDC

- Exemplo: Dado B={ww | w in {0,1}*}, prove que ela não é livre de contexto.
  - Usaremos contradição!
  - Suponha outra palavra; $s = 0^p 1^p 0^p 1^p$.
  - s tem tamanho maior que p → OK!
  - Podemos fazer $s = 0^p 1^p 0^p 1^p = uv^i x y^i z$??? *Não!!!*
    - *Observe que |vxy| <= p* e que isso está no meio da palavra.

    a) Se não estiver, v e y estarão na primeira metade da palavra ww, e não conseguiremos dividir a palavra em duas partes iguais.

Lema do bombeamento para LDC

- Exemplo: Dado B={ww | w in {0,1}*}, prove que ela não é livre de contexto.
  - Usaremos contradição!
  - Suponha outra palavra; $s = 0^p 1^p 0^p 1^p$.
  - s tem tamanho maior que p → OK!
  - Podemos fazer $s = 0^p 1^p 0^p 1^p = uv^i xy^i z$??? *Não!!!*
    - *Observe que* $|vxy| <= p$ e que isso está no meio da palavra.

    b)Se não estiver, v e y estarão na segunda metade da palavra ww, e não conseguiremos dividir a palavra em duas partes iguais.

Lema do bombeamento para LDC

- Exemplo: Dado B={ww | w in {0,1}*}, prove que ela não é livre de contexto.
  - Usaremos contradição!
  - Suponha outra palavra; $s = 0^p 1^p 0^p 1^p$.
  - s tem tamanho maior que p → OK!
  - Podemos fazer $s = 0^p 1^p 0^p 1^p = uv^i xy^i z$??? *Não!!!*
    - *Observe que* $|vxy| <= p$ e que isso está no meio da palavra.

    c) *v* e *y* no limite entre ww: aumentamos o número de 1's no primeiro bloco de 1's e/ou o número de 0's no segundo bloco de 0's e não conseguiríamos dividir a palavra igualmente.

Exercícios

- Dê as árvores de derivação das strings segundo as regras:

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid a$$

- a
- a+a
- a+a+a
- ((a))

Exercícios

- Gere GLC para as seguintes linguagens:
  - {w|w contém pelo menos três 1's}
  - {w|w começa e termina com o mesmo símbolo}
  - {w|w tem comprimento par}
  - {w|w tem mais 1's que 0's}

Exemplos

- Converta a GLC para a FN de Chomsky.

$$A \rightarrow BAB \mid B \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 00 \mid \varepsilon$$