1 Sistemas de primeira ordem

Neste sistema de primeira ordem ocorrerá uma exponencial que irá crescer e depois de um tempo se estabilizará. Será variado o valor de k e τ na equação

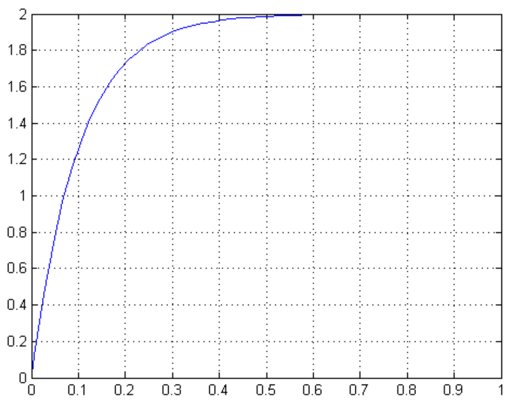
$$\frac{k}{\tau s+1} \tag{1}$$

1.1 Usando k = 2 e variando τ em 0.1, 1 e 10

O valor de τ irá influenciar diretamente no Ts, enquanto o valor de k influencia na amplitude do sinal da saíde, ou seja, no valor de estabilização.

Através de uma análise rápida percebe-se que quanto maior o valor de τ, maior será o tempo de estabilização(Ts) para esse sistema. Outro ponto a ser frizado é que com o valor de τ sendo multiplicado por 10 o tempo Ts também será, aproximadamente, multiplicado por 10.

Para k=2 e τ=0.1 Ts = 0.37



$$\frac{1}{s}\frac{2}{0,1s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{0,1s+1}$$

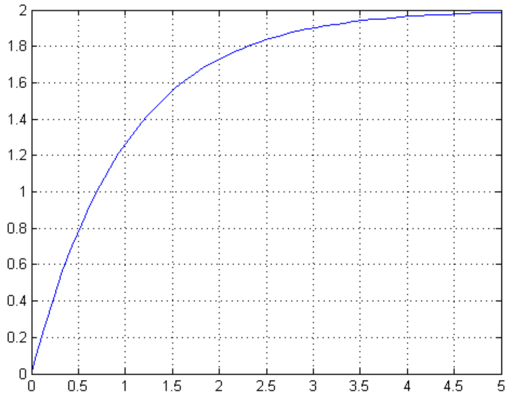
$$A = s\frac{2}{s(0,1s+1)} \mid s = 0 = 2$$

$$B = 0,1s+1\frac{2}{s(0,1s+1)} \mid s = -10 = -0,2$$

$$C(s) = \frac{2}{s} - \frac{0,2}{s+10}$$

$$c(t) = 2 - 0,2e^{-10t}$$

A Transformada inversa condiz com o gráfico, pois nela temos uma exponencial que é decrescente e que aos poucos vai se tornando zero, fazendo com que o valor de regime seja alcançado, no caso o valor 2.



Para k=2 e τ=1 Ts = 3.957

$$\frac{1}{s}\frac{2}{1s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

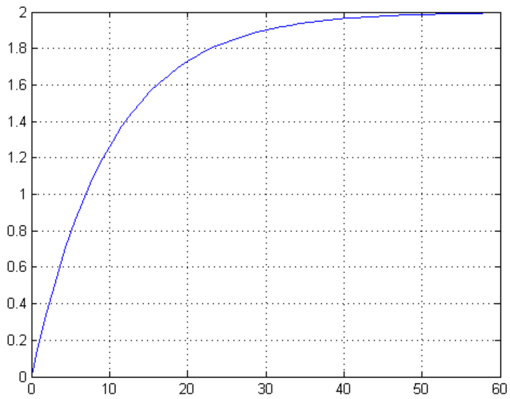
$$A = s\frac{2}{s(s+1)} \mid s = 0 = 2$$

$$B = s+1\frac{2}{s(s+1)} \mid s = -1 = -2$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t}$$

A Transformada inversa condiz com o gráfico, pois nela temos uma exponencial que é decrescente e que aos poucos vai se tornando zero, fazendo com que o valor de regime seja alcançado, no caso o valor 2. Aqui o Tempo de estabilização é maior pois diferente do exemplo acima a variável t não está multiplicada por 10.

Para k=2 e τ=10 Ts = 39.18



$$\frac{1}{s}\frac{2}{10s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{10s+1}$$

$$A = s\frac{2}{s(10s+1)} \mid s = 0 = 2$$

$$B = 10s+1\frac{2}{s(10s+1)} \mid s = -1/10 = -20$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t/10}$$

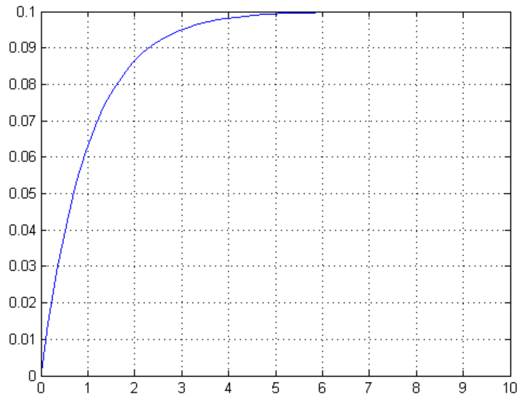
Neste ultimo caso em que o valor de τ=10 o Ts se torna ainda maior pois percebe-se que o valor de t é divido por 10 e assim causa um atraso no tempo de estabilização

Em todos os casos o valor de regime permanente é igual a 2, como visto nos gráficos, tendo a influência somente de k.

1.2 usando τ = 1 e variando k em 0.1, 1 e 10

Nesta parte da experiência percebe-se que ocorre o crescimento do valor de regime permanente de acordo com o crescimento de k, na verdade eles possuem o mesmo valor para a equação dada. Em contrapartida como o valor de τ não é variado, o valor de Ts também ficará constante e este já foi calculado na subseção anterior: para τ=1, Ts =3.957. Não importa se o valor de regime permanente aumente ou diminui, Ts sempre será constante para um τ constante. Esta é a prova de que k não influencia em Ts.

Para k=0.1 e τ=1 Ts = 3.957



$$\frac{1}{s}\frac{0,1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

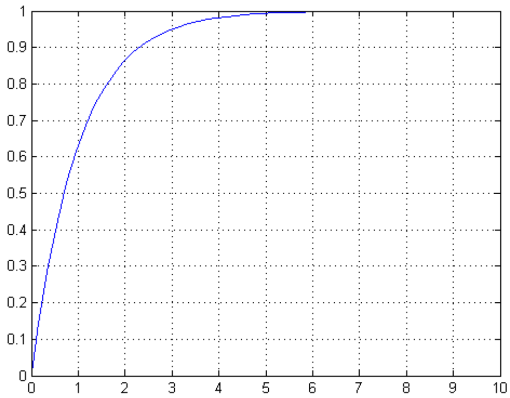
$$A = s\frac{0,1}{s(s+1)} \mid s = 0 = 0,1$$

$$B = s+1\frac{0,1}{s(s+1)} \mid s = -1 = -0,1$$

$$c(t) = 0,1 - 0,1e^{-t}$$

O resultado se torna parecido como no primeiro caso, o valor de k(agora igual a 0.1) aparece como o valor de regime permanente e a exponencial descrecente irá diminuir o seu valor até se tornar praticamente 0, assim chegando na estabilização.

Para k=1 e τ=1 Ts = 3.957



$$\frac{1}{s}\frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

$$A = s\frac{1}{s(s+1)} \mid s = 0 = 1$$

$$B = s+1\frac{1}{s(s+1)} \mid s = -1 = -1$$

$$c(t) = 1 - 1e^{-t}$$

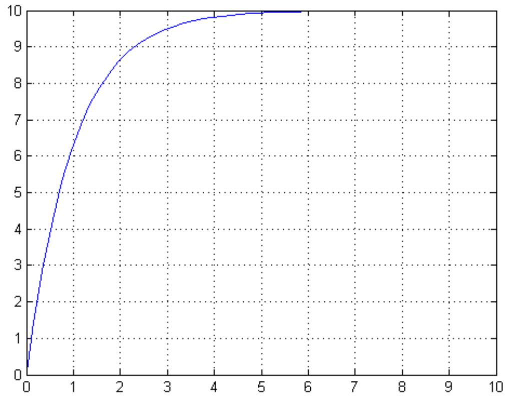
Aqui se tem o resultado parecido com o exemplo acima, como o valor de τ não varia, a exponencial se torna a mesma e o Ts também, apenas é variado o valor de regime permanente, agora igual a 1.

Para k=10 e τ=1 Ts = 3.957

$$\frac{10}{s}\frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s}\frac{B}{s+1}$$

$$A = s\frac{10}{s(s+1)} \mid s = 0 = 10$$



$$B = s + 1\frac{10}{s(s+1)} \mid s = -1 = -10$$

$$c(t) = 10 - 10e^{-t}$$

Aqui se tem o resultado parecido com o exemplo acima, como o valor de τ não varia, a exponencial se torna a mesma e o Ts também, apenas é variado o valor de regime permanente. Agora igual a 10.

2 Sistemas de segunda ordem

Em sistemas de segunda ordem não existirá uma exponencial como anteriormente, a resposta do sistema geralmente possui oscilações que serão analisadas e gerarão dados importantes para a análise desse tipo de sistema. A equação base para a experiência é:

$$\frac{kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \tag{2}$$

Sendo ξ o coeficiente de amortecimento e w_n a freqüência natural do sistema sem amortecimento.

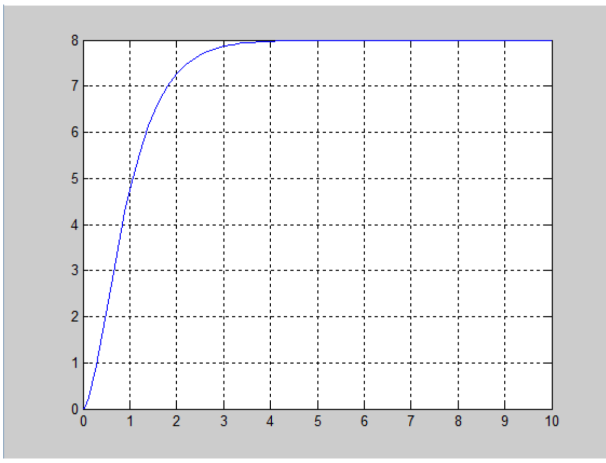
2.1 usando $w_n = 2$, k=8 e variando ξ em 1, 0.7 e 0.2

Em sistemas de segunda ordem percebemos oscilações, diferente da exponencial que aparece em sistemas de primeira ordem. Um caso particular notado na experiência ocorreu setando o valor de ξ em 1, neste caso a resposta fica bem parecida com um sistema de primeira ordem e não será necessário o cálculo dos valores do Tempo de Pico T_p, o máximo de sobresinal M_p e o valor de pico V_p.

O cálculo do tempo de pico foi feito com a equação dada, e confirmou os resultados obtidos pelo matlab, alguns ficaram próximos, pois a aproximação do matlab nem sempre mostra o resultado exato. A equação dada foi:

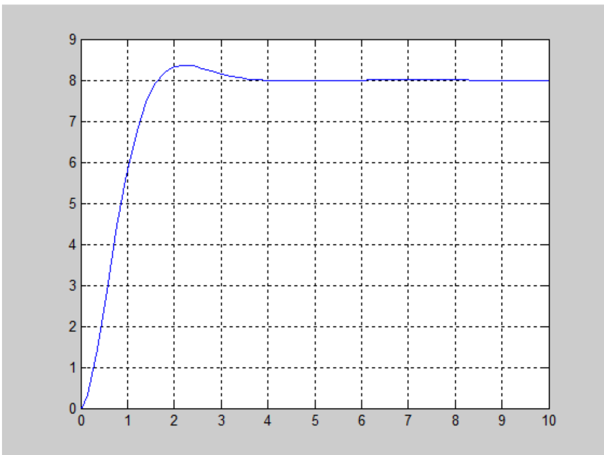
$$T_p = \frac{\pi}{w_d} \tag{3}$$

Para k=8, w_n=2 e $\xi = 1$



Neste caso o sistema se comporta parecido como um de primeira ordem e por isso temos apenas o valor de Ts = 0.912.

Para k=8, w_n=2 e ξ = 0.7



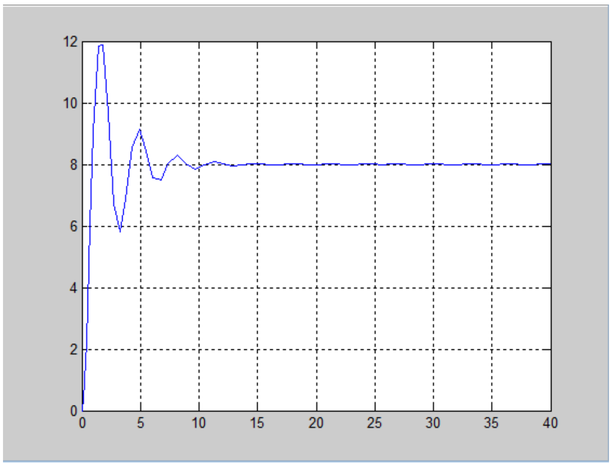
$$w_d = 2\sqrt{1 - 0,7^2} = 1,428$$

$$T_p = \frac{\pi}{1,428} = 2,19$$

No gráfico é notado que apareceu algumas oscilações, isso é o indicativo que temos uma resposta de um sistema de segunda ordem, o valor de ξ influenciou neste comportamento. Assim pode-se calcular todos os valores requeridos. T_s = 2.99, M_p = 4,6%, T_p = 2.2, V_p = 8.368.

Para k=8, w_n=2 e ξ = 0.2

Este gráfico se comporta de forma parecida com o de cima, mas com a variação do valor de ξ os valores que foram calculados se tornaram diferentes. T_s =



9,6823, M_p = 48,6365%, T_p = 1,805, V_p = 11,8906

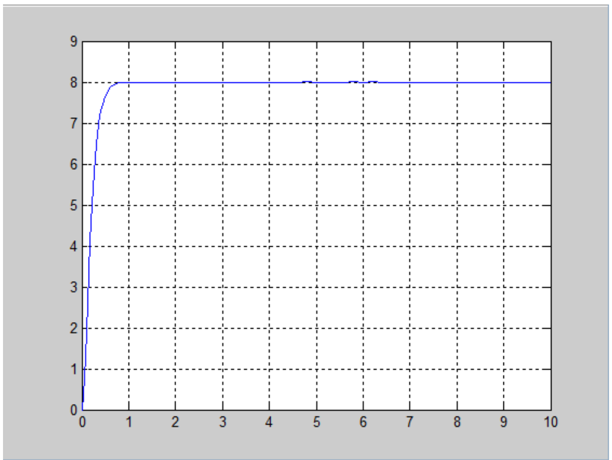
$$w_d = 2\sqrt{1 - 0,2^2} = 1,9595$$

$$T_p = \frac{\pi}{1,9595} = 1,603$$

2.2 usando w_n = 10, k=8 e variando ξ em 1, 0.7 e 0.2

Para k=8, w_n=10 e $\xi = 1$

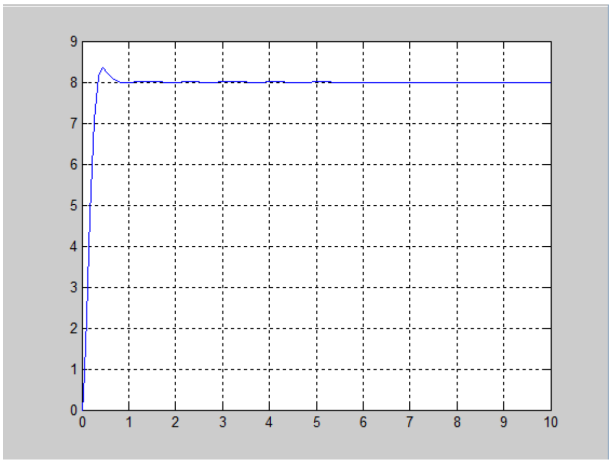
Mesmo com o aumento do valor de w_n a resposta ainda se comporta como um sistema de primeira ordem para ξ igual a 1, então neste caso será apenas calculado o valor de Ts.



O valor de Ts é de 0.56.

Para k=8, w_n=10 e $\xi = 0.7$

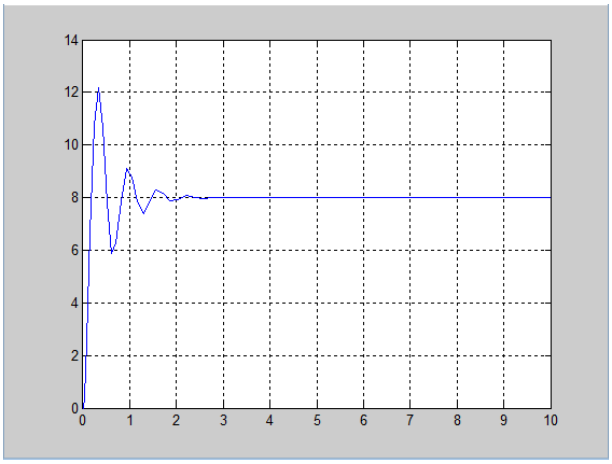
O valor de w_n influencia diretamente nos valores de t_p e t_s diminuindo este valores, ou seja, deixando o valor de ξ constante e aumentando w_n ocorre a



diminuição dos tempos de pico e de estabilização. Neste caso apesar da oscilação ser pequena, já é possivel calcular todos os parâmetros que um sistema de segunda ordem possui: T_s = 0,6, M_p = 4,5875%, T_p = 0,448, V_p = 8,367. Como o valor de ξ é o mesmo(0.7) do que na questão anterior com $w_n = 2$, os valores V_p e M_p não tiveram uma variação muito grande, o que mudará um pouco no caso de $\xi = 0.2$.

$$w_d = 10\sqrt{1 - 0,7^2} = 7,1414$$
$$T_p = \frac{\pi}{7,1414} = 0,4399$$

Para k=8, w_n=10 e ξ = 0.2



O sistema se comporta de forma parecida com o exemplo acima mas as oscilações se tornam maiores e a grande diminuição do ξ influencia nos valores de V_p e M_p. T_s = 1,856, M_p = 52,37%, T_p = 0,33, V_p = 12,19.

$$w_d = 10\sqrt{1 - 0,2^2} = 9,7979$$
$$T_p = \frac{\pi}{9,7979} = 0,32$$

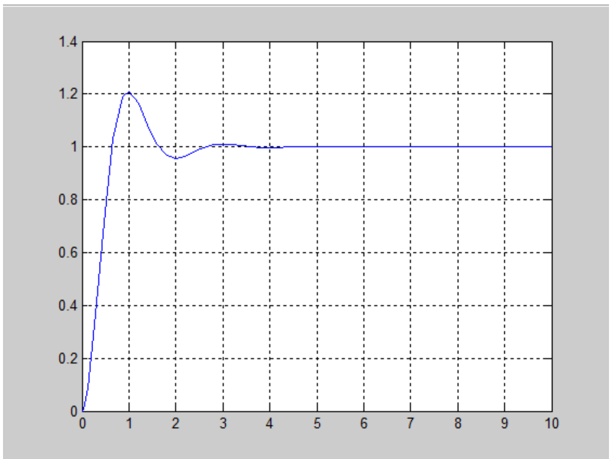
3 Projeto

Para que a resposta ao degrau do sistema tenha valores fixos $M_p = 0{,}2$ e $T_p = 1$ precisamos realizar os calculos de K e K_h que estão inseridos na fórmula

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + (1 + KK_h)s + K} \tag{4}$$

Os valores encontrados foram:

- $K = 12,5$
- $K_h = 0,178$
- $T_s(5\%) = 1,49$
- $Mp = 0,2$



O gráfico mostra a resposta no tempo e através dele foi encontrado os mesmos valores se comparados com aqueles que foram calculados.