Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia de Computação e Telecomunicações
Sistemas de Controle
Experimento 1 com $MatLab^{©}$
Prof^{a} Adriana Castro

Danilo Souza - 10080000801

June 7, 2013

Contents

List of Figures

Chapter 1

Questao 1

Foi simulado um sistema com um degrau de entrada e função de transferência mostrada na equação 1.1, os parâmetros simulados serão descritos abaixo, juntamente com os respectivos resultados (que para este sistema será o valor do tempo de estabilização T_s).

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \tag{1.1}$$

1.1 Simulação

- Item i
  1. $K = 2$ e $\tau = 0,1$: $T_s = 0.404$ (Figura 1.1)
  2. $K = 2$ e $\tau = 1$: $T_s = 3,92$ (Figura 1.2)
  3. $K = 2$ e $\tau = 10$: $T_s = 39,1$ (Figura 1.3)
- Item ii
  1. $\tau = 1$ e $K = 0,1$: $T_s = 4.1$ (Figura 1.4)
  2. $\tau = 1$ e $K = 1$: $T_s = 4.1$ (Figura 1.5)
  3. $\tau = 1$ e $K = 10$: $T_s = 4.1$ (Figura 1.6)

Calculando a resposta analítica (no domínio de tempo), utilizando expansão em frações parciais e transformada de Laplace. As equações temporais para todas as simulações encontram-se abaixo:

- Item i
  1. $K = 2$, $\tau = 0,1$

$$\frac{1}{s}\frac{2}{0,1s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{0,1s+1}$$

$$A = s\frac{2}{s(0,1s+1)} \mid s = 0 = 2$$

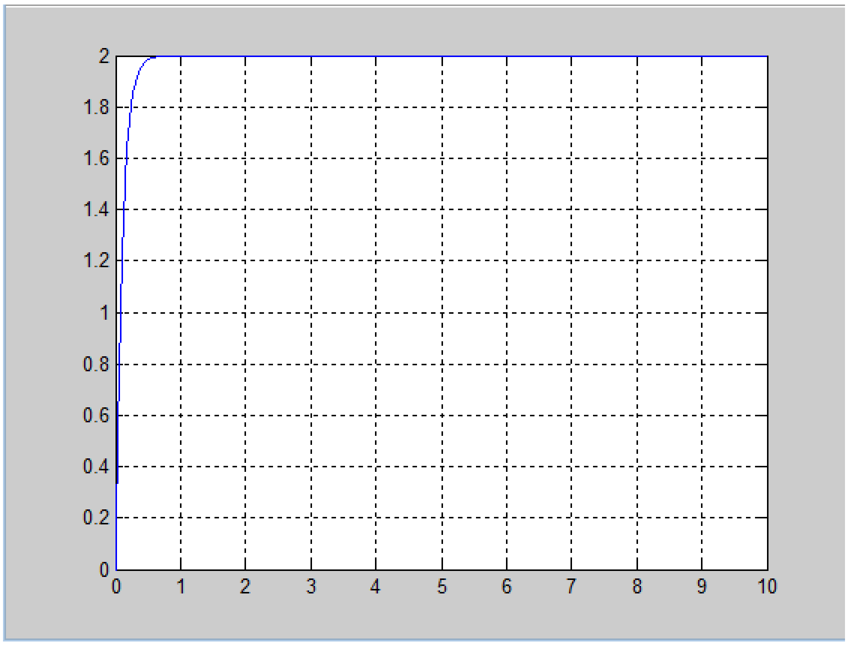

Figure 1.1: $K = 2$, $\tau = 0,1$

$$B = 0,1s + 1 \frac{2}{s(0,1s+1)} \mid s = -10 = -0,2$$

$$C(s) = \frac{2}{s} - \frac{0,1}{s+10}$$

$$c(t) = 2 - 0,1e^{-10t}$$

2. $K = 2$, $\tau = 1$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{1s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{2}{s(s+1)} \mid s = 0 = 2$$

$$B = s + 1 \frac{2}{s(s+1)} \mid s = -1 = -2$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t}$$

3. $K = 2$, $\tau = 10$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{10s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{10s+1}$$

$$A = s \frac{2}{s(10s+1)} \mid s = 0 = 2$$

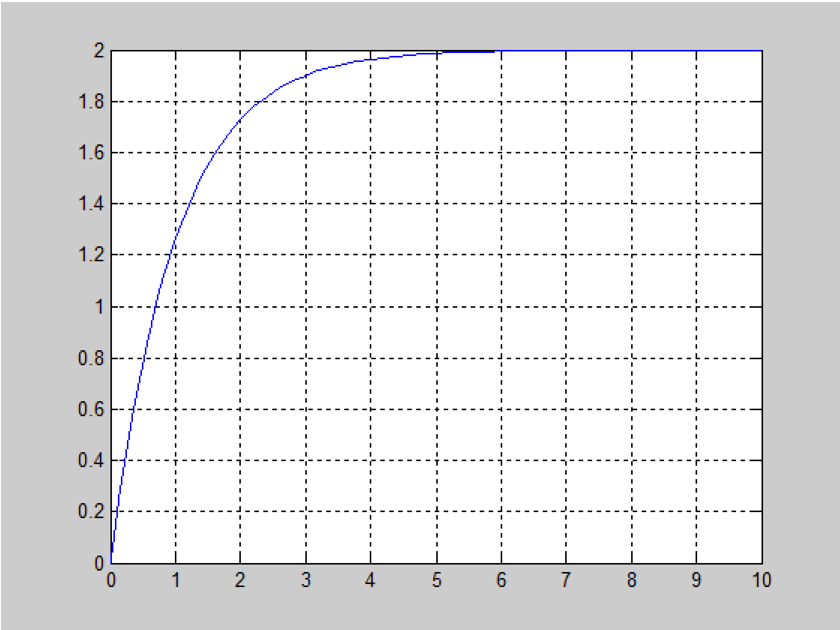

Figure 1.2: $K = 2$, $\tau = 1$

$$B = 10s + 1 \frac{2}{s(10s+1)} \mid s = -1/10 = -20$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t/10}$$

- Item ii

1. $\tau = 1$, $K = 0,1$

$$\frac{1}{s}\frac{0,1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

$$A = s\frac{0,1}{s(s+1)} \mid s = 0 = 0,1$$

$$B = s + 1\frac{0,1}{s(s+1)} \mid s = -1 = -0,1$$

$$c(t) = 0,1 - 0,1e^{-t}$$

2. $\tau = 1$, $K = 1$

$$\frac{1}{s}\frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

$$A = s\frac{1}{s(s+1)} \mid s = 0 = 1$$

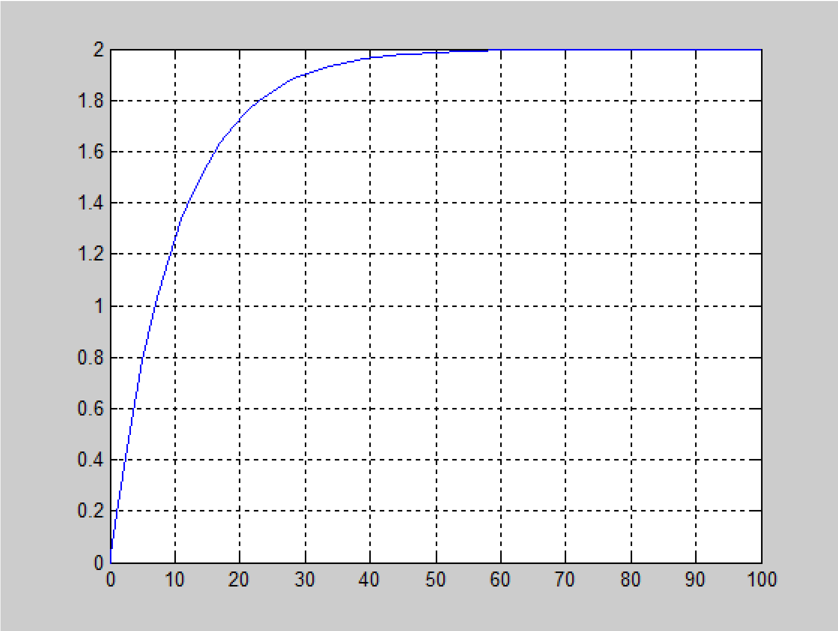

Figure 1.3: $K = 2$, $\tau = 10$

$$B = s + 1\frac{1}{s(s+1)} \mid s = -1 = -1$$

$$c(t) = 1 - 1e^{-t}$$

3. $\tau = 1$, $K = 10$

$$\frac{10}{s}\frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

$$A = s\frac{10}{s(s+1)} \mid s = 0 = 10$$

$$B = s + 1\frac{10}{s(s+1)} \mid s = -1 = -10$$

$$c(t) = 10 - 10e^{-t}$$

1.2 Conclusões

Conforme mostrados nos valores obtidos na simulação, percebemos que apenas o τ influencia no tempo de estabilização, quanto maior seu valor, maior o tempo de estabilização, sendo que este crescimento é linear, nesse caso, smpre que o valor de τ é multiplicado por 10, o tempos de estabilização (T_s) também é multiplicado por 10. O valor de K não influencia no tempo de estabilização, apesar do valor ter mudado em relação a $K = 2$, sempre que o valor de K é multiplicado por 10 Ts permanece constante e igual a 4,1.

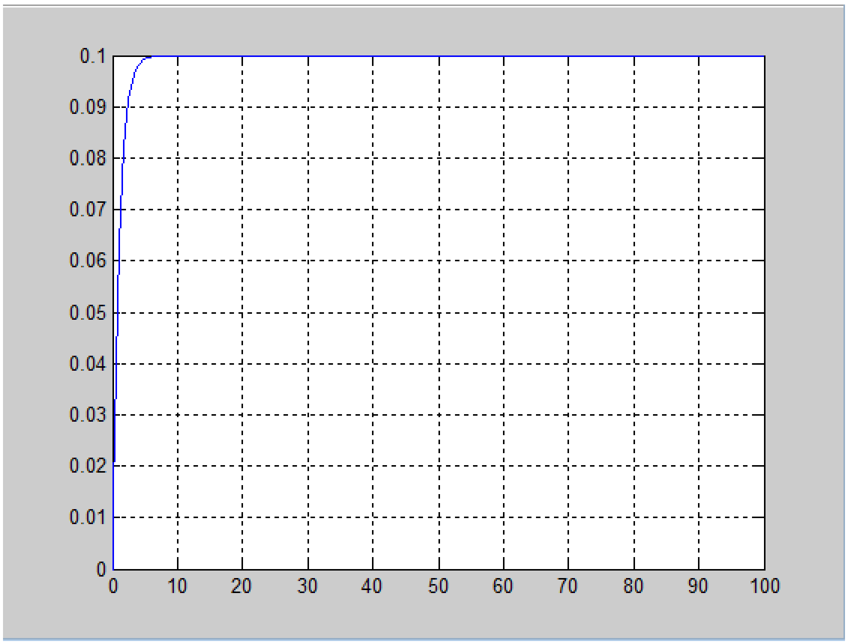

Figure 1.4: $K = 0,1$, $\tau = 1$

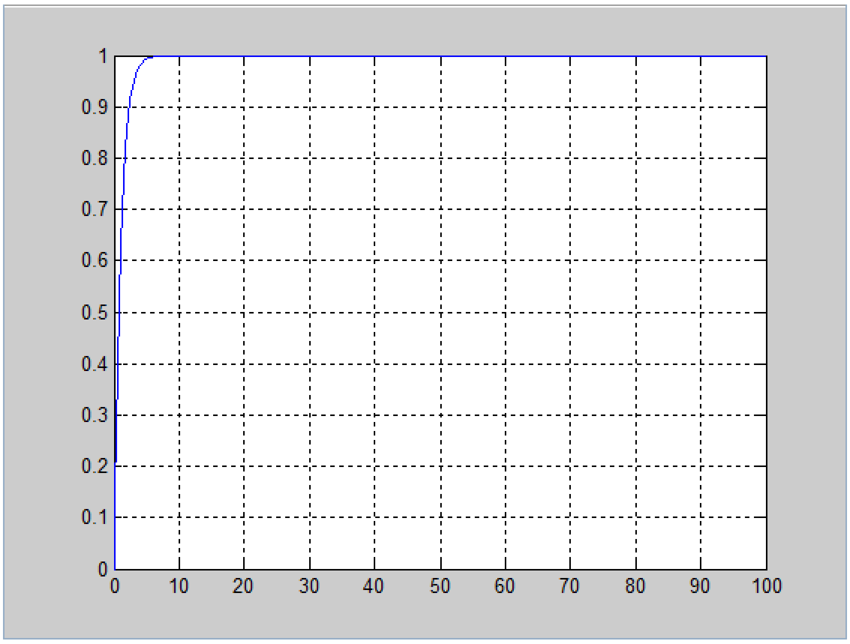

Figure 1.5: $K = 1$, $\tau = 1$

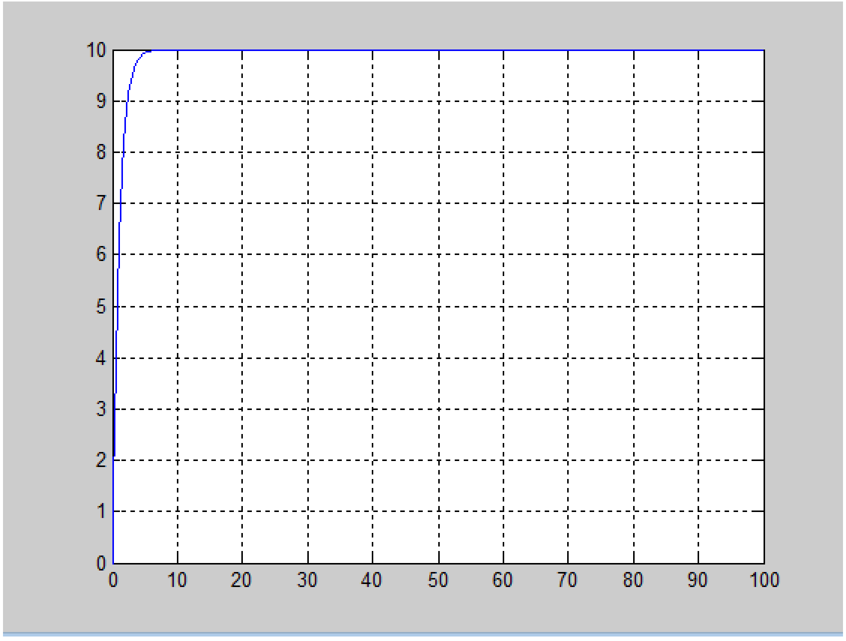

Figure 1.6: $K = 10$, $\tau = 1$

Chapter 2

Questao 2

Para a simulação de um sistema de 2^a ordem, que possui função de transferência descrita na equação 2.1, os parâmetros simulados estao descritos abaixo, juntamente com seus respectivos resultados. Nesse sistema, os valores analisados são: Tempo de estabilização (T_s), Máximo de sobressinal (M_p), Tempo do valor de pico (T_p), Valor de pico (V_p), Valor de regime (V_r)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \tag{2.1}$$

2.1 Simulação

- Item i
  1. $w_n = 2$, $K = 8$, $\xi = 1$, $T_s = 0.921$, $V_r = 8$ (Figura 2.1)
  2. $w_n = 2$, $K = 8$, $\xi = 0,7$, $T_s = 2.99$, $M_p = 4,6$, $T_p = 2.2$, $V_p = 8.368$, $V_r = 8$ (Figura 2.2)
  3. $w_n = 2$, $K = 8$, $\xi = 0,2$, $T_s = 9,6823$, $M_p = 48,6365$, $T_p = 1,805$, $V_p = 11,8906$, $V_r = 8$ (Figura 2.3)
- Item ii
  1. $w_n = 10$, $K = 8$, $\xi = 1$, $T_s = 0.56$, $V_r = 8$ (Figura 2.4)
  2. $w_n = 10$, $K = 8$, $\xi = 0,7$, $\xi = 1$, $T_s = 0,6$, $M_p = 4,5875$, $T_p = 0,448$, $V_p = 8,367$, $V_r = 8$ (Figura 2.5)
  3. $w_n = 10$, $K = 8$, $\xi = 0,2$,$\xi = 1$, $T_s = 1,856$, $M_p = 52,37$, $T_p = 0,33$, $V_p = 12,19$, $V_r = 8$ (Figura 2.6)

Calculando os valores do tempo de pico (T_p) utilizando as equações 2.2 e 2.3, observamos que os valores simulados estão muito próximos dos valores esperados. É importante ressaltar que para os sistemas que se aproximam de sistemas de 1^a ordem, o valor de T_p não existe, pois o sistema se comporta como um sistema de 1^a ordem.

$$w_d = w_n\sqrt{1-\xi^2} \tag{2.2}$$

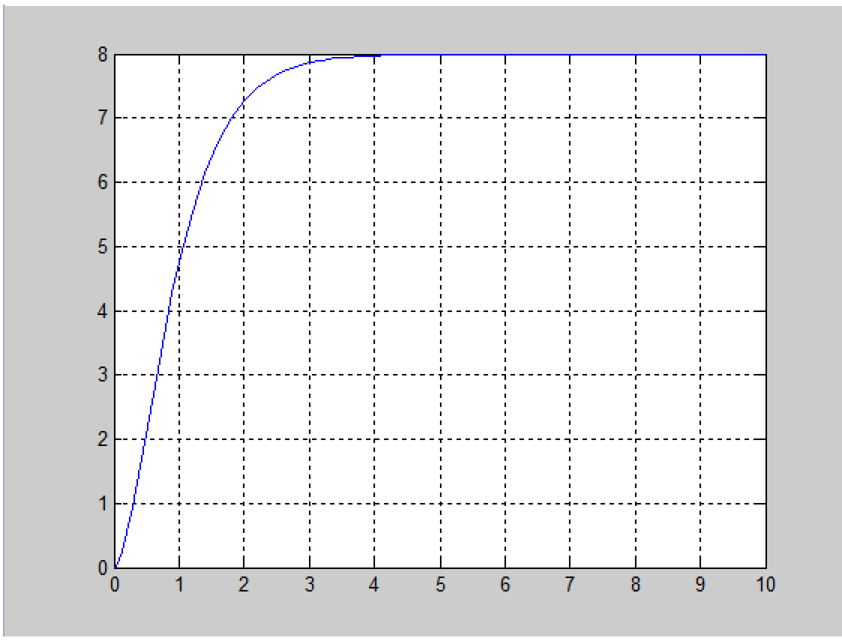

Figure 2.1: $K = 8$, $w_n = 2$, $\xi = 1$

$$T_p = \frac{\pi}{w_d} \tag{2.3}$$

- Item i
  1. $w_n = 2$ e $\xi = 0,7$
  $$w_d = 2\sqrt{1 - 0,7^2} = 1,428$$
  $$T_p = \frac{\pi}{1,428} = 2,19$$
  2. $w_n = 2$ e $\xi = 0,2$
  $$w_d = 2\sqrt{1 - 0,2^2} = 1,9595$$
  $$T_p = \frac{\pi}{1,9595} = 1,603$$
- Item ii
  1. $w_n = 10$ e $\xi = 0,7$
  $$w_d = 10\sqrt{1 - 0,7^2} = 7,1414$$
  $$T_p = \frac{\pi}{7,1414} = 0,4399$$
  2. $w_n = 10$ e $\xi = 0,2$
  $$w_d = 10\sqrt{1 - 0,2^2} = 9,7979$$
  $$T_p = \frac{\pi}{9,7979} = 0,32$$

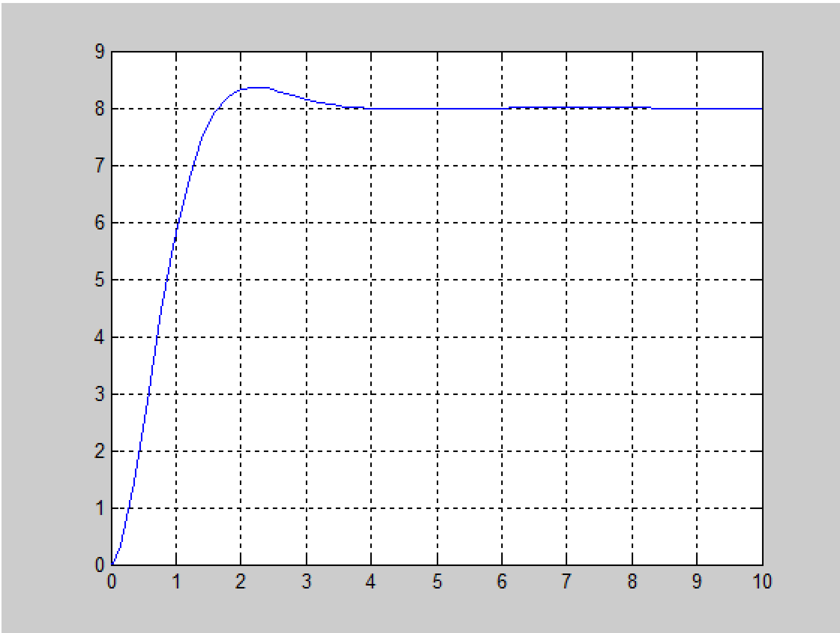

Figure 2.2: $K = 8$, $w_n = 2$, $\xi = 0,7$

2.2 Conclusões

Para o sistema de segunda ordem, podemos observar aspectos importantes reacionados aos parâmetros da equação 2.1.

O valor de K determina o valor de referência do sistema (V_r), independente do valor de w_n e de ξ, V_r permanece e constante e igual a 8 para todos os casos.

O valor do coeficiente de amortecimento (ξ) tem influência nos tempos de estabilização (T_s) e de pico (T_p), quanto menos amortecido o sistema, ou seja, quanto menor o valor de ξ, mais demorada é sua estabilização e maior será o tempo que o sistema leva para atingir seu valor de pico. Este parâmetro influencia também no valor de pico (V_p), pois quanto menor for o amortecimento do sistema, maior será seu valor de pico.

O valor de w_n tem influência nos valores de T_s e T_p, esta influencia é de uma forma geral, ou seja, a resposta é comprimida e os tempos do sistema reduzem de forma conjunta, a resposta fica mais rápida, porque todos os tempos são reduzidos, seguindo sempre as regras de variação de ξ.

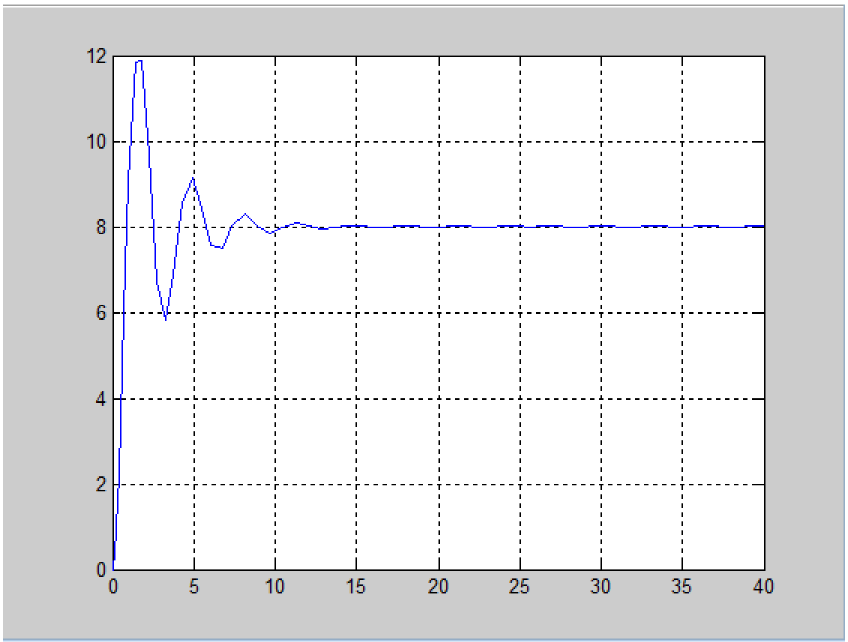

Figure 2.3: $K = 8$, $w_n = 2$, $\xi = 0,2$

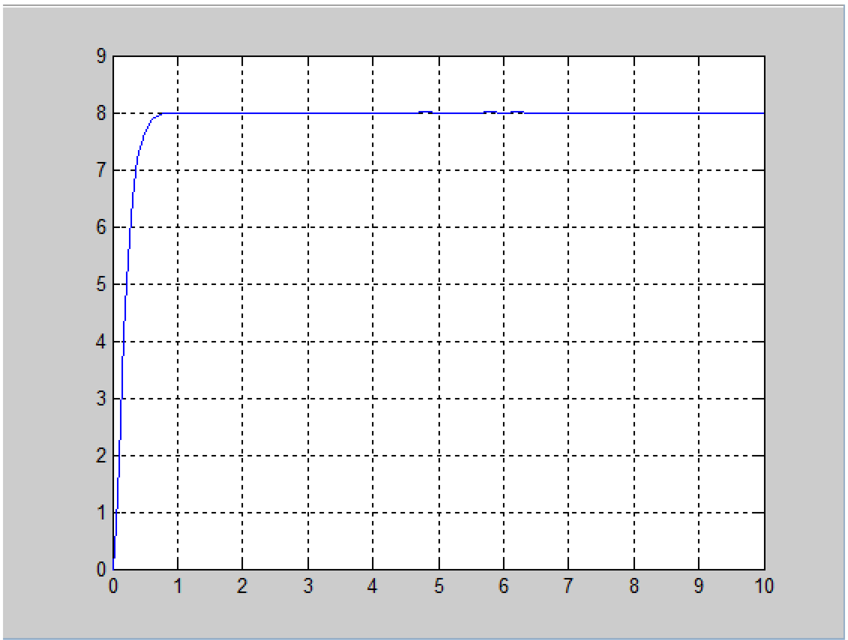

Figure 2.4: $K = 8$, $w_n = 10$, $\xi = 1$

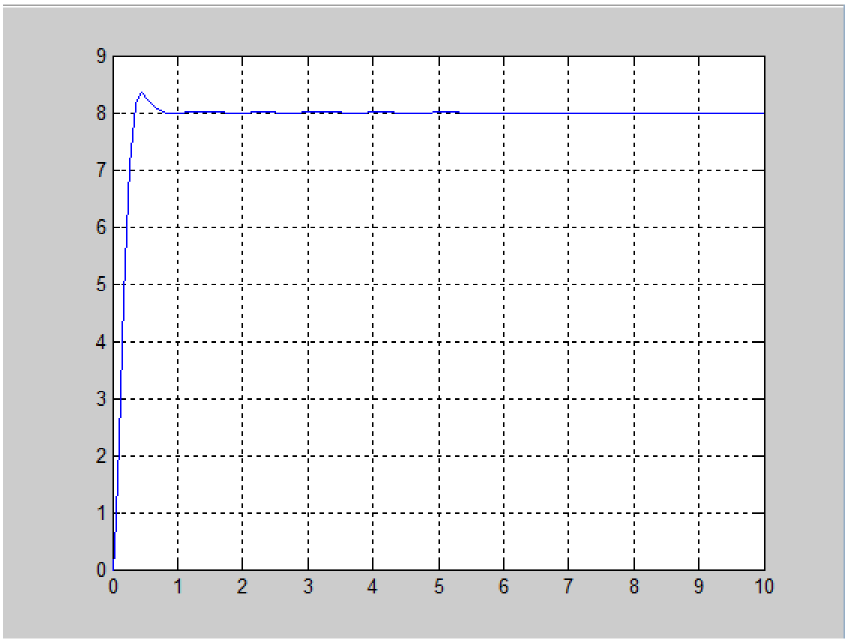

Figure 2.5: $K = 8$, $w_n = 10$, $\xi = 0,7$

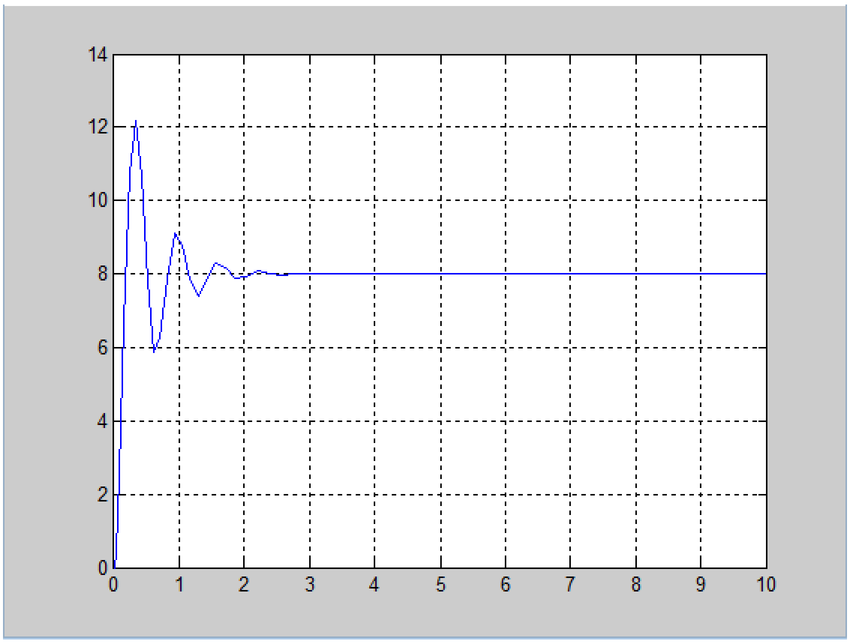

Figure 2.6: $K = 8$, $w_n = 10$, $\xi = 0,2$

Chapter 3

Questao 3

Para que a resposta ao degrau unitáiro do sistema, dada pela equação 3.1, tenha como parâmetros fixos, $M_p = 0{,}2$ e $T_p = 1$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + (1 + KK_k)s + K} \tag{3.1}$$

3.1 Simulação

Os valores encontrados foram:

- $K = 12,5$
- $K_h = 0,178$
- $T_s = 1,49$
- $Mp = 0,2$

3.2 Conclusões

Os valores encontrados na simulação conferem com os valores obtidos nos cálculos feitos em sala de aula, conforme mostrado na figura **??**.

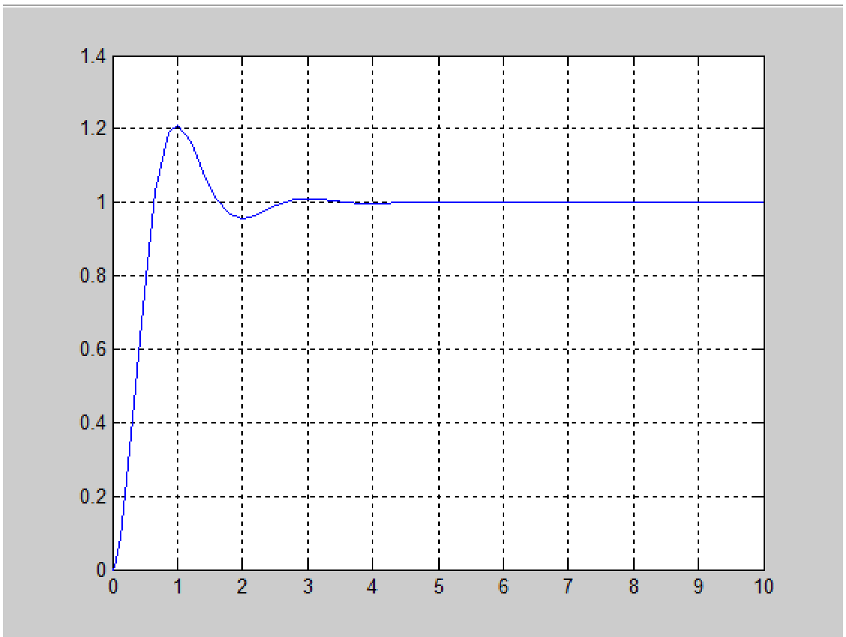

Figure 3.1: $M_p = 0,2$, $T_s = 1$