



Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia de Computação e
Telecomunicações
Laboratório de Sistemas de Controle
Prof^a Adriana Castro

Relatório 1

Hugo Santos - 10080000701

June 7, 2013

1 Questao 1

Simulação de um sistema com entrada igual a um degrau e com função de transferência igual à equação 1. Na primeira parte, manteve-se o K constante e variou-se o τ entre os valores 0,1, 1 e 10. No segundo caso, τ foi mantido constante e variou-se o K entre os valores 0,1, 1 e 10. O critério de avaliação é o tempo de estabilização T_s).

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1)$$

1.1 Simulação

No item *i* percebeu-se que o T_s subia praticamente com a mesma proporção de crescimento do K . Como mostrado nos dados logo abaixo e nas Figuras 1, 2 e 1

- Item i
 - Para $K = 2$ e $\tau = 0,1$: $T_s = 0,37$ mostrado na Figura 1
 - Para $K = 2$ e $\tau = 1$: $T_s = 3,957$ mostrado na Figura 2
 - Para $K = 2$ e $\tau = 10$: $T_s = 39,18$ mostrado na Figura 3

No item *ii* percebeu-se que o T_s permaneceu constante devido a independência de K com o valor do T_s . Como mostrado nos dados logo abaixo e nas Figuras 4, 5 e 6.

- Item ii
 - Para $\tau = 1$ e $K = 0,1$: $T_s = 3,957$ (Figura 4)
 - Para $\tau = 1$ e $K = 1$: $T_s = 3,957$ (Figura 5)
 - Para $\tau = 1$ e $K = 10$: $T_s = 3,957$ (Figura 6)

O Cálculo da resposta analítica (no domínio de tempo) é dado abaixo, utilizou-se expansão em frações parciais e transformada de Laplace.

- Item i

- $K = 2, \tau = 0,1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} \frac{2}{0,1s + 1} &= \frac{A}{s} + \frac{B}{0,1s + 1} \\ A &= s \frac{2}{s(0,1s + 1)} \Big|_{s=0} = 2 \\ B &= 0,1s + 1 \frac{2}{s(0,1s + 1)} \Big|_{s=-10} = -0,2 \\ C(s) &= \frac{2}{s} - \frac{0,2}{s + 10} \\ c(t) &= 2 - 0,2e^{-10t} \end{aligned}$$

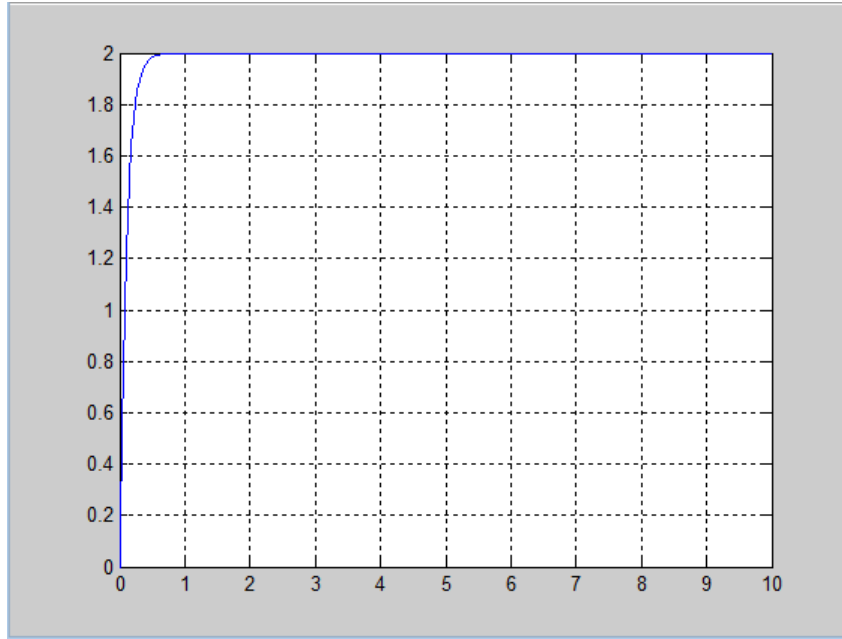


Figure 1: Para $K = 2$ e $\tau = 0,1$

– $K = 2, \tau = 1$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{1s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{2}{s(s+1)} \mid s=0 = 2$$

$$B = s+1 \frac{2}{s(s+1)} \mid s=-1 = -2$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t}$$

– $K = 2, \tau = 10$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{10s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{10s+1}$$

$$A = s \frac{2}{s(10s+1)} \mid s=0 = 2$$

$$B = 10s+1 \frac{2}{s(10s+1)} \mid s=-1/10 = -20$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t/10}$$

• Item ii

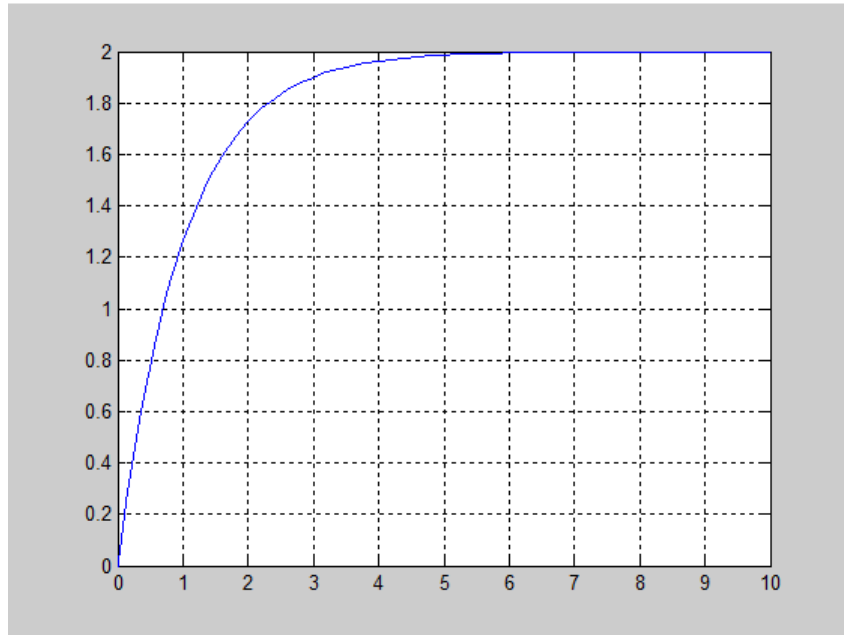


Figure 2: Para $K = 2$ e $\tau = 1$

– $\tau = 1, K = 0,1$

$$\frac{1}{s} \frac{0,1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{0,1}{s(s+1)} \mid s=0=0,1$$

$$B = s+1 \frac{0,1}{s(s+1)} \mid s=-1=-0,1$$

$$c(t) = 0,1 - 0,1e^{-t}$$

– $\tau = 1, K = 1$

$$\frac{1}{s} \frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{1}{s(s+1)} \mid s=0=1$$

$$B = s+1 \frac{1}{s(s+1)} \mid s=-1=-1$$

$$c(t) = 1 - 1e^{-t}$$

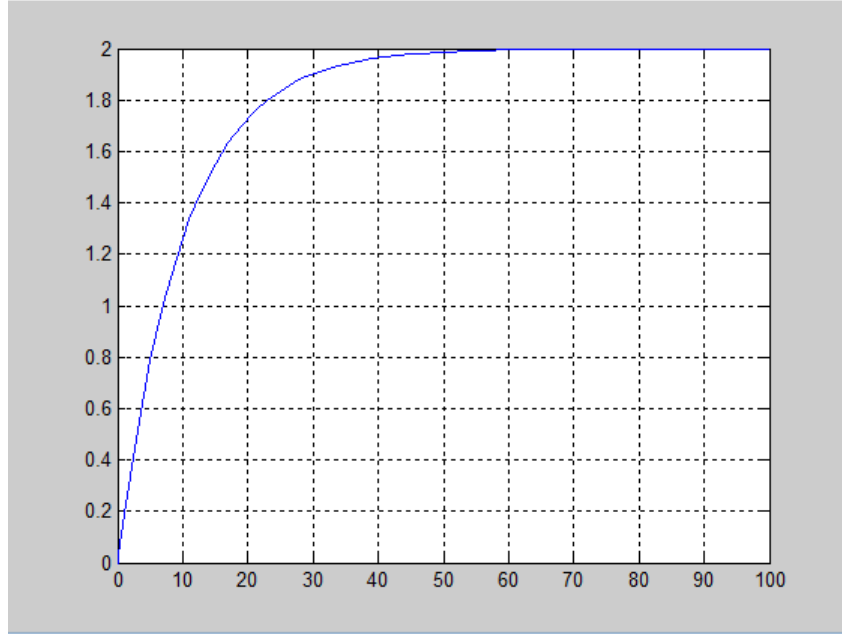


Figure 3: Para $K = 2$ e $\tau = 10$

– $\tau = 1$, $K = 10$

$$\frac{10}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s} - \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{10}{s(s+1)} \Big|_{s=0} = 10$$

$$B = s+1 \frac{10}{s(s+1)} \Big|_{s=-1} = -10$$

$$c(t) = 10 - 10e^{-t}$$

2 Questão 2

Simulação de um sistema de 2ª ordem com função de transferência igual à equação 2. Na primeira parte, manteve-se w_n em 2 e K em 8 constantes e variou-se o ξ entre 1, 0.7 e 0.2. No segundo caso, foram usados os mesmos critérios da primeira parte, porém w_n valia 10. Os critérios analisados foram o tempo de estabilização (T_s), o máximo de sobressinal (M_p), o tempo do valor de pico (T_p), o valor de pico (V_p) e valor de regime (V_r).

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \quad (2)$$

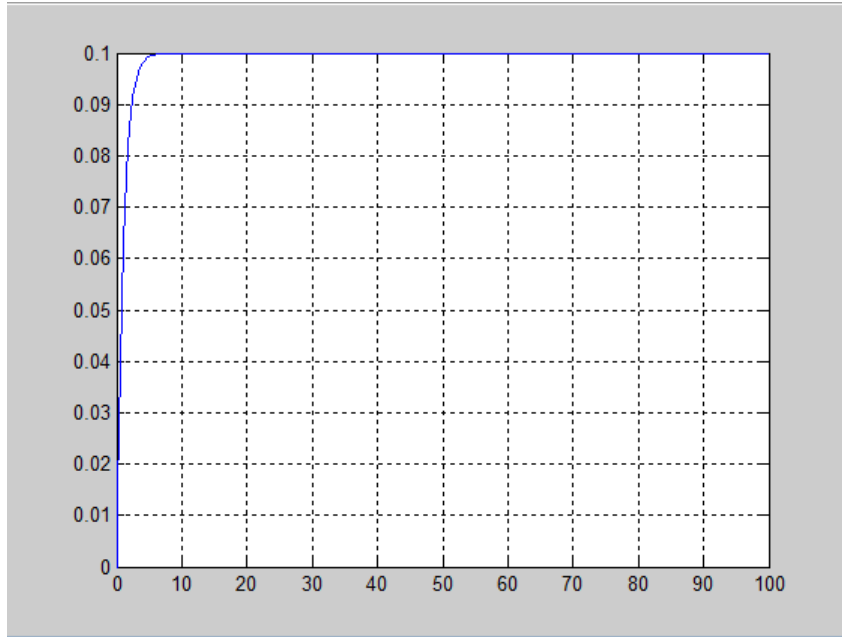


Figure 4: Para $K = 0.1$ e $\tau = 1$

2.1 Simulação

Os efeitos do ξ foram relacionados ao tempo de estabilização e à tensão de pico. Os efeitos do w_n tiveram grande influência sobre o tempo de resposta, pois com um valor maior, o T_p diminui.

- Para $w_n=2$, $k=8$ e $\xi=1$ mostrado na Figura 7
 - $T_s=2.893$
 - T_p não foi necessário porque o sistema se comportou como um sistema de ordem 1
- Para $w_n=2$, $k=8$ e $\xi=0.7$ mostrado na Figura 8
 - $T_s=2.893$
 - $V_p=8.367$
 - $M_p=4.5875$
 - $T_p=2.157$
 - $T_p=2.199$ calculado
- Para $w_n=2$, $k=8$ e $\xi=0.2$ mostrado na Figura 9
 - $T_s=9.535$
 - $V_p=12.17$
 - $M_p=52.12$
 - $T_p=1.535$

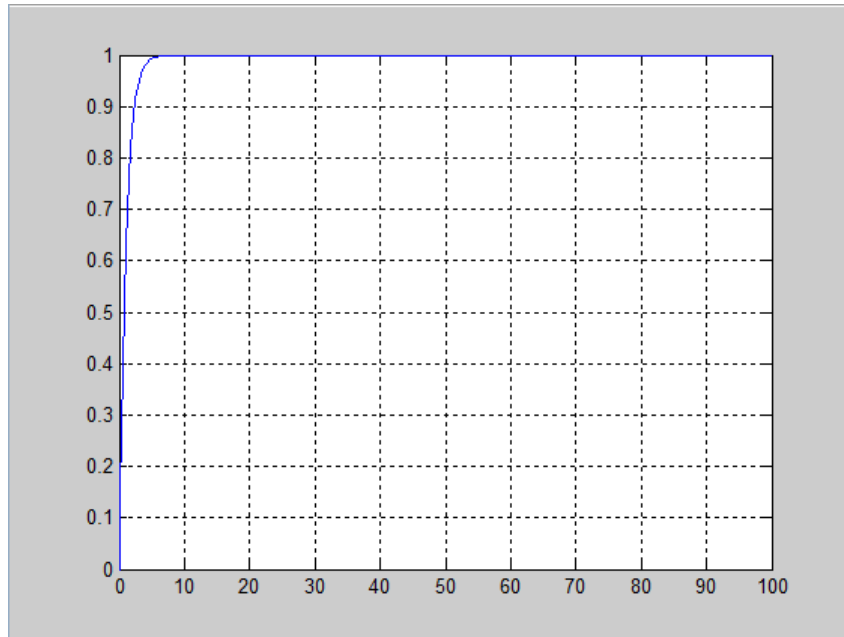


Figure 5: Para $K = 1$ e $\tau = 1$

- $T_p=1.603$ calculado
- Para $w_n=10$, $k=8$ e $\xi=1$ mostrado na Figura 10
 - $T_s=0.56$
 - T_p não foi necessário porque o sistema se comportou como um sistema de ordem 1
- Para $w_n=10$, $k=8$ e $\xi=0.7$ mostrado na Figura 11
 - $T_s=0.6$
 - $V_p=8.367$
 - $M_p=4.5875$
 - $T_p=0.448$
 - $T_p=0.439$ calculado
- Para $w_n=10$, $k=8$ e $\xi=0.2$ mostrado na Figura 12
 - $T_s=1.856$
 - $V_p=12.19$
 - $M_p=52.37$
 - $T_p=0.33$
 - $T_p=0.32$ calculado

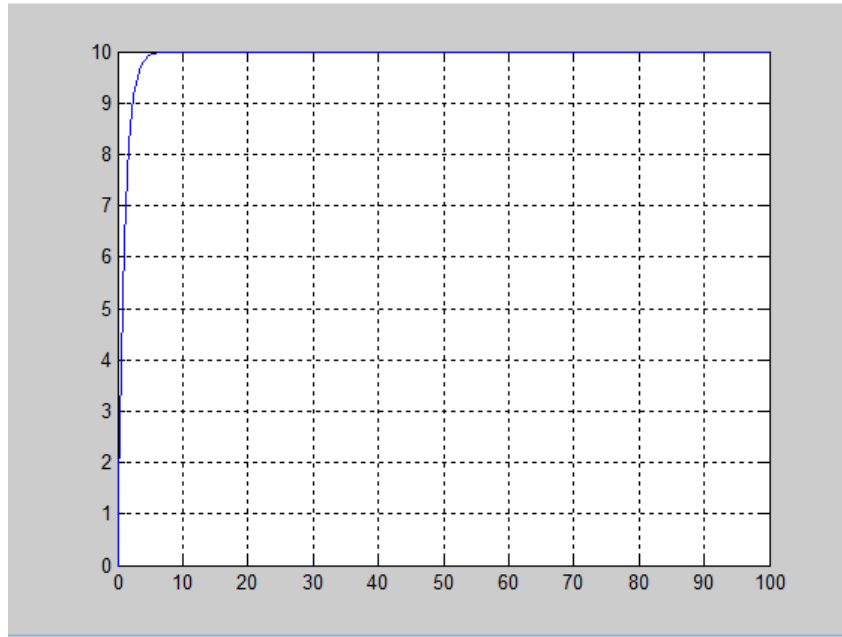


Figure 6: Para $K = 10$ e $\tau = 1$

3 Questao 3

Dada a equação 3. a resposta ao degrau a partir de $M_p = 0,2$ e $T_p = 1$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + (1 + KK_k)s + K} \quad (3)$$

3.1 Simulação

Os valores encontrados são:

- $K = 12,5$
- $K_h = 0,178$
- $T_s = 1,49$
- $M_p = 0,2$

Os valores lidos na simulação foram os mesmos esperados, através dos cálculos, pela resposta ao degrau. A Figura 13 mostra o comportamento do sistema no tempo.

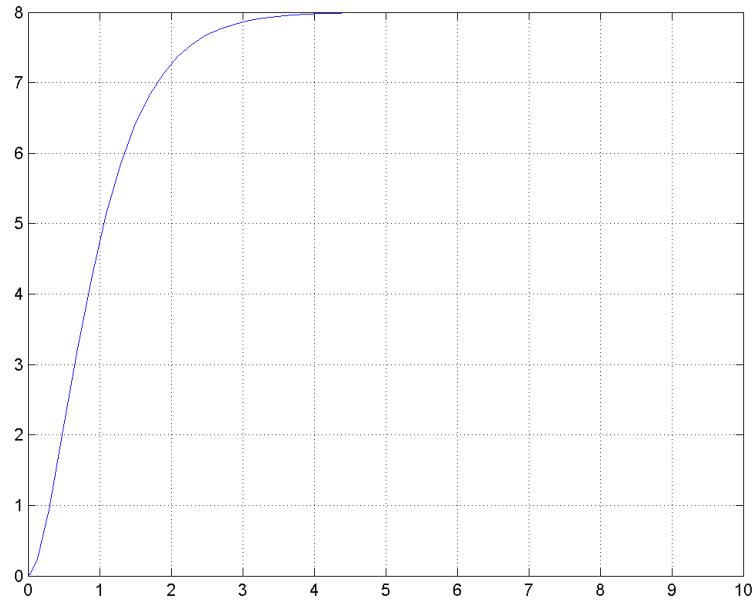


Figure 7: Para $w_n=2$, $k = 8$ e $\xi = 1$

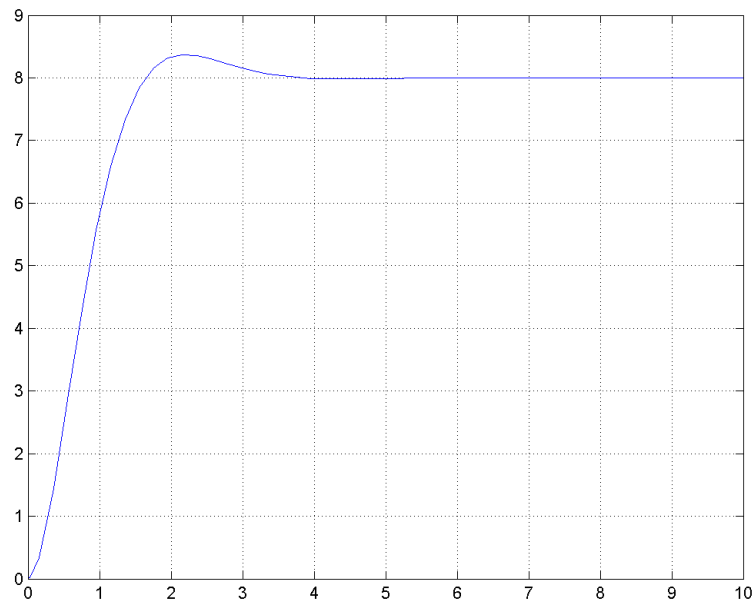


Figure 8: Para $w_n=2$, $k = 8$ e $\xi = 0.7$

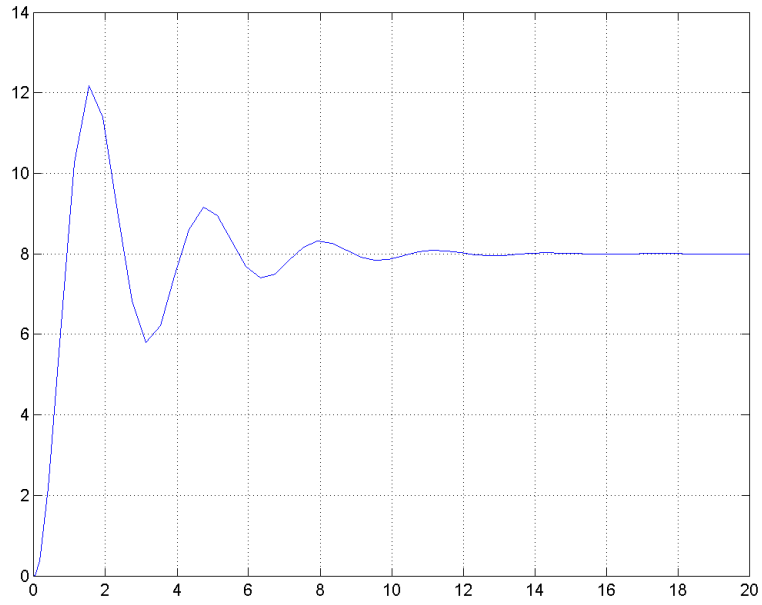


Figure 9: Para $w_n=2$, $k = 8$ e $\xi = 0.2$

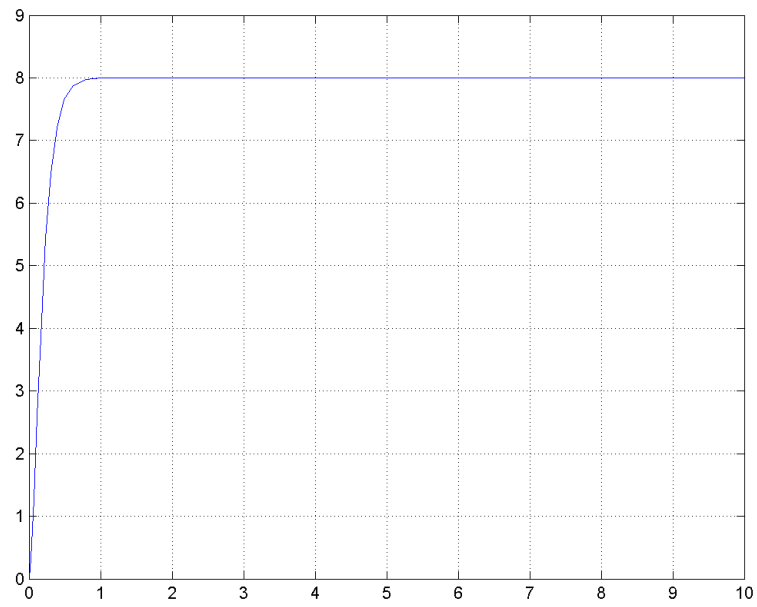


Figure 10: Para $w_n=10$, $k = 8$ e $\xi = 1$

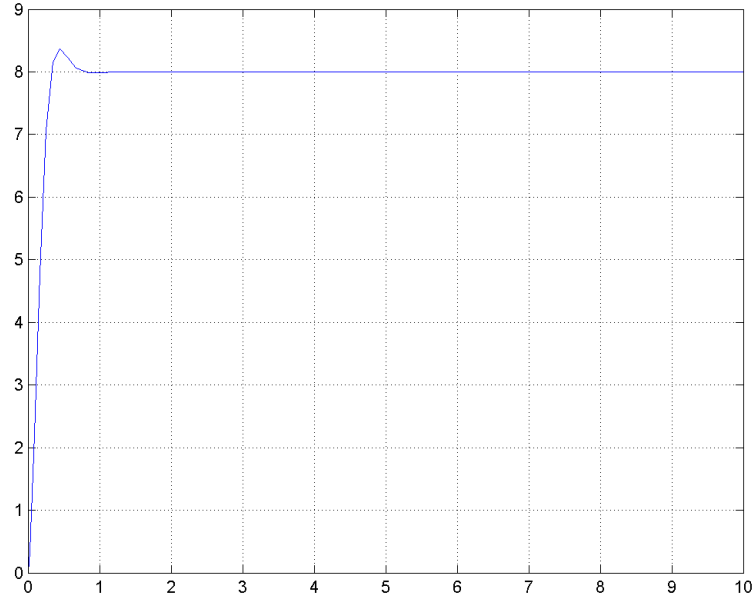


Figure 11: Para $w_n=10$, $k = 8$ e $\xi = 0.7$

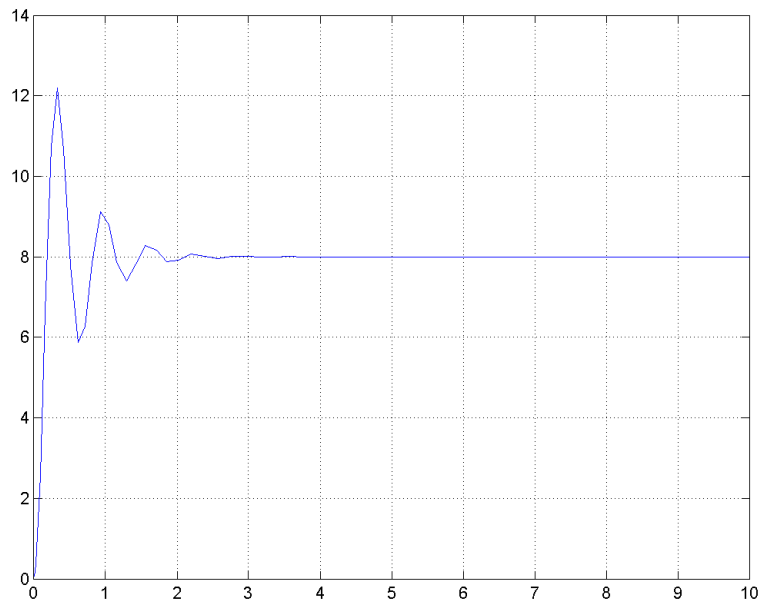


Figure 12: Para $w_n=10$, $k = 8$ e $\xi = 0.2$

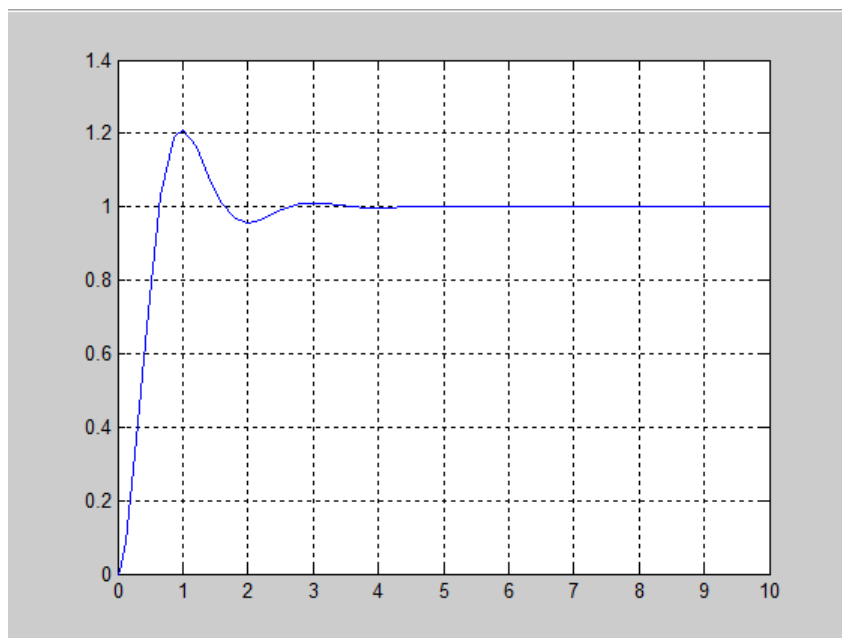


Figure 13: Para $M_p = 0,2$ e $T_s = 1$