Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia de Computação e Telecomunicações
Sistemas de Controle

Experiência 4 (Projeto por alocação de pólos) com $MatLab^{©}$

Prof^a Adriana Castro

Danilo Souza - 10080000801

July 27, 2013

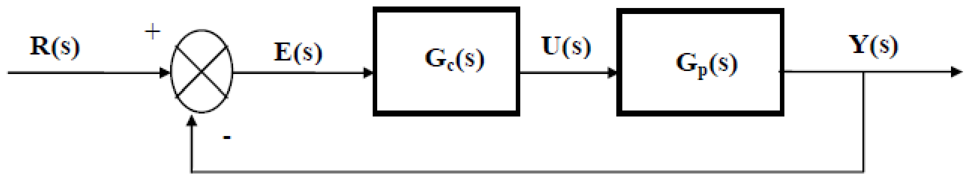
Contents

List of Figures

Chapter 1

Questão 1 - Controlador Proporcional

Este experimento consiste em utilizar o método de Projeto por alocação de pólos para realizar projetos de controladores. O sistema realimentado mostrado na Figura 1 possui função de transferência mostrada na equação 1.1.



$$M(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \tag{1.1}$$

Para garantir a eficácia do método, G_c é calculado de tal forma que M_s seja um sistema de $1^a ou 2^a$ ordem.

Neste primeiro experimento, a função de transferência do processo a ser controlado é dada pela equação 1.2. O tempo de estabilização utilizado para o cálculo de K_p foi $T_s = 20$, uma vez que o requisito do projeto é um tempo de estabilizzação menor ou igual a 20, utilizando o critério de 2% para estabilização. A equação abaixo mostra como calcular o valor de τ para este critério:

$$\tau_{2\%} = \frac{T_s}{4}$$

$$G_p(s) = \frac{2}{1 + 100s} \tag{1.2}$$

A função de transferência de primeira ordem usada para comparar com $M(s)$ é dada por:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

, onde

$$\tau_{2\%} = 5$$

, temos que

$$G(s) = \frac{K}{5s + 1} \tag{1.3}$$

Após a introdução de $G_c = K_p$ na malha do sistema, temos que:

$$M_s = \frac{\frac{2K_p}{1+100s}}{1 + \frac{2K_p}{1+100s}}$$

$$M_s = \frac{2K_p}{100s + 1 + 2K_p}$$

Dividindo âmbos numerador e denominador por $2K_p + 1$, temos:

$$\frac{\frac{2K_p}{2K_p+1}}{\frac{100s}{2K_p+1} + 1}$$

Comparando o termo em s desta equação com o termo em s de equação 1.3:

$$\frac{100}{2K_p + 1} = 5$$

$$K_p = 9,5$$

Substituindo este valor em $M(s)$ temos:

$$M(s) = \frac{19}{100s + 20}$$

Simulando o sistema em malha fechada, obtemos o gráfico mostrado na Figura 1.1. A figura mostra a comparação entre as simulaçoes com controlador em malha fechada (azul) e sem controlador em malha aberta (verde).

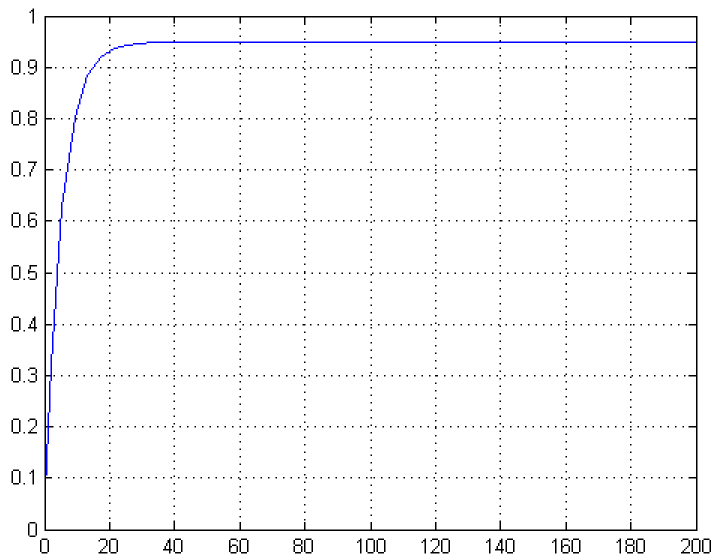


Figure 1.1: $T_s = 19,95$

Podemos perceber que o redução do tempo de estabilização foi de quase 20 vezes e está de acordo com o valor desejado, menor ou igual a 20. Mostrando a eficiência de acrescentar um controlador proporcional, em reduzir o tempo de estabilização de um processo.

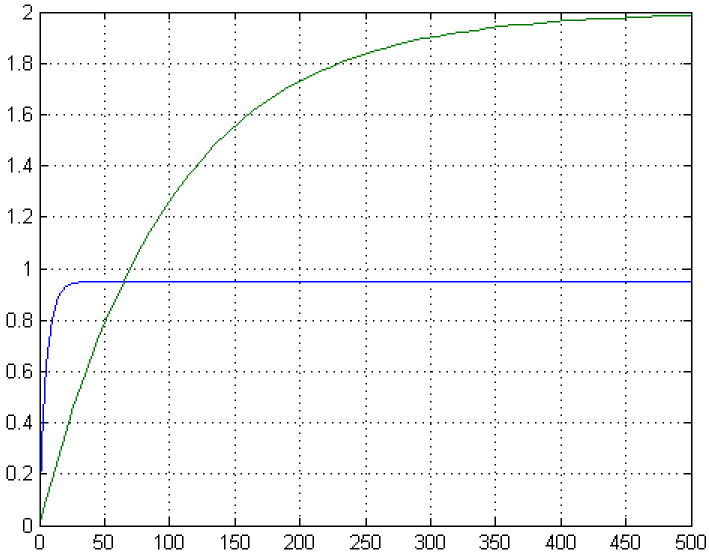


Figure 1.2: $T_s = 387,05$

Chapter 2

Questão 2 - Controlador Porporcional e Integral

Neste experimento foi utilizado o mesmo processo do experimento anterior que possui função de transferência mostrada na Equação 1.2. Os requisitos deste projeto são mostrados abaixo:

- Saída sem sobre-sinal.
- $T_s \leqslant 30$ (usando critério de 5%.
- Erro nulo para o degrau unitário.

Usando o mesmo procedimento anterior, com o critério de 5%, temos que:

$$\tau_{5\%} = \frac{T_s}{3}$$

$$\tau_{5\%} = 10$$

$$G(s) = \frac{K}{10s + 1}$$

A função $G(s)$ será usada para comparar com a função $M(s)$ de malha fechada.

$$M(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$

Onde:

$$G_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s}$$

Portanto:

$$M(s) = \frac{K_p(\frac{100s+1}{100s}\frac{2}{1+100s})}{1 + K_p(\frac{100s+1}{100s}\frac{2}{1+100s})}$$

$$M(s) = \frac{2K_p}{100s + 2K_p}$$

Normalizando $M(s)$ por $2K_p$:

$$M(s) = \frac{1}{1 + \frac{100s}{2K_p}}$$

Igualando o termo em s com o termo em s de $G(s) = \frac{K}{10s+1}$:

$$\frac{100s}{2K_p} = 10s$$

$$K_p = 5$$

Após a introdução dos valores de $K_p e T_i$, a função $M(s)$ fica a seguinte:

$$M(s) = \frac{10}{10 + 100s}$$

As Figuras 2.1 e 2.2 mostram respectivamente, os gráficos do sistema com o controlador PI e o gráfico da comparação do sistema com controlador em malha fechada (azul) e sem o controlador em malha aberta(em verde)

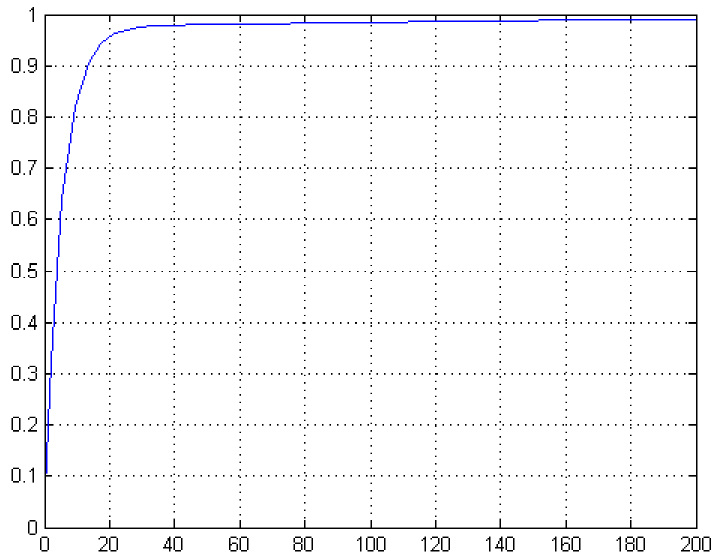


Figure 2.1: $K_p = 5$

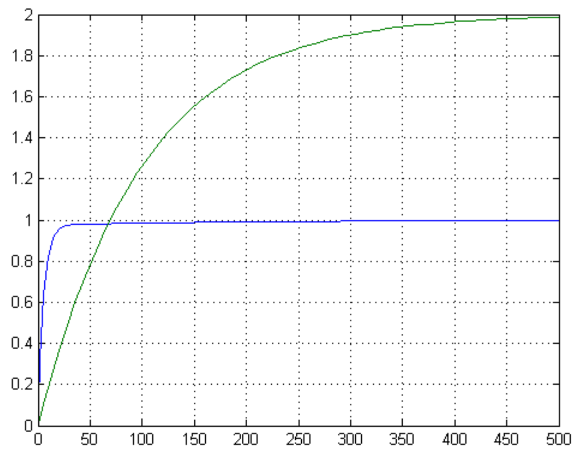


Figure 2.2: $K_p = 5$

O tempo de estabilização medido na simulação foi $T_s = 15,4$, atendendo ao critério do projeto, pode ser observado também que o erro do sistema foi a zero, atendendo o requisito de erro nulo ao degrau, e que o sistema se comporta como um sistema de primeira ordem, ou seja, sem sobre-sinal.

Com este experimento foi possível constatar a eficácia de se introduzir um controlador PI para ajustar de maneira bastante satisfatória (o tempo de resposta alcança é a metade do requisitado no projeto) o desempenho do sistema.

Chapter 3

Questao 3 - Controlador Integral

Neste experimento o processo a ser controlado possui função de transferência mostrada na Equação 3.1. A função utilizada para comparaçãocom $M(s)$ nesse caso é a de um sistema de segunda ordem, mostrada na Equação 3.2.

$$G_p(s) = \frac{2}{1 + 0.2s} \tag{3.1}$$

$$G(s) = k\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2} \tag{3.2}$$

Deseja-se projetar um controlador Integral para atender os seguintes requisitos:

- Sobre-sinal máximo de 2% ($M_p = 0,02$).
- Erro nulo para o degrau unitário.

A função de transferência do controlador Integral é:

$$G_c(s) = \frac{K_i}{s}$$

Substituindo $M_p = 0,02$ na equação abaixo:

$$M_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Obtemos $\xi = 0,779$. Resolvendo para $M(s)$, temos:

$$M(s) = \frac{\frac{K_i}{s}\frac{2}{1+0,2s}}{1 + \frac{K_i}{s}\frac{2}{1+0,2s}}$$

$$M(s) = \frac{2K_i}{0,2s^2 + s + 2K_i}$$

Normalizando $M(s)$ por 0,2:

$$M(s) = \frac{10K_i}{s^2 + 5s + 10K_i}$$

Comparando o termo em s com $2\xi\omega_n$ e substituindo $\xi = 0,779$, obtém-se:

$$2\xi\omega_n = 5$$

$$\omega_n = 3,209$$

Igualando o termo ω_n^2 a $10K_i$, temos:

$$10K_i = 10,297$$

$$K_i = 1,0297$$

De posse do valor de K_i podemos simular o sistema em malha fechada. O gráfico mostrado na Figura 3.1 mostra a comparação entre as simulaçãoes sem controlador em malha aberta (verde) e com controlador (azul). Os valores observados na simulação foram $M_p = 0,0193$ e erro de regime nulo, por tanto o projeto está de acordo com as especificações.

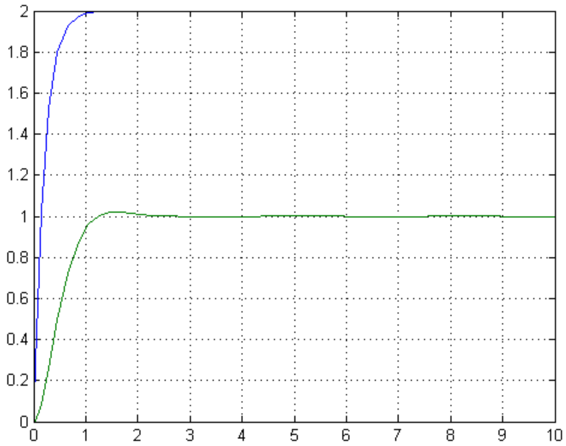


Figure 3.1: $K_i = 1,0279$

Chapter 4

Questão 4 - Método de Ziegler-Nichols