Autômatos e Linguagens

Linguagens regulares

Sistema de estados finitos

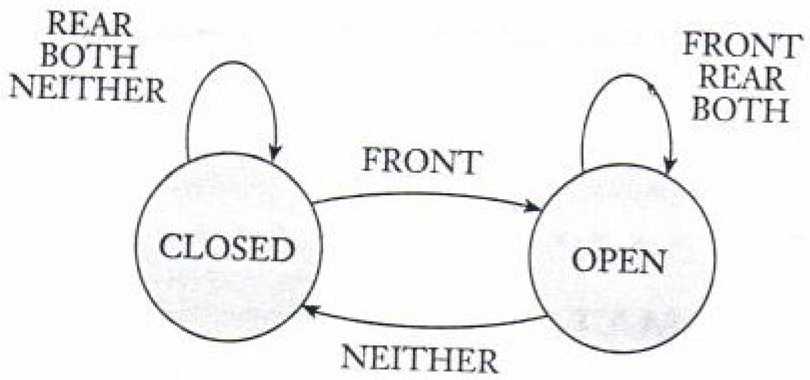
- Modelo matemático com entradas e saídas discretas.
- Cada estado contém somente as informações do passado necessárias para determinar as ações para a próxima entrada.
- Um controle de elevador:
  - Cada estado armazena somente o “andar corrente” e a “direção de movimento”.
  - As entradas do sitema são requisições pendentes.

Sistema de estados finitos

- Analisadores léxicos e processadores de texto.
- O cérebro humano?
  - Cada neurônio possui 2^{35} células: finitos estados.
  - Representado por número finito de bits.
  - O problema: o número de combinações de células.

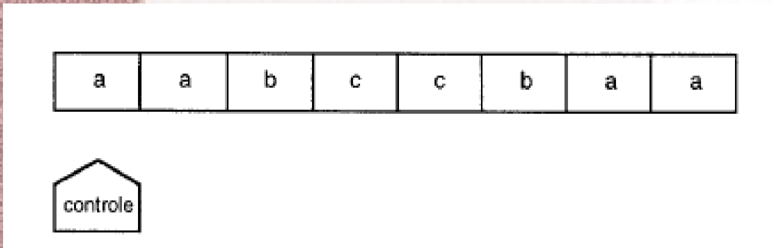
Autômatos finitos

- Sistema de estados finitos.
- AF ou AF Determinísticos (AFD).
- Modelos para computadores com extrema limitação de memória.
- Controle de abertura/fechamento de portas.



Autômatos finitos

- É composto por 3 partes:
  - Fita: dispositivo de entrada que contém a informação a ser processada.
  - Unidade de controle: reflete o estado corrente.
    - Unidade de leitura (cabeça de fita): acessa uma célula por vez e sempre para a direita.
  - Programa ou função de transição: função que comanda as leituras e define o estado da máquina.



Autômatos finitos

- Definição de AFD: é uma 5-tupla.

$$M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

Σ *alfabeto de símbolos de entrada*;
Q *conjunto de estados* possíveis do autômato o qual é finito;
δ *função programa* ou *função de transição*:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

a qual é uma função parcial;
q_0 *estado inicial* tal que q_0 é elemento de Q;
F *conjunto de estados finais* tal que F está contido em Q.

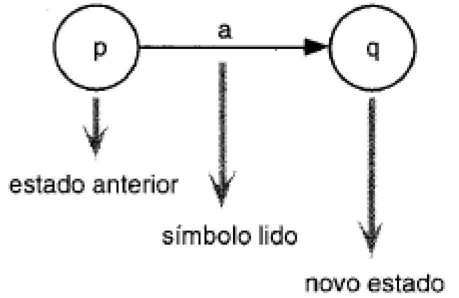


Figura 2.2 Representação da função programa como um grafo

Figura 2.3 Representação de um estado inicial (esq.) e final (dir.) como nodos de grafos

AFD

- Exemplo:
  - Tome a linguagem L1 = {w | w possui aa ou bb como subpalavra}
  - O AFD $M1 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \delta_1, q0, \{q_f\})$ onde δ_1 é dado na tabela

δ_1	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_f	q_2
q_2	q_1	q_f
q_f	q_f	q_f

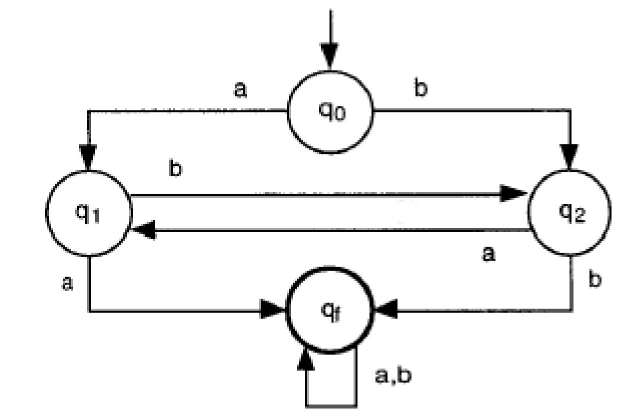


Figura 2.4 Grafo do Autômato Finito Determinístico

AFD

- Se a entrada for abba:

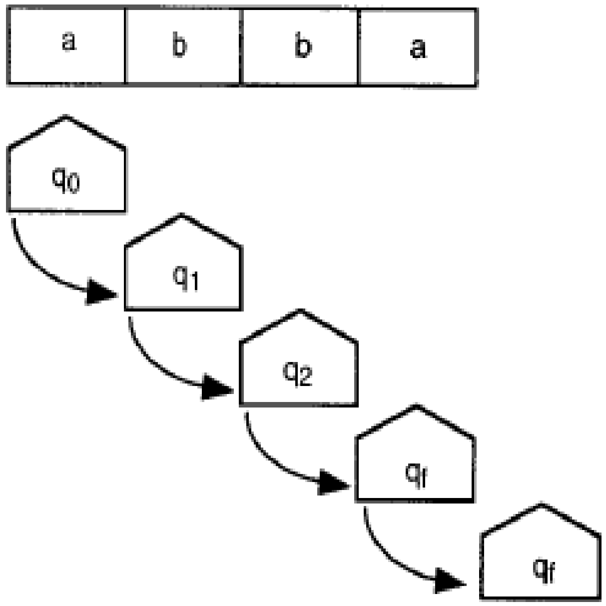


Figura 2.5 Seqüência de processamento

AFD

- Não existe loop infinito.
- Condições de parada:
  - Após processar o último símbolo da fita; o AFD assume o estado final, para e aceita a entrada w.
  - Após processar o último símbolo da fita: o AFD assume um estado não-final, para e a entrada w é rejeitada.
  - A função programa é indefinida para o argumento (estado corrente e símbolo lido): a máquina para e a palavra de entrada w é rejeitada.

AFD – Função Programa estendida

- Seja um AFD: $M=(\Sigma,Q,\delta,q_{0,}F)$
- $\delta:Q\,x\,\Sigma^{*}\rightarrow Q$ é a função estendida definida como:

$$\delta(q,\varepsilon)=q$$

$$\delta(q,aw)=\delta(\delta(q,a),w)$$

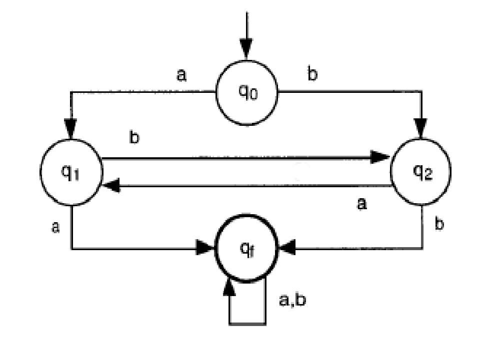


Figura 2.4 Grafo do Autômato Finito Determinístico

AFD – Função Programa estendida

- Dado o autômato $M1=(\{a,b\},\{q_0,q_1,q_2,q_f\},\delta_1,q_0,\{q_f\})$ a função estendida aplicada à palavra abaa, a partir de q_0 é:
  - Função estendida sobre abaa $\delta(q_0,abaa)=.$
  - Processa <u>a</u>baa $\delta(\delta(q_0,a),baa)=.$
  - Função estendida sobre baa $\delta(q_1,baa)=.$
  - Processa <u>b</u>aa $\delta(\delta(q_1,b),aa)=.$
  - Função estendida sobre aa $\delta(q_2,aa)=.$
  - Processa <u>a</u>a $\delta(\delta(q_2,a),a)=.$
  - Função estendida sobre a $\delta(q_1,a)=.$
  - Processa aba<u>a</u> $\delta(\delta(q_1,a),\varepsilon)=.$
  - Função estendida sobre ε :fim da indução $\delta(q_f,\varepsilon)=q_f$

AFD

- A linguagem aceita por um AFD, denotada por ACEITA(M) ou L(M), são todas as palavras pertencentes a Σ^* aceitas por M:

$$ACEITA(M)=\{w \mid \delta(q_{0,} w) \in F\}$$

- REJEITA(M) são todas as palavras pertencentes a Σ^* aceitas por M

$$ACEITA(M) \cap REJEITA(M)=\varnothing$$

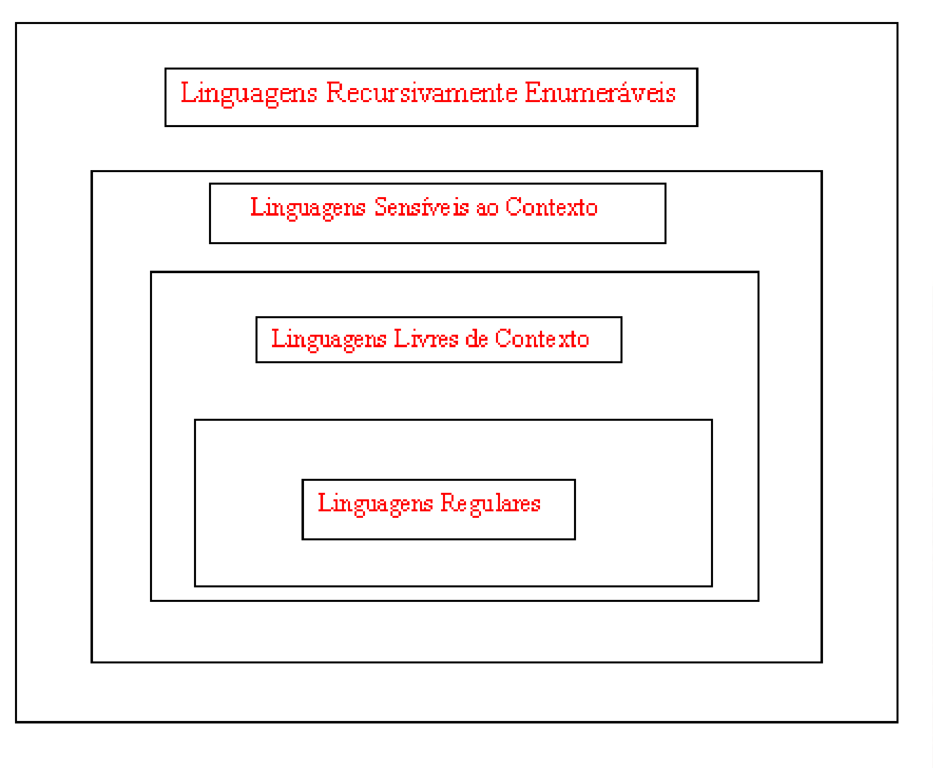
$$ACEITA(M) \cup REJEITA(M)=\Sigma^*$$

$$ACEITA(M)^C=REJEITA(M)$$

$$REJEITA(M)^C=ACEITA(M)$$

AFD

- Dois AFD's são ditos equivalentes quando ACEITA(M1) = ACEITA(M2).



AFD

- LINGUAGEM REGULAR ou TIPO 3: é a linguagem aceita por um AFD.
  - Tome as linguagens L2 = { }   e   L3 = Σ^*
  - E os AFD's:

$$M2=(\{a,b\},\{q_0\},\delta_{2,}q_{0,}\{\})$$
$$M3=(\{a,b\},\{q_0\},\delta_{3,}q_{0,}\{q_0\})$$

δ_2	a	b
q_0	q_0	q_0

δ_3	a	b
q_0	q_0	q_0

ACEITA(M2) = L2 e
ACEITA(M3) = L3

Como ficariam os AFD's M2 e M3?

AFD

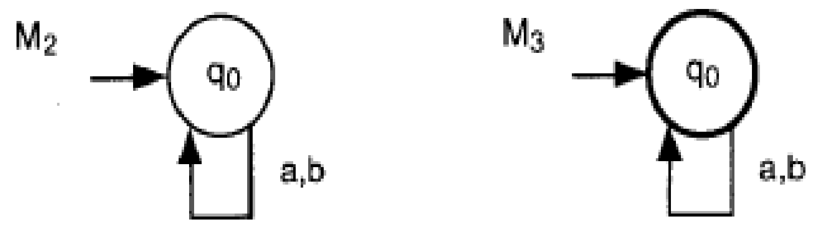


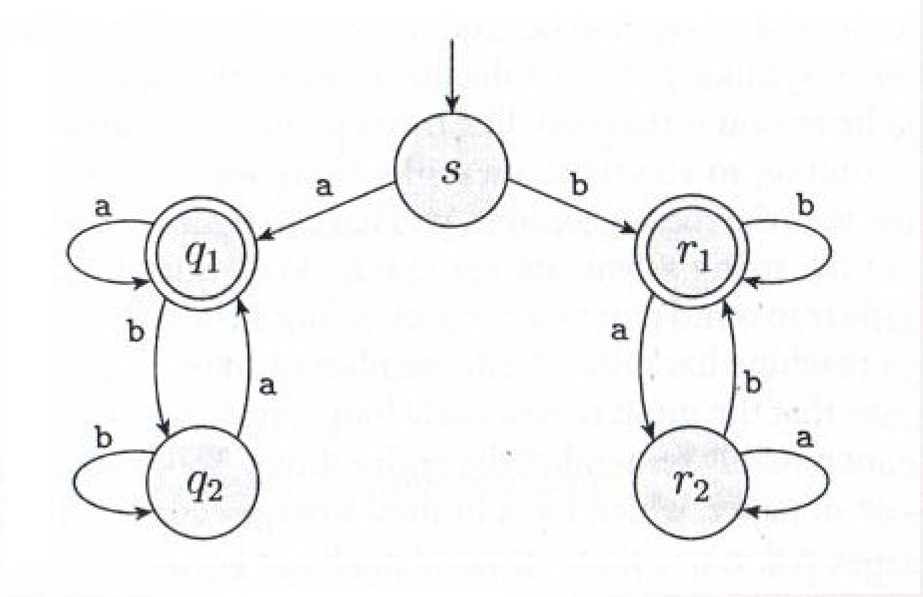
Figura 2.6 Grafos dos Autômatos Finitos

- Existe alguma diferença entre $\delta_2 \, e \, \delta_3$?
- O que diferencia M2 e M3?

AFD

- Dada a máquina abaixo, descreva-a formalmente e indique algumas palavras aceitas e rejeitadas.

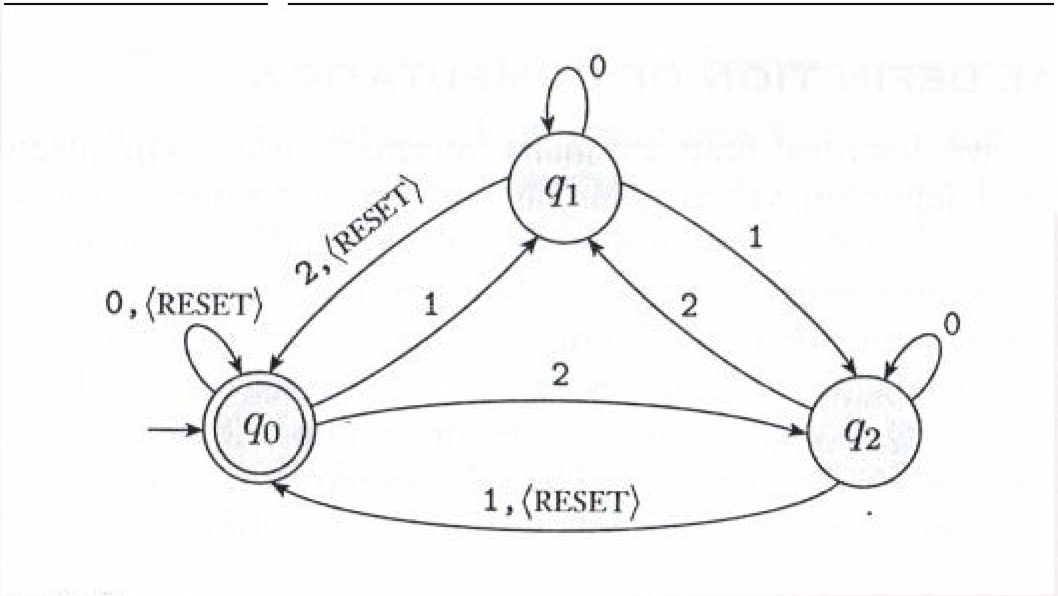
$$M4 = (\Sigma, Q, \delta, q_{0,} F)$$



AFD

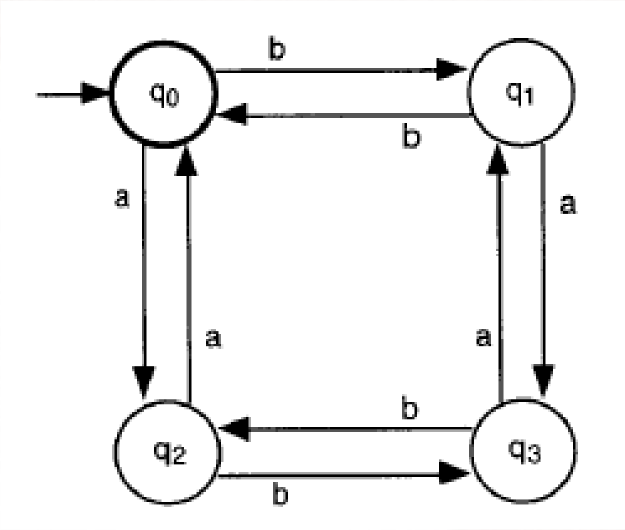
- Dada a máquina abaixo, descreva-a formalmente e indique algumas palavras aceitas e rejeitadas.

$$M5 = (\Sigma, Q, \delta, q_{0,} F)$$



AFD

- Dada a máquina abaixo, descreva-a formalmente e indique a linguagem aceita.



AFD

- Desenhe o AFD que reconheça a linguagem regular de todas as palavras que contenham a string 001 como sub-palavra.
  - São aceitas, p.e.:0010,1001,001,111111110011111.
  - São rejeitadas, p.e.:11,0000,100.

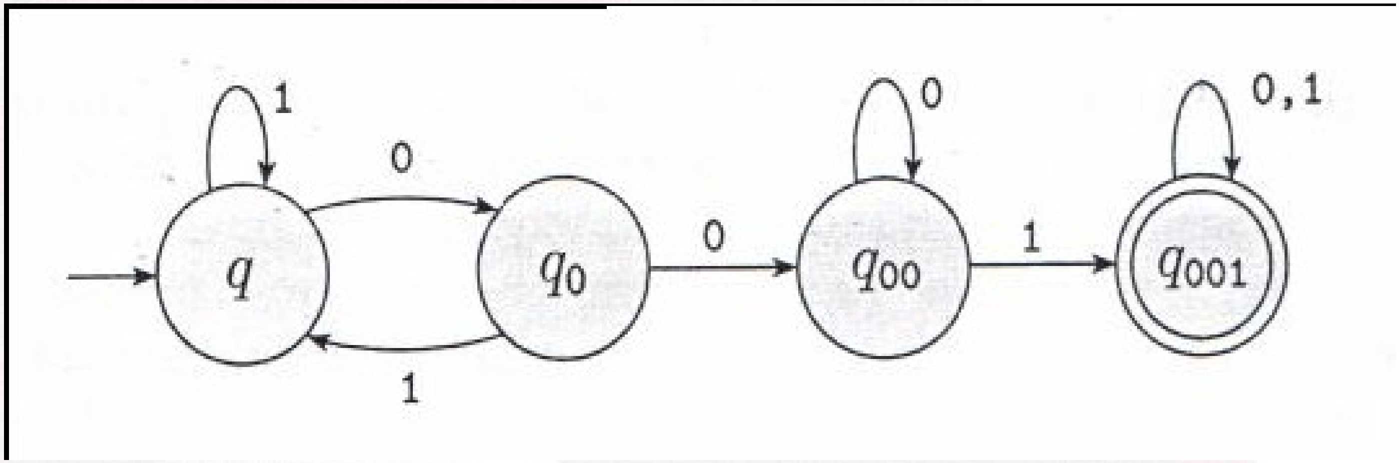
AFD

- Inicialmente, ignore as entradas '1'.
- Se a entrada for '0', atente para o início do padrão.
  - Se a próxima entrada for '1', volte a ignorá-la.
  - Se for '0', aguarde que a entrada de um '1' forme o padrão e aguarde chegar o estado final.
  - Possibilidades (estados):
    - q: Não entrou qlqr símbolo do padrão ou
    - q0: Entrou 0 ou
    - q00: Entrou 00 ou
    - q001: Entrou 001.

AFD

- Encontre as transições:
  - De q:
    - Se ler 1, permaneça em q.
    - Se ler 0, vá para q0.
  - De q0:
    - Se ler 1, volte para q.
    - Se ler 0, vá para q00.
  - De q00:
    - Se ler 1, vá para q001.
    - Se ler 0, continue em q00.
  - De q001:
    - Se ler 0 ou 1, continue em q001.

AFD



Exercício

Desenvolver AFDs que reconheçam as seguintes linguagens sobre $\Sigma = \{a, b\}$:

- a) {w | w possui aaa como subpalavra}
- b) {w | o sufixo de w é aa}
- c) {w | w possui um número ímpar de a e b}
- d) {w | w possui número par de a e ímpar de b ou vice-versa}
- e) {w | o quinto símbolo da esquerda para a direita de w é a}