

# 6 AMOSTRAGEM E CONVERSÃO ANALÓGICO-DIGITAL

Como discutido brevemente no Capítulo 1, sinais analógicos podem ser digitalizados por meio de amostragem e quantização. Essa conversão analógico-digital (A/D) estabelece o sustento dos modernos sistemas de comunicação digital. No conversor A/D, a taxa de amostragem deve ser suficientemente grande para permitir que o sinal analógico seja reconstruído das amostras com precisão adequada. O **teorema da amostragem**, que é a base para a determinação da apropriada (sem perda) taxa de amostragem para um dado sinal, tem um papel essencial no processamento de sinais, teoria das comunicações e projeto de circuitos A/D.

## 6.1 TEOREMA DA AMOSTRAGEM

Primeiro, mostremos que um sinal  $g(t)$  cujo espectro é limitado em banda a  $B$  Hz, ou seja,

$$G(f) = 0 \quad \text{para } |f| > B$$

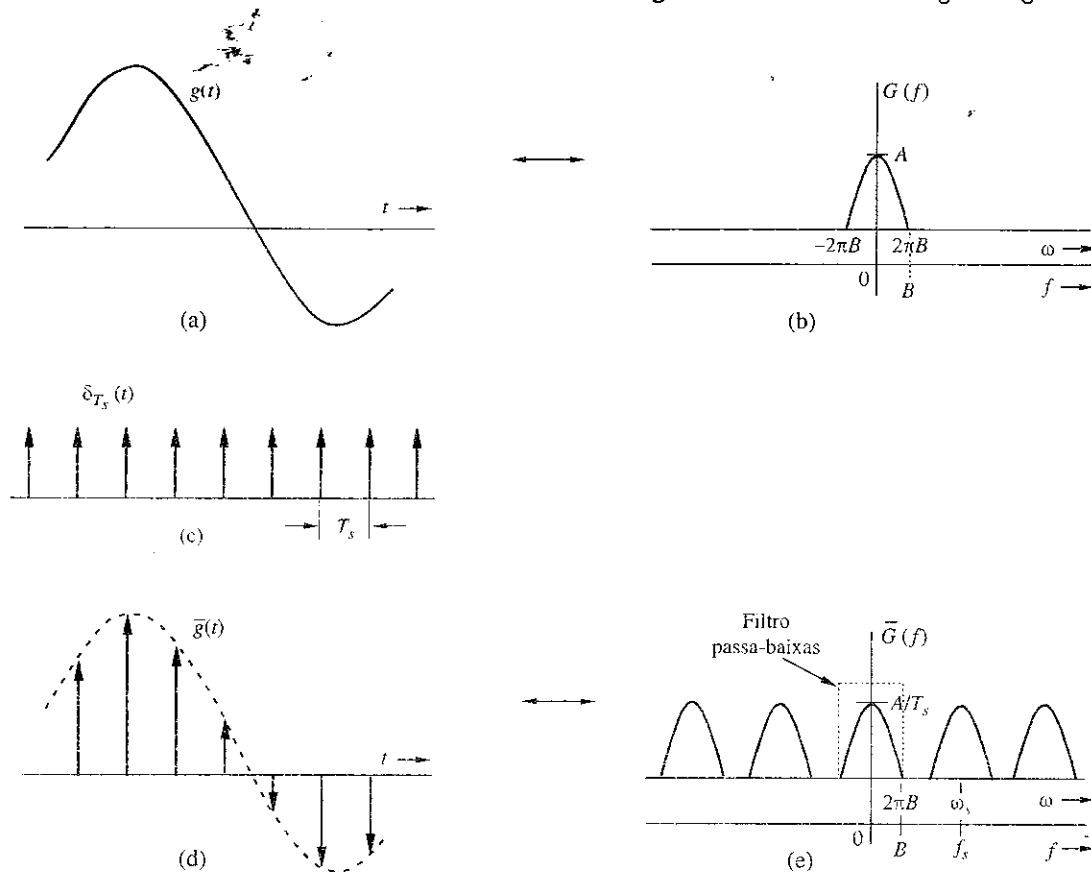
pode ser reconstruído exatamente (sem qualquer erro) a partir de suas amostras em tempo discreto tomadas uniformemente a uma taxa de  $R$  amostras por segundo. A condição é que  $R > 2B$ . Em outras palavras, a mínima frequência de amostragem para recuperação perfeita do sinal é  $f_s = 2B$  Hz.

Para provar o teorema da amostragem, consideremos um sinal  $g(t)$  (Fig. 6.1a) cujo espectro seja limitado em banda a  $B$  Hz (Fig. 6.1b).<sup>\*</sup> Por conveniência, espectros são mostrados como funções tanto de  $f$  como de  $\omega$ . Amostrar  $g(t)$  a uma taxa de  $f_s$  Hz significa tomar  $f_s$  amostras uniformes por segundo. Tal amostragem uniforme é efetuada com a multiplicação de  $g(t)$  por um trem de impulsos  $\delta_{T_s}(t)$  da Fig. 6.1c, que consiste em impulsos unitários repetidos periodicamente a cada  $T_s$  segundos, em que  $T_s = 1/f_s$ . Isso resulta no sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  ilustrado na Fig. 6.1d. O sinal amostrado consiste em impulsos espaçados a cada  $T_s$  segundos (o intervalo de amostragem). O  $n$ -ésimo impulso, localizado em  $t = nT_s$ , tem amplitude  $g(nT_s)$ , que é o valor de  $g(t)$  em  $t = nT_s$ . Assim, a relação entre o sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  e o sinal analógico original  $g(t)$  é

$$\bar{g}(t) = g(t)\delta_{T_s}(t) = \sum_n g(nT_s)\delta(t - nT_s) \quad (6.1)$$

<sup>\*</sup>O espectro  $G(f)$  na Fig. 6.1b é mostrado como real, por conveniência. Os argumentos são igualmente válidos para  $G(f)$  complexo.

Figura 6.1  
Sinal  
amostrado  
e seu espectro  
de Fourier.



Como o trem de impulsos  $\delta_{T_s}(t)$  é um sinal periódico de período  $T_s$ , pode ser expresso como uma série de Fourier exponencial, já calculada no Exemplo 3.11, como

$$\delta_{T_s}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 2\pi f_s \quad (6.2)$$

Logo,

$$\begin{aligned} \bar{g}(t) &= g(t)\delta_{T_s}(t) \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t)e^{jn2\pi f_s t} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Para calcular  $\bar{G}(f)$ , a transformada de Fourier de  $\bar{g}(t)$ , tomamos a transformada de Fourier do somatório na Eq. (6.3). Com base na propriedade de translação de frequência, a transformada do  $n$ -ésimo termo é deslocada de  $nf_s$ . Portanto,

$$\bar{G}(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f - nf_s) \quad (6.4)$$

Isso significa que o espectro  $\bar{G}(f)$  consiste em  $G(f)$  multiplicado por uma constante  $1/T_s$  e repetido periodicamente a cada  $f_s = 1/T_s$ , como ilustrado na Fig. 6.1e.

Após a amostragem uniforme que gera um conjunto de amostras  $\{g(kT_s)\}$ , a questão vital se torna: **Será possível reconstruir  $g(t)$  a partir de  $\bar{g}(t)$  sem perda ou distorção?** Se formos capazes de reconstruir  $g(t)$  de  $\bar{g}(t)$ , no domínio da frequência, equivalentemente, devemos ser capazes de recu-

perar  $G(f)$  de  $\bar{G}(f)$ . Da Fig. 6.1, vemos que a recuperação perfeita é possível se não houver sobreposição entre as réplicas de  $\bar{G}(f)$ . A Fig. 6.1e mostra claramente que isso requer

$$f_s > 2B \quad (6.5)$$

O intervalo de amostragem é, então,  $T_s = 1/f_s$ . Portanto,

$$T_s < \frac{1}{2B} \quad (6.6)$$

Assim, desde que a frequência de amostragem  $f_s$  seja maior que o dobro da largura de banda  $B$  (em hertz),  $\bar{G}(f)$  consistirá em repetições de  $G(f)$  que não se sobrepõem. Quando isso é verdadeiro, a Fig. 6.1e mostra que  $\bar{g}(t)$  pode ser recuperado de suas amostras  $\bar{g}(t)$  aplicando o sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  a um filtro passa-baixas de largura de banda  $B$ . A mínima taxa de amostragem  $f_s = 2B$  exigida para recuperar  $g(t)$  de  $\bar{g}(t)$  é denominada **taxa de Nyquist** para  $g(t)$  e o correspondente intervalo de amostragem  $T_s = 1/2B$ , **intervalo de Nyquist** para o sinal passa-baixas  $g(t)$ .\*

É necessário ressaltar um ponto importante relativo à possibilidade  $f_s = 2B$  e a uma particular classe de sinais passa-baixas. Para um espectro de sinal genérico, provamos que a taxa de amostragem  $f_s > 2B$ . Contudo, caso o espectro  $G(f)$  não contenha impulso (ou suas derivadas) na maior frequência  $B$ , não haverá sobreposição desde que a taxa de amostragem seja maior que ou igual à taxa de Nyquist, ou seja

$$f_s \geq 2B$$

Se, no entanto,  $G(f)$  contiver um impulso na frequência mais alta  $\pm B$ , a igualdade deve ser removida ou ocorrerá sobreposição. Nesse caso, a taxa de amostragem  $f_s$  deve ser maior do que  $2B$  Hz: Um exemplo conhecido é a senoide  $g(t) = \sin 2\pi B(t - t_0)$ . Esse sinal é limitado à banda de  $B$  Hz, mas se as amostras são uniformemente tomadas à taxa  $f_s = 2B$  (iniciando em  $t = t_0$ ), todas serão nulas, e  $g(t)$  não poderá ser recuperado de suas amostras de Nyquist. Portanto, para senoides, a condição  $f_s > 2B$  deve ser satisfeita.

### 6.1.1 Reconstrução de Sinais a partir de Amostras Uniformes

O processo de reconstrução de um sinal do tempo contínuo  $g(t)$  a partir de suas amostras também é conhecido com **interpolação**. Na Fig. 6.1, usamos uma prova construtiva para mostrar que um sinal  $g(t)$  limitado em banda a  $B$  Hz pode ser reconstruído (interpolado) exatamente de suas amostras. Isso significa não apenas que amostragem uniforme feita acima da taxa de Nyquist preserva a informação do sinal, mas também que a simples aplicação do sinal amostrado a um filtro passa-baixas ideal de largura de banda  $B$  Hz reconstrói a mensagem original. Como visto na Eq. (6.3), o sinal amostrado contém uma componente  $(1/T_s)g(t)$  e, para recuperar  $g(t)$  [ou  $G(f)$ ], o sinal amostrado

$$\bar{g}(t) = \sum g(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

deve ser aplicado a um filtro passa-baixas ideal de largura de banda  $B$  Hz e ganho  $T_s$ . Um filtro ~~ideal~~ como esse tem a função de transferência

$$H(f) = T_s \Pi\left(\frac{\omega}{4\pi B}\right) = T_s \Pi\left(\frac{f}{2B}\right) \quad (6.7)$$

\*O teorema enunciado (e provado) aqui se aplica a sinais passa-baixas. Um sinal passa-faixa, cujo espectro está em uma banda de frequências  $f_c - B/2 < |f| < f_c + B/2$ , tem uma largura de banda  $B$  Hz. Um sinal desse tipo também pode ser recuperado exatamente de amostras tomadas à frequência de Nyquist  $2B$  definida acima. Neste caso, ~~em geral~~ o teorema da amostragem é mais complexo e faz uso de dois trens de amostragem uniforme entrelaçados, cada um à metade da taxa total de amostragem  $R_s > B$ . As referências 1 e 2 podem ser consultadas para mais detalhes.

**Reconstrução Ideal**

A Fig. 6.2a mostra a função de transferência do filtro ideal de interpolação, obtida na Eq. (6.7), para recuperar o sinal analógico de suas amostras uniformes. A resposta ao impulso desse filtro, transformada de Fourier inversa de  $H(f)$ , é

$$h(t) = 2BT_s \text{ sinc}(2\pi Bt) \quad (6.8)$$

Considerando o uso da taxa de amostragem de Nyquist, ou seja,  $2BT_s = 1$ , temos

$$h(t) = \text{sinc}(2\pi Bt) \quad (6.9)$$

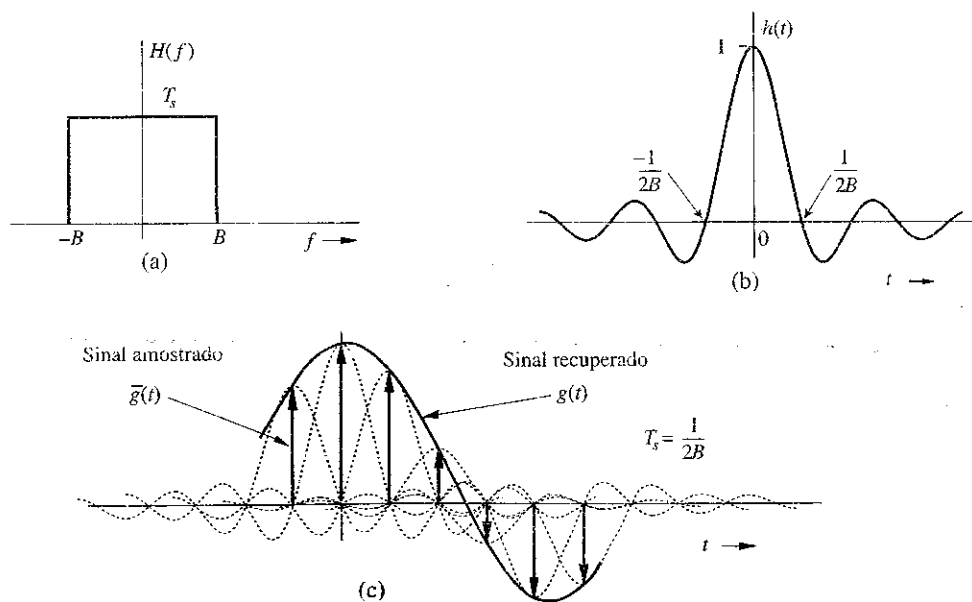
Esta função  $h(t)$  é mostrada na Fig. 6.2b. Um fato muito interessante a ser observado é que  $h(t) = 0$  em todos os instantes de amostragem de Nyquist ( $t = \pm n/2B$ ), exceto em  $t = 0$ . Quando o sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  é aplicado à entrada deste filtro, a saída é  $g(t)$ . Cada amostra em  $\bar{g}(t)$ , por ser um impulso, gera um pulso sinc de altura igual à intensidade da amostra, como ilustrado na Fig. 6.2c. O processo é idêntico ao mostrado na Fig. 6.6, exceto que  $h(t)$  é um pulso sinc, em vez de um pulso retangular. A adição de pulsos sinc gerados por todas as amostras resulta em  $g(t)$ . A  $k$ -ésima amostra da entrada  $\bar{g}(t)$  é o impulso  $g(kT_s)\delta(t - kT_s)$ ; a saída do filtro para esse impulso é  $g(kT_s)h(t - kT_s)$ . Logo, a saída do filtro para  $\bar{g}(t)$ , que é  $g(t)$ , pode ser expressa como uma soma

$$\begin{aligned} g(t) &= \sum_k g(kT_s)h(t - kT_s) \\ &= \sum_k g(kT_s) \text{sinc}[2\pi B(t - kT_s)] \end{aligned} \quad (6.10a)$$

$$= \sum_k g(kT_s) \text{sinc}(2\pi Bt - k\pi) \quad (6.10b)$$

A Eq. (6.10) é a **fórmula de interpolação**, que produz valores de  $g(t)$  entre amostras como uma soma ponderada de todos os valores de amostras.

Figura 6.2  
Interpolação  
ideal.



**Exemplo 6.1** Determinemos o sinal  $g(t)$  limitado em banda a  $B$  Hz e cujas amostras são

$$g(0) = 1 \quad \text{e} \quad g(\pm T_s) = g(\pm 2T_s) = g(\pm 3T_s) = \dots = 0$$

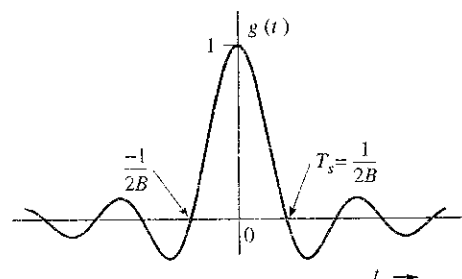
em que o intervalo de amostragem  $T_s$  é o intervalo de Nyquist para  $g(t)$ , ou seja,  $T_s = 1/2B$ .

Usemos a fórmula de interpolação (6.10b) para construir  $g(t)$  a partir das amostras. Como todas as amostras de Nyquist, exceto uma, são nulas, somente um termo (correspondente a  $k = 0$ ) sobrevive na soma no lado direito da Eq. (6.10b). Assim,

$$g(t) = \text{sinc}(2\pi Bt) \quad (6.11)$$

Este sinal é mostrado na Fig. 6.3. Observemos que este é o único sinal que tem largura de banda  $B$  Hz e valores de amostras  $g(0) = 1$  e  $g(nT_s) = 0$  ( $n \neq 0$ ). Nenhum outro sinal satisfaz essas condições.

**Figura 6.3**  
Sinal  
reconstruído  
das amostras  
de Nyquist no  
Exemplo 6.1.



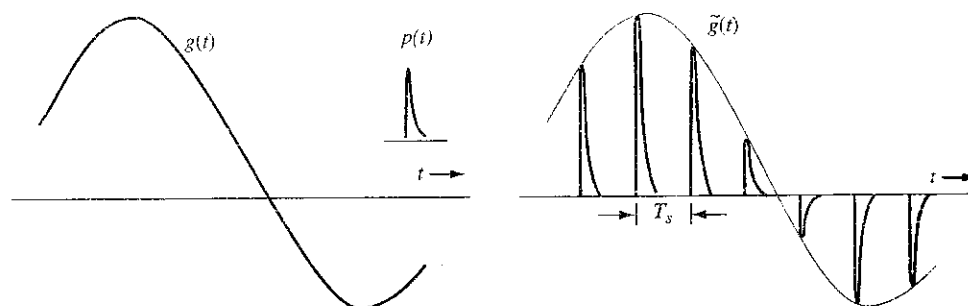
### Reconstrução (Interpolação) Prática de Sinais

Na Seção 3.5, vimos que um filtro passa-baixas ideal é não causal e, portanto, irrealizável. Isso também pode ser visto da natureza infinitamente longa do pulso de reconstrução sinc usado na reconstrução ideal da Eq. (6.10). Para aplicações práticas de reconstrução de sinais (por exemplo, em um reprodutor de CD), é necessário implementar um sistema realizável para a reconstrução de sinais a partir de amostras uniformes dos mesmos.

Para implementação prática, o pulso de reconstrução  $p(t)$  deve ser de fácil geração. Por exemplo, podemos aplicar o pulso de reconstrução  $p(t)$  mostrado na Fig. 6.4. No entanto, devemos primeiro usar o pulso não ideal de interpolação  $p(t)$  para analisar a precisão do sinal reconstruído. Denotemos o sinal obtido da reconstrução por

$$\tilde{g}(t) \triangleq \sum_n g(nT_s) p(t - nT_s) \quad (6.12)$$

**Figura 6.4**  
Pulso prático  
de reconstrução  
(interpolação).



Para determinar a relação entre este sinal e o sinal analógico original  $g(t)$ , das propriedades da convolução e da Eq. (6.1), vemos que

$$\begin{aligned}\tilde{g}(t) &= \sum_n g(nT_s)p(t - nT_s) = p(t) * \left[ \sum_n g(nT_s)\delta(t - nT_s) \right] \\ &= p(t) * \bar{g}(t)\end{aligned}\quad (6.13a)$$

No domínio da frequência, a relação entre a reconstrução e o sinal analógico original é obtida com ajuda da Eq. (6.4)

$$\tilde{G}(f) = P(f) \frac{1}{T_s} \sum_n G(f - nf_s) \quad (6.13b)$$

Isso significa que o sinal  $\tilde{g}(t)$  reconstruído com uso do pulso  $p(t)$  consiste em múltiplas réplicas de  $G(f)$ , com frequências centrais  $nf_s$  e filtradas por  $P(f)$ . Para recuperar  $g(t)$  completamente, filtragem adicional de  $\tilde{g}(t)$  se torna necessária. Tais filtros são, em geral, referidos como equalizadores.

Denotemos a função de transferência do equalizador por  $E(f)$ . A reconstrução sem distorção requer

$$\begin{aligned}G(f) &= E(f)\tilde{G}(f) \\ &= E(f)P(f) \frac{1}{T_s} \sum_n G(f - nf_s)\end{aligned}$$

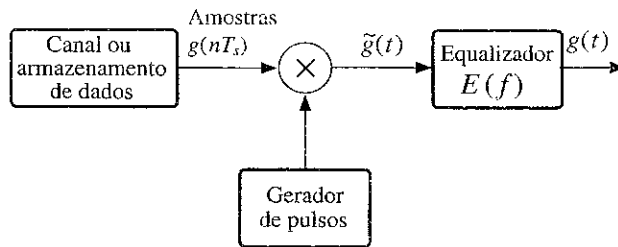
Esta relação indica claramente que o equalizador deve remover todas as réplicas deslocadas  $G(f - nf_s)$  da soma, exceto o termo passa-baixas com  $n = 0$ , ou seja,

$$E(f)P(f) = 0 \quad |f| > f_s - B \quad (6.14a)$$

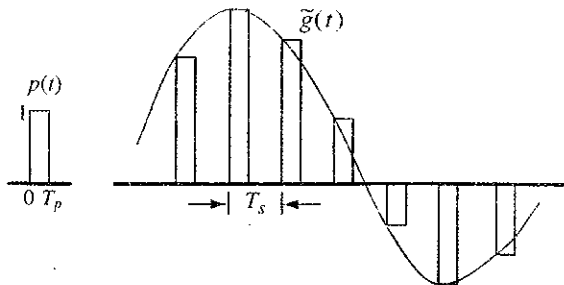
Adicionalmente, a reconstrução sem distorção requer

$$E(f)P(f) = T_s \quad |f| < B \quad (6.14b)$$

**Figura 6.5**  
Reconstrução  
prática de  
sinal.



**Figura 6.6**  
Interpolação  
simples por  
meio de pulsos  
retangulares.



O filtro equalizador  $E(f)$  deve ser passa-baixas em natureza, para suprimir todo conteúdo de frequência acima de  $f_s - B$  Hz, e deve ser o inverso de  $P(f)$  na largura de banda de  $B$  Hz do sinal. A Fig. 6.5 ilustra o diagrama de um sistema prático de reconstrução que utiliza um equalizador desse tipo.

Consideremos, agora, um gerador de pulsos de interpolação muito simples que gera pulsos curtos (retenção de ordem zero – *zero order hold*). Como mostrado na Fig. 6.6,

$$p(t) = \Pi\left(\frac{t - 0,5T_p}{T_p}\right)$$

Este é um pulso retangular de altura unitária e duração  $T_p$ . A reconstrução, primeiro, gerará

$$\tilde{g}(t) = \sum_n g(nT_s) \Pi\left(\frac{t - nT_s - 0,5T_p}{T_p}\right)$$

A função de transferência do filtro  $P(f)$  é a transformada de Fourier de  $\Pi(t/T_p)$  deslocada de  $0,5T_p$ :

$$P(f) = T_p \operatorname{sinc}(\pi f T_p) e^{-j\pi f T_p} \quad (6.15)$$

Como resultado, a resposta de frequência do equalizador deve satisfazer

$$E(f) = \begin{cases} T_s/P(f) & |f| \leq B \\ \text{Flexível} & B < |f| < (1/T_s - B) \\ 0 & |f| \geq (1/T_s - B) \end{cases}$$

É importante que determinemos se a resposta de banda passante do equalizador é realizável. Primeiro, podemos acrescentar outro atraso temporal à reconstrução, tal que

$$E(f) = T_s \cdot \frac{\pi f}{\operatorname{sen}(\pi f T_p)} e^{-j2\pi f t_0} \quad |f| \leq B \quad (6.16)$$

Para que um ganho de banda passante  $E(f)$  seja bem definido, é imperativo que escolhamos uma pequena largura de pulso  $T_p$ , tal que

$$\frac{\operatorname{sen}(\pi f T_p)}{\pi f} \neq 0 \quad |f| \leq B$$

Isso significa que o equalizador  $E(f)$  não precisa alcançar ganho infinito. Se não for assim, o equalizador se tornará irrealizável. De modo equivalente,

$$T_p < 1/B$$

Portanto, desde que a largura do pulso retangular de reconstrução seja menor que  $1/B$ , deve ser possível projetar um filtro equalizador analógico para recuperar o sinal analógico original  $g(t)$  do trem de pulsos de reconstrução não ideal. Obviamente, este é um requisito para um gerador de pulsos retangulares de reconstrução. Na prática,  $T_p$  pode ser escolhido muito pequeno, fornecendo a seguinte resposta de banda passante do equalizador:

$$E(f) = T_s \cdot \frac{\pi f}{\operatorname{sen}(\pi f T_p)} \approx \frac{T_s}{T_p} \quad |f| \leq B \quad (6.17)$$

Isso significa que resta pouca distorção quando pulsos retangulares muito curtos são usados na reconstrução de sinais. Esses casos tornam o projeto do equalizador desnecessário ou muito simples. Um exemplo é dado na forma de exercício com o MATLAB na Seção 6.9.

Podemos obter um resultado melhor que com o filtro de retenção de ordem zero se usarmos um filtro de retenção de primeira ordem, que resulta em interpolação linear no lugar da interpolação em degraus. O interpolador linear, cuja resposta ao impulso é um pulso triangular  $\Delta(t/2T_s)$ , leva a uma

interpolação em que os topos de amostras adjacentes são conectados por segmentos de reta (Exercício 6.1-7).

### 6.1.2 Questões Práticas Relativas à Amostragem e à Reconstrução de Sinais

#### Realizabilidade de Filtros de Reconstrução

Se um sinal for amostrado à taxa de Nyquist  $f_s = 2B$  Hz, o espectro  $\bar{G}(f)$  consiste em repetições de  $G(f)$  sem qualquer separação entre ciclos adjacentes, como mostrado na Fig. 6.7a. Para recuperar  $g(t)$  de  $\bar{g}(t)$ , é preciso aplicar o sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  a um filtro passa-baixas ideal (área pontilhada na Fig. 6.7a). Como visto na Seção 3.5, um filtro como este é irrealizável na prática; uma boa aproximação para o filtro pode ser obtida apenas com atraso temporal infinito na resposta. Isso significa que podemos recuperar o sinal  $g(t)$  de suas amostras com atraso temporal infinito.

Uma solução prática a este problema consiste em amostrar o sinal a uma taxa maior que a de Nyquist ( $f_s > 2B$  ou  $\omega_s > 4\pi B$ ). O resultado é  $\bar{G}(f)$  que, agora, consiste em repetições de  $G(f)$  com separação finita entre ciclos adjacentes, como ilustrado na Fig. 6.7b. Assim, podemos recuperar  $G(f)$  de  $\bar{G}(f)$  [ou de  $\bar{G}(f)$ ] com o uso de um filtro passa-baixas com característica de corte gradual (área pontilhada na Fig. 6.7b). Contudo, mesmo neste caso, o ganho do filtro deve ser zero além do primeiro ciclo de  $G(f)$  (Fig. 6.7b). Segundo o critério de Paley-Wiener, a realização deste filtro também é impossível. A única vantagem neste caso é a possibilidade de obter uma aproximação para o filtro com menor atraso temporal. Isto mostra que, na prática, é impossível recuperar exatamente um sinal limitado em banda  $g(t)$  a partir de suas amostras, mesmo que a taxa de amostragem seja maior do que a de Nyquist. No entanto, à medida que a taxa de amostragem aumenta, o sinal recuperado se aproxima mais do sinal desejado.

#### A Perfidia do Mascaramento

Há outra dificuldade prática fundamental associada à reconstrução de um sinal a partir de suas amostras. O teorema da amostragem foi provado sob a hipótese de que o sinal  $g(t)$  era limitado em banda. Entretanto, *todos os sinais práticos são limitados no tempo*; ou seja, têm duração ou largura finita. Podemos demonstrar (Exercício 6.1-8) que um sinal não pode ser simultaneamente limitado no tempo e em banda. Um sinal limitado no tempo não pode ser limitado em banda e vice-versa (mas um sinal pode ser simultaneamente não limitado no tempo e em banda). Fica claro que todos os sinais práticos, que são necessariamente limitados no tempo, não são limitados em banda, como ilustrado na

**Figura 6.7**  
Espectros de um sinal amostrado;  
(a) à taxa de Nyquist;  
(b) a uma taxa maior que a de Nyquist.

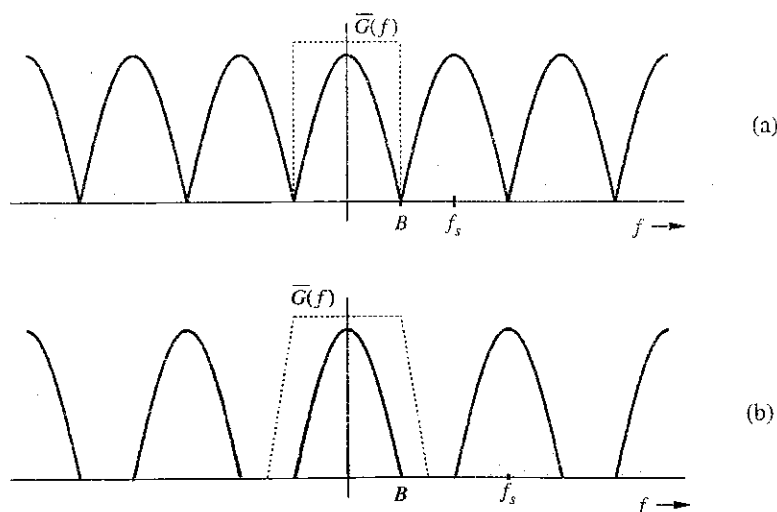




Figura 6.8

Efeito de mascaramento.  
 (a) Espectro de um sinal prático  $g(t)$ .  
 (b) Espectro de  $g(t)$  amostrado.  
 (c) Espectro do sinal reconstruído.  
 (d) Esquema de amostragem com uso de filtro antimascaramento.  
 (e) Espectros dos sinais amostrado (linha pontilhada) e reconstruído (linha cheia) com filtro antimascaramento.

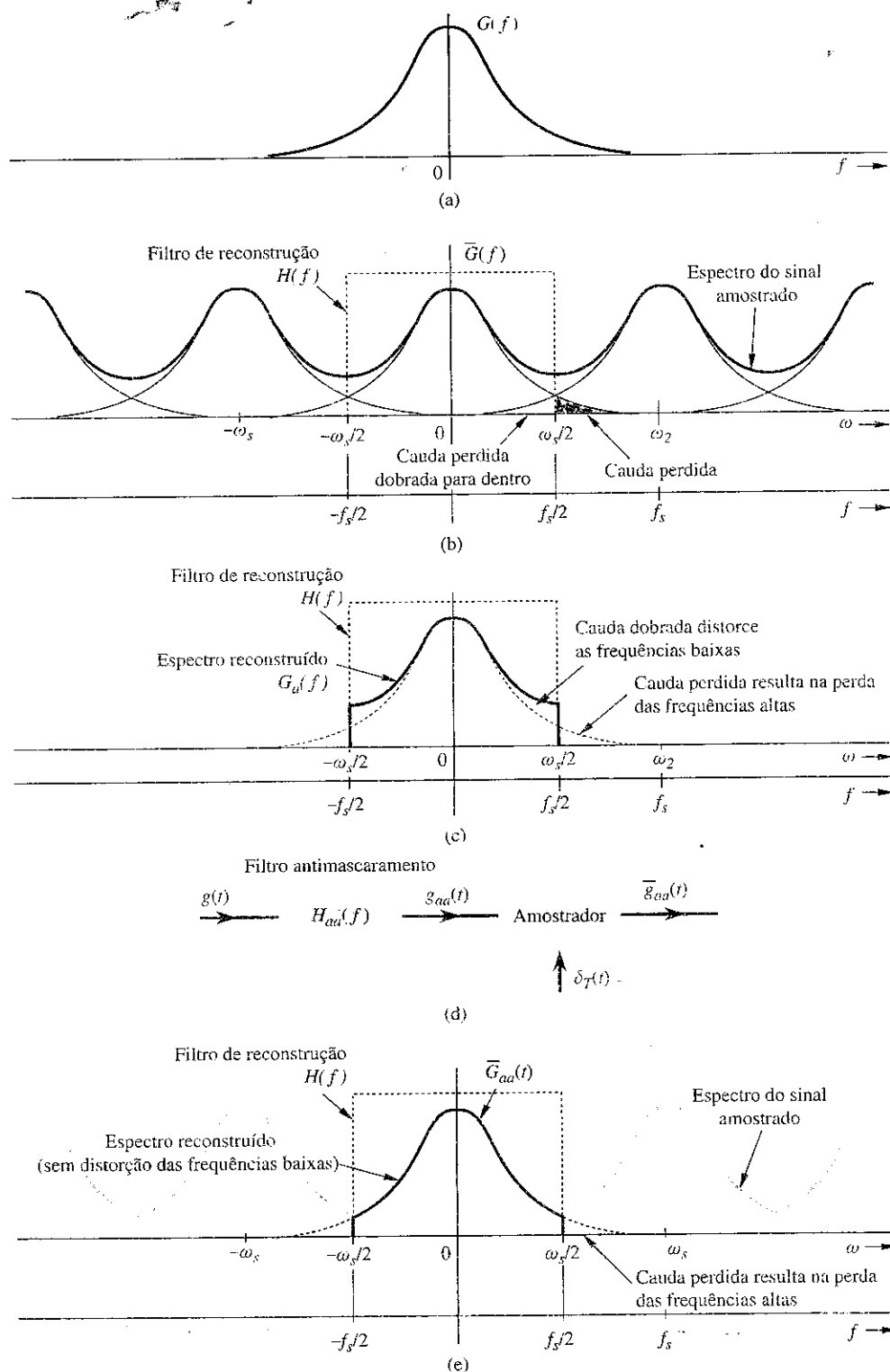


Fig. 6.8a; estes sinais têm largura de banda infinita e o espectro  $\bar{G}(f)$  consiste em ciclos de  $G(f)$  que se sobrepõem e se repetem a cada  $f_s$  Hz (frequência de amostragem), como indicado na Fig. 6.8b. Por causa da largura de banda infinita, a sobreposição de espectro é inevitável, qualquer que seja a taxa de amostragem. O aumento da taxa de amostragem reduz, mas não elimina a sobreposição de ciclos espectrais repetitivos. Devido à cauda da sobreposição,  $\bar{G}(f)$  deixa de conter a informação completa

de  $G(f)$  e não é mais possível, nem mesmo teoricamente, recuperar  $g(t)$  exatamente do sinal amostrado  $\bar{g}(t)$ . Caso o sinal amostrado seja aplicado a um filtro passa-baixas ideal de frequência de corte  $f_s/2$  Hz, a saída não será  $G(f)$ , mas  $G_d(f)$  (Fig. 6.8c), que é uma versão distorcida de  $G(f)$ , devido a duas causas separadas:

1. A perda da cauda de  $G(f)$  além de  $|f| > f_s/2$  Hz.
2. A reaparição desta cauda invertida ou dobrada dentro do espectro.

Notemos que os espectros se cruzam na frequência  $f_s/2 = 1/2T$  Hz, chamada frequência de *dobramento*. O espectro pode ser visto como se a cauda perdida se dobrasse para dentro na frequência de dobramento. Por exemplo, uma componente de frequência  $(f_s/2) + f_z$  aparece "disfarçada" de uma componente de frequência baixa  $(f_s/2) - f_z$ . Assim, as componentes de frequências acima de  $f_s/2$  reaparecem como componentes de frequências abaixo de  $f_s/2$ . Esta inversão da cauda, conhecida como *dobramento espectral* ou *maskamento*, é ilustrada na Fig. 6.8b e, também, na Fig. 6.8c. No processo de maskamento, não apenas são perdidas todas as componentes de frequências acima da frequência de dobramento  $f_s/2$  Hz, mas as mesmas reaparecem (maskadas) como componentes de frequências abaixo da frequência de dobramento  $f_s/2$ , como ilustrado na Fig. 6.8c.

O problema de maskamento é análogo ao de um batalhão do exército em que um pelotão desertor para o lado inimigo, mas permanece aparentemente leal. O batalhão fica sujeito a risco duplo. Primeiro, perdeu o pelotão desertor como uma força de combate. Além disso, durante uma batalha, o batalhão enfrentará sabotagem causada pelos desertores e terá de usar um pelotão leal para neutralizar os desertores. Assim, a força armada perdeu dois pelotões, que deixaram de ter atividade produtiva.

### Eliminação de Desertores: Filtro de Antimaskamento

Para o comandante do batalhão traído, a solução do problema seria óbvia. Assim que tomasse conhecimento da deserção, incapacitaria, de alguma forma, o pelotão desertor. Se fizer isso *antes do início da batalha*, o comandante perderá apenas um pelotão (o desertor).\* Esta é uma solução parcial ao duplo problema de traição e sabotagem; uma solução que retifica o problema parcialmente e elimina metade das perdas.

Seguiremos exatamente esta estratégia. Os desertores em potencial são todas as componentes de frequências acima da frequência de dobramento  $f_s/2 = 1/2T$  Hz. Devemos eliminar (suprimir) estas componentes de  $g(t)$  *antes da amostragem*. Tal supressão das frequências altas pode ser efetuada por um filtro passa-baixas ideal com frequência de corte  $f_s/2$  Hz, como mostrado na Fig. 6.8d. Esse filtro recebe a denominação de *filtro antimaskamento*. A Fig. 6.8d também mostra que a filtragem antimaskamento é feita antes da amostragem. A Fig. 6.8c mostra os espectros do sinal amostrado e do sinal reconstruído,  $G_{aa}(f)$ , quando o esquema antimaskamento é empregado. Um filtro antimaskamento basicamente limita o sinal  $g(t)$  em banda a  $f_s/2$  Hz. Dessa forma, perdemos apenas as componentes acima da frequência de dobramento  $f_s/2$  Hz. As componentes suprimidas não podem reaparecer e corromper as componentes de frequências abaixo da frequência de dobramento. O uso de um filtro antimaskamento faz com que o espectro do sinal reconstruído seja  $G_{aa}(f) = G(f)$  para  $|f| < f_s/2$ . Embora percamos o espectro além de  $f_s/2$ , o espectro para todas as frequências abaixo de  $f_s/2$  permanece intacto. A distorção de maskamento é reduzida à metade devido à eliminação do dobramento. Ressaltamos, mais uma vez, que a operação antimaskamento deve ser executada *antes da amostragem do sinal*.

Um filtro antimaskamento também ajuda a reduzir o ruído. Em geral, o ruído tem um espectro de banda larga e, sem antimaskamento, o próprio fenômeno de maskamento faria que componentes de ruído fora da banda do sinal desejado aparecessem na banda do sinal. O antimaskamento suprime todo o espectro de ruído além da frequência  $f_s/2$ .

\*A Fig. 6.8b mostra que, dentre um número infinito de ciclos repetitivos, apenas ciclos espectrais vizinhos se sobrepõem. Esta é uma imagem simplificada. Na verdade, todos os ciclos se sobrepõem e interagem com todos os outros, devido à largura infinita do espectro de qualquer sinal prático. Felizmente, todos os espectros práticos também devem decair nas frequências altas. Isso resulta em um grau insignificante de interferência de ciclos que não sejam vizinhos imediatos. Quando esta hipótese não se aplica, o cálculo de maskamento se torna mais elaborado.

O filtro antimascaramento, por ser um filtro ideal, é irrealizável. Na prática, usamos um filtro de corte abrupto, que deixa um espectro residual altamente atenuado além da frequência de dobramento  $f_s/2$ .

### Amostragem Força Sinais Não Limitados em Banda a Parecerem Limitados em Banda

A Fig. 6.8b mostra que o espectro de um sinal  $\bar{g}(t)$  consiste em ciclos de  $G(f)$  sobrepostos. Isso significa que  $\bar{g}(t)$  são amostras sub-Nyquist de  $g(t)$ . Contudo, também podemos ver o espectro na Fig. 6.8b como o espectro  $G_a(f)$  (Fig. 6.8c) repetido periodicamente a cada  $f_s$  Hz sem sobreposição. O espectro  $G_a(f)$  é limitado em banda a  $f_s/2$  Hz. Portanto, essas amostras (sub-Nyquist) de  $g(t)$  são, na verdade, as amostras de Nyquist para o sinal  $g_a(t)$ . Em resumo, a amostragem de um sinal não limitado em banda  $g(t)$  a uma taxa de  $f_s$  Hz faz com que as amostras pareçam ser as amostras de Nyquist de um outro sinal  $g_a(t)$ , que é limitado em banda a  $f_s/2$  Hz. Em outras palavras, a amostragem faz um sinal não limitado em banda aparecer como um sinal limitado em banda  $g_a(t)$ , com largura de banda  $f_s/2$  Hz. Uma conclusão semelhante se aplica quando  $g(t)$  é um sinal limitado em banda, mas amostrado a uma taxa sub-Nyquist.

### 6.1.3 Máxima Taxa de Informação: Duas Porções de Informação por Segundo por Hertz

Um conhecimento da máxima taxa em que a informação pode ser transmitida ao longo de um canal de largura de banda  $B$  Hz é de fundamental importância em comunicações digitais. A seguir, deduziremos uma das relações mais básicas em comunicações, segundo a qual *um máximo de  $2B$  porções independentes de informação por segundo pode ser transmitido, sem erro, em um canal de largura de banda  $B$  Hz*. Este resultado advém do teorema da amostragem.

Primeiro, o teorema da amostragem garante que um sinal de largura de banda de  $B$  Hz pode ser totalmente recuperado de amostras tomadas uniformemente a uma taxa de  $2B$  amostras por segundo. Agora, precisamos mostrar que qualquer sequência de dados independentes a uma taxa de  $2B$  Hz pode vir de amostras uniformes de um sinal passa-baixas de largura de banda  $B$ . Além disso, podemos construir esse sinal passa-baixas a partir da sequência de dados independentes.

Suponhamos que uma sequência de dados independentes seja denotada por  $\{g_n\}$ . A taxa correspondente é de  $2B$  amostras por segundo. Portanto, sempre existe um sinal  $g(t)$  (não necessariamente limitado em banda) tal que

$$g_n = g(nT_s) \quad T_s = \frac{1}{2B}$$

Na Fig. 6.9a, ilustramos, mais uma vez, o efeito de amostrar um sinal não limitado em banda  $g(t)$  a uma taxa  $f_s = 2B$  Hz. Devido ao mascaramento, o sinal amostrado ideal é

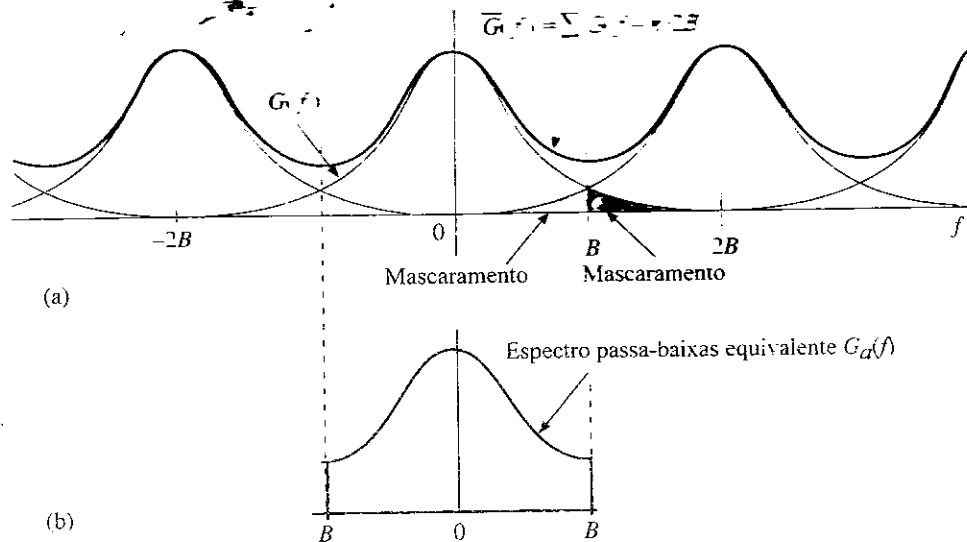
$$\begin{aligned} \bar{g}(t) &= \sum_n g(nT_s) \delta(t - nT_s) \\ &= \sum_n g_a(nT_s) \delta(t - nT_s) \end{aligned}$$

em que  $g_a(t)$  é o sinal passa-baixas mascarado cujas amostras  $g_a(nT_s)$  são iguais às amostras de  $g(nT_s)$ . Em outras palavras, amostragem de um sinal  $g(t)$  a uma taxa sub-Nyquist gera amostras que podem ser igualmente obtidas da amostragem de um sinal limitado em banda  $g_a(t)$  à taxa de Nyquist. Assim, pela Fig. 6.9, demonstramos que as amostragens de  $g(t)$  e  $g_a(t)$  à taxa de  $2B$  Hz geram a mesma sequência de dados independentes  $\{g_n\}$ :

$$g_n = g(nT_s) = g_a(nT_s) \quad T_s = \frac{1}{2B} \quad (6.18)$$

Figura 6.9

(a) Espectro de um sinal não limitado em banda e correspondente espectro amostrado  $\bar{G}(f)$ .  
 (b) Espectro passa-baixas equivalente  $G_a(f)$  construído das amostras uniformes de  $g(t)$  à taxa de amostragem  $2B$ .



Ainda usando o teorema da amostragem, vemos que um sinal passa-baixas  $g_a(t)$  com largura de banda  $B$  pode ser reconstruído de suas amostras uniformes [Eq. (6.10)]

$$g_a(t) = \sum_n g_n \operatorname{sinc}(2\pi Bt - k\pi)$$

Presumindo que não haja ruído, esse sinal pode ser transmitido sem erro ao longo de um canal sem distorção e com largura de banda  $B$  Hz. No receptor, a sequência de dados  $\{g_n\}$  pode ser recuperada das amostras de Nyquist da saída do canal sem distorção  $g_a(t)$  como os dados de informação desejados.

Essa taxa teórica de comunicação supõe um canal sem ruído. Na prática, ruído de canal é inevitável e, em consequência, essa taxa causará alguns erros de detecção. No Capítulo 14, discutiremos a capacidade de Shannon, que permite determinar a taxa teórica de comunicação sem erro na presença de ruído.

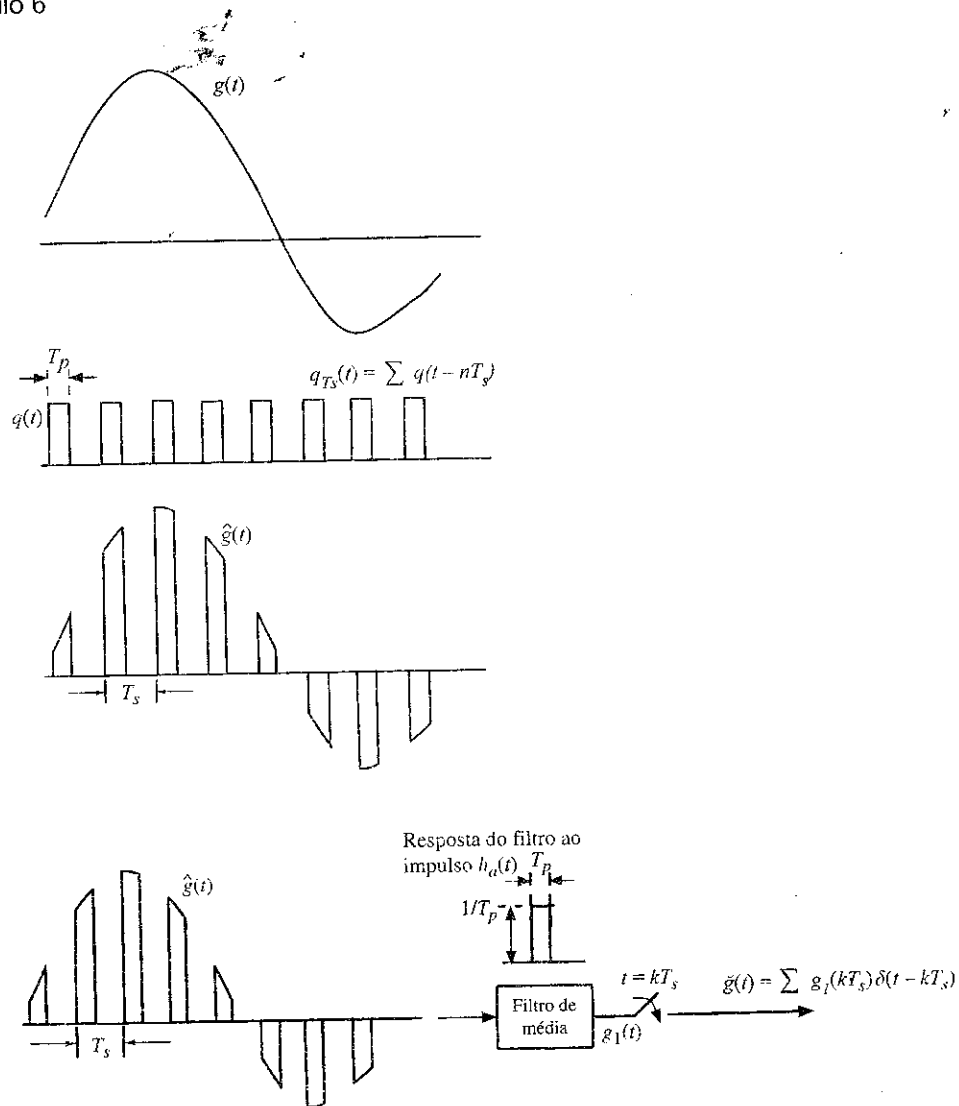
#### 6.1.4 Análise de Amostragem Prática Não Ideal

Até aqui, focamos principalmente a amostragem uniforme ideal, que pode usar um trem de impulsos ideais para extrair precisamente o valor de sinal  $g(kT_s)$  no instante de tempo exato  $t = kT_s$ . Na prática, nenhum dispositivo físico é capaz de executar esta tarefa. Em consequência, precisamos considerar implementações mais práticas de amostragem. Essa análise é importante para um melhor entendimento dos erros que, em geral, ocorrem durante conversão A/D prática e seus efeitos na reconstrução de sinais.

Amostradores práticos colhem cada amostra de sinal em um curto período de tempo  $T_p$  em torno de  $t = kT_s$ . Em outras palavras, a cada  $T_s$  segundos, o dispositivo de amostragem colhe uma fotografia de duração  $T_p$  do sinal  $g(t)$  sendo amostrado. Isso é como tirar uma sequência de fotografias de um velocista olímpico em uma corrida de 100 m rasos. Assim como uma câmera fotográfica gera uma imagem estática tomando uma média do cenário ao longo da janela  $T_p$ , o amostrador prático gera um valor de amostra em  $t = kT_s$  tomando a média de valores do sinal  $g(t)$  na janela  $T_p$ , ou seja,

$$g_1(kT_s) = \frac{1}{T_p} \int_{-T_p/2}^{T_p/2} g(kT_s + t) dt \quad (6.19a)$$

Figura 6.10  
Ilustração de  
amostragem  
prática.



Dependendo do dispositivo, essa média pode ser ponderada por uma função de peso  $q(t)$  que depende do dispositivo:

$$g_1(kT_s) = \frac{1}{T_p} \int_{-T_p/2}^{T_p/2} q(t) g(kT_s + t) dt \quad (6.19b)$$

Portanto, usamos a analogia com a câmera fotográfica para entender que amostradores práticos geram sinais amostrados da forma

$$\check{g}(t) = \sum g_1(kT_s) \delta(t - kT_s) \quad (6.20)$$

Agora, mostraremos a relação entre o sinal amostrado prático  $\check{g}(t)$  e o sinal passa-baixas analógico original  $g(t)$  no domínio da frequência.

Usaremos a Fig. 6.10 para ilustrar a relação entre  $\check{g}(t)$  e  $g(t)$  para o caso especial de ponderação uniforme. Isto significa que

$$q(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 0,5T_p \\ 0 & |t| > 0,5T_p \end{cases}$$

Como mostrado na Fig. 6.10,  $g_1(t)$  pode ser obtido, de modo equivalente, usando primeiro “amostragem natural” para gerar as fotografias do sinal

$$\hat{g}(t) = g(t) \cdot q_{T_s}(t) \quad (6.21)$$

em que

$$q_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q(t - nT_s)$$

A Fig. 6.10b ilustra o sinal-fotografia  $\hat{g}(t)$ . Podemos, então, definir um filtro de média (*averaging filter*) com a seguinte resposta ao impulso

$$h_a(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_p} & -\frac{T_p}{2} \leq t < \frac{T_p}{2} \\ 0 & \text{para outros valores de } t \end{cases}$$

ou função de transferência

$$H_a(f) = \text{sinc}(\pi f T_p)$$

Aplicação do sinal-fotografia  $\hat{g}(t)$  ao filtro de média gera o sinal de saída

$$g_1(t) = h_a(t) * \hat{g}(t)$$

Como ilustrado na Fig. 6.10c, o amostrador prático gera um sinal  $\check{g}(t)$  por meio de amostragem da saída do filtro  $g_1(kT_s)$ . Portanto, usamos a Fig. 6.10c para estabelecer o processo equivalente para gerar amostras práticas de  $g(t)$ , que consiste em tirar fotografias, tomar a média e amostrar. Agora, podemos examinar as relações no domínio da frequência para analisar a distorção gerada por amostradores práticos.

Na análise a seguir, consideraremos uma função de peso genérica  $q(t)$  sujeita à única condição

$$q(t) = 0, \quad t \notin (-0,5T_p, 0,5T_p)$$

Primeiro, notemos que  $q_{T_s}(t)$  é periódica. Portanto, sua série de Fourier pode ser escrita como

$$q_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n e^{jn\omega_s t}$$

em que

$$Q_n = \frac{1}{T_s} \int_{-0,5T_p}^{0,5T_p} q(t) e^{-jn\omega_s t} dt$$

Assim, o sinal de saída do filtro de média é

$$\begin{aligned} g_1(t) &= h_a(t) * [g(t) q_{T_s}(t)] \\ &= h_a(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n g(t) e^{jn\omega_s t} \end{aligned} \quad (6.22)$$

No domínio da frequência, temos

$$\begin{aligned} G_1(f) &= H(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n G(f - nf_s) \\ &= \text{sinc}(\pi f T_p) \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n G(f - nf_s) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Como

$$\check{g}(t) = \sum_k g_1(kT_s) \delta(t - kT_s)$$

podemos aplicar o teorema da amostragem para mostrar que

$$\begin{aligned} \check{G}(f) &= \frac{1}{T_s} \sum_m G_1(f + mf_s) \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_m \text{sinc} \left[ \frac{(2\pi f + m2\pi f_s)T_p}{2} \right] \sum_n Q_n G(f + mf_s - nf_s) \\ &= \sum_\ell \left( \frac{1}{T_s} \sum_n Q_n \text{sinc} [(\pi f + (n + \ell)\pi f_s)T_p] \right) G(f + \ell f_s) \end{aligned} \quad (6.24)$$

A última igualdade veio da mudança do índice do somatório  $\ell = m - n$ .

Podemos definir a resposta em frequência

$$F_\ell(f) = \frac{1}{T_s} \sum_n Q_n \text{sinc} [(\pi f + (n + \ell)\pi f_s)T_p]$$

Esta definição nos permite escrever

$$\check{G}(f) = \sum_\ell F_\ell(f) G_1(f + \ell f_s) \quad (6.25)$$

Para o sinal passa-baixas  $G(f)$  com largura de banda  $B$  Hz, a aplicação de um filtro passa-baixas ideal (interpolação) gera um sinal distorcido

$$F_0(f)G(f) \quad (6.26a)$$

com

$$F_0(f) = \frac{1}{T_s} \sum_n Q_n \text{sinc} [\pi(f + nf_s)T_p] \quad (6.26b)$$

Podemos ver das Eqs. (6.25) e (6.26) que o sinal resultante de amostragem prática sempre contém uma distorção conhecida  $F_0(f)$ .

Além disso, o uso de um pulso prático de reconstrução  $p(t)$ , como na Eq. (6.12), gera distorções adicionais. Reconstruamos  $g(t)$  usando as amostras práticas para gerar

$$\check{g}(t) = \sum_n g_1(nT_s)p(t - nT_s)$$

Da Eq. (6.13), obtemos a relação entre os espectros da reconstrução e da mensagem original  $G(f)$  como

$$\check{G}(f) = P(f) \sum_n F_n(f) G(f + nf_s) \quad (6.27)$$

Como  $G(f)$  tem largura de banda de  $B$  Hz, precisaremos projetar um novo equalizador com função de transferência  $E(f)$ , de modo que a reconstrução não apresente distorção na largura de banda  $B$ , ou seja,

$$E(f)P(f)F_0(f) = \begin{cases} 1 & |f| < B \\ \text{Flexível} & B < |f| < f_s - B \\ 0 & |f| > f_s - B \end{cases} \quad (6.28)$$

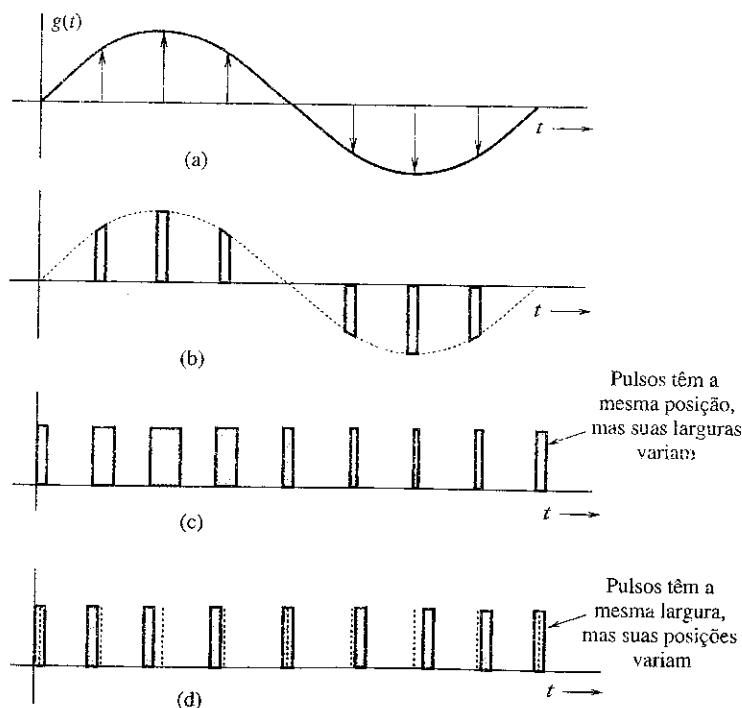
O equalizador simples pode ser projetado para compensar duas fontes de distorção: efeito de amostragem não ideal em  $F_0(f)$  e efeito de reconstrução não ideal em  $P(f)$ . O projeto do equalizador é possível porque as duas distorções são conhecidas previamente.

### 6.1.5 Algumas Aplicações do Teorema da Amostragem

O teorema da amostragem é muito importante na análise, processamento e transmissão de sinais, pois nos permite substituir um sinal temporal contínuo por uma sequência discreta de números. O processamento de um sinal temporal contínuo é, portanto, equivalente ao processamento de uma sequência discreta de números. Isso nos leva diretamente à área de filtragem digital. No campo das comunicações, a transmissão de uma mensagem contínua se reduz à transmissão de uma sequência de números. Isso abre portas a muitas técnicas novas de comunicação de sinais temporais contínuos por trens de pulsos. O sinal temporal contínuo  $g(t)$  é amostrado, e os valores das amostras são usados para modificar certos parâmetros de um trem de pulsos periódicos. Podemos variar as amplitudes (Fig. 6.11b), as larguras (Fig. 6.11c) ou as posições (Fig. 6.11d) dos pulsos proporcionalmente aos valores das amostras do sinal  $g(t)$ . Assim, podemos ter **modulação por amplitude de pulso** (PAM – *pulse amplitude modulation*), **modulação por largura de pulso** (PWM – *pulse width modulation*), ou **modulação por posição de pulso** (PPM – *pulse position modulation*). A mais importante forma de modulação por pulso hoje em dia é a modulação por **codificação de pulsos** (PCM – *pulse code modulation*), introduzida na Seção 1.2. Em todos estes casos, em vez de transmitir  $g(t)$ , transmitimos o sinal modulado em pulsos. No receptor, lemos a informação do sinal modulado em pulsos e reconstruímos o sinal analógico  $g(t)$ .

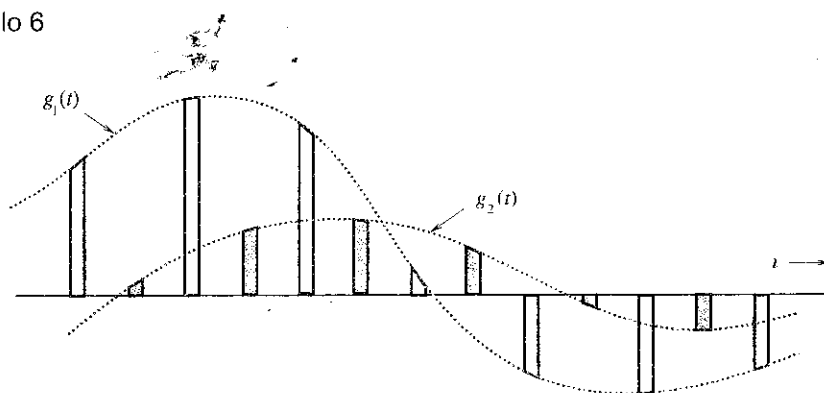
Uma das vantagens do uso de modulação em pulsos é permitir a transmissão simultânea de vários sinais por meio de compartilhamento do tempo – **multiplexação por divisão no tempo** (TDM – *time division multiplexing*). Como um sinal modulado em pulsos ocupa somente uma parte do canal temporal, podemos transmitir vários sinais modulados em pulsos em um mesmo canal entrelaçando-os. A Fig. 6.12 ilustra a TDM de dois sinais PAM. Dessa forma, podemos multiplexar diversos sinais em um mesmo canal com a redução da largura de cada pulso.

**Figura 6.11**  
Sinais  
modulados em  
pulsos. (a) Sinal  
não modulado.  
(b) Sinal PAM.  
(c) Sinal PWM.  
(d) Sinal PPM.





**Figura 6.12**  
Multiplexação  
por divisão do  
tempo de dois  
sinais.

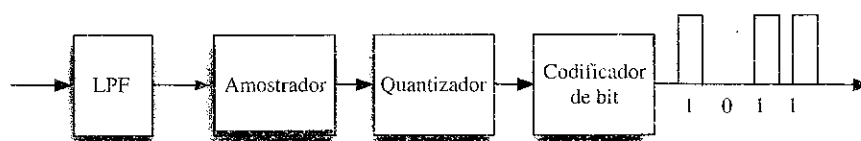


Outro método de transmissão simultânea de vários sinais em banda base é a multiplexação por divisão em frequência (FDM -- *frequency division multiplexing*), discutida brevemente no Capítulo 4. Em FDM, vários sinais são multiplexados por compartilhamento da largura de banda do canal. O espectro de cada mensagem é deslocado a uma banda específica não ocupada por qualquer outro sinal. A informação de vários sinais é posicionada em bandas de frequências do canal que não se sobrepõem. De certa forma, TDM e FDM são duais uma da outra.

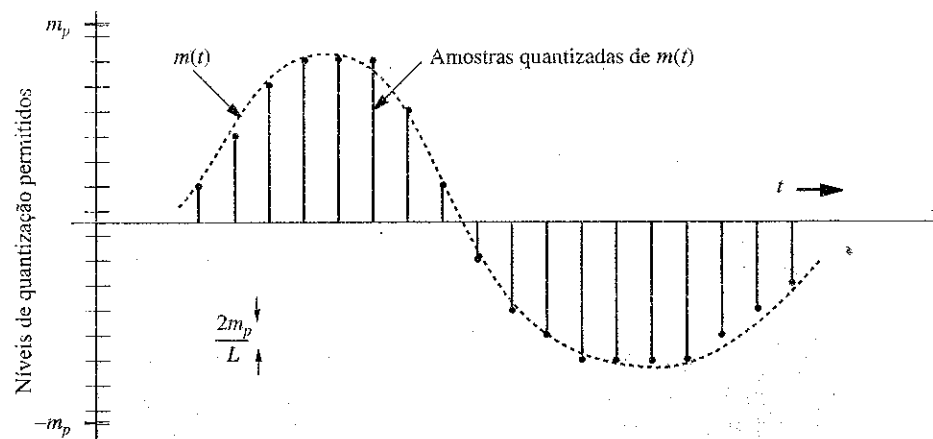
## 6.2 MODULAÇÃO POR CODIFICAÇÃO DE PULSO (PCM)

A PCM é a mais útil e mais largamente empregada das modulações em pulsos mencionadas. Como ilustrado na Fig. 6.13, a PCM é basicamente uma ferramenta para converter um sinal analógico em um sinal digital (conversão A/D). Um sinal **analógico** é caracterizado por uma amplitude que pode assumir qualquer valor em um intervalo contínuo. Isso significa que pode assumir um número infinito de valores. Um sinal **digital**, por sua vez, tem uma amplitude que pode assumir apenas um número finito de valores. Um sinal analógico pode ser convertido em um sinal digital através de amostragem e **quantização**, ou seja, aproximação de seu valor ao mais próximo dos números permitidos (ou **níveis de quantização**), como indicado na Fig. 6.14. As amplitudes do sinal analógico  $m(t)$  ocorrem no intervalo  $(-m_p, m_p)$ , que é dividido em  $L$  subintervalos, cada um com largura  $\Delta v = 2m_p/L$ . A seguir, cada amplitude de amostra é aproximada pelo valor no ponto médio do subintervalo em que a amostra ocorre (Fig. 6.14, com  $L = 16$ ). Cada amostra é, então, aproximada a um dos  $L$  números. Assim, o sinal é digitalizado, com amostras quantizadas que assumem um dos  $L$  valores. Um sinal deste tipo é conhecido como um **sinal digital  $L$ -ário**.

**Figura 6.13**  
Diagrama de  
blocos de um  
sistema PCM.



**Figura 6.14**  
Quantização  
de um sinal  
analógico  
amostrado.



De um ponto de vista prático, um sinal digital binário (sinal que pode assumir apenas dois valores) é muito desejável, devido à sua simplicidade, economia, e facilidade de implementação. Podemos converter um sinal  $L$ -ário em um sinal binário através de codificação por pulsos. Essa codificação é ilustrada na Fig. 1.5 para o caso  $L = 16$ . Esta codificação, formada pela representação binária dos 16 dígitos decimais de 0 a 15, é conhecida como **código binário natural (CBN)**. Outras maneiras de obtenção de códigos binários serão discutidas posteriormente. A cada um dos 16 níveis a serem transmitidos é alocado código binário de quatro dígitos. O sinal analógico  $m(t)$  fica, então, convertido em um sinal digital (binário). Um dígito binário é denominado **bit** (de *binary digit*), por conveniência. Essa contração de "binary digit" em "bit" se tornou uma abreviação padrão na indústria e é usada em todo o livro.

Cada amostra no exemplo é, portanto, codificada por quatro bits. Para a transmissão destes dados binários, precisamos alocar uma forma diferente de pulso a cada um dos dois bits. Uma possibilidade é alocar um pulso negativo ao binário 0 e um pulso positivo ao binário 1 (Fig. 1.5), de modo que cada amostra seja transmitida por um grupo de quatro pulsos binários (codificação por pulsos). O sinal resultante é um sinal binário.

A largura de banda de um sinal de áudio é de cerca de 15 kHz. Contudo, para voz, testes subjetivos mostraram que a articulação (inteligibilidade) do sinal não é afetada se todas as componentes acima de 3400 Hz forem suprimidas.\* Como, em telefonia, o objetivo é a inteligibilidade e não alta fidelidade, as componentes acima de 3400 Hz são eliminadas por um filtro passa-baixas. O sinal resultante é, então, amostrado a uma taxa de 8000 amostras por segundo (8 kHz). Esta taxa é intencionalmente maior que a taxa de amostragem Nyquist de 6,8 kHz para que filtros realizáveis possam ser aplicados na reconstrução do sinal. Cada amostra é, por fim, quantizada em 256 níveis ( $L = 256$ ), o que requer um grupo de oito pulsos binários para codificar cada amostra ( $2^8 = 256$ ). Assim, um sinal de telefonia requer  $8 \times 8.000 = 64.000$  pulsos binários por segundo.

Uma aplicação mais recente de PCM é o *compact disc* (CD). Esse é um caso de alta fidelidade e requer uma largura de banda de 20 kHz para o sinal de áudio. Embora a taxa de amostragem de Nyquist seja apenas 40 kHz, a taxa de amostragem usada é de 44,1 kHz, pelas razões mencionadas anteriormente. O sinal é quantizado em um número muito maior ( $L = 65.536$ ) de níveis de quantização, e cada um é representado por 16 bits para reduzir o erro de quantização. Amostras codificadas em binário (1,4 milhão de bits/s) são, então, gravadas no CD.

### 6.2.1 Vantagens de Comunicação Digital

A seguir, são listadas algumas vantagens da comunicação digital em relação à comunicação analógica:

1. A comunicação digital é capaz de suportar muito mais ruído de canal e distorção, desde que o ruído e a distorção estejam dentro de certos limites, e é mais robusta do que a comunicação analógica. No caso de mensagens analógicas, qualquer distorção ou ruído, não importa quão pequenos sejam, alterará o sinal recebido.

2. A maior vantagem da comunicação digital em relação à analógica, no entanto, é viabilizar o uso de repetidores regeneradores. Em um sistema de comunicação analógica, um sinal de mensagem se torna progressivamente mais fraco à medida que viaja pelo canal, enquanto o ruído cumulativo de canal e a distorção se tornam progressivamente mais fortes. Por fim, o sinal é superado por ruído e distorção. A amplificação é de pouca utilidade, pois o sinal e o ruído são amplificados na mesma proporção. Em consequência, a distância ao longo da qual uma mensagem analógica pode ser transmitida é limitada pela potência de transmissão inicial. No caso de comunicação digital, uma longa distância de transmissão também pode acarretar ruído e interferências excessivos. O truque, no entanto, consiste em montar estações repetidoras ao longo da rota de transmissão em distâncias curtas o bastante para que pulsos de sinal possam ser detectados antes que o acúmulo de ruído e distorção destrua o sinal. Em cada estação repetidora, os pulsos são detectados e pulsos novos e limpos são transmitidos

\*Componentes abaixo de 300 Hz também podem ser suprimidas sem afetar a articulação.

à próxima estação repetidora, que, por sua vez, duplica esse procedimento. Se o ruído e a distorção forem mantidos abaixo de certos limites (o que é possível, tendo em vista o pequeno espaçamento entre repetidores), os pulsos podem ser detectados corretamente.\* Assim, mensagens digitais podem ser transmitidas por distâncias maiores e com mais confiabilidade do que mensagens analógicas. Na PCM, o erro mais significativo advém da quantização. Esse erro pode ser reduzido tanto quanto desejado, com o aumento do número de níveis de quantização; o preço dessa solução é pago com o aumento da largura de banda do meio de transmissão (canal).

3. A implementação em hardware digital é flexível e permite o uso de microprocessadores, comutadores digitais e circuitos integrados de larga escala.

4. Sinais digitais podem ser codificados para produzir taxas de erro extremamente pequenas e alta fidelidade, assim como privacidade.

5. A multiplexação de sinais digitais é mais fácil e eficiente que a de sinais analógicos.

6. A comunicação digital é inerentemente mais eficiente que a analógica no que diz respeito à troca de SNR por largura de banda.

7. O armazenamento de sinais digitais é relativamente simples e barato e permite a busca e seleção de informação em bases de dados eletrônicas distantes.

8. A reprodução com mensagens digitais pode ser extremamente confiável e sem deterioração. Mensagens analógicas, como fotocópias e filmes, por exemplo, perdem qualidade a cada estágio sucessivo de reprodução e devem ser transportadas fisicamente de um local distante a outro, o que, em geral, tem custo relativamente alto.

9. O custo de hardware digital continua tendo redução de 50% a cada dois ou três anos, enquanto o desempenho ou capacidade dobra no mesmo período. E não há um fim à vista para o empolgante e exponencial progresso da tecnologia digital. Em consequência, hoje, as tecnologias digitais dominam todas as áreas de comunicação e armazenamento de informação.

### Nota Histórica

Para descrever prosódia, o antigo escritor indiano Pingala aplicou sofisticados conceitos matemáticos, produzindo a primeira descrição de um sistema numérico digital de que temos notícia, possivelmente no oitavo século a.C.<sup>6</sup> Outros, como R. Hall, em *Mathematics of Poetry* (Matemática da Poesia), localizam-no mais tarde, por volta de 200 a.C. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) foi o primeiro matemático no ocidente a estabelecer sistematicamente a representação binária (usando 1s e 0s) para qualquer número. Ele sentiu uma significância espiritual em sua descoberta, acreditando que 1, representando a unidade, era claramente um símbolo para Deus, enquanto 0 representava o nada. Ele raciocinou que, se todos os números podem ser representados meramente com o uso de 1 e 0, isto provava, com certeza, que Deus criara o universo a partir do nada!

### 6.2.2 Quantização

Como mencionado anteriormente, sinais digitais têm uma variedade de fontes. Algumas, como computadores, são inerentemente digitais. Outras são analógicas, convertidas à forma digital por meio de diferentes técnicas, como PCM ou modulação delta (DM), que analisaremos em seguida. O resto desta seção apresenta uma discussão quantitativa da PCM e de seus vários aspectos, como quantização, codificação, sincronização e as necessárias largura de banda e SNR de transmissão.

Para quantização, limitamos a amplitude do sinal de mensagem  $m(t)$  ao intervalo  $(-m_p, m_p)$ , como mostrado na Fig. 6.14. Notemos que  $m_p$  não é necessariamente a amplitude de pico  $m(t)$ . As amplitudes de  $m(t)$  que ultrapassam  $\pm m_p$  são simplesmente truncadas. Portanto,  $m_p$  não é um parâmetro do sinal  $m(t)$ ; é o limite do quantizador. O intervalo de amplitudes  $(-m_p, m_p)$  é dividido em  $L$  intervalos uniformemente espaçados, cada um com largura  $\Delta v = 2m_p/L$ . Um valor de amostra é aproximado pelo valor no ponto médio do intervalo em que a amostra ocorre (Fig. 6.14). As amostras quantizadas são

\*O erro na detecção dos pulsos pode ser desprezado.

codificadas e transmitidas como pulsos binários. No receptor, alguns pulsos podem ser detectados erroneamente. Em consequência, há duas fontes de erro neste esquema: *erro de quantização* e *erro de detecção de pulso*. Em quase todos os esquemas práticos, o erro de detecção de pulsos é muito pequeno em comparação com o erro de quantização, e pode ser desprezado. Assim, na análise a seguir, admitiremos que o erro no sinal recebido é causado exclusivamente pela quantização.

Se  $m(kT_s)$  for a  $k$ -ésima amostra do sinal  $m(t)$  e  $\hat{m}(kT_s)$  for a correspondente amostra quantizada, da fórmula de interpolação na Eq. (6.10), temos

$$m(t) = \sum_k m(kT_s) \operatorname{sinc}(2\pi Bt - k\pi)$$

e

$$\hat{m}(t) = \sum_k \hat{m}(kT_s) \operatorname{sinc}(2\pi Bt - k\pi)$$

em que  $\hat{m}(t)$  é o sinal reconstruído das amostras quantizadas. A componente de distorção  $q(t)$  no sinal reconstruído é  $q(t) = \hat{m}(t) - m(t)$ . Logo,

$$\begin{aligned} q(t) &= \sum_k [\hat{m}(kT_s) - m(kT_s)] \operatorname{sinc}(2\pi Bt - k\pi) \\ &= \sum_k q(kT_s) \operatorname{sinc}(2\pi Bt - k\pi) \end{aligned}$$

em que  $q(kT_s)$  é o erro de quantização na  $k$ -ésima amostra. O sinal  $q(t)$  é o sinal indesejado e, portanto, atua como um ruído, conhecido como **ruído de quantização**. Para calcular a potência ou valor quadrático médio de  $q(t)$ , temos

$$\begin{aligned} \overline{q^2(t)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q^2(t) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left[ \sum_k q(kT_s) \operatorname{sinc}(2\pi Bt - k\pi) \right]^2 dt \end{aligned} \quad (6.29a)$$

Podemos mostrar (ver o Exercício 3.7-4) que os sinais  $\operatorname{sinc}(2\pi Bt - m\pi)$  e  $\operatorname{sinc}(2\pi Bt - n\pi)$  são ortogonais, ou seja,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}(2\pi Bt - m\pi) \operatorname{sinc}(2\pi Bt - n\pi) dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{1}{2B} & m = n \end{cases} \quad (6.29b)$$

Por conta desse resultado, a integral dos termos cruzados no lado direito da Eq. (6.29a) se anula, e obtemos

$$\begin{aligned} \overline{q^2(t)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sum_k q^2(kT_s) \operatorname{sinc}^2(2\pi Bt - k\pi) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_k q^2(kT_s) \int_{-T/2}^{T/2} \operatorname{sinc}^2(2\pi Bt - k\pi) dt \end{aligned}$$

pela relação de ortogonalidade (6.29b), temos

$$\overline{q^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2BT} \sum_k q^2(kT_s) \quad (6.30)$$

Como a taxa de amostragem é  $2B$ , o número total de amostras no intervalo de média  $T$  é  $2BT$ . Assim, o lado direito da Eq. (6.30) representa o valor médio, ou a média do quadrado do erro de quantização. Os níveis de quantização são separados por  $\Delta v = 2m_p/L$ . Como um valor de amostra é aproximado pelo ponto médio do subintervalo (de altura  $\Delta v$ ) em que a amostra é feita, o máximo erro de quantização é  $\pm \Delta v/2$ . Assim, o erro de quantização está no intervalo  $(-\Delta v/2, \Delta v/2)$ , sendo

$$\Delta v = \frac{2m_p}{L} \quad (6.31)$$

Admitindo que o erro possa assumir qualquer valor no intervalo  $(-\Delta v/2, \Delta v/2)$  com igual probabilidade, o erro de quantização quadrático médio  $\overline{q^2}$  é dado por\*

$$\begin{aligned} \overline{q^2} &= \frac{1}{\Delta v} \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q^2 dq \\ &= \frac{(\Delta v)^2}{12} \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$= \frac{m_p^2}{3L^2} \quad (6.33)$$

Como  $\overline{q^2(t)}$  é o valor quadrático médio ou potência do ruído de quantização, será denotado por  $N_q$ .

$$N_q = \overline{q^2(t)} = \frac{m_p^2}{3L^2}$$

Supondo que o erro de detecção de pulsos no receptor seja desprezível, o sinal reconstruído  $\hat{m}(t)$  na saída do receptor é

$$\hat{m}(t) = m(t) + q(t)$$

O sinal desejado na saída é  $m(t)$  e o ruído (erro) de quantização,  $q(t)$ . Como a potência do sinal de mensagem  $m(t)$  é  $\overline{m^2(t)}$ , então

$$\begin{aligned} S_o &= \overline{m^2(t)} \\ N_o &= N_q = \frac{m_p^2}{3L^2} \end{aligned}$$

e

$$\frac{S_o}{N_o} = 3L^2 \frac{\overline{m^2(t)}}{m_p^2} \quad (6.34)$$

Nesta equação,  $m_p$  é o valor de pico da amplitude que o quantizador pode aceitar e, portanto, é um parâmetro do quantizador. Isso significa que  $S_o/N_o$ , a SNR, é uma função linear da potência  $\overline{m^2(t)}$  do sinal de mensagem (ver a Fig. 6.18, com  $\mu = 0$ ).

\*Aqueles que têm familiaridade com a teoria da probabilidade podem deduzir esse resultado diretamente observando que a densidade de probabilidade do erro de quantização  $q$  é  $1/(2m_p/L) = L/2m_p$  no intervalo  $|q| \leq m_p/L$  e zero para qualquer outro valor de  $q$ . Logo,

$$\overline{q^2} = \int_{-m_p/L}^{m_p/L} q^2 p(q) dq = \int_{-m_p/L}^{m_p/L} \frac{L}{2m_p} q^2 dq = \frac{m_p^2}{3L^2}$$

### 6.2.3 Princípio da Taxação Progressiva: Quantização Não Uniforme

Recordemos que  $S_o/N_o$ , a SNR, é uma indicação da qualidade do sinal recebido. Idealmente, gostaríamos de ter uma SNR constante (mesma qualidade) para todos os valores de potência  $m^2(t)$  do sinal de mensagem. Infelizmente, a SNR é diretamente proporcional à potência  $m^2(t)$  do sinal, que chega a variar em até 40 dB (uma relação de potência de  $10^4$ ) de alto-falante para alto-falante. A potência de sinal também pode variar devido a diferentes comprimentos dos circuitos de conexão. Isso indica que a SNR na Eq. (6.34) pode variar muito, dependendo do alto-falante e do comprimento do circuito. Mesmo para um dado alto-falante, a qualidade do sinal recebido sofrerá degradação apreciável se a pessoa falar com voz suave. Estatisticamente, as menores amplitudes predominam na voz, e as maiores amplitudes ocorrem com frequência muito menor. Isso significa que a SNR será baixa na maior parte do tempo.

A raiz desta dificuldade reside no fato de que os incrementos de quantização têm valor uniforme  $\Delta v = 2m_p/L$ . O ruído de quantização  $N_q = (\Delta v)^2/12$  [Eq. (6.32)] é diretamente proporcional ao quadrado do incremento. O problema pode ser resolvido com o uso de incrementos menores para amplitudes menores (quantização não uniforme), como mostrado na Fig. 6.15a. O mesmo resultado é obtido se as amostras de sinal forem, primeiro, comprimidas e, depois, quantizadas com incremento uniforme. A característica entrada-saída de um compressor é ilustrada na Fig. 6.15b. Nessa figura, o eixo horizontal é o sinal de entrada normalizado (ou seja, a amplitude do sinal de entrada  $m$  dividida pelo valor de pico do sinal  $m_p$ ). O eixo vertical é o sinal de saída  $y$ . O compressor mapeia incrementos  $\Delta m$  do sinal de entrada em incrementos maiores  $\Delta y$  para sinais menores; o contrário se passa para grandes sinais de entrada. Dessa forma, um dado intervalo  $\Delta m$  contém um maior número de incrementos (ou incrementos de menor tamanho) quando  $m$  é pequeno. O erro de quantização é menor para menores valores de potência do sinal de entrada. Uma característica logarítmica aproximada de compressão produz um ruído de quantização que é praticamente proporcional à potência de sinal  $m^2(t)$ , resultando em uma SNR que praticamente independe da potência do sinal de entrada em um grande intervalo dinâmico<sup>5</sup> (ver a Fig. 6.18). Essa abordagem de equalização da SNR parece semelhante ao uso de taxação progressiva de imposto de renda para equalizar os rendimentos da população. Os que falam alto e sinais mais fortes são penalizados com maiores incrementos de ruído  $\Delta v$  para compensar os que falam baixo e os sinais mais fracos.

Entre as diversas opções, duas leis de compressão têm sido aceitas como padrões desejáveis pela ITU-T:<sup>6</sup> a lei  $\mu$ , usada na América do Norte e no Japão, e a lei  $A$ , usada na Europa, no resto do mundo e em rotas internacionais. As curvas das leis  $\mu$  e  $A$  têm simetria ímpar em relação ao eixo vertical. A lei  $\mu$  (para amplitudes positivas) é dada por

$$y = \frac{1}{\ln(1 + \mu)} \ln \left( 1 + \frac{\mu m}{m_p} \right) \quad 0 \leq \frac{m}{m_p} \leq 1 \quad (6.35a)$$

A lei  $A$  (para amplitudes positivas) é dada por

$$y = \begin{cases} \frac{A}{1 + \ln A} \left( \frac{m}{m_p} \right) & 0 \leq \frac{m}{m_p} \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1}{1 + \ln A} \left( 1 + \ln \frac{A m}{m_p} \right) & \frac{1}{A} \leq \frac{m}{m_p} \leq 1 \end{cases} \quad (6.35b)$$

Estas características são ilustradas na Fig. 6.16.

O parâmetro de compressão  $\mu$  (ou  $A$ ) determina o grau de compressão. Para que  $S_o/N_o$  seja praticamente constante em um intervalo dinâmico de 40 dB para a potência do sinal de entrada,  $\mu$  deve ser maior que 100. Os primeiros bancos de canais e outros terminais digitais norte-americanos usavam um valor  $\mu = 100$ , que produzia os melhores resultados para codificação em 7 bits (128 níveis). Um valor ótimo  $\mu = 255$  tem sido usado em todos os terminais digitais norte-americanos de 8 bits (256 ní-

Figura 6.15  
Quantização  
não uniforme.

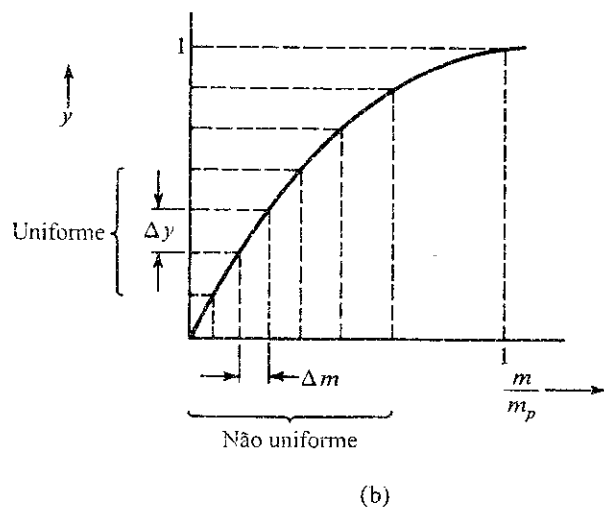
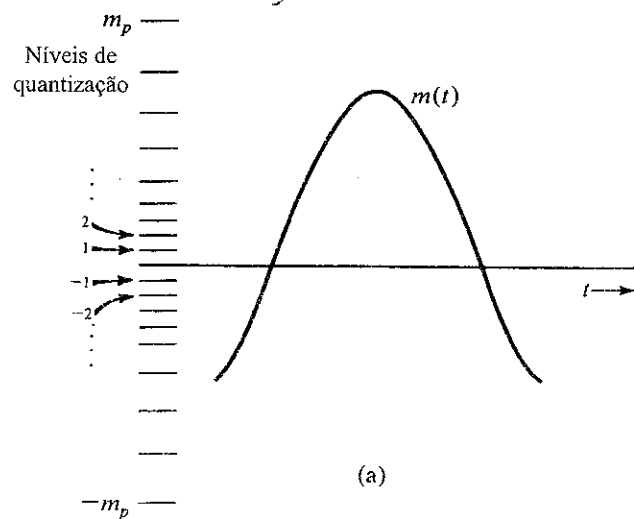


Figura 6.16  
a) Característica  
de lei  $\mu$ . (b)  
Característica  
de lei A.

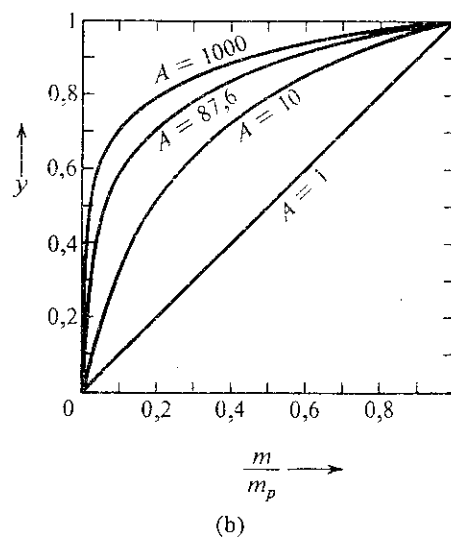
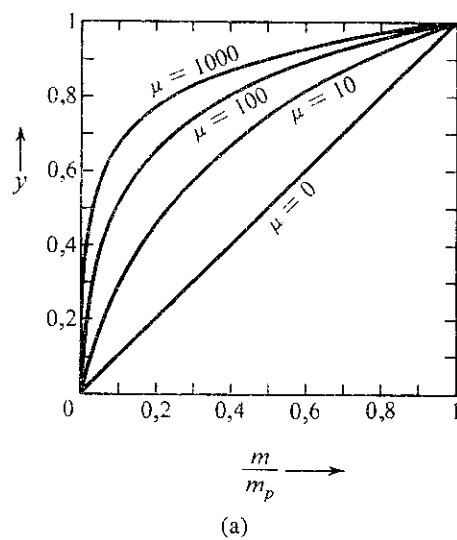


Figura 6.17  
Utilização de compressor e expansor para quantização não uniforme.

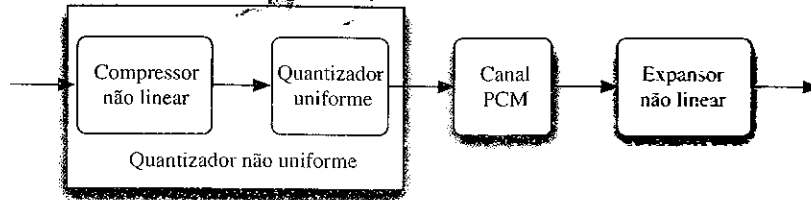
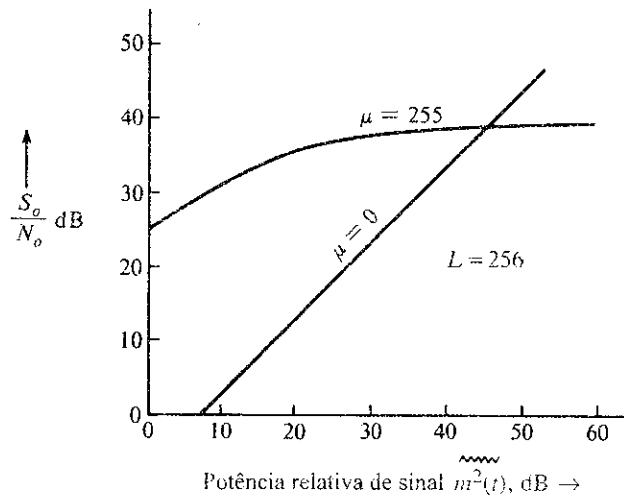


Figura 6.18  
Razão entre sinal e ruído de quantização em PCM com e sem compressão.



veis), e o valor anterior de  $\mu$  se tornou quase extinto. Para a lei  $A$ , um valor  $A = 87,6$  produz resultados comparáveis e foi padronizado pela ITU-T.<sup>6</sup>

No receptor, as amostras comprimidas devem ser restauradas a seus valores originais; isso é feito com o uso de um expansor com característica complementar à do compressor. Juntos, compressor e expansor são denominados **compandor**. A Fig. 6.17 descreve o uso de compressor e expansor com um quantizador uniforme para obter quantização não uniforme.

De modo geral, a compressão temporal de um sinal aumenta a largura de banda do mesmo. No entanto, em PCM, o que é comprimido no tempo não é o sinal  $m(t)$ , mas suas amostras. Como, neste caso, nenhuma alteração é feita na escala de tempo e no número de amostras, o problema de aumento de largura de banda não ocorre. Quando um compandor de lei  $\mu$  é usado, a SNR de saída é

$$\frac{S_o}{N_o} \simeq \frac{3L^2}{[\ln(1 + \mu)]^2} \quad \mu^2 \gg \frac{m_p^2}{m^2(t)} \quad (6.36)$$

A Fig. 6.18 mostra, para os casos  $\mu = 255$  e  $\mu = 0$  (quantização uniforme), a SNR de saída em função de  $m^2(t)$  (potência do sinal de mensagem).

### Compandor

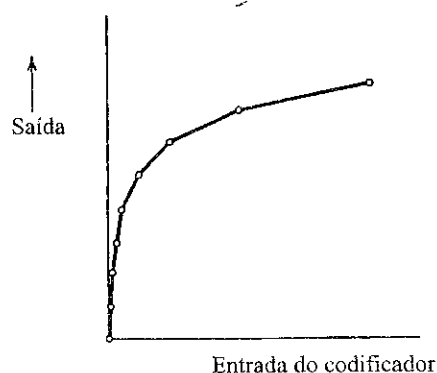
Um compressor logarítmico pode ser realizado com um diodo semicondutor, pois a característica  $V-I$  de um diodo desse tipo tem, no primeiro quadrante, a forma desejada

$$V = \frac{KT}{q} \ln \left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)$$

Dois diodos casados em paralelo, com polaridades opostas, produzem uma característica desejada aproximada no primeiro e no terceiro quadrantes (ignorando a corrente de saturação). Na prática, resistores ajustáveis são posicionados em série com cada diodo, e um terceiro resistor variável é adicionado em paralelo. O ajuste de vários resistores possibilita que a característica resultante iguale a característica ideal em um número finito de pontos (em geral, sete).



**Figura 6.19**  
Característica  
linear por  
partes de  
compressor.



Uma abordagem alternativa consiste em usar uma aproximação linear por partes para a característica logarítmica. Uma aproximação com 15 segmentos (Fig. 6.19) à lei de 8 bits ( $L = 256$ ), com  $\mu = 255$ , é largamente usada em banco de canais D2 usado em conjunção com o sistema de portadora T1. A aproximação segmentada é apenas marginalmente inferior em termos de SNR.<sup>8</sup> A aproximação linear por partes substituiu quase totalmente a anterior aproximação logarítmica à verdadeira característica  $\mu = 255$ , e se tornou o método preferencial adotado em padrões norte-americanos. Embora o conjunto de um verdadeiro compressor com  $\mu = 255$  trabalhando com um expansor com  $\mu = 255$  seja superior a dispositivos similares lineares por partes, um terminal digital com a característica verdadeira tem, em uma rede atual, de trabalhar com outros elementos de rede baseados na aproximação linear por partes. Essa combinação de características diferentes tem desempenho inferior ao obtido quando o compressor e o expansor operam segundo a mesma lei de compressão.

No formato padrão de arquivo de áudio usado por Sun, Unix e Java, o áudio em arquivos "au" pode ser modulado por codificação de pulsos ou comprimido com o padrão ITU-T G.711 usando a lei  $\mu$  ou a lei  $A$ .<sup>6</sup> O compressor de lei  $\mu$  (com  $\mu = 255$ ) converte amostras PCM lineares assinadas de 14 bits a amostras logarítmicas de 8 bits, favorecendo economia de armazenagem. O compressor de lei  $A$  (com  $A = 87,6$ ) converte amostras PCM lineares positivas ou negativas de 13 bits a amostras logarítmicas de 8 bits. Nos dois casos, com taxa de amostragem de 8000 Hz, o codificador G.711 cria, a partir de sinais de áudio, seqüências de bit a 64 quilobits por segundo (kbit/s). Como as leis  $A$  e  $\mu$  são mutuamente compatíveis, áudio gravado em arquivos "au" pode ser decodificado em qualquer dos dois formatos. Vale notar que o formato de áudio WAV da Microsoft também tem opções de compressão que usam a lei  $\mu$  e a lei  $A$ .

### Codificador PCM

A saída multiplexada PAM é aplicada à entrada do codificador, que quantiza e codifica cada amostra em um grupo de  $n$  dígitos binários. Embora exista uma variedade de codificadores,<sup>7,10</sup> discutiremos o codificador de **um dígito por vez** (*digit-at-a-time*), que faz  $n$  comparações sequenciais para gerar uma palavra de código de  $n$  bits. A amostra é comparada com uma tensão obtida por uma combinação de tensões de referência proporcionais a  $2^1, 2^6, 2^5, \dots, 2^0$ . As tensões de referência são convenientemente geradas por um banco de resistores  $R, 2R, 2^2R, \dots, 2^7R$ .

A codificação exige respostas a sucessivas perguntas, das quais a primeira é se a amostra está na metade superior ou inferior do intervalo permitido. O primeiro dígito de código 1 ou 0 é gerado, dependendo se a amostra estiver na metade superior ou inferior do intervalo. No segundo passo, outro dígito 1 ou 0 é gerado, dependendo se a amostra estiver na metade superior ou inferior do subintervalo em que está localizada. O processo continua até que o último dígito binário no código tenha sido gerado.

A decodificação é o inverso da codificação. Neste caso, cada um dos  $n$  dígitos é aplicado a um resistor de valor diferente. O  $k$ -ésimo dígito é aplicado a um resistor  $2^kR$ . As correntes em todos os resistores são somadas. A soma é proporcional ao valor da amostra quantizada. Por exemplo, uma palavra

de código binário **10010110** produzirá uma corrente proporcional a  $2^7 + 0 + 0 + 2^4 + 0 + 2^2 + 2^1 + 0 = 150$ . Isso completa a conversão D/A.

#### 6.2.4 Largura de Banda de Transmissão e SNR de Saída

Para PCM binária, alocamos um grupo distinto de  $n$  dígitos binários (bits) a cada um dos  $L$  níveis de quantização. Como a sequência de  $n$  dígitos binários pode ser organizada em  $2^n$  padrões diferentes,

$$L = 2^n \quad \text{ou} \quad n = \log_2 L \quad (6.37)$$

cada amostra quantizada é, portanto, codificada em  $n$  bits. Como um sinal  $m(t)$  limitado em banda a  $B$  Hz requer um mínimo de  $2B$  amostras por segundo, precisamos de  $2nB$  bits/s, ou seja,  $2nB$  porções de informação por segundo. Tendo em vista que uma largura de banda unitária (1 Hz) pode transmitir um máximo de duas porções de informação por segundo (Seção 6.1.3), precisamos de uma largura de banda mínima de canal  $B_T$  Hz dada por

$$B_T = nB \text{ Hz} \quad (6.38)$$

Essa é a mínima largura de banda teórica para a transmissão de um sinal PCM. Nas Seções 7.2 e 7.3, mostraremos que, por motivos práticos, podemos usar larguras de banda maiores que esse mínimo teórico.

**Exemplo 6.2** Um sinal  $m(t)$  limitado em banda a 3 kHz é amostrado a uma taxa  $33 \frac{1}{3} \%$  maior que a taxa de Nyquist. O erro máximo aceitável na amplitude de amostras (máximo erro de quantização) é 0,5% da amplitude de pico  $m_p$ . As amostras quantizadas são codificadas em binário. Determinemos a mínima largura de banda de um canal necessária para a transmissão do sinal binário codificado. Se 24 desses sinais forem multiplexados por divisão no tempo, determinemos a mínima largura de banda necessária para a transmissão do sinal multiplexado.

A taxa de amostragem de Nyquist é  $R_N = 2 \times 3000 = 6000$  Hz (amostras por segundo). A real taxa de amostragem é  $R_A = 6000 \times (1 \frac{1}{3}) = 8000$  Hz.

O incremento de quantização é  $\Delta v$  e o máximo erro de quantização é  $\pm \Delta v/2$ . Portanto, a partir da Eq. (6.31),

$$\frac{\Delta v}{2} = \frac{m_p}{L} = \frac{0,5}{100} m_p \implies L = 200$$

Para codificação binária,  $L$  deve ser uma potência de 2. Assim, o próximo valor de  $L$  maior que 200 que é uma potência de 2 é  $L = 256$ .

Pela Eq. (6.37), precisamos de  $n = \log_2 256 = 8$  bits por amostra. Precisaremos transmitir um total de  $C = 8 \times 8000 = 64.000$  bits/s. Como podemos transmitir até 2 bits/s por hertz de largura de banda, necessitaremos de uma largura de banda mínima de transmissão  $B_T = C/2 = 32$  kHz.

O sinal multiplexado tem um total de  $C_M = 24 \times 64.000 = 1,536$  Mbit/s, o que requer uma largura de banda mínima de transmissão de  $1,536/2 = 0,768$  MHz.

#### Aumento Exponencial da SNR de Saída

Da Eq. (6.37),  $L^2 = 2^{2n}$ , e a SNR de saída na Eq. (6.34) ou Eq. (6.36) pode ser expressa como

$$\frac{S_o}{N_o} = c(2)^{2n} \quad (6.39)$$

em que

$$c = \begin{cases} \frac{3 \overline{m^2(t)}}{m_p^2} & \text{[caso não comprimido, Eq. (6.34)]} \\ \frac{3}{[\ln(1+\mu)]^2} & \text{[caso comprimido, Eq. (6.36)]} \end{cases}$$

A substituição da Eq. (6.38) na Eq. (6.39) resulta em

$$\frac{S_o}{N_o} = c(2)^{2B_T/B} \quad (6.40)$$

Da Eq. (6.40), observamos que a SNR aumenta exponencialmente com a largura de banda de transmissão  $B_T$ . Essa barganha de SNR por largura de banda é interessante e se aproxima do limite teórico. Um pequeno aumento na largura de banda resulta em um grande benefício em termos de SNR. Essa relação é vista claramente quando usamos a escala em decibéis para escrever a Eq. (6.39)

$$\begin{aligned} \left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{dB}} &= 10 \log_{10} \left(\frac{S_o}{N_o}\right) \\ &= 10 \log_{10} [c(2)^{2n}] \\ &= 10 \log_{10} c + 2n \log_{10} 2 \\ &= (\alpha + 6n) \text{ dB} \end{aligned} \quad (6.41)$$

na qual  $\alpha = 10 \log_{10} c$ . Isso mostra que o aumento de  $n$  em 1 (acrescentar um bit na palavra de código) quadruplica a SNR de saída (aumento de 6 dB). Assim, se aumentarmos  $n$  de 8 para 9, a SNR quadruplica, mas a largura de banda de transmissão aumenta apenas de 32 kHz para 36 kHz (aumento de 12,5%). Isso mostra que, em PCM, a SNR pode ser controlada pela largura de banda de transmissão. Veremos, mais tarde, que isso também ocorre com modulações em frequência e em fase. Mas, nestes casos, para quadruplicar a SNR, é necessário dobrar a largura de banda. Neste ponto, PCM é muito superior a FM ou PM.

**Exemplo 6.3** Um sinal  $m(t)$  de largura de banda  $B = 4$  kHz é transmitido com o uso de PCM compandido binário com  $\mu = 100$ . Comparemos o caso  $L = 64$  com o caso  $L = 256$ , quanto à largura de banda de transmissão e SNR de saída.

Para  $L = 64$ ,  $n = 6$  e a largura de banda de transmissão é  $nB = 24$  kHz,

$$\begin{aligned} \frac{S_o}{N_o} &= (\alpha + 36) \text{ dB} \\ \alpha &= 10 \log \frac{3}{[\ln(101)]^2} = -8,51 \end{aligned}$$

Logo,

$$\frac{S_o}{N_o} = 27,49 \text{ dB}$$

Para  $L = 256$ ,  $n = 8$  e a largura de banda de transmissão é  $nB = 32$  kHz,

$$\frac{S_o}{N_o} = \alpha + 6n = 39,49 \text{ dB}$$

A diferença entre as duas SNRs é 12 dB, que é uma razão de 16. Assim, a SNR para  $L = 256$  é 16 vezes a SNR para  $L = 64$ . A largura de banda no primeiro caso é apenas 33% maior que a no segundo.

### Comentários sobre Unidades Logarítmicas

Unidades logarítmicas e escalas logarítmicas são convenientes quando uma variável tem um intervalo dinâmico grande. Este é o caso de variáveis de frequência e SNRs. Uma unidade logarítmica para a razão de potência é o decibel (dB), definido como  $10 \log_{10}$  (razão de potência). Assim, uma SNR é  $x$  dB, sendo

$$x = 10 \log_{10} \frac{S}{N}$$

Usamos a mesma unidade para expressar ganho ou perda de potência em certos meios de transmissão. Por exemplo, se, ao longo de um certo cabo, a potência de sinal for atenuada por um fator de 15, o ganho do cabo é

$$G = 10 \log_{10} \frac{1}{15} = -11,76 \text{ dB}$$

ou a atenuação (perda) do cabo, 11,76 dB.

Embora seja uma medida de razões de potência, decibel também é largamente utilizado como uma medida de potência. Por exemplo, uma potência de "100 watts" pode ser considerada com uma razão de 100 em relação a uma potência de 1 watt, e expressa em unidades de dBW como

$$P_{\text{dBW}} = 10 \log_{10} 100 = 20 \text{ dBW}$$

Assim, uma potência de 100 watts corresponde 20 dBW. De modo similar, potência medida em relação à potência de 1 mW é expressa em dBm. Por exemplo, uma potência de 100 watt é

$$P_{\text{dBm}} = 10 \log \frac{100 \text{ W}}{1 \text{ mW}} = 50 \text{ dBm}$$

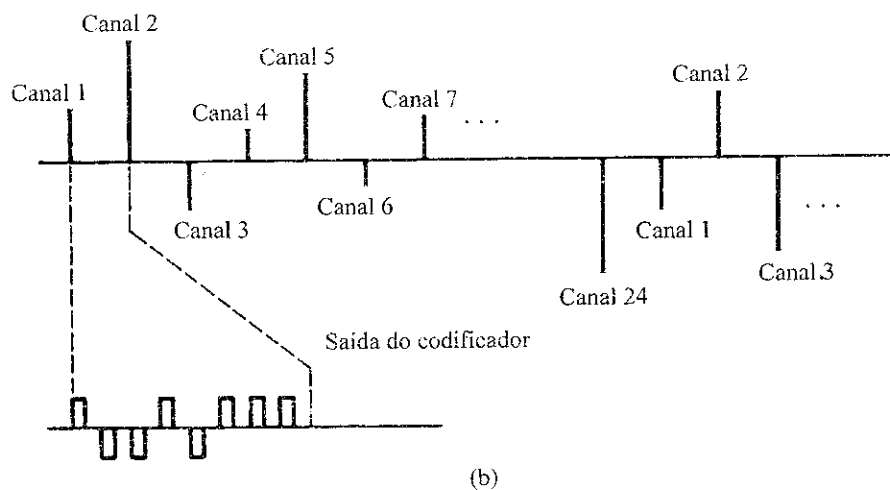
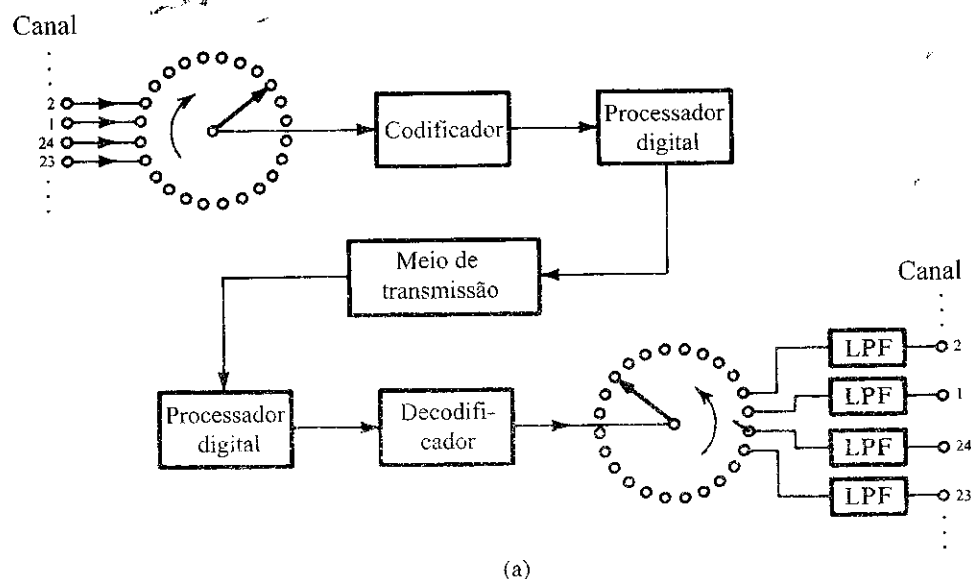
## 6.3 TELEFONIA DIGITAL: PCM EM SISTEMAS DE PORTADORAS

### Nota Histórica

Devido à indisponibilidade de dispositivos de comutação apropriados, mais de 20 anos se passaram entre a invenção da PCM e sua implementação. Válvulas a vácuo, usadas antes da invenção do transistor, não eram apenas volumosas, mas eram comutadores pobres e dissipavam muito calor. Sistemas que utilizam válvulas como comutadores são grandes, nada confiáveis e tendem a sofrer de superaquecimento. A PCM aguardava a invenção do transistor, um dispositivo pequeno, que consome pouca potência e é um comutador quase ideal.

Coincidentemente, na mesma época em que o transistor foi inventado, a demanda por serviços telefônicos aumentou tanto que o sistema existente ficou sobrecarregado, particularmente em grandes cidades. Não era simples a instalação de novos cabos subterrâneos, porque o espaço sob as ruas de muitas cidades já estava ocupado com outros serviços (água, gás, esgoto etc.) Além disso, a escavação de ruas e o resultante transtorno não eram bem vistos. Foi feita uma tentativa, em escala limitada, de aumentar a capacidade com a multiplexação por divisão em frequência de vários canais de voz por meio de modulação em amplitude. Infelizmente, os cabos haviam sido projetados principalmente para a faixa de frequências da voz (0-4 kHz) e eram extremamente afetados por ruído. Um problema adicional era a interferência entre pares de canais em um mesmo cabo, inaceitável em frequências altas. Ironicamente, a PCM – que exigia uma largura de banda muitas vezes maior que a necessária para sinais FM – era a solução. Isso se devia ao fato de que sistemas digitais com repetidores regeneradores

**Figura 6.20**  
Sistema de  
portadora T1.



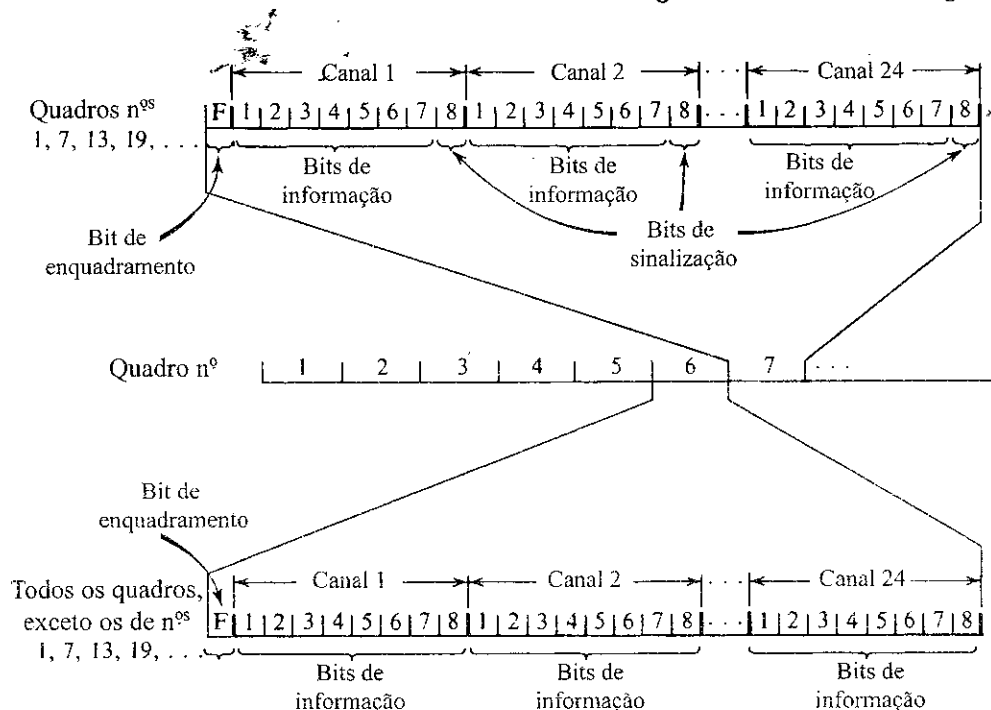
proximamente espaçados são capazes de trabalhar de modo satisfatório em linhas ruidosas que têm baixo desempenho em altas frequências.<sup>9</sup> Os repetidores, espaçados a cada 1,8 km aproximadamente, limpavam o sinal e regeneravam os pulsos antes que se tornassem demasiadamente distorcidos e ruidosos. Essa é a história do sistema de portadora T1 do grupo Bell System.<sup>3, 10</sup> Um par de fios usado para transmitir um sinal de áudio com 4 kHz de largura de banda passou a transmitir 24 sinais telefônicos PCM multiplexados por divisão no tempo, com largura de banda total de 1,544 MHz.

### Multiplexação por Divisão no Tempo T1

Um esquema de um sistema de portadora T1 é mostrado na Fig. 6.20a. Todos os 24 canais são amostrados em sequência. A saída do amostrador representa um sinal PAM multiplexado por divisão no tempo. O sinal PAM multiplexado é, então, aplicado à entrada de um codificador que quantiza cada amostra e a codifica em oito pulsos binários – uma palavra de código binária\* (Fig. 6.20b). O sinal, agora convertido à forma digital, é enviado ao longo do meio de transmissão. Repetidores regeneradores espaçados em cerca de 1,8 km detectam os pulsos e retransmitem pulsos novos. No receptor, o

\*Em uma versão anterior, cada amostra era codificada por sete bits. Um bit adicional foi acrescentado para sinalização.

Figura 6.21  
Formato de  
sinalização  
do sistema  
T1.



decodificador converte os pulsos binários em amostras (decodificação). As amostras são, então, demultiplexadas (ou seja, distribuídas a cada um dos 24 canais). O desejado sinal de áudio é reconstruído com a aplicação das amostras a um filtro passa-baixas em cada canal.

Os comutadores na Fig. 6.20 não são mecânicos: são circuitos comutadores eletrônicos de alta velocidade. Existem diversos esquemas para este propósito.<sup>11</sup> A amostragem é feita por portas (*gates*) eletrônicas (como um circuito ponte de diodos, como mostrado na Fig. 4.5a) abertas periodicamente por pulsos estreitos de 2  $\mu$ s de duração. O sinal de 1,544 Mbit/s do sistema T1, chamado **nível de sinal digital 1 (DS1 – digital signal level 1)**, é progressivamente multiplexado para formar sinais de níveis mais altos DS2, DS3 e DS4, como descrito na Seção 6.4.

Depois de o grupo Bell System ter introduzido o sistema de portadora T1 nos Estados Unidos, dezenas de variações foram propostas ou adotadas em outros locais, até que a ITU-T padronizasse o sistema PCM de 30 canais, com uma taxa de 2,048 Mbit/s (em contraste com o sistema T1, de 24 canais e 1,544 Mbit/s). O sistema de 30 canais é usado em todo o mundo, exceto na América do Norte e no Japão. Devido à adoção do sistema de portadora T1 em larga escala na América do Norte e no Japão antes da padronização pela ITU-T, os dois padrões continuam em uso em diferentes partes do mundo, com interfaces apropriadas em conexões internacionais.

### Sincronização e Sinalização

Palavras de código binárias correspondentes às amostras de cada um dos 24 canais são multiplexadas em uma sequência, como indicado na Fig. 6.21. Um segmento contendo uma palavra de código (correspondente a uma amostra) de cada um dos 24 canais recebe o nome de **quadro (frame)**. Cada quadro tem  $24 \times 8 = 192$  bits de informação. Como a taxa de amostragem é de 8000 amostras por segundo, cada quadro ocupa 125  $\mu$ s. Para separar os bits de informação corretamente no receptor, é necessário ter certeza do ponto de início de cada quadro. Para isso, um **bit de enquadramento (framing bit)** é adicionado ao início de cada quadro. O número total de bits em um quadro, então, passa a 193. Bits de enquadramento são escolhidos de modo que uma sequência desses bits, um no início de cada quadro, forme um padrão especial, cuja ocorrência em um sinal de voz seja improvável.

A sequência formada com o primeiro bit de cada quadro é examinada pela lógica do terminal receptor. Caso a sequência não siga o dado padrão de código (padrão dos bits de enquadramen-

to), uma perda de sincronismo é detectada e a próxima posição é examinada para determinar se é o bit de enquadramento. A detecção leva de 0,4 a 6 ms e o reenquadramento, cerca de 50 ms (no pior caso).

Além de bits de informação e de enquadramento, precisamos transmitir bits de sinalização correspondentes aos pulsos de discagem, assim como sinais telefônicos de livre e ocupado. Quando canais desenvolvidos por esse sistema são usados na transmissão de sinais entre sistemas de comutação telefônica, os comutadores devem ser capazes de se comunicarem entre si, para que os canais sejam usados de forma eficaz. Como todos os oito bits agora são usados para transmissão, em vez dos sete da versão anterior,\* o canal de sinalização provido pelo oitavo bit deixou de existir. Como basta um canal de sinalização de baixa velocidade, em vez de criar uma janela temporal adicional para esta informação, usamos um bit de informação (o bit menos significativo) a cada seis amostras de um sinal para transmitir essa informação. Isso significa que cada sexta amostra de um sinal de voz terá um possível erro correspondente ao bit menos significativo. Cada sexto quadro tem, portanto,  $7 \times 24 = 168$  bits de informação, 24 bits de sinalização e 1 bit de enquadramento. Todos os outros quadros terão 192 bits de informação e 1 bit de enquadramento. Essa técnica é denominada codificação de bit 7% e o canal de sinalização recebe o nome **sinalização por bit roubado** (*robbed-bit signaling*). A pequena degradação da SNR decorrente da alteração de um de cada seis quadros é considerada uma penalidade aceitável. Os bits de sinalização para cada sinal ocorrem a uma taxa de  $8000/6 = 1333$  bit/s. O formato de quadro é mostrado na Fig. 6.21.

O antigo formato de quadros com sete bits requeria apenas identificação das fronteiras dos quadros para que cada canal pudesse ser localizado na sequência de bits. Quando a sinalização é superposta aos canais a cada seis quadros, torna-se necessário identificar, no receptor, os quadros que são quadros de sinalização. Uma nova estrutura de quadros, denominada **superquadro**, foi desenvolvida para cuidar disso. Os bits de enquadramento são transmitidos a 8 kbit/s como antes e ocupam o primeiro bit de cada quadro. Os bits de enquadramento formam um padrão especial, que se repete a cada 12 quadros: **100011011100**. Assim, esse padrão permite a identificação das fronteiras dos quadros como antes, mas também permite a determinação da localização do sexto e do décimo segundo quadro no superquadro. Vale notar que o superquadro descrito aqui tem 12 quadros de comprimento. Como dois bits por superquadro são disponíveis para sinalização para cada canal, é possível prover sinalização de quatro estados para um canal com o uso dos quatro padrões possíveis para os dois bits de sinalização: **00**, **01**, **10** e **11**. Embora a maioria das aplicações comutador a comutador na rede de telefonia exija apenas sinalização de dois estados, técnicas de sinalização de três e quatro estados são usadas em certas aplicações especiais.

Avanços na eletrônica digital e na teoria de codificação tornaram desnecessário o uso de todos os 8 kbits/s do canal de enquadramento em um sistema DS1 para implementar a tarefa de enquadramento. Uma nova estrutura de superquadro, denominada formato de **superquadro estendido** (**ESF – extended superframe**), foi introduzida na década de 1970 para tirar proveito da reduzida exigência de largura de banda para enquadramento. Um ESF tem 24 quadros de comprimento e carrega bits de sinalização a cada oito bits de cada canal nos quadros 6, 12, 18 e 24. Isso possibilita sinalização em dezesseis estados, que é usada em alguns casos, embora, com o formato de superquadro, a maioria das aplicações requeira somente sinalização em dois estados.

Os 8 kbit/s de *overhead* de capacidade (de enquadramento) do sinal ESF são divididos em três canais: 2 kbit/s para enquadramento, 2 kbit/s para um canal de detecção de erro por verificação cíclica de redundância (CRC-6 – *cyclic redundancy check*) e 4 kbit/s para um canal de dados. A detecção de erro de alta confiabilidade provida pelo padrão CRC-6 e o uso de um canal de dados para transportar informação sobre o desempenho de sinal como recebido pelo terminal distante fazem com que o formato ESF seja muito mais atraente para provedores de serviços que o antigo formato de superquadro. O Capítulo 14 apresenta mais detalhes sobre detecção de erro por CRC.

\*Na versão anterior de T1, os níveis de quantização  $L = 128$  requeriam apenas sete bits de informação. O oitavo bit era usado para sinalização.

O canal de enquadramento de 2 kbit/s do formato ESF transporta o padrão repetitivo 001011..., um padrão que se repete a cada 24 quadros e é muito menos vulnerável a falsificação que padrões associados a formatos anteriores.

Por diversas razões, incluindo o desenvolvimento de nós comutadores de rede inteligente, a função da sinalização está sendo transferida dos canais que transportam as mensagens ou sinais de dados para redes de sinalização separadas, denominadas sistemas de **canal comum de sinalização entre centrais** (CCIS – *common channel interoffice signaling*). O emprego universal desse sistema diminuirá a importância da sinalização por bit roubado, e todos os oito bits de cada mensagem (ou amostra) serão transmitidos na maioria das aplicações.

A Conferência sobre Administração Postal e Telegráfica Europeia (CEPT – *Conference on European Postal and Telegraph Administration*) padronizou um PCM com 256 janelas temporais por quadro. Cada quadro tem  $30 \times 8 = 240$  bits de informação, correspondendo a 30 canais de voz (cada um com oito bits). Os restantes 16 bits por quadro são usados para sincronização e sinalização. Portanto, embora a taxa de bits seja 2,048 Mbit/s, o que corresponde a 32 canais de voz, somente 30 canais de voz são transmitidos.

## 6.4 MULTIPLEXAÇÃO DIGITAL

Vários sinais de baixas taxas de bits podem ser multiplexados, ou combinados, para formar um sinal a uma taxa de bits mais elevada, a ser transmitido em um meio de alta frequência. Como o meio é compartilhado no tempo por vários sinais, este é um caso de TDM (multiplexação por divisão no tempo). Os sinais dos diversos canais de entrada, ou tributários, podem ter naturezas variadas, como sinais de voz digitalizada (PCM), uma saída de computador, dados de telemetria ou um fac-símile digital. Não é necessário que as taxas de bits dos diversos tributários sejam iguais.

Consideremos, inicialmente, o caso em que todos os tributários têm a mesma taxa de bits. A multiplexação pode ser feita bit a bit (o que é conhecido como **entrelaçamento de bits**), como mostrado na Fig. 6.22a, ou palavra a palavra (o que é conhecido como **entrelaçamento de palavras**). A Fig. 6.22b mostra o entrelaçamento de palavras, formadas por quatro bits. A hierarquia digital norte-americana usa entrelaçamento de bits (exceto no nível mais baixo), no qual um bit por vez é tirado de cada um dos sinais a serem multiplexados. O entrelaçamento de bits, usado na construção do sinal DS1 e de sinais formatados para SONET\*, consiste na inserção alternada de bytes dos canais a serem multiplexados.

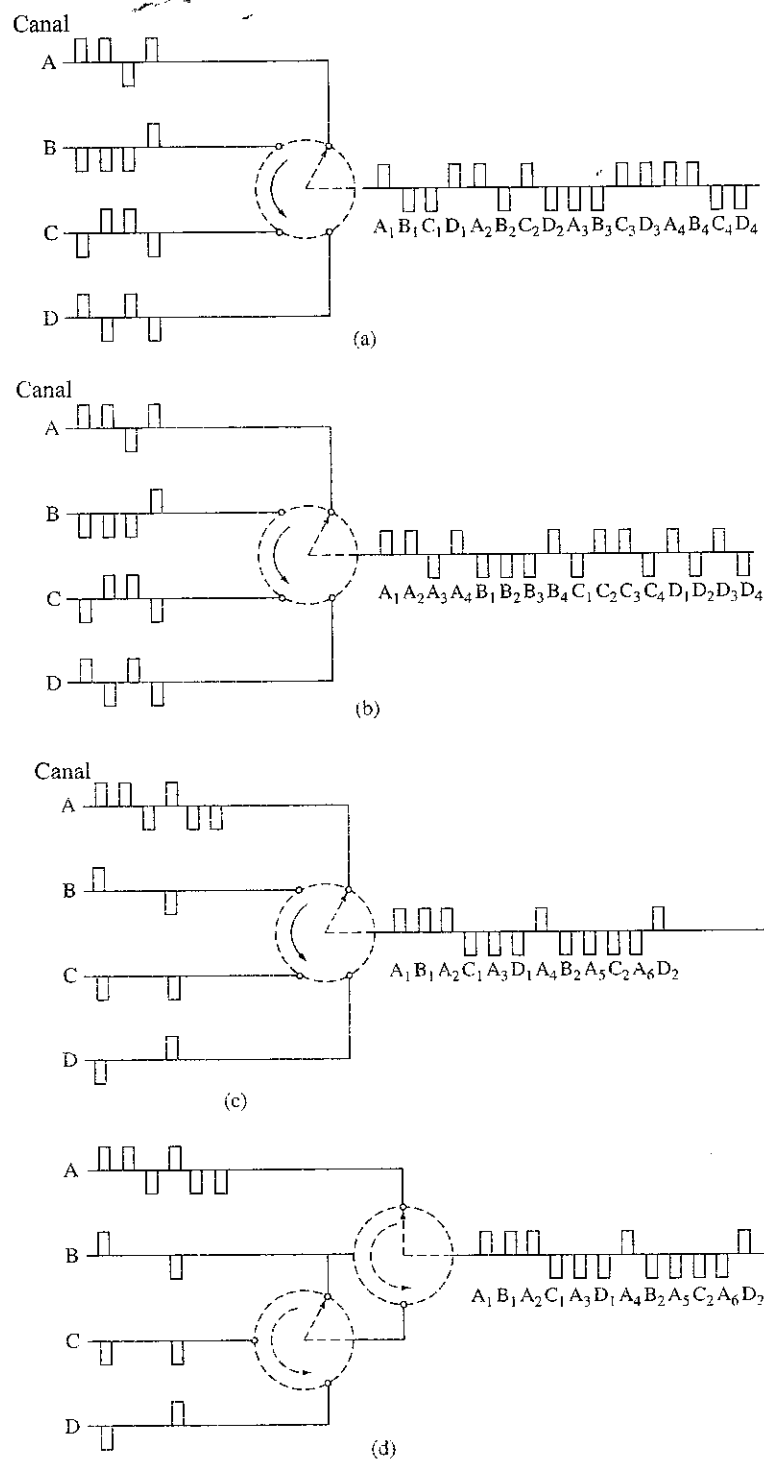
A portadora T1, discutida na Seção 6.3, usa o entrelaçamento de palavras de oito bits. Quando as taxas de bits dos sinais de entrada não são iguais ao canal de taxa de bits mais elevada são alocadas proporcionalmente mais janelas temporais. A multiplexação de quatro canais consiste em três canais, B, C e D, com a mesma taxa de bits  $R$  e um (canal A) com taxa de bits  $3R$ . (Fig. 6.22c, d). Resultados similares podem ser obtidos com a combinação de palavras de comprimentos diferentes. Fica evidente que o comprimento mínimo do quadro multiplexado deve ser um múltiplo do mínimo múltiplo comum das taxas de bits dos sinais de entrada e, portanto, este tipo de esquema é prático somente quando existe uma relação simples entre as várias taxas. O caso de canais totalmente assíncronos é discutido posteriormente.

No terminal receptor, a sequência de dígitos de entrada deve ser dividida e distribuída ao canal de saída apropriado. Para tanto, o terminal receptor deve ser capaz de identificar cada bit corretamente. Isso requer que o sistema receptor tenha sincronismo temporal com o início de cada quadro, com cada janela (*slot*) em um quadro, e com cada bit em uma janela. Para isso, bits de sincronismo e de enquadramento são adicionados aos bits de dados. Esses bits adicionais são parte dos chamados **bits de overhead**.

\**synchronous optical networks*, ou redes ópticas síncronas, versão óptica da hierarquia digital síncrona, de uso padronizado na América do Norte. Existe um padrão internacional semelhante, SDH – *synchronous digital hierarchy*, utilizado no resto do mundo. (N.T.)



**Figura 6.22**  
 Multiplexação  
 por divisão no  
 tempo de sinais  
 digitais: (a)  
 entrelaçamento  
 de dígitos; (b)  
 entrelaçamento  
 de palavras  
 (ou bytes); (c)  
 entrelaçamento  
 de canais com  
 diferentes  
 taxas de bits;  
 (d) esquema  
 alternativo para  
 (c).



#### 6.4.1 Formato de Sinal

A Fig. 6.23 ilustra um formato típico, o do multiplexador DM1/2, em que há entrelaçamento bit a bit de quatro canais, cada um à taxa de 1,544 Mbit/s. O quadro principal (multiquadro) consiste em quatro subquadros. Cada subquadro tem seis bits de *overhead*; por exemplo, o subquadro 1 (primeira

Figura 6.23  
Formato de  
multiplexador  
DM1/2.

$M_0$	[48]	$C_A$	[48]	$F_0$	[48]	$C_A$	[48]	$C_A$	[48]	$F_1$	[48]
$M_1$	[48]	$C_B$	[48]	$F_0$	[48]	$C_B$	[48]	$C_B$	[48]	$F_1$	[48]
$M_1$	[48]	$C_C$	[48]	$F_0$	[48]	$C_C$	[48]	$C_C$	[48]	$F_1$	[48]
$M_1$	[48]	$C_D$	[48]	$F_0$	[48]	$C_D$	[48]	$C_D$	[48]	$F_1$	[48]

linha na Fig. 6.23) tem bits de *overhead*  $M_0$ ,  $C_A$ ,  $F_0$ ,  $C_A$ ,  $C_A$  e  $F_1$ . Entre os bits de *overhead*, há 48 bits de dados entrelaçados, provenientes dos quatro canais (12 bits de dados de cada canal). Iniciamos com o bit de *overhead*  $M_0$ , seguido por 48 bits de dados multiplexados, adicionamos um segundo bit de *overhead*  $C_A$ , seguido por 48 bits de dados multiplexados, e assim por diante. Portanto, há um total de  $48 \times 6 \times 4 = 1152$  bits de dados e  $6 \times 4 = 24$  bits de *overhead* perfazendo um total de 1176 bits/quadro. A eficiência é de  $1152/1176 \approx 98\%$ . Os bits de *overhead* com subscrito 0 são sempre 0 e aqueles com subscrito 1, sempre 1. Assim,  $M_0$ ,  $F_0$  são todos 0s,  $M_1$ ,  $F_1$  são todos 1s. Os dígitos F são periódicos 010101... e provêm o principal padrão de quadros que o multiplexador usa para obter sincronismo com quadro. Após alcançar sincronismo por meio deste padrão, o demultiplexador busca o padrão 0111 formado pelos bits de *overhead*  $M_0M_1M_1M_1$ . Isso identifica os quatro subquadros, cada um correspondendo a uma linha na Fig. 6.23. É possível, embora improvável, que bits de sinal também tenham um padrão 101010... O receptor poderia ficar travado à sequência incorreta. A presença de  $M_0M_1M_1M_1$  permite a confirmação da verdadeira sequência  $F_0F_1F_0F_1$ . Os bits C são usados para transmitir informação adicional sobre preenchimento de bits, como discutido mais adiante.

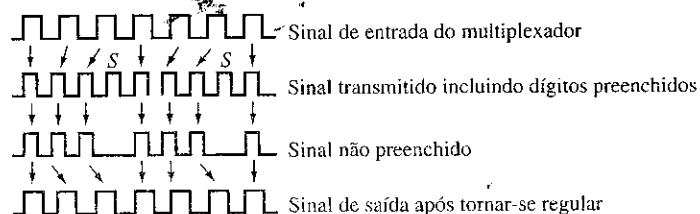
Na maioria dos casos, nem todos os canais de entrada são ativos todo o tempo: alguns transmitem dados, outros estão ociosos. Isso significa que o sistema é subutilizado. Para, em um dado momento, tirar proveito da inatividade de pelo menos um canal, podemos aceitar mais canais de entrada. Obviamente, isso envolve operações de comutação muito mais complicadas, além de um planejamento cuidadoso do sistema. Em qualquer situação de tráfego aleatório, não podemos garantir que a demanda por canais de transmissão não ultrapassará o número de canais disponíveis; contudo, por meio de uma estatística das fontes de sinal, é possível assegurar uma probabilidade baixa aceitável de que isso ocorra. Estruturas de multiplexação desse tipo foram desenvolvidas para sistemas de comunicação por satélite e são conhecidas como **sistemas de acesso múltiplo por divisão no tempo (TDMA – time division multiple-access)**.

Nos sistemas TDMA empregados em telefonia, os parâmetros de projeto são escolhidos de modo que qualquer condição de sobrecarga dure apenas uma fração de um segundo, o que garante desempenho aceitável para comunicação de voz. Para outros tipos de dados e telegrafia, atrasos de transmissão são irrelevantes. Portanto, em situação de sobrecarga, os dados de entrada podem ser armazenados e transmitidos posteriormente.

#### 6.4.2 Canais Assíncronos e Preenchimento de Bits

Na discussão anterior, presumimos a existência de sincronismo entre todos os canais de entrada e o multiplexador. Isso é difícil de ocorrer, mesmo quando todos os canais têm iguais taxas nominais. Por exemplo, consideremos um cabo coaxial de 1000 km que transporta  $2 \times 10^8$  m/s pulsos por segundo. Supondo que a velocidade nominal de propagação no cabo seja  $2 \times 10^8$  m/s, o tempo de trânsito é de 1/200 segundo, e um milhão de pulsos estarão em trânsito. Se a temperatura do cabo aumentar em 0,6°C, a velocidade de propagação aumentará em cerca de 0,01%. Isso fará com que os pulsos em trânsito cheguem mais cedo, resultando em um aumento temporário na taxa de pulsos recebidos. Como os pulsos adicionais não podem ser acomodados no multiplexador, devem ser temporariamente armazenados no receptor. Se a temperatura do cabo cair, a taxa de pulsos recebidos também cairá, e o multiplexador terá janelas vazias, sem dados. Estas janelas devem ser preenchidas com dígitos arbitrários (**preenchimento de pulsos**).

**Figura 6.24**  
Preenchimento de pulsos.



Na rede norte-americana, sinais DSI são, em geral, produzidos por osciladores a cristal em bancos de canais individuais ou outro terminal digital. Embora os osciladores sejam muito estáveis, não oscilarão exatamente na mesma frequência, dando origem a outra causa de assincronismo na rede.

Isso mostra que, mesmo em sistemas multiplexados síncronos, os dados raramente são recebidos a uma taxa síncrona. Sempre há necessidade de armazenagem (conhecida como **armazenagem elástica**) e preenchimento de pulsos (conhecido como **justificação**) para acomodar tal situação. Obviamente, esse método de armazenagem elástica e preenchimento de pulsos funcionará até mesmo quando os canais estiverem em assincronismo.

Há três variantes do esquema de preenchimento de pulsos: (1) preenchimento positivo de pulsos, (2) preenchimento negativo de pulsos e (3) preenchimento positivo/negativo de pulsos. No preenchimento positivo de pulsos, a taxa do multiplexador é mais alta que o necessário para acomodar todos os tributários de chegada em suas taxas máximas. Assim, as janelas temporais no sinal multiplexado ficarão disponíveis a uma taxa maior que a dos dados de entrada, de modo que os dados tributários tenderão a se atrasar (Fig. 6.24). Em algum momento, o sistema decidirá que esse atraso se tornou grande o bastante para exigir preenchimento de pulsos. A informação sobre as posições dos pulsos preenchidos é transmitida juntamente com os bits de *overhead*. A partir dos bits de *overhead*, o receptor toma conhecimento da posição do pulso preenchido e o elimina.

O preenchimento negativo de pulsos é um complemento do preenchimento positivo de pulsos. As janelas temporais no sinal multiplexado agora aparecem a uma taxa ligeiramente menor que as dos tributários, de modo que o sinal multiplexado não é capaz de acomodar todos os pulsos tributários. Informação a respeito de qualquer pulso que tenha ficado de fora e sua posição é transmitida pelos bits de *overhead*. O preenchimento positivo/negativo de pulsos é uma combinação dos dois esquemas anteriores: usamos preenchimento positivo de pulsos em alguns momentos e preenchimento negativo em outros. Toda essa informação é enviada através dos bits de *overhead*.

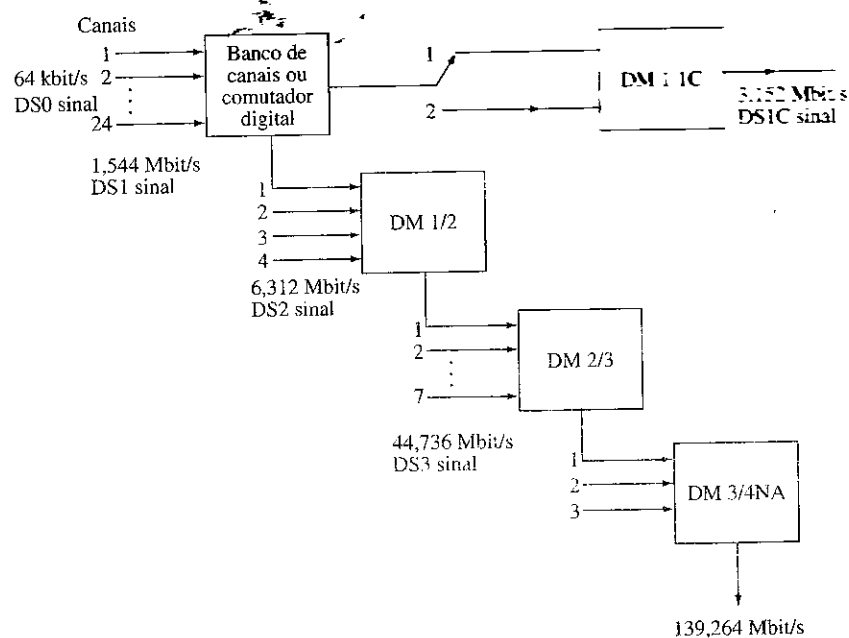
Os dígitos C na Fig. 6.23 são usados para transmitir informação de preenchimento. Apenas um bit de preenchimento por canal de entrada é permitido por quadro. Isso é o suficiente para acomodar variações esperadas na taxa de sinal de entrada. Os bits  $C_A$  transportam informação sobre preenchimento no canal A, bits  $C_B$  transportam informação sobre preenchimento no canal B, e assim por diante. A inserção de um pulso de preenchimento em um subquadro qualquer é denotada com a fixação dos valores dos três Cs na linha correspondente em 1. Se não houver preenchimento, valores dos três Cs são fixados em 0s. Se um bit de preenchimento for inserido, este será o primeiro bit de informação associado ao canal imediatamente após o bit  $F_1$ , ou seja, o primeiro desses bits na última sequência de 48 bits no subquadro em questão. Para o primeiro subquadro, o bit de preenchimento vem imediatamente após o bit  $F_1$ . Para o segundo subquadro, o bit de preenchimento será o segundo bit após o bit  $F_1$ , e assim por diante.

### 6.4.3 Hierarquia Digital Plesiócrona (Quase Síncrona)

A seguir, apresentaremos a hierarquia digital desenvolvida pelo grupo Bell System e atualmente incluída nos padrões ANSI para telecomunicações (Fig. 6.25). A hierarquia digital norte-americana é implementada na América do Norte e no Japão.

Duas categorias principais de multiplexadores são usadas na prática. A primeira é usada para combinar canais de baixa taxa de dados, e multiplexa canais de taxas de até 9.600 bit/s em um sinal com

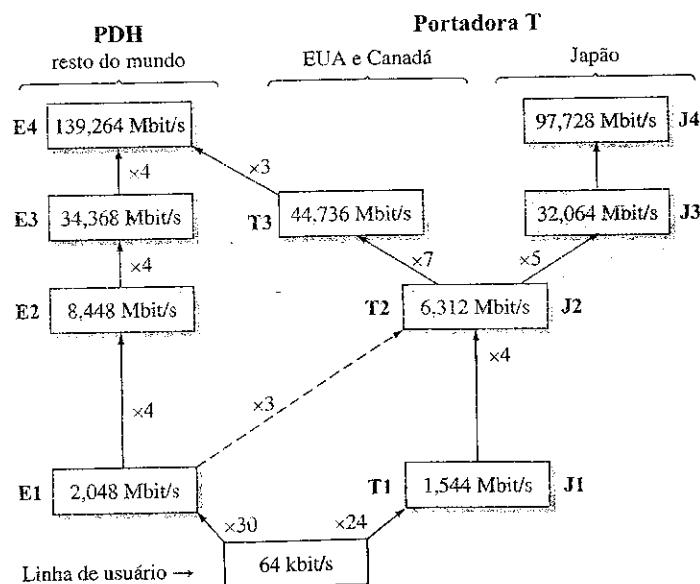
Figura 6.25  
Hierarquia  
digital norte-  
americana  
(sistema da  
AT&T).



taxa de dados de até 64 kbit/s. O sinal multiplexado, denominado “nível de sinal digital 0” (DS0) na hierarquia norte-americana, é transmitido em um canal de classe de voz. A segunda categoria de multiplexadores é voltada para uma taxa de bits muito mais elevada.

Há quatro ordens, ou níveis, de multiplexação. O primeiro nível é o **multiplexador T1** ou **banco de canais**, consistindo em 24 canais de 64 kbit/s cada um. A saída deste multiplexador é um sinal **DS1 (nível digital 1)**, a uma taxa de 1,544 Mbit/s. Quatro sinais DS1 são multiplexados por um multiplexador DM1/2 para produzir um sinal DS2 à taxa de 6,321 Mbit/s. Sete sinais DS2 são multiplexados por um multiplexador DM2/3 para produzir um sinal DS3 à taxa de 44,736 Mbit/s. Por fim, três sinais DS3 são multiplexados por um multiplexador DM3/4NA para produzir um sinal DS4NA à taxa de 132,264 Mbit/s. Há, ainda, uma hierarquia de multiplexação a uma taxa inferior, conhecida como **sistema de dados digitais (DDS – digital data system)**, que prevê padrões para a multiplexação de sinais digitais a taxas baixas, como 2,4 kbit/s, em um sinal DS0 para transmissão na rede.

Figura 6.26  
Hierarquia  
digital  
plesioícrona  
(PDH –  
*plesiochronous*  
*digital hierarchy*),  
segundo a  
Recomendação  
G.704 de ITU-T.



Não é necessário que as entradas de um multiplexador T1 fiquem restritas somente a canais de voz digitalizados. Qualquer sinal digital de 64 kbit/s e formato apropriado pode ser transmitido. O caso dos níveis mais altos é similar. Por exemplo, não é necessário que todos os canais de entrada do multiplexador DM1/2 tenham sido obtidos da multiplexação de 24 canais de 64 kbit/s cada um. Alguns podem ser sinais digitais de 1,544 Mbit/s e formato apropriado.

Na Europa e em muitas outras partes do mundo, foi adotada outra hierarquia, recomendada pela ITU como um padrão. Essa hierarquia, baseada na multiplexação de 30 canais telefônicos de 64 kbit/s (canais E-0) em uma portadora E-1 de 2,048 Mbit/s (30 canais), é ilustrada na Fig. 6.26. A partir do nível básico E-1, quatro linhas de nível mais baixo formam, progressivamente, uma linha de nível elevado, gerando uma linha E-1 com vazão de dados de 8,448 Mbit/s, uma linha E-3 com 34,368 Mbit/s de vazão de dados, uma linha E-4 com vazão de dados de 139,264 Mbit/s, e uma linha E-5 com vazão de dados de 565,148 Mbit/s. Como deve haver interconexão de redes distintas nos três sistemas em uso no mundo (norte-americano, japonês e outro), a Fig. 6.26 demonstra a relação entre os sistemas e pontos das interfaces comuns.

## 6.5 MODULAÇÃO POR CODIFICAÇÃO DE PULSO DIFERENCIAL (DPCM)

A PCM não é um sistema muito eficiente, pois gera um número excessivo de bits e requer grande largura de banda de transmissão. Vários conceitos diferentes foram propostos para melhorar a eficiência de codificação da conversão A/D. Em geral, esses conceitos exploram características da fonte do sinal. A DPCM (*differential pulse code modulation*) é um deles.

Em mensagens analógicas, podemos ter uma boa ideia do valor de uma amostra a partir dos valores de amostras anteriores. Em outras palavras, os valores das amostras não são independentes e, em geral, há um alto grau de redundância nas amostras de Nyquist. A exploração adequada dessa redundância permite a codificação de um sinal com um número menor de bits. Consideremos um esquema simples: em vez de transmitir os valores das amostras, transmitimos a diferença entre valores de amostras sucessivas. Assim, se  $m[k]$  for a  $k$ -ésima amostra, em vez de transmitir  $m[k]$ , transmitimos a diferença  $d[k] = m[k] - m[k-1]$ . No receptor, o conhecimento de  $d[k]$  e de diversos valores de amostras anteriores  $m[k-1]$  permite a reconstrução de  $m[k]$ . Ou seja, a partir do conhecimento de  $d[k]$ , podemos reconstruir  $m[k]$  iterativamente no receptor. A diferença entre valores de amostras sucessivas é, em geral, muito menor que os valores das amostras. Assim, a diferença de pico  $m_p$  dos valores transmitidos é consideravelmente reduzido. Como o intervalo de quantização é  $\Delta v = m_p/L$ , para um dado  $L$  (ou  $n$ ), isso também reduz o tamanho  $\Delta v$  do intervalo de quantização, o que reduz o ruído de quantização, dado por  $\Delta v^2/12$ . Por conseguinte, para um dado  $n$  (ou largura de banda de transmissão), podemos aumentar a SNR ou, para uma dada SNR, podemos reduzir  $n$  (ou a largura de banda de transmissão).

Podemos melhorar este esquema se fizermos uma estimativa (ou previsão) do valor  $m[k]$  da  $k$ -ésima amostra a partir do conhecimento de valores de várias amostras anteriores. Se a estimativa for  $\hat{m}[k]$ , podemos transmitir a diferença (erro de predição)  $d[k] = m[k] - \hat{m}[k]$ . No receptor, determinamos o valor da estimativa  $\hat{m}[k]$  a partir de valores de amostras anteriores e, então, geramos  $m[k]$  somando  $d[k]$  à estimativa  $\hat{m}[k]$ . Assim, reconstruímos as amostras no receptor iterativamente. Se a predição for boa, o valor predito (estimado)  $\hat{m}[k]$  será próximo de  $m[k]$  e a diferença entre eles (o erro de predição)  $d[k]$  será ainda menor que a diferença entre valores de amostras sucessivas. Em consequência, esse esquema, conhecido como **PCM diferencial (DPCM)**, é superior à simples predição descrita no parágrafo anterior, que é um caso especial de DPCM, em que a estimativa do valor de uma amostra é tomado como o valor da amostra anterior, ou seja,  $\hat{m}[k] = m[k-1]$ .

### Espíritos de Taylor, Maclaurin e Wiener

Antes de descrever os princípios de DPCM, discutiremos brevemente a abordagem à predição (estimação) de sinal. Aos iniciantes, a previsão do futuro parece algo misterioso, associado a videntes,

magos, médiuns e assêmelhados, que podem clamar ajuda do mundo espiritual. Engenheiros eletricitistas não têm a menor chance nessa atividade. Não é bem assim! Também podemos clamar ajuda dos espíritos de Taylor, Maclaurin, Wiener e de outros. Mais que isso, ao contrário dos espíritos de Shakespeare, quando chamados, nossos espíritos vêm.\* Consideremos, por exemplo, um sinal  $m(t)$ , cujas derivadas de todas as ordens existem em  $t$ . Usando a série de Taylor para este sinal, podemos expressar  $m(t + T_s)$  como

$$m(t + T_s) = m(t) + T_s \dot{m}(t) + \frac{T_s^2}{2!} \ddot{m}(t) + \frac{T_s^3}{3!} \dddot{m}(t) + \dots \quad (6.42a)$$

$$\approx m(t) + T_s \dot{m}(t) \text{ para pequeno } T_s \quad (6.42b)$$

A Eq. (6.42a) mostra que, a partir do conhecimento do sinal e de suas derivadas no instante  $t$ , podemos prever um valor futuro do sinal em  $t + T_s$ . Na verdade, mesmo que conheçamos somente a primeira derivada, ainda podemos prever este valor aproximadamente, como na Eq. (6.42b). Denotemos a  $k$ -ésima amostra de  $m(t)$  por  $m[k]$ , ou seja,  $m(kT_s) = m[k]$ , e  $m(kT_s \pm T_s) = m[k \pm 1]$ , e assim por diante. Tomando  $t = kT_s$  na Eq. (6.42b) e usando a aproximação  $\dot{m}[kT_s] \approx [m(kT_s) - m(kT_s - T_s)]/T_s$ , obtemos

$$\begin{aligned} m[k + 1] &\approx m[k] + T_s \left[ \frac{m[k] - m[k - 1]}{T_s} \right] \\ &= 2m[k] - m[k - 1] \end{aligned}$$

Isso mostra que podemos obter uma previsão grosseira do valor da amostra de ordem  $(k + 1)$  a partir dos valores das duas amostras anteriores. A aproximação na Eq. (6.42b) melhora se adicionarmos mais termos à série no lado direito. Para determinar derivadas de ordens superiores na série, precisamos de mais amostras no passado. Quanto maior o número de amostras passadas, melhor será a predição. Em geral, podemos expressar a fórmula de predição como

$$m[k] \approx a_1 m[k - 1] + a_2 m[k - 2] + \dots + a_N m[k - N] \quad (6.43)$$

O lado direito é  $\hat{m}[k]$ , o valor predito para  $m[k]$ . Logo,

$$\hat{m}[k] = a_1 m[k - 1] + a_2 m[k - 2] + \dots + a_N m[k - N] \quad (6.44)$$

Essa é a equação para o preditor de ordem  $N$ . Em geral, um maior valor de  $N$  resulta em melhor predição. A saída desse filtro (preditor) é  $\hat{m}[k]$ , o valor predito para  $m[k]$ . A entrada consiste nas amostras anteriores  $m[k - 1]$ ,  $m[k - 2]$ , ...,  $m[k - N]$ , embora seja comum dizer que a entrada é  $m[k]$  e a saída,  $\hat{m}[k]$ . Vale observar que, no caso da predição de primeira ordem, essa equação se reduz a  $\hat{m}[k] = m[k - 1]$ , resultado que advém da Eq. (6.42b), onde retemos somente o primeiro termo no lado direito. Isso significa que  $a_1 = 1$  e que o preditor de primeira ordem é apenas um atraso temporal.

Delineamos, assim, um procedimento muito simples para o projeto do preditor. Em uma abordagem mais sofisticada, discutida na Seção 8.5, em que usamos o critério de mínimo erro quadrático médio para a melhor predição, os **coeficientes de predição**  $a_j$  na Eq. (6.44) são determinados da correlação estatística entre as várias amostras. O preditor descrito na Eq. (6.44) é denominado *preditor linear* e consiste basicamente em um filtro transversal (linha de atraso com derivação - *tapped delay line*), em que os ganhos das derivações (*taps*) são tomados como iguais aos coeficientes de predição, como ilustrado na Fig. 6.27.

\*De Shakespeare, Henrique IV, Parte 1, Ato III. Cena I:

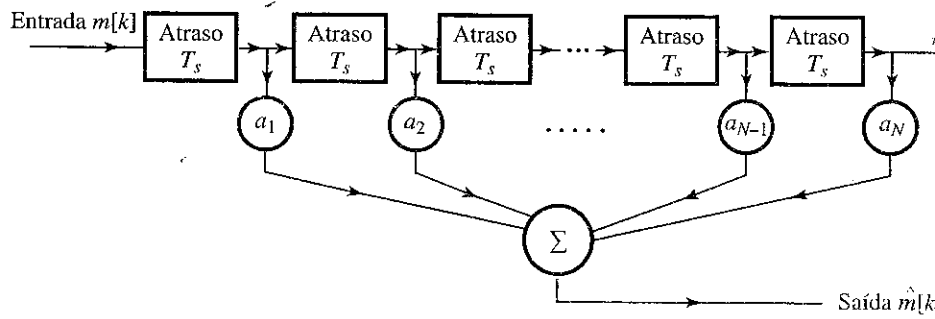
Glendower: Posso evocar espíritos do abismo.

Hotspur: Isso, até eu, e assim qualquer pessoa;

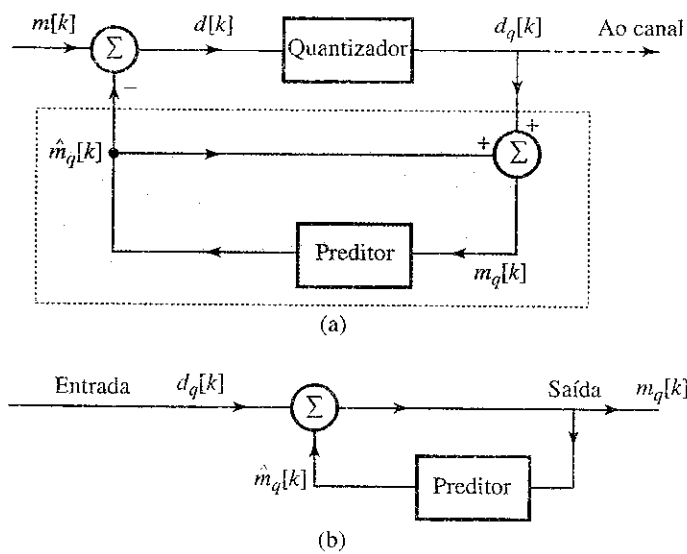
Mas eles vêm, no caso de os chamardes?

Da tradução disponível em <http://www.ebooksbrasil.org/eLibris/henry4.html#12>. (N.T.)

**Figura 6.27**  
Filtro transversal (linha de atraso com derivação) usado como um preditor linear.



**Figura 6.28**  
Sistema DPCM:  
a) transmissor,  
b) receptor.



### Análise da DPCM

Como já mencionado, na DPCM, não transmitimos a amostra atual  $m[k]$ , mas  $d[k]$  (a diferença entre  $m[k]$  e seu valor predito  $\hat{m}[k]$ ). No receptor, geramos  $\hat{m}[k]$  a partir dos valores de amostras passadas, aos quais, para gerar  $m[k]$ , é somado o valor recebido  $d[k]$ . No entanto, há uma dificuldade associada a este esquema. No receptor, em vez das amostras passadas  $m[k-1]$ ,  $m[k-2]$ , ..., e de  $d[k]$ , temos suas versões quantizadas  $m_q[k-1]$ ,  $m_q[k-2]$ , ... Portanto, não podemos determinar  $\hat{m}[k]$ , mas apenas  $\hat{m}_q[k]$ , o valor estimado da amostra quantizada  $m_q[k]$ , em termos das amostras quantizadas  $m_q[k-1]$ ,  $m_q[k-2]$ , ... Isso aumentará o erro na reconstrução. Nesses casos, uma estratégia melhor consiste em, no transmissor, determinar  $\hat{m}_q[k]$ , o valor estimado de  $m_q[k]$  (em vez de  $m[k]$ ) a partir das versões quantizadas  $m_q[k-1]$ ,  $m_q[k-2]$ , ... A diferença  $d[k] = m[k] - \hat{m}_q[k]$  é, então, transmitida via PCM. No receptor, podemos gerar  $\hat{m}_q[k]$  e, a partir do valor  $d[k]$  recebido, reconstruir  $m_q[k]$ .

A Fig. 6.28a ilustra um transmissor DPCM. Logo, mostraremos que a entrada do preditor é  $m_q[k]$ . Naturalmente, sua saída é  $\hat{m}_q[k]$ , o valor predito para  $m[k]$ . A diferença

$$d[k] = m[k] - \hat{m}_q[k] \quad (6.45)$$

é quantizada, produzindo

$$d_q[k] = d[k] + q[k] \quad (6.46)$$

em que  $q[k]$  é o erro de quantização. A saída do preditor  $\hat{m}_q[k]$  é realimentada à entrada, de modo que a entrada do preditor  $m_q[k]$  se torna

$$\begin{aligned} m_q[k] &= \hat{m}_q[k] + d_q[k] \\ &= m[k] - d[k] + d_q[k] \\ &= m[k] + q[k] \end{aligned} \quad (6.47)$$

Isso mostra que  $m_q[k]$  é uma versão quantizada de  $m[k]$ . A entrada do preditor é, de fato,  $m_q[k]$ , como presumido. O sinal quantizado  $d_q[k]$  é, agora, transmitido através do canal. O receptor mostrado na Fig. 6.28b é idêntico à porção hachurada do transmissor. Nos dois casos, as entradas também são as mesmas, ou seja,  $d_q[k]$ . Portanto, a saída do preditor deve ser  $\hat{m}_q[k]$  (igual à saída do preditor no transmissor). Assim, a saída do receptor (que é a entrada do preditor) também é a mesma,  $m_q[k] = m[k] + q[k]$ , como calculado na Eq. (6.47). Isso mostra que foi possível receber o sinal desejado  $m[k]$  mais o erro de quantização  $q[k]$ . Este é o ruído de quantização associado ao sinal-diferença  $d[k]$  que, em geral, é muito menor que  $m[k]$ . As amostras recebidas  $m_q[k]$  são decodificadas e aplicadas a um filtro passa-baixas para conversão D/A.

### Melhora da SNR

Para determinar a melhora da DPCM em relação à PCM, denotemos as amplitudes de pico de  $m(t)$  e  $d(t)$  por  $m_p$  e  $d_p$ , respectivamente. Se usarmos o mesmo valor de  $L$  nos dois casos, o incremento de quantização  $\Delta v$  em DPCM é reduzido por um fator  $d_p/m_p$ . Como a potência do ruído de quantização é  $(\Delta v)^2/12$ , na DPCM, o ruído de quantização é reduzido por um fator  $(m_p/d_p)^2$ , e a SNR é aumentada pelo mesmo fator. Além disso, a potência de sinal é proporcional ao quadrado do valor de pico (supondo que outras propriedades estatísticas sejam invariantes). Portanto,  $G_p$  (melhora da SNR devido à predição) é, pelo menos,

$$G_p = \frac{P_m}{P_d}$$

em que  $P_m$  e  $P_d$  são as potências de  $m(t)$  e  $d(t)$ , respectivamente. Em decibéis, isso significa que a SNR aumenta em  $10\log_{10}(P_m/P_d)$  dB. Portanto, a Eq. (6.41) se aplica à DPCM também com um valor de  $\alpha$  aumentado por  $10\log_{10}(P_m/P_d)$  dB. No Exemplo 8.24, é analisado um processador preditor de segunda ordem para sinais de voz. Para este caso, a melhora na SNR é calculada como 5,6 dB. Na prática, em casos como espectros de sinais de voz de curta duração e espectros de imagens de baixa atividade, a melhora da SNR pode chegar a 25 dB.<sup>12</sup> Alternativamente, para a mesma SNR, a taxa de bits para DPCM pode ser 3 a 4 bits por amostra ser menor que para PCM. Assim, o sistema telefônico que usa DPCM pode, em geral, operar a 32 ou, até mesmo, a 24 kbits/s.

## 6.6 PCM DIFERENCIAL ADAPTATIVA (ADPCM)

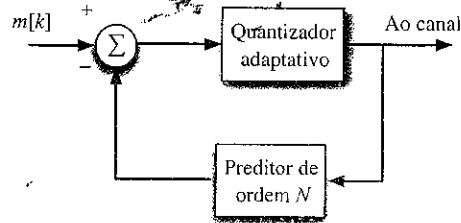
A DPCM adaptativa (ADPCM) pode melhorar ainda mais a eficiência da codificação DPCM com a incorporação de um quantizador adaptativo no codificador. A Fig. 6.29 ilustra a configuração básica de ADPCM. Por motivos práticos, o número de níveis de quantização  $L$  é fixo. Quando é aplicado um incremento de quantização fixo  $\Delta v$ , o erro de quantização ou é muito grande, quando  $\Delta v$  é grande, ou o quantizador não pode cobrir o necessário intervalo de variação do sinal, quando  $\Delta v$  é muito pequeno. Portanto, seria melhor que o incremento de quantização  $\Delta v$  fosse adaptável, de modo que  $\Delta v$  fosse grande ou pequeno dependendo se o erro de predição para quantização fosse grande ou pequeno.

É importante notar que o erro de predição quantizado  $d_q[k]$  pode ser um bom indicador do tamanho do erro de predição. Por exemplo, quando as amostras do erro de predição quantizado variam muito próximas do maior valor positivo (ou maior valor negativo), isso indica que o erro de predição é grande e que  $\Delta v$  deve aumentar. Reciprocamente, se as amostras quantizadas oscilam próximas de zero, o erro de predição é pequeno e  $\Delta v$  deve diminuir. É importante que tanto o modulador como o receptor tenham acesso às mesmas amostras quantizadas. Portanto, o quantizador adaptativo e a reconstrução do receptor podem aplicar o mesmo algoritmo para ajustar o valor de  $\Delta v$  identicamente.

Em comparação com a DPCM, a ADPCM pode comprimir ainda mais o número de bits necessários para uma forma de onda. Por exemplo, na prática, é muito comum que uma sequência PCM de 8 bits seja codificada em uma sequência ADPCM de 4 bits à mesma taxa de amostragem. Isso representa uma redução de 2:1 na largura de banda ou na necessidade de armazenagem, sem praticamente qualquer perda.



**Figura 6.29**  
Codificador  
ADPCM usa  
um quantizador  
adaptativo  
controlado  
apenas pelos  
bits de saída do  
codificador.



O codificador ADPCM tem várias aplicações. O padrão ITU-T G.726 especifica um codificador e decodificador (denominado **codec**) de voz para amostras de voz tomadas a 8 kHz.<sup>7</sup> O preditor ADPCM G.726 usa um preditor de oitava ordem. Para diferentes níveis de quantização, o padrão G.726 especifica quatro taxas ADPCM diferentes: 16, 24, 32 e 40 kbit/s. Essas taxas correspondem a quatro diferentes representações de cada amostra de voz, a 2 bits, 3 bits, 4 bits e 5 bits, respectivamente, o que é equivalente a 4, 8, 16 e 32 níveis de quantização, respectivamente.

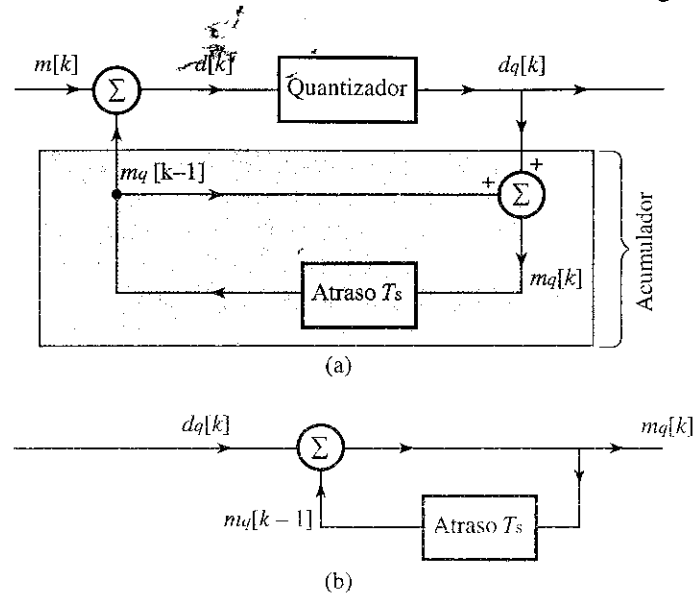
Os codificadores de voz ADPCM mais comuns usam 32 kbit/s. Na prática, há uma variedade de codecs de voz ADPCM. Além da especificação ITU-T G.726,<sup>7</sup> há o codec ADPCM OKI, o codec ADPCM Microsoft suportado por *players* do formato WAVE, e ADPCM da Associação de Multimídia Interativa (IMA – *Interactive Multimedia Association*), também conhecido como DVI ADPCM. O codec 32 kbit/s ADPCM de voz ITU-T G.726 é largamente utilizado em sistemas DECT (*digital enhanced cordless telecommunications* – telecomunicações sem fio digitais aprimoradas), que, por sua vez, encontra grande utilização em telefonia sem fio residencial e comercial. Projetado para uso em curta distância como um mecanismo de acesso à rede principal, DECT oferece comunicação sem fio para voz, fax, dados e multimídia. Atualmente, DECT é usado em mais de 100 países ao redor do mundo. Outro uso importante do codec ADPCM de 32 kbit/s é o Personal Handy-phone System (PHS) [sistema de telefonia portátil pessoal], também comercializado como Personal Access System (PAS) [sistema de acesso pessoal] e conhecido na China como *Xiaolingtong*.

O PHS é um sistema de telefonia móvel semelhante ao sistema celular, que opera na faixa de frequências de 1880 a 1930 MHz e é usado principalmente no Japão, China, Formosa e em outros locais na Ásia. Originalmente desenvolvido pela Laboratório NTT, no Japão, em 1989, o PHS tem implementação e utilização muito simples. Ao contrário das redes celulares, telefones e estações de base de PHS são de baixa potência e de curto alcance. O serviço é pejorativamente chamado de “celular do pobre” devido ao alcance limitado e pouca capacidade de *roaming*. As primeiras aplicações de PHS ocorreram no Japão, em 1995, (NTT-Personal, DDI-Pocket e ASTEL) e, desde então, praticamente desapareceu. Contudo, de modo surpreendente, o PHS está ressurgindo em mercados como China, Formosa, Vietnã, Bangladesh, Nigéria, Mali, Tanzânia e Honduras, onde o baixo custo de equipamentos e de utilização compensa as desvantagens do sistema. Na China, houve uma expansão explosiva e, em 2006, o número de assinantes era próximo de 80 milhões.

## 6.7 MODULAÇÃO DELTA

A correlação de amostras usada em DPCM é ainda mais explorada na **modulação delta** (DM – *delta modulation*) por meio de superamostragem (tipicamente, a uma taxa quatro vezes maior que a de Nyquist) do sinal em banda base. Isso aumenta a correlação entre amostras adjacentes, o que resulta em pequeno erro de predição, que pode ser codificado por apenas um bit ( $L = 2$ ). Assim, DM é basicamente DPCM de 1 bit, ou seja, DPCM que utiliza somente dois níveis ( $L = 2$ ) para a quantização de  $m[k] - \hat{m}_q[k]$ . Em comparação com a PCM (e DPCM), esse é um método de conversão A/D muito simples e barato. A palavra de código de 1 bit em DM torna desnecessário o enquadramento (*framing*) de palavra no transmissor e no receptor. Essa estratégia permite o uso de menor número de bits por amostra para a codificação de um sinal em banda base.

Figura 6.30  
Modulação  
delta é um  
caso especial  
de DPCM.



Em DM, usamos um preditor de primeira ordem, que, como visto anteriormente, é apenas um atraso temporal  $T_s$  (intervalo de amostragem). Assim, o transmissor (modulador) e receptor (demodulador) DM são idênticos aos de DPCM na Fig. 6.28, com um atraso temporal para o preditor, como mostrado na Fig. 6.30, da qual podemos escrever:

$$m_q[k] = m_q[k-1] + d_q[k] \quad (6.48)$$

Logo,

$$m_q[k-1] = m_q[k-2] + d_q[k-1] \quad .$$

A substituição desta equação na Eq. (6.48) resulta em

$$m_q[k] = m_q[k-2] + d_q[k] + d_q[k-1]$$

Prosseguindo com esse processo iterativamente e admitindo condição inicial zero, ou seja,  $m_q[0] = 0$ , escrevemos

$$m_q[k] = \sum_{m=0}^k d_q[m] \quad (6.49)$$

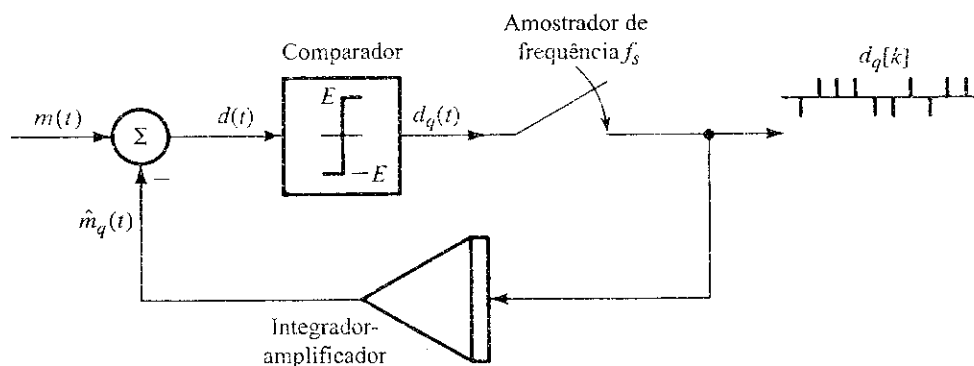
Isso mostra que o receptor (demodulador) é apenas um acumulador (somador). Se a saída  $d_q[k]$  for representada por impulsos, o acumulador (receptor) pode ser realizado por um integrador, pois sua saída é a soma das intensidades dos impulsos de entrada (soma das áreas sob os impulsos). Podemos, também, substituir a porção de realimentação do modulador (que é idêntico ao demodulador) pelo integrador. A saída do demodulador é  $m_q[k]$ , que, ao ser aplicada a um filtro passa-baixas, produz o sinal desejado, reconstruindo-o das amostras quantizadas.

A Fig. 6.31 mostra uma implementação prática do modulador e do demodulador delta. Como discutido anteriormente, o preditor de primeira ordem é substituído por um circuito integrador de baixo custo (como um integrador RC). O modulador (Fig. 6.31a) consiste em um comparador e um amostrador na rota direta, e em um amplificador-integrador na rota de realimentação. Examinemos o funcionamento deste modulador delta.

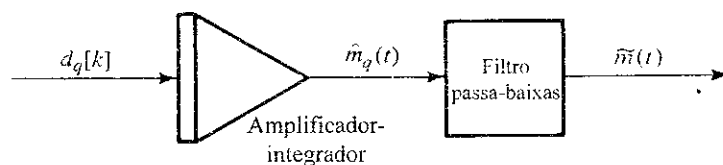
O sinal analógico  $m(t)$  é comparado com o sinal de realimentação (que serve como um sinal preditor)  $\hat{m}_q[t]$ . O sinal de erro  $d(t) = m(t) - \hat{m}_q[t]$  é aplicado a um comparador. Se  $d(t)$  for positivo, a

saída do comparador é um sinal constante de amplitude  $E$ ; se  $d(t)$  for negativo, a saída do comparador é  $-E$ . Assim, a diferença é um sinal binário ( $L = 2$ ), necessário para gerar DPCM de 1 bit. A saída do comparador é amostrada por um amostrador à taxa de  $f_s$  amostras por segundo, sendo  $f_s$ , tipicamente, muito maior que a taxa de Nyquist. O amostrador, então, produz um trem de pulsos estreitos  $d_q[k]$  (para simular impulsos); quando  $m(t) > \hat{m}_q[t]$ , o pulso é positivo; quando  $m(t) < \hat{m}_q[t]$ , o pulso é negativo. Reparemos que cada amostra é codificada por apenas um pulso binário (DPCM de 1 bit), como necessário. O trem de pulsos  $d_q[k]$  é o trem de pulsos com modulação delta (Fig. 6.31d). O sinal modulado  $d_q[k]$  é amplificado e integrado na rota de realimentação para gerar  $\hat{m}_q[t]$  (Fig. 6.31c), que tenta seguir  $m(t)$ .

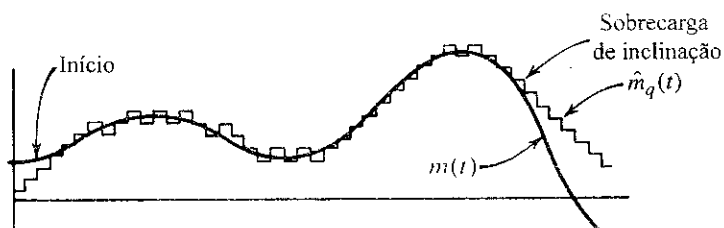
**Figura 6.31**  
(a) Modulador delta; (b) demodulador delta; (c) sinal de mensagem versus sinal de saída do integrador; (d) trem de pulsos com modulação delta; (e) erros de modulação.



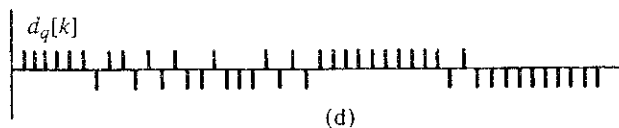
(a)



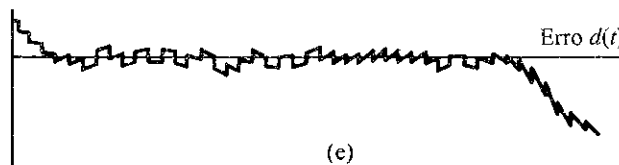
(b)



(c)



(d)



(e)

Para entender como isso funciona, notemos que cada pulso em  $d_q[k]$  na entrada do integrador origina uma função degrau (positiva ou negativa, dependendo da polaridade do pulso) em  $\hat{m}_q[t]$ . Se, por exemplo,  $m(t) > \hat{m}_q[t]$ , é gerado um pulso positivo em  $d_q[k]$ , que dá origem a um degrau positivo em  $\hat{m}_q[t]$ , tentando, em pequenos passos a cada instante de amostragem, fazer  $\hat{m}_q[t]$  igualar  $m(t)$ , como mostrado na Fig. 6.31c. Podemos observar que  $\hat{m}_q[t]$  é uma espécie de aproximação em degraus de  $m(t)$ . Quando  $\hat{m}_q[t]$  é aplicado a um filtro passa-baixas, a aspereza dos degraus é eliminada, e obtemos uma melhor aproximação para  $m(t)$ . No receptor, o demodulador consiste em um integrador-amplificador (idêntico ao da rota de realimentação do modulador) seguido por um filtro passa-baixas (Fig. 6.31b).

### DM Transmite a Derivada de $m(t)$

Em PCM, as amostras do sinal analógico são quantizadas em  $L$  níveis, e esta informação é transmitida por  $n$  pulsos por amostras ( $n = \log_2 L$ ). Uma pequena reflexão mostra que, em DM, o sinal modulado transporta informação sobre a diferença entre amostras sucessivas, e não sobre amostras de sinais. Se a diferença for positiva ou negativa, um pulso positivo ou negativo (respectivamente) é gerado no sinal modulado  $d_q[k]$ . Portanto, DM transporta informação sobre a derivada de  $m(t)$ , daí o nome “modulação delta”. Isso também pode ser visto do fato de que a integração do sinal modulado em delta produz  $\hat{m}_q[t]$ , que é uma aproximação de  $m(t)$ .

Em PCM, a informação de cada amostra quantizada é transmitida por uma palavra de código de  $n$  bits, enquanto em DM a informação sobre a diferença entre amostras sucessivas é transmitida por uma palavra de código de 1 bit.

### Limiar de Codificação e Sobrecarga

Efeitos de limiar e sobrecarga podem ser vistos claramente na Fig. 6.31c. Variações em  $m(t)$  menores que o valor do degrau (limiar de codificação) são perdidos em DM. Além disso, se  $m(t)$  variar demasiadamente rápido, ou seja, se  $\dot{m}(t)$  for demasiadamente grande,  $\hat{m}_q(t)$  não será capaz de seguir  $m(t)$  e ocorrerá sobrecarga. Isso caracteriza a chamada **sobrecarga de inclinação** (*slope overload*), que dá origem ao ruído de sobrecarga de inclinação. Esse ruído é um dos fatores limitantes básicos ao desempenho de DM. Em DM, deveríamos esperar sobrecarga de inclinação em vez de sobrecarga de amplitude, pois DM transporta basicamente informação sobre  $\dot{m}(t)$ . A natureza granular do sinal de saída dá origem ao ruído granular, similar ao ruído de quantização. O ruído de sobrecarga de inclinação pode ser reduzido com o aumento de  $E$  (o incremento). Lamentavelmente, isso aumenta o ruído granular. Existe um valor ótimo de  $E$ , que produz o melhor equilíbrio, resultando no ruído mínimo. Esse valor ótimo de  $E$  depende da frequência de amostragem  $f_s$  e da natureza do sinal.<sup>12</sup>

A sobrecarga de inclinação ocorre quando  $\hat{m}_q(t)$  não consegue seguir  $m(t)$ . Durante o intervalo de amostragem  $T_s$ ,  $\hat{m}_q(t)$  pode ser alterado em  $E$ , em que  $E$  é a altura do degrau. Assim, a máxima inclinação que  $\hat{m}_q(t)$  é capaz de seguir é  $E/T_s$  ou  $Ef_s$ , em que  $f_s$  é a frequência de amostragem. Portanto, sobrecarga de inclinação não ocorre quando

$$|\dot{m}(t)| < Ef_s$$

Consideremos o caso da modulação por tom (mensagem senoidal):

$$\dot{m}(t) = A \cos \omega t$$

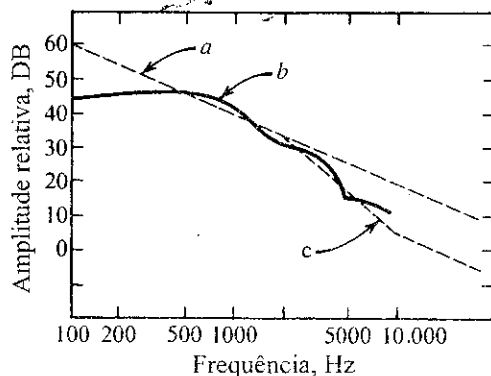
A condição para não haver sobrecarga é

$$|\dot{m}(t)|_{\max} = \omega A < Ef_s \quad (6.50)$$

Logo, a máxima amplitude  $A_{\max}$  deste sinal que pode ser tolerada sem sobrecarga é dada por

$$A_{\max} = \frac{Ef_s}{\omega} \quad (6.51)$$

Figura 6.32  
Espectro de  
sinal de voz.



A amplitude de sobrecarga do sinal modulante é inversamente proporcional à frequência  $\omega$ . Para frequências modulantes mais altas, a sobrecarga ocorre para amplitudes menores. No caso de sinais de voz, que contêm todas as componentes de frequência de até (digamos) 4 kHz, o cálculo de  $A_{\max}$  pela Eq. (6.51), com  $\omega = 2\pi \times 4000$ , fornece um valor demasiadamente conservador. Jager<sup>13</sup> mostrou que, para sinais de voz,  $A_{\max}$  pode ser calculado usando  $\omega_r \simeq 2\pi \times 800$  na Eq. (6.51),

$$[A_{\max}]_{\text{voz}} \simeq \frac{Ef_s}{\omega_r} \quad (6.52)$$

Portanto, a máxima amplitude de sinal de voz  $A_{\max}$  que pode ser usada sem causar sobrecarga de inclinação em DM é igual à máxima amplitude de um sinal senoidal com frequência de referência  $f_r$  ( $f_r \simeq 800$  Hz) que pode ser usada sem causar sobrecarga de inclinação no mesmo sistema.

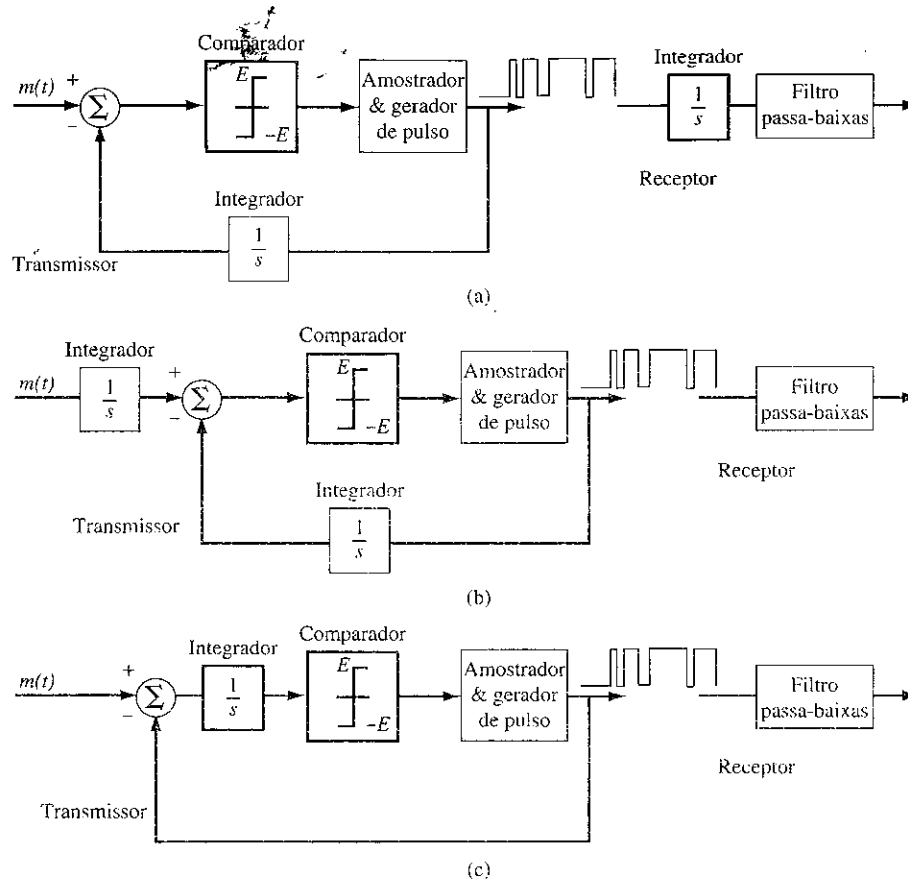
Felizmente, a amplitude do espectro de voz (assim como do sinal de vídeo de televisão) também cai com a frequência e segue a característica de sobrecarga de perto (curva *c*, Fig. 6.32). Por essa razão, DM é muito apropriada para sinais de voz (e de televisão). Na verdade, o espectro do sinal de voz (curva *b*) cai com  $1/\omega$  até cerca de 2000 Hz e, além dessa frequência, passa a cair com  $1/\omega^2$ . Se tivéssemos usado uma integração dupla no circuito de realimentação, em vez de uma integração simples,  $A_{\max}$ , na Eq. (6.51), seria proporcional a  $1/\omega^2$ . Assim, um melhor casamento entre o espectro de voz e as características de sobrecarga é obtido com o uso de integração simples até 2000 Hz e de integração dupla acima de 2000 Hz. Um circuito desse tipo (com integração dupla) tem resposta rápida, mas com uma tendência à instabilidade, que pode ser reduzida com o uso de algum preditor de ordem baixa juntamente com a integração dupla. Um integrador duplo pode ser construído com uma cascata de dois integradores RC passa-baixas, com constantes de tempo  $R_1C_1 = 1/200\pi$  e  $R_2C_2 = 1/4000\pi$ . Isso resulta em integração simples de 100 a 2000 Hz e integração dupla além de 2000 Hz.

### Modulação Sigma-Delta

Na discussão sobre limiar de codificação e sobrecarga, ilustramos que a essência de DM convencional é a codificação e transmissão da derivada do sinal de mensagem analógico. Assim, o receptor DM requer um integrador, como mostrado na Fig. 6.31 e, de modo equivalente, na Fig. 6.33a. Como a transmissão de sinal é inevitavelmente sujeita ao ruído de canal, tal ruído será integrado e se acumulará na saída do receptor, um fenômeno altamente indesejável e a maior deficiência de DM.

Para superar essa deficiência de DM, podemos fazer uma pequena modificação. Primeiro, podemos ver o sistema DM global como consistindo em um transmissor e um receptor aproximadamente sem distorção e lineares. Assim, um dos componentes seriais, o integrador  $1/s$  do receptor, pode ser deslocado para a frente do transmissor (codificador) sem afetar as respostas finais do modulador e do demodulador, como mostrado na Fig. 6.33b. Por fim, os dois integradores podem ser fundidos em um só, após o subtrator, como indicado na Fig. 6.33c. Esse sistema modificado é conhecido como modulação sigma-delta ( $\Sigma$ - $\Delta$ ).

**Figura 6.33**  
 (a) Modulador delta convencional.  
 (b) Modulador  $\Sigma$ - $\Delta$ .  
 (c) Modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  mais simples.



Como vimos no estudo de filtros de pré-ênfase e deênfase em FM, dado que o ruído de canal e o sinal de mensagem não seguem a mesma rota, a ordem dos componentes seriais no sistema global de modulação-demodulação pode ter diferentes efeitos na SNR. O aparente pequeno deslocamento do integrador  $1/s$ , na verdade, tem várias vantagens significativas:

- O ruído de canal não mais se acumula no demodulador.
- O importante conteúdo de baixa frequência da mensagem  $m(t)$  sofre pré-ênfase no integrador  $1/j\omega$ . Isso ajuda muitos sinais práticos (como os de voz), cujas componentes de frequências baixas são mais importantes.
- O integrador, de fato, suaviza o sinal para codificação (Fig. 6.33b). Assim, a sobrecarga se torna menos provável.
- A natureza passa-baixas do integrador aumenta a correlação entre amostras sucessivas, resultando em menor erro de codificação.
- O demodulador é simplificado.

### Modulação Delta Adaptativa (ADM)

A DM discutida até aqui tem uma séria desvantagem. A faixa dinâmica de amplitudes é demasiadamente pequena, devido aos efeitos de limiar e sobrecarga analisados anteriormente. Para superar esse problema, algum tipo de compressão de sinal se faz necessário. Em DM, um método adequado parece ser a adaptação (ajuste) do valor do degrau  $E$  segundo o nível da derivada do sinal de entrada. Por exemplo, na Fig. 6.31, quando o sinal  $m(t)$  cai rapidamente, ocorre sobrecarga de inclinação. Se pudermos aumentar a altura do degrau durante este período, a sobrecarga seria evitada. Contudo, se

a inclinação do sinal  $m(t)$  for pequena, uma redução na altura do degrau serviria para reduzir o nível de limiar e o ruído granular. A sobrecarga de inclinação faz com que  $d_q[k]$  tenha vários pulsos sucessivos de mesma polaridade. Isso pede uma redução na altura do degrau. De modo similar, pulsos em  $d_q[k]$  com alternância contínua de polaridade indicam variações de pequena amplitude, o que requer uma redução na altura do degrau. Em ADM (*adaptive delta modulation*), detectamos esses padrões de pulsos e ajustamos a altura do degrau automaticamente.<sup>14</sup> Isso resulta em uma faixa dinâmica muito maior para DM.

## 6.8 VOCODERS E COMPRESSÃO DE VÍDEO

PCM, DPCM, ADPCM, DM e  $\Sigma$ - $\Delta$ M são exemplos do que é conhecido como codificadores de fonte de forma de onda. Basicamente, codificadores de forma de onda não levam em consideração como foram gerados os sinais para digitalização. Assim, o grau de compressão alcançável por codificadores de forma de onda é altamente limitado pelo grau de correlação entre amostras sucessivas de sinal. Para uma fonte de sinal passa-baixas com largura de banda finita de  $B$  Hz, mesmo que aplicássemos a mínima taxa de amostragem de Nyquist, de  $2B$  Hz, e codificação de 1 bit, a taxa de bits não pode ser inferior a  $2B$  bit/s. Vários métodos foram introduzidos com sucesso para reduzir drasticamente a taxa de codificação de fonte de sinais de voz e de vídeo, muito importantes para nossas necessidades diárias de comunicação. Diferentemente de codificadores de forma de onda, os mais bem-sucedidos codificadores de voz e de vídeo são baseados em modelos fisiológicos humanos envolvidos na geração da voz e na percepção de vídeo. Aqui, descreveremos os princípios básicos da predição linear de codificadores de voz (conhecidos como vocoders) e o método de compressão de vídeo proposto pelo *Moving Picture Experts Group* – MPEG (Grupo de Especialistas em Imagens Animadas).

### 6.8.1 Vocoders com Codificação de Predição Linear

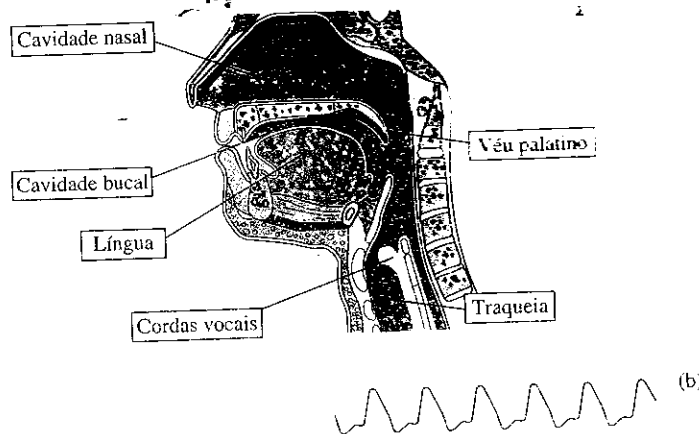
#### Modelos da Fala e Vocoders Baseados em Modelo

Vocoders com codificação de predição linear (LPC – *linear prediction coding*) são sistemas baseados em modelo. O modelo, por sua vez, é baseado no bom entendimento do mecanismo de produção da voz humana. A Fig. 6.34 apresenta uma ilustração seccional do aparato de produção da voz humana. Em resumo, a voz humana é produzida pela interação dos pulmões, cordas vocais e o trato de articulação, que consiste nas cavidades nasal e bucal. Com base nesse modelo fisiológico da fala, a voz humana pode ser dividida nas categorias de som *sonoro* (*voiced*) e *surdo* (*unvoiced*). Sons sonoros são feitos com cordas vocais vibrantes. Coloque um dedo no pomo-de-adão\* enquanto fala e poderá sentir a vibração das cordas vocais quando pronunciar todas as vogais e algumas consoantes, como *g*, como em *gota*, *b*, como em *boa*, *n*, como em *não*. Sons surdos são feitos sem vibração das cordas vocais. Várias consoantes, como *k*, *p*, *t*, são surdas. Alguns exemplos de sons surdos são *r*, como em *roda*, *c*, como em *calo*, *f*, como em *pulo*.

Para a produção de sons sonoros, os pulmões expõem ar através da epliglote, fazendo vibrar as cordas vocais. As cordas vocais vibrantes interrompem o fluxo de ar e produzem uma onda de pressão quase periódica, que consiste em impulsos. Os impulsos da onda de pressão são denominados impulsos de timbre (*pitch*), e a frequência do sinal de pressão é chamada frequência de timbre ou frequência fundamental, como mostrado na Fig. 6.34b. Essa é a parte do sinal de voz que define o timbre da fala. Voz emitida em uma frequência de timbre constante soa monótona. Em geral, a frequência de timbre de um orador varia de modo quase contínuo, de sílaba para sílaba.

\*Pequena protuberância na frente da garganta, formada pela maior cartilagem da laringe; em geral, mais saliente no homem que na mulher.

**Figura 6.34**  
(a) Mecanismo de produção da voz humana.  
(b) Típicos impulsos de pressão.



Em sons sonoros, os impulsos de timbre estimulam o ar no trato vocal (cavidades bucal e nasal). Em sons surdos, a excitação advém diretamente do fluxo de ar. Estudos detalhados<sup>15-17</sup> mostraram que, no caso de sons surdos, a excitação do trato vocal é mais parecido com um ruído de banda larga. Quando as cavidades no trato vocal ressoam sob excitação, radiam uma onda sonora, que é o sinal de voz. As duas cavidades formam ressoadores com frequências de ressonâncias características (frequências formantes). A alteração da forma (e, portanto, das características de ressonância) da cavidade bucal permite que diferentes sons sejam pronunciados. Surpreendentemente, esse trato de articulação (vocal) pode ser aproximado por um modelo que consiste em um filtro digital linear com função de transferência que tem somente polos

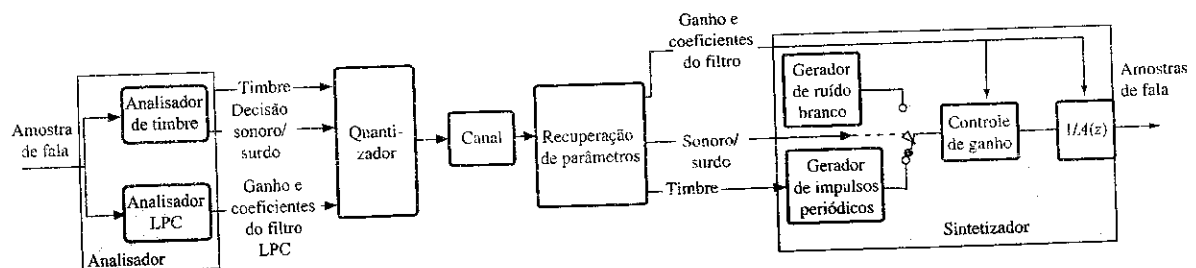
$$H(z) = \frac{g}{A(z)} = g \cdot \left( 1 - \sum_{i=1}^p a_i z^{-i} \right)^{-1}$$

em que  $g$  é o fator de ganho, e  $A(z)$  é conhecido como filtro preditor, como o filtro de realimentação usado em DPCM e ADPCM. Podemos interpretar a função do aparato de articulação vocal como um filtro de formação espectral  $H(z)$ .

### Modelos LPC

Com base neste modelo da fala humana, podemos determinar uma abordagem para codificação de voz diferente da codificação de forma de onda. Em vez de enviar as próprias amostras de sinal, vocoders baseados em modelo *analisam* os sinais de voz segmento a segmento, para determinar os parâmetros que melhor se ajustem ao sinal. Como mostrado na Fig. 6.35, após a análise do sinal de voz, para cada segmento do sinal, o transmissor envia ao receptor os necessários parâmetros (formantes) do modelo da voz. O receptor usa os parâmetros do modelo da voz para estabelecer um sintetizador de voz para regenerar os respectivos segmentos do sinal de voz. Em outras palavras, o que o usuário ouve no receptor consiste, na verdade, em sinais reproduzidos por uma *máquina sintetizadora* de voz artificial!

**Figura 6.35**  
Análise e síntese de sinais de voz em codificador e decodificador LPC.





**Tabela 6.1**  
Alocação de Bit de Quantização em Vocoder LPC-10

Período do Timbre	Sonoro/Surdo	Ganho $g$	Parâmetros do Filtro LP10, bits/coeficientes			
			$r_1 - r_4$	$r_5 - r_8$	$r_9$	$r_{10}$
6 bits	1 bit	5 bits	5 bits	4 bits	3 bits	2 bits
			5 bits	Não usado		Sonoro
						Surdo

Na análise de um segmento de voz amostrada (consistindo em múltiplas amostras), a análise de timbre determinará, primeiro, se a voz é sonora ou surda. Se o sinal for classificado como "sonoro", o analisador de timbre estimará a frequência do timbre (ou, o que é equivalente, o período do timbre). Além disso, o analisador de coeficientes de predição linear (LPC – *linear prediction coefficients*) estimará os coeficientes do filtro com polos apenas em  $A(z)$ . Como o erro de predição linear indica quão bem o filtro de predição linear se ajusta às amostras de voz, o analisador LPC pode determinar os coeficientes do filtro ótimo por meio da minimização do erro quadrático médio (MSE – *mean square error*) do erro de predição linear.<sup>18, 19</sup>

A transmissão direta dos parâmetros do filtro de predição linear (LP – *linear prediction*) não faz sentido, pois o filtro é muito sensível a erros nos parâmetros, devido aos ruídos de quantização e de canal. Pior ainda, o filtro LP pode até mesmo se tornar instável por causa de pequenos erros nos coeficientes. Na prática, a estabilidade desse filtro de predição linear com polos apenas pode ser assegurada com a utilização de filtro em estrutura de modular de treliça, por meio do bem conhecido algoritmo de Levinson-Durbin.<sup>20, 21</sup> Parâmetros do filtro de treliça, conhecidos como coeficientes de reflexão  $\{r_k\}$ , são menos sensíveis a erros de quantização e de ruído. A transmissão pode ser melhorada com o envio das razões logarítmicas de área (LAR – *Log-area ratios*), definidas como

$$o_k \triangleq \log \frac{1 + r_k}{1 - r_k}$$

ou com o envio de valores intermediários da recursão de Levinson-Durbin, conhecidos como coeficientes de reflexão parcial (PARCOR – *partial reflection coefficients*). Outra abordagem prática consiste em determinar os *pares de raias espectrais* (LSP – *line spectral pairs*) equivalentes como uma representação dos coeficientes do filtro LPC para transmissão nos canais. LSP tem a vantagem de baixa sensibilidade ao ruído de quantização.<sup>22, 23</sup> Desde que seja estável, o filtro LP só de polos de ordem  $p$  pode ser representado por  $p$  frequências de raias espectrais reais. Em cada representação, um filtro sintetizador de ordem  $p$  pode ser obtido pelo decodificador LPC a partir dos  $p$  coeficientes reais. Em geral, de 8 a 14 parâmetros LP bastam para a representação do trato vocal.

Podemos, agora, usar um exemplo especial de LPC para ilustrar a eficiência de codificação de vocoders baseados em modelo. No chamado vocoder LPC-10,\* a fala é amostrada a 8 kHz. Cento e oitenta amostras (22,5 ms) formam um quadro LPC para transmissão.<sup>24</sup> Os bits por quadro de fala são alocados para quantizar o período do timbre, o sinalizador (*flag*) sonoro/surdo, o ganho do filtro e os 10 coeficientes do filtro, segundo a Tabela 6.1. Assim, cada quadro requer entre 32 (surdo) e 53 (sonoro) bits. A adição de bits de controle de quadro resulta em uma palavra de código com comprimento médio de 54 bits por quadro, ou uma taxa global de 2.400 bits/s.<sup>24</sup> Com base em testes subjetivos, esse simples codec LPC-10 tem baixo grau de opinião médio (MOS – *mean opinion score*), mas permite conexões de voz altamente inteligíveis. LPC-10 é parte de FS-1015, um padrão de codec de telefonia segura de baixa taxa desenvolvido pelo Departamento de Defesa do governo dos Estados Unidos em 1984. Um aprimoramento posterior de LPC-10 é conhecido como LPC-10(e).

Em comparação com codecs de forma de onda PCM de 64 kbit/s ou ADPCM de 32 kbit/s, vocoders LPC são muito mais eficientes e podem alcançar taxas de codificação de voz abaixo

\*Assim chamado porque usa ordem  $p = 10$ . A ideia é alocar dois parâmetros a cada possível pico de frequência formante.

de 9,6 kbit/s. O exemplo de LPC-10 de 2,4 kbit/s permite digitalização de fala a uma taxa muito mais baixa que a taxa de amostragem de forma de onda de 8 kHz. A perda de qualidade da fala é uma barganha natural. Para um melhor entendimento da diferença entre vocoders de forma de onda e vocoders baseados em modelo, como LPC, podemos usar a analogia com um serviço de entrega de restaurante. Imaginemos uma família que viva no Alasca e deseje pedir um prato de um famoso restaurante de Nova York. Por motivos práticos, o restaurante teria de enviar pratos preparados crus e congelados, e a família, então, seguiria as instruções de cozimento. A comida, provavelmente, seria saborosa, mas a refeição perderia a fineza do *chef* original. Essa opção é parecida com a transmissão via PCM. O receptor tem os ingredientes básicos, mas deve tolerar o erro de quantização (que se manifesta pela ausência da fineza do *chef* de cozinha). Para reduzir o peso do transporte, a família tem a opção e pedir somente os ingredientes essenciais. Os ingredientes mais pesados e mais comuns (como arroz e batata) podem ser adquiridos localmente. Essa abordagem é como DPCM ou ADPCM, nas quais apenas a parte imprevisível da fala é transmitida. Por fim, a família pode simplesmente encomendar a receita do *chef*. Todos os ingredientes seriam comprados localmente e o prato também seria montado no local. Assim, a família alascaense poderia satisfazer seu desejo de comida gourmet sem receber um único item do restaurante de Nova York! O último cenário captura a ideia de vocoders baseados em modelo. Vocoders LPC basicamente transmitem a receita (ou seja, os parâmetros LPC) para síntese de voz no receptor.

### Vocoders LP Práticos de Alta Qualidade

A simples síntese LPC de dois estados ilustrada na Fig. 6.35 descreve somente a ideia básica por trás de codecs de voz baseados em modelo. Na prática, a qualidade de vocoders LPC tem sido melhorada por meio de numerosos codecs mais elaborados. Com a adição de alguns bits, esses vocoders baseados em LP tentam melhorar a qualidade da voz de duas maneiras: por codificação do erro de predição residual e com melhoria do sinal de excitação.

Os métodos mais bem-sucedidos pertencem à classe conhecida como vocoders de predição linear com excitação por código (CELP – *Code-Excited Linear Prediction*). Vocoders CELP usam um livro de códigos, tabela de típicos sinais de erro (ou resíduo) LP, definido *a priori* por projetistas. No transmissor, o analisador compara o resíduo real de predição para todas as entradas no livro de códigos, escolhe aquela que representa melhor casamento e adiciona o endereço (código) dessa entrada aos bits para transmissão. O sintetizador recebe esse código, recupera o correspondente resíduo do livro de códigos e o utiliza para modificar a saída sintetizada. Para que CELP funcione bem, o livro de códigos deve ser suficientemente extenso, o que requer mais bits para transmissão. O vocoder FS-1016 representa um aprimoramento do FS-1015 e oferece boa qualidade e fala de som natural, a 4,8 kbit/s.<sup>25</sup> Variantes mais modernas incluem o codec LPC RPE-LTP (*regular pulse excitation, long-term prediction* – excitação normal por pulsos, predição de longo prazo) usado em sistemas celulares GSM, CELP algébrico (ACELP), CELP relaxado (RCELP), Qualcomm CELP (QCELP) de sistemas celulares CDMA e predição linear com excitação por soma vetorial (VSELP – *vector-sum excited linear prediction*). As taxas de dados variam de 1,2 kbit/s a 13 kbit/s (GSM em taxa completa). Estes vocoders formam a base de muitos dos modernos vocoders para sistemas celulares, voz sobre protocolo IP (VoIP) e outros padrões da ITU-T da série G.

### Compressão de Vídeo

A digitalização de vídeo e de televisão representa um enorme desafio. Devido à grande largura de banda (cerca de 4,2 MHz), o uso de amostragem e quantização diretas resulta em sinal de vídeo não comprimido de aproximadamente 150 Mbit/s. Em consequência, o modesto grau de compressão oferecido por técnicas como ADPCM e codificação em sub-banda<sup>26, 27</sup> é insuficiente. A chave para a compressão de vídeo está associada à percepção visual humana.

Um grande esforço de pesquisa e desenvolvimento resultou em métodos que reduzem drasticamente a largura de banda digital necessária à transmissão de vídeo. As primeiras técnicas de compressão de sinais de vídeo produziam taxas da ordem de 45 Mbit/s (DS3). Contudo, para emergentes

tecnologias de entrega de vídeo, como HFC, ADSL, HDTV e outras, um maior grau de compressão era necessário. MPEG tratou desse problema e desenvolveu novas técnicas de compressão, que ofereciam qualidade de vídeo de rede ou VCR com graus de compressão muito mais elevados. O MPEG é um esforço conjunto das Organizações Internacionais de Padronização (ISO – *International Standards Organizations*), do Comitê Eletrotécnico Internacional (IEC – *International Electrotechnical Committee*) e do Comitê X3L3 do Instituto Nacional Americano de Padronização (ANSI – *American National Standards Institute*).<sup>28, 29</sup> O MPEG mantém um web site muito informativo, que provê extensa informação sobre as tecnologias MPEG e JPEG e sobre padrões (<http://www.mpeg.org/index.html>). Mantém, ainda, um fórum industrial para a promoção dos produtos da organização (<http://www.m4if.org/>).

O conceito de compressão de vídeo digital se baseia no fato de que, em média, um número relativamente pequeno de pixels muda de um quadro a outro. Portanto, se apenas as alterações forem transmitidas, a largura de banda de transmissão pode ser reduzida drasticamente. A digitalização permite a recuperação sem ruído de sinais analógicos e melhora a qualidade da imagem no receptor. A compressão reduz a largura de banda necessária à transmissão e o espaço para armazenagem de um programa de vídeo e, em consequência, expande a capacidade do canal. Sem compressão, a armazenagem de um programa de vídeo NTSC de duas horas de duração exige aproximadamente 100 gigabytes, muito além da capacidade de qualquer disco DVD.

Há três padrões principais MPEG em uso:

MPEG-1: Usado para vídeo de qualidade VCR e armazenagem em CD de vídeo (ou VCD), a uma taxa de 1,5 Mbit/s. Esses VCDs são muito populares em países da Ásia (excetuando o Japão). Decodificadores MPEG-1 estão disponíveis na maioria dos computadores. O VCD também é um formato muito popular para karaokê.

MPEG-2: Este padrão suporta diversas aplicações de codificação de vídeo para transmissão, com qualidade variando de VCR a TV de alta definição (HDTV – *high definition television*), dependendo da taxa de dados. O MPEG-2 oferece uma taxa de compressão de vídeo de 50:1, e é um formato extremamente popular, usado em DVD, HDTV, difusão de vídeo digital terrestre (DVB-T – *terrestrial digital video broadcasting*) e difusão de vídeo digital por satélite (DVB-S).

MPEG-4: Este padrão provê transmissão contínua (*streaming*) de conteúdo multimídia (áudio, visual ou audiovisual) em diferentes larguras de banda, incluindo internet. O MPEG-4 é suportado pelo Media Player de Microsoft Windows, Real Networks, Quicktime e iPod da Apple. Recentemente, o MPEG-4 convergiu a um padrão ITU-T conhecido com H.264, a ser discutido mais adiante.

O poder da compressão de vídeo é fabuloso. Para efeito de comparação, a difusão de televisão NTSC no formato digital requer de 45 a 120 Mbit/s, enquanto MPEG-2 requer de 1,5 a 15 Mbit/s. A HDTV, por sua vez, exige 800 Mbit/s sem compressão; com compressão MPEG-2, a transmissão de HDTV pode ser feita a 19,39 Mbit/s.

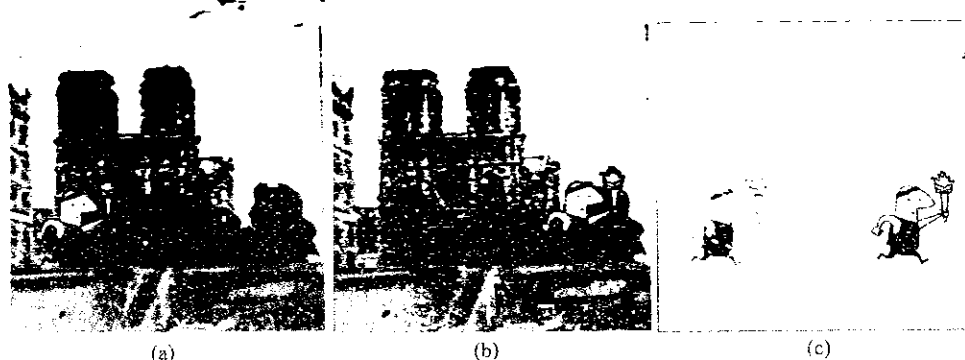
Há dois tipos de compressão MPEG, que eliminam redundâncias em sinais audiovisuais não perceptíveis pelo ouvido ou visão humanos:

#### 1. Vídeo

- Compressão temporal ou *entre quadros* através da predição de movimento entre quadros e remoção de redundância entre quadros.
- Compressão espacial ou *intraquadro*, que forma um identificador de bloco para um grupo de pixels com características iguais (cor, intensidade etc.), para cada quadro. Somente o identificador de bloco é transmitido.

#### 2. Áudio, que utiliza um modelo psicoacústico de efeitos mascaradores.

Figura 6.36  
 a) Quadro 1.  
 b) Quadro 2.  
 c) Informação transferida entre quadros 1 e 2.



A base da compressão de vídeo é a remoção de redundâncias no fluxo (*stream*) de sinal de vídeo. Como exemplo de redundância entre quadros, consideremos a Fig. 6.36a e b. Na Fig. 6.36a, o corredor está na posição *A* e na Fig. 6.36b, na posição *B*. Reparemos que o fundo (catedral, prédios e ponte) permanece essencialmente inalterado de um quadro a outro. A Fig. 6.36c representa a informação não redundante para transmissão; ou seja, o que sofreu alteração entre os dois quadros. A imagem do corredor à esquerda representa os blocos do quadro 1 que são substituídos pelo fundo do quadro 2. A imagem do corredor à direita representa os blocos do quadro 1 que substituirão o fundo no quadro 2.

A compressão de vídeo tem início com um codificador, que converte o sinal de vídeo analógico da câmera de vídeo ao formato digital pixel a pixel. Cada quadro de vídeo é dividido em blocos de  $8 \times 8$  pixels, que são analisados pelo codificador para determinar que blocos devem ser transmitidos, ou seja, que blocos têm alterações significativas de um quadro a outro. Esse processo se dá em duas etapas:

1. Estimativa e compensação de movimento. Aqui, um estimador de movimento identifica as áreas ou grupos de blocos de um quadro anterior que casa áreas correspondentes no quadro atual e envia a magnitude e direção do deslocamento a um preditor no decodificador. A informação sobre a diferença entre quadros é chamada de resíduo.
2. Transformação do resíduo quadro a quadro em uma forma mais compacta.

O sinal de resíduo codificado é transformado em uma forma mais compacta por meio de uma transformada de cosseno discreta (DCT – *discrete cosine transform*) (ver Seção 6.5.2 em Haskel *et al.*<sup>28</sup>), que usa um valor numérico para representar cada pixel e normaliza esse valor para transmissão mais eficiente. A DCT é da forma

$$F(j, k) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} f(n, m) \cos \left[ \frac{(2n+1)j\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2m+1)k\pi}{2N} \right]$$

em que  $f(n, m)$  é o valor alocado ao bloco na posição  $(n, m)$ . A transformada inversa é

$$f(n, m) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} F(j, k) \cos \left[ \frac{(2n+1)j\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2m+1)k\pi}{2N} \right]$$

Para um bloco de  $8 \times 8$ , a DCT é multiplicada pela expressão  $C(j)C(k)/4$ , em que

$$C(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{para } x = 0 \\ 1 & \text{ao contrário} \end{cases}$$

As Tabelas 6.2 e 6.3 listam os valores dos blocos de pixels antes e depois da DCT. Podemos notar, na Tabela 6.3, que há relativamente poucos elementos significativos; ou seja, elementos com valores significativos em relação aos valores centrados na posição 0, 0. Assim, a maioria dos valores na matriz pode ser admitida como zero e, após a transformada inversa, os valores originais são reproduzidos com alta precisão. Este processo em muito reduz a quantidade de dados que devem ser transmitidos, talvez por um fator médio de 8 a 10. Reparemos que o tamanho do resíduo pode ser igual ao de um bloco individual ou, no outro extremo, ao de toda a imagem.

**Tabela 6.2**Bloco de Resíduo de  $8 \times 8$  Pixels

m	n							
	158	158	158	163	161	161	162	162
	157	157	157	162	163	161	162	162
	157	157	157	160	161	161	161	161
	155	155	155	162	162	161	160	159
	159	159	159	160	160	162	161	159
	156	156	156	158	163	160	155	150
	156	156	156	159	156	153	151	144
	155	155	155	155	153	149	144	139

**Tabela 6.3**Coeficientes da Transformação DCT  
do Bloco de Resíduo de  $8 \times 8$  Pixels

k	i							
	1259,6	1,0	-12,1	5,2	2,1	1,7	-2,7	-1,3
	22,6	-17,5	6,2	-3,2	2,9	-0,1	-0,4	-1,2
	-10,9	9,3	-1,6	-1,5	0,2	0,9	-0,6	0,1
	7,1	-1,9	-0,2	1,5	-0,9	-0,1	0,0	0,3
	-0,6	0,8	1,5	-1,6	-0,1	0,7	0,6	-1,3
	-1,8	-0,2	-1,6	-0,3	0,8	1,5	-1,0	-1,0
	-1,3	0,4	-0,3	1,5	-0,5	-1,7	1,1	0,8
	2,6	1,6	3,8	-1,8	-1,9	1,2	0,6	-0,4

**Tabela 6.4**Coeficientes Normalizados e  
Quantizados da DCT do Resíduo

k	jn							
	21	0	-1	0	0	0	0	0
	2	-1	0	0	0	0	0	0
	-1	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

Os valores transmitidos da matriz de um bloco (Tabela 6.4) são normalizados, de modo que os valores na matriz do bloco sejam menores que 1. A matriz resultante é, então, quantizada para produzir a Tabela 6.4. A normalização é feita por uma matriz dinâmica de valores multiplicativos, que são aplicados à matriz transformada elemento a elemento. A matriz normalizada na Tabela 6.4 é a informação de bloco transmitida ao decodificador. A matriz desnormalizada listada na Tabela 6.5 e o resíduo reconstruído (por transformação inversa) na Tabela 6.6 são determinados pelo decodificador. O processo de transformação segue um padrão de zigue-zague, como ilustrado na Fig. 6.37.

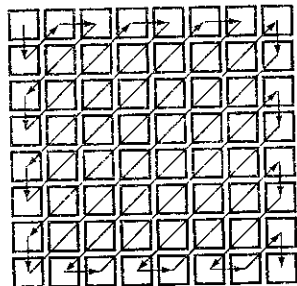
**Tabela 6.5**  
Coeficientes DCT Desnormalizados

k	jn							
	1260	0	-12	0	0	0	0	0
	23	-18	0	0	0	0	0	0
	-11	10	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabela 6.6**  
Coeficientes da DCT  
Inversa do Resíduo Reconstruído

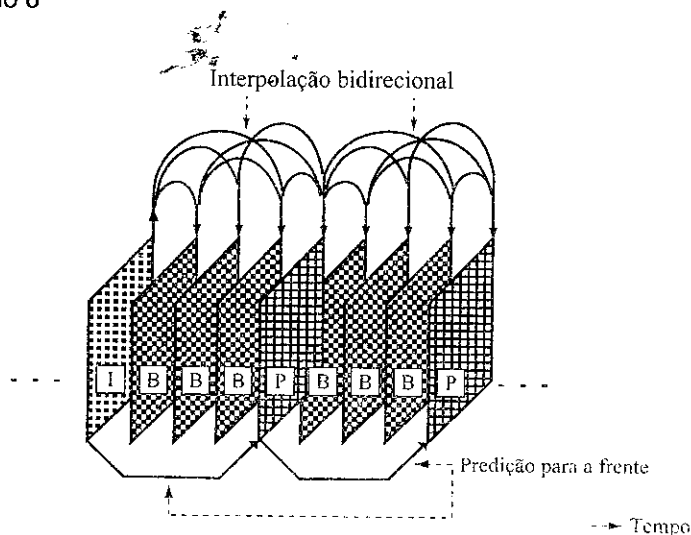
m	n							
	158	158	158	163	161	161	162	162
	157	157	157	162	163	161	162	162
	157	157	157	160	161	161	161	161
	155	155	155	162	162	161	160	159
	159	159	159	160	160	162	161	159
	156	156	156	158	163	160	155	150
	156	156	156	159	156	153	151	144
	155	155	155	155	153	149	144	139

**Figura 6.37**  
Padrão em  
zigue-zague  
de varredura  
de coeficientes  
DCT.



O MPEG utiliza estimação e compensação de movimento para remover redundâncias temporais (quadro a quadro) de forma própria. Usa três tipos de quadros: quadro I ou intraquadro (às vezes chamado de quadro codificado independentemente ou intracodificado), quadro P ou predito e quadro B ou quadro de predição bidirecional. Quadros P são preditos de quadros I. Quadros B são preditos bidirecionalmente, de quadros passados ou futuros. Um quadro I e um ou mais quadros P e B formam o padrão básico de processamento MPEG, chamado de grupo de imagens (GOP – *group of pictures*). A maioria dos quadros em uma imagem comprimida MPEG é de quadros B. Os quadros I provêm a referência inicial para que a diferença entre quadros dispare o processo de codificação MPEG. Reparemos que o aspecto bidirecional do procedimento introduz um atraso na transmissão dos quadros. Isso ocorre porque o GOP é transmitido como uma unidade e, portanto, a transmissão não pode ter início até que o GOP esteja completo (Fig. 6.38). Os detalhes do procedimento estão além do escopo deste texto. Numerosos livros cobrem este assunto em detalhe. Além disso, várias referências sobre compressão MPEG e HDTV podem ser encontradas na internet.

**Figura 6.38**  
Estrutura  
temporal de  
quadros MPEG.



### Outros Padrões de Compressão de Vídeo

Devemos mencionar que, além do MPEG, há um esforço paralelo da ITU-T para padronizar a codificação de vídeo. Esses padrões aplicam conceitos similares aos estudados para compressão de vídeo. Atualmente, os mais conhecidos padrões ITU-T para compressão de vídeo são os da série H.26x, incluindo H.261, H.263 e H.264. O padrão H.261 foi desenvolvido para transmissão de vídeo a uma taxa de múltiplos de 64 kbit/s para aplicações como videotelefonia e videoconferência. Assim como a compressão MPEG, o H.261 usa predição temporal por compensação de movimento.

O H.263 foi projetado para aplicações em codificação a taxas de bits muito baixas, como videoconferência. Este padrão utiliza a estrutura DCT com compensação de movimento.<sup>30</sup> Baseado no H.261, o H.263 foi otimizado para codificação a taxas de bits muito baixas e sua eficiência de codificação é maior que a do H.261. Flash Video, um formato extremamente popular para compartilhamento de vídeo em muitos web sites, como YouTube e MySpace, emprega uma variante do H.263 conhecida como codec Sorenson Spark.

O padrão H.264 representa, na verdade, a convergência entre ITU-T e MPEG, sendo um esforço conjunto dos dois grupos. Também conhecido como MPEG-4 Parte 10, o H.264 tem melhor desempenho que o MPEG-2 e reduz a taxa de dados em quase 50%. Esse versátil padrão suporta aplicações de vídeo em diferentes graus de largura de banda e qualidade, incluindo serviço de telefonia móvel em 50-60 kbit/s, vídeo com padrão internet a 1-2 Mbit/s e vídeo de alta definição a 5-8 Mbit/s. O H.264 também é suportado em diversos outros produtos e aplicações, como iPod, difusão direta de TV por satélite, algumas TV terrestres regionais, Mac OS X (Tiger) e Playstation Portable da Sony.

### Nota sobre Televisão de Alta Definição (HDTV)

A televisão de alta definição (HDTV), que emprega o padrão MPEG-2 para compressão de vídeo, é uma das funções de televisão avançada (ATV – *advanced television*) com vídeo comprimido de 525 linhas para difusão direta por satélite (DBS – *direct broadcast satellite*) ou por cabo. O conceito de HDTV surgiu no final da década de 1970. Os primeiros desenvolvimentos se deram principalmente no Japão, com base em um sistema analógico. Em meados dos anos 1980, ficou claro que a largura de banda exigida pelo sistema analógico era excessiva. Foram, então, iniciados trabalhos para um sistema digital que utilizasse a largura de banda de 6 MHz do sistema de televisão NTSC. No início da década de 1990, foram propostos sete sistemas digitais, mas testes indicaram que nenhum seria satisfatório. Em consequência, em 1993, a FCC sugeriu a formação de uma “Grande Aliança” (GA – *Grand Alliance*) industrial para desenvolver um padrão HDTV. Em dezembro de 1997, o padrão A/53 para difusão de televisão, proposto pelo Comitê de Sistemas Avançados de Televisão (ATSC – *Advanced Television Systems Committee*), foi finalizado pela FCC nos Estados Unidos.

O padrão de HDTV do GA tem por base uma razão de aspecto de 16:9 (razão de aspecto de cinema), em vez da razão de aspecto de 4:3 do sistema NTSC de televisão. A HDTV utiliza compressão MPEG-2 a 19,39 Mbit/s e formato de modulação digital denominado 8-VSB (banda lateral vestigial), que usa um símbolo com oito níveis de amplitude para representar 3 bits de informação. A transmissão é feita em blocos de 207 bytes, incluindo 20 bytes de paridade para código de correção de erro para a frente Reed-Solomon. O formato de pacote com os restantes 187 bytes é um subconjunto do protocolo MPEG-2 e inclui cabeçalhos para sincronização, comutação e outros controles de transmissão.

O Comitê de Sistemas Avançados de Televisão, sucessor da Grande Aliança, prossegue com o desenvolvimento de padrões e recomendações para HDTV, que podem ser encontrados, assim como uma variedade de outras informações, em <http://www.atsc.org/>.

## 6.9 EXERCÍCIOS COM O MATLAB

Nos exercícios com o MATLAB desta seção, fornecemos exemplos de amostragem de sinal, reconstrução de um sinal a partir de amostras, quantização uniforme, modulação por modificação de pulsos (PCM) e modulação delta (DM).

### Amostragem e Reconstrução de Sinais Passa-Baixas

No exemplo de amostragem, primeiro, construímos um sinal  $g(t)$  com duas componentes senoidais de 1 segundo de duração; suas frequências são 1 e 3 Hz. Reparemos, contudo, que a duração finita do sinal implica que o mesmo não é limitado em banda, embora a maior parte do conteúdo esteja em uma largura de banda de 5 Hz. Por isso, selecionamos uma frequência de amostragem de 50 Hz, muito maior que a mínima frequência de Nyquist, de 6 Hz. O programa MATLAB, `Exsample.m`, implementa a amostragem e a reconstrução do sinal. A Fig. 6.39 ilustra o sinal original, suas amostras uniformes à taxa de amostragem de 50 Hz e a resposta de frequência do sinal amostrado. Segundo a análise na Seção 6.1, o espectro do sinal amostrado  $g_s(t)$  consiste na repetição do espectro do sinal original a cada 50 Hz.

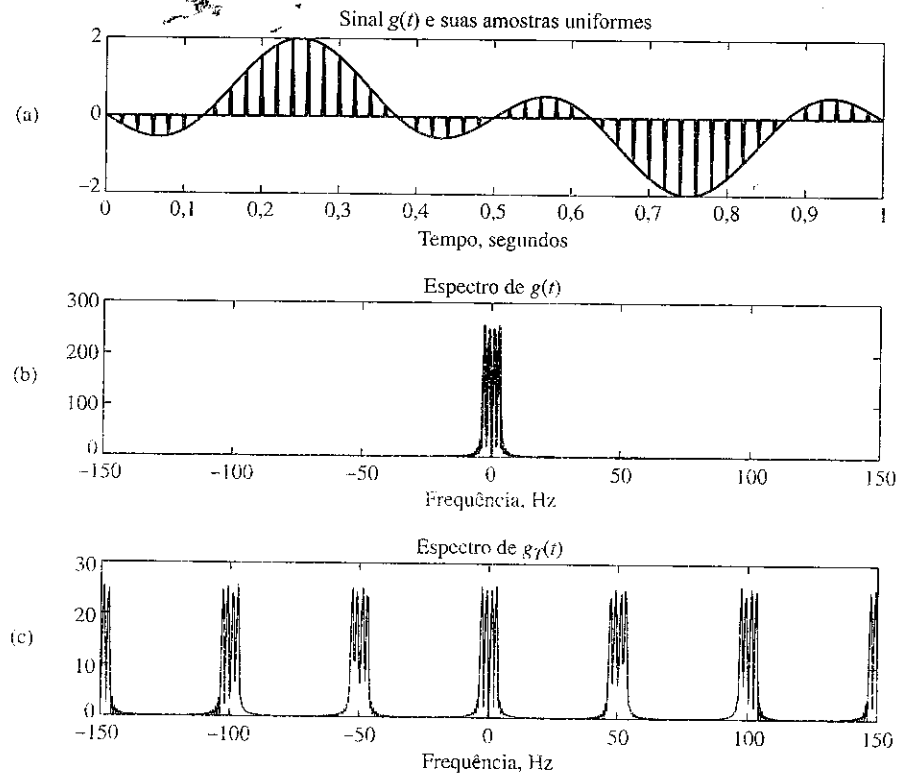
---

```
% (Exsample.m)
% Exemplo de amostragem, quantização e retenção de ordem zero
clear;clf;
td=0.002;          %taxa de amostragem original 500 Hz
t=[0:td:1.];       %intervalo temporal de 1 segundo
xsig=sin(2*pi*t)-sin(6*pi*t); % senoides 1Hz+3Hz
Lsig=length(xsig);

ts=0.02;           %nova taxa de amostragem = 50Hz.
Nfactor=ts/td;
% envia o sinal por meio de um quantizador uniforme de 16 níveis
[s_out,sq_out,sqh_out,Delta,SQNR]=sampandquant(xsig,16,td,ts);
% recebe 3 sinais:
%   1. sinal amostrado: s_out
%   2. sinal amostrado e quantizado: sq_out
%   3. sinal amostrado, quantizado e com retenção de ordem zero: sqh_out
%
% calcula transformadas de Fourier
Lfft=2^ceil(log2(Lsig)+1);
Fmax=1/(2*td);
```



**Figura 6.39**  
Relação entre  
sinal original e  
sinal amostrado  
uniformemente  
ideal, nos  
domínios do  
tempo (a) e da  
frequência  
(b, c).



```
Faxis=linspace(-Fmax,Fmax,Lfft);
Xsig=fftshift(fft(xsig,Lfft));
S_out=fftshift(fft(s_out,Lfft));
% Exemplos de amostragem e reconstrução usando
% a) trem de impulsos ideais por LPF
% b) reconstrução com pulso retangular por meio de LPF
% traça gráfico do sinal original e do sinal amostrado nos domínios do
% tempo e da frequência
figure(1);
subplot(311); sfigla=plot(t,xsig,'k');
hold on; sfiglb=plot(t,s_out(1:Lsig),'b'); hold off;
set(sfigla,'Linewidth',2); set(sfiglb,'Linewidth',2.);
xlabel('tempo, segundos');
title('sinal {\it g}({\it t}) e suas amostras uniformes');
subplot(312); sfiglc=plot(Faxis,abs(Xsig));
xlabel('frequência (Hz)');
axis([-150 150 0 300])
set(sfiglc,'Linewidth',1); title('Espectro de {\it g}({\it t})');
subplot(313); sfigld=plot(Faxis,abs(S_out));
xlabel('frequência (Hz)');
axis([-150 150 0 300/Nfactor])
set(sfiglc,'Linewidth',1); title('Espectro de {\it g}_T({\it t})');
% calcula o sinal reconstruído a partir de amostragem ideal e
% LPF (filtro passa-baixas) ideal
```

```

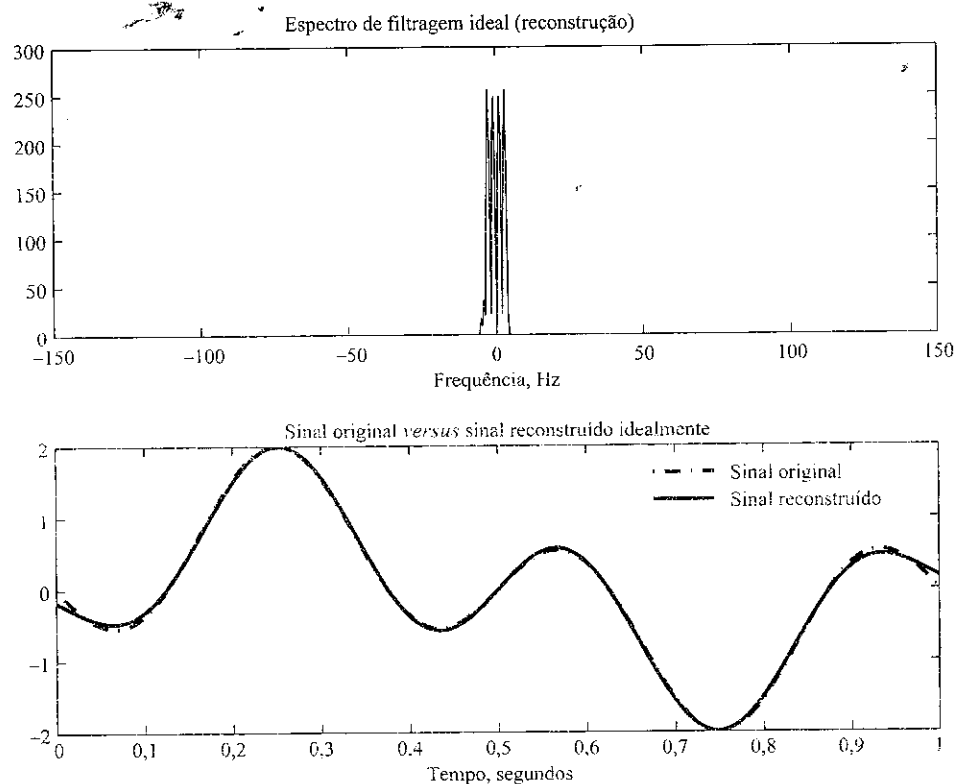
% Máxima largura do LPF é igual a BW=floor((Lfft/Nfactor)/2);
BW=10; %Largura de banda não é maior que 10Hz.
H_lpf=zeros(1,Lfft);H_lpf(Lfft/2-BW:Lfft/2+BW-1)=1; %ideal LPF
S_recv=Nfactor*S_out.*H_lpf; % filtragem ideal
s_recv=real(ifft(fftshift(S_recv))); % domínio da frequência reconstruído
s_recv=s_recv(1:Lsig); % domínio do tempo reconstruído
% traça gráfico do sinal reconstruído idealmente nos domínios do
% tempo e da frequência
figure(2)
subplot(211); sfig2a=plot(Faxis,abs(S_recv));
xlabel('frequência (Hz)');
axis([-150 150 0 300]);
title('Espectro de filtragem ideal (reconstrução)');
subplot(212); sfig2b=plot(t,xsig,'k-.',t,s_recv(1:Lsig),'b');
legend('Sinal original','Sinal reconstruído');
xlabel('Tempo, segundos');
title('Sinal original versus sinal reconstruído idealmente');
set(sfig2b,'Linewidth',2);
% reconstrução não ideal
ZOH=ones(1,Nfactor);
s_ni=kron(downsample(s_out,Nfactor),ZOH);
S_ni=fftshift(fft(s_ni,Lfft));
S_recv2=S_ni.*H_lpf; % filtragem ideal
s_recv2=real(ifft(fftshift(S_recv2))); % domínio da frequência reconstruído
s_recv2=s_recv2(1:Lsig); % domínio do tempo reconstruído
% traça gráfico do sinal reconstruído idealmente nos domínios do tempo
% e da frequência
figure(3)
subplot(211); sfig3a=plot(t,xsig,'b',t,s_ni(1:Lsig),'b');
xlabel('Tempo, segundos');
title('sinal original versus reconstrução com pulso retangular');
subplot(212); sfig3b=plot(t,xsig,'b',t,s_recv2(1:Lsig),'b--');
legend('sinal original','Reconstrução LPF');
xlabel('Tempo, segundos');
set(sfig3a,'Linewidth',2); set(sfig3b,'Linewidth',2);
title('sinal original versus reconstrução com pulso retangular após LPF');

```

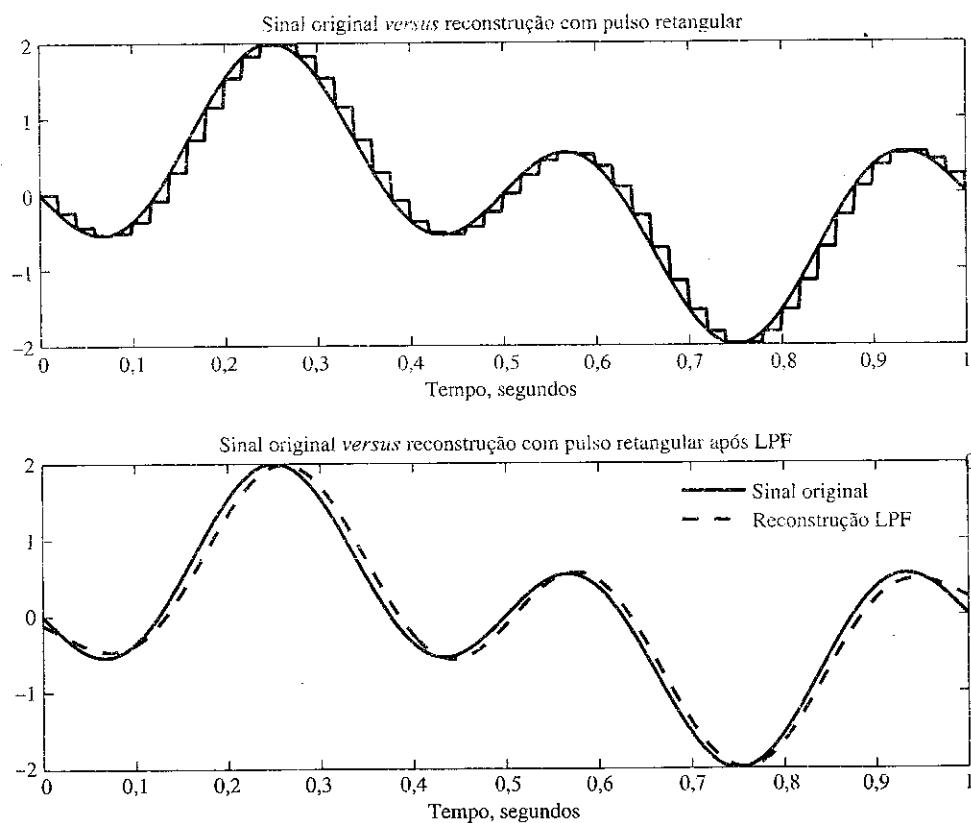
Para construir o sinal original  $g(t)$  do trem de impulsos de amostragem  $g_T(t)$ , aplicamos um filtro passa-baixas ideal com largura de banda de 10 Hz no domínio da frequência. Isso corresponde à interpolação usando a função sinc ideal, como mostrado na Seção 6.1.1. O espectro resultante, como ilustrado na Fig. 6.40, é quase idêntico ao espectro da mensagem original  $g(t)$ . Além disso, as formas de onda no domínio do tempo também são comparadas na Fig. 6.40 e mostram um casamento quase perfeito.

Em nosso último exercício sobre amostragem e reconstrução, dado no mesmo programa, usamos um pulso retangular de largura  $T_s$  (período de amostragem) para reconstruir o sinal original a partir das amostras (Fig. 6.41). Um filtro passa-baixas é aplicado à reconstrução retangular, e o resultado também é mostrado na Fig. 6.41. A comparação com o sinal original deixa claro que o sinal recuperado ainda é muito próximo do sinal original  $g(t)$ . Isso se deve ao fato de termos escolhido uma alta taxa de amostragem, tal que  $T_p = T_s$  fosse tão pequeno que a aproximação na Eq. (6.17) fosse válida. Certamente, com base em nossa análise, com aplicação do filtro de equalização passa-baixas da Eq. (6.16), o erro de reconstrução pode ser muito reduzido.

**Figura 6.40**  
Espectro e  
forma de onda  
do sinal  
reconstruído  
com aplicação  
de amostragem  
ideal por  
impulsos e filtro  
passa-baixas  
ideal para  
reconstrução.



**Figura 6.41**  
Espectro e  
forma de onda  
do sinal  
reconstruído  
com aplicação  
de pulso  
retangular de  
reconstrução  
(Fig. 6.6)  
seguido por  
LPF sem  
equalização.



**Exemplo de PCM**

A quantização uniforme de um sinal analógico usando  $L$  níveis de quantização pode ser implementada com a função MATLAB `uniquan.m`.

---

```
% (uniquan.m)
function [q_out,Delta,SQNR]=uniquan(sig_in,L)
%   Uso
%   [q_out,Delta,SQNR]=uniquan(sig_in,L)
%   L - número de níveis de quantização uniforme
%   sig_in - vetor para sinal de entrada
%   Saídas de função:
%       q_out - saída quantizada
%       Delta - intervalo de quantização
%       SQNR - real relação sinal-ruído de quantização
sig_pmax=max(sig_in); % determina pico positivo
sig_nmax=min(sig_in); % determina pico negativo
Delta=(sig_pmax-sig_nmax)/L; % intervalo de quantização
q_level=sig_nmax+Delta/2:Delta:sig_pmax-Delta/2; % define Q níveis
L_sig=length(sig_in); % determina comprimento do sinal.
sigp=(sig_in-sig_nmax)/Delta+1/2; % converte à faixa de 1/2 a L+1/2
qindex=round(sigp); % arredonda a 1, 2, ... L níveis
qindex=min(qindex,L); % elimina L+1 como uma possibilidade rara
q_out=q_level(qindex); % usa vetor index para gerar saída
SQNR=20*log10(norm(sig_in)/norm(sig_in-q_out)); %valor da SQNR
end
```

---

A função `sampandquant.m` executa amostragem e quantização uniforme simultaneamente. O período de amostragem  $t_s$  é necessário, assim como o número  $L$  de níveis de quantização, para gerar a saída amostrada  $s\_out$ , a saída amostrada e quantizada  $sq\_out$  e o sinal após amostragem, quantização e retenção de ordem zero  $sqh\_out$ .

---

```
% (sampandquant.m)
function [s_out,sq_out,sqh_out,Delta,SQNR]=sampandquant(sig_in,L,td,ts)
%   Uso
%   [s_out,sq_out,sqh_out,Delta,SQNR]=sampandquant(sig_in,L,td,fs)
%   L - número de níveis de quantização uniforme
%   sig_in - vetor para sinal de entrada
%   td - período original de amostragem de sinal de sig_in
%   ts - novo período de amostragem
%   NOTA: td*fs deve ser um inteiro positivo;
%   Saídas de função:
%       s_out - saída amostrada
%       sq_out - saída amostrada e quantizada
%       sqh_out - saída amostrada, quantizada e retida
%       Delta - intervalo de quantização
%       SQNR - real relação sinal-ruído de quantização

if (rem(ts/td,1)==0)
    nfac=round(ts/td);
    p_zoh=ones(1,nfac);
    s_out=downsample(sig_in,nfac);
```

```

[sq_out, Delta, SQNR]=uniquan(s_out,L);
s_out=upsample(s_out,nfac);
sqh_out=kron(sq_out,p_zoh);
sq_out=upsample(sq_out,nfac);
else
    warning('Erro! ts/td não é um inteiro!');
    s_out=[];sq_out=[];sqh_out=[];Delta=[];SQNR=[];
end
end

```

O programa MATLAB ExPCM.m fornece um exemplo numérico que usa essas duas funções MATLAB para gerar sinais PCM.

```

% (ExPCM.m)
% Exemplo de amostragem, quantização e retenção de ordem zero
clear;clf;
td=0.002;          %taxa de amostragem original 500 Hz
t=[0:td:1.];       %intervalo temporal de 1 segundo
xsig=sin(2*pi*t)-sin(6*pi*t); % sinoides de 1Hz+3Hz
Lsig=length(xsig);
Lfft=2^ceil(log2(Lsig)+1);
Xsig=fftshift(fft(xsig,Lfft));
Fmax=1/(2*td);
Faxis=linspace(-Fmax,Fmax,Lfft);
ts=0.02;           %nova taxa de amostragem = 50Hz.
Nfact=ts/td;
% envia o sinal por meio de um quantizador uniforme de 16 níveis
[s_out,sq_out,sqh_out1,Delta,SQNR]=sampandquant(xsig,16,td,ts);
%   sinal PCM obtido, que é
%   - amostrado, quantizado e com retenção de ordem zero: sqh_out
%   traça gráfico do sinal original e do sinal PCM no domínio do tempo
figure(1);
subplot(211);sfig1=plot(t,xsig,'k',t,sqh_out1(1:Lsig),'b');
set(sfig1,'Linewidth',2);
title('Sinal {\it g}({\it t}) e o correspondente sinal PCM de 16 níveis');
xlabel('tempo, segundos');
% envia o sinal por meio de um quantizador uniforme de 16 níveis
[s_out,sq_out,sqh_out2,Delta,SQNR]=sampandquant(xsig,4,td,ts);
%   sinal PCM obtido, que é
%   - amostrado, quantizado e com retenção de ordem zero: sqh_out
%   traça gráfico do sinal original e do sinal PCM no domínio do tempo
subplot(212);sfig2=plot(t,xsig,'k',t,sqh_out2(1:Lsig),'b');
set(sfig2,'Linewidth',2);
title('Sinal {\it g}({\it t}) e o correspondente sinal PCM de 4 níveis');
xlabel('tempo, segundos');

Lfft=2^ceil(log2(Lsig)+1);
Fmax=1/(2*td);
Faxis=linspace(-Fmax,Fmax,Lfft);
SQH1=fftshift(fft(sqh_out1,Lfft));
SQH2=fftshift(fft(sqh_out2,Lfft));

```

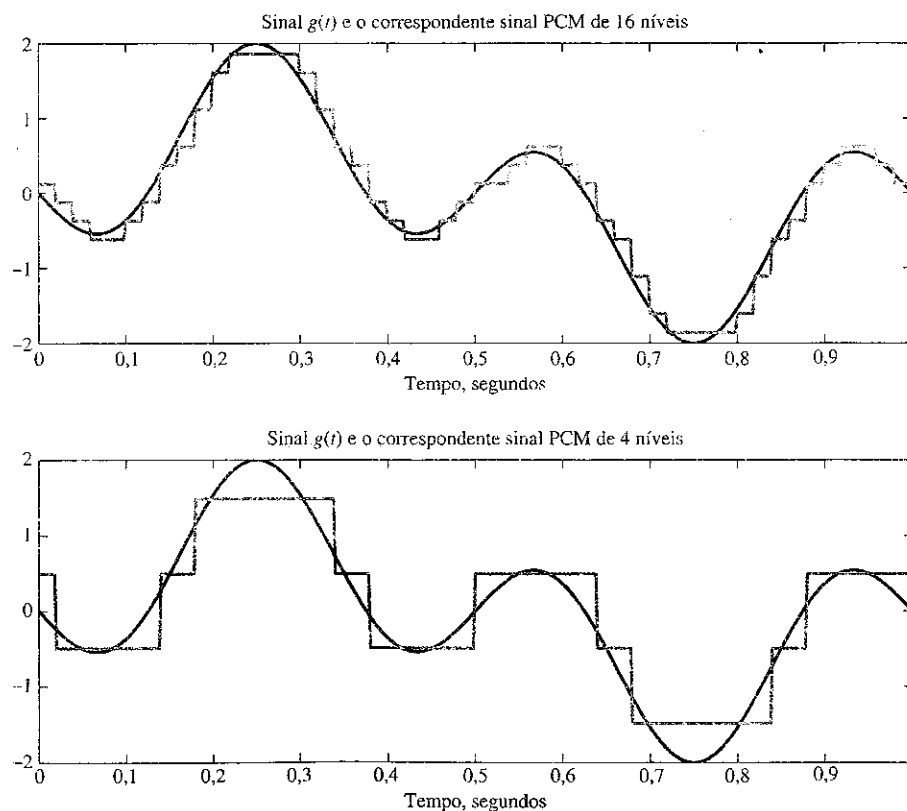
```

% Agora, usa LPF para filtrar os dois sinais PCM
BW=10; %Largura de banda não é maior que 10 Hz.
H_lpf=zeros(1,Lfft);H_lpf(Lfft/2-BW:Lfft/2+BW-1)=1; %ideal LPF
S1_recv=SQH1.*H_lpf; % filtragem ideal
s_recv1=real(ifft(fftshift(S1_recv))); % domínio da frequência reconstruído
s_recv1=s_recv1(1:Lsig); % domínio do tempo reconstruído
S2_recv=SQH2.*H_lpf; % filtragem ideal
s_recv2=real(ifft(fftshift(S2_recv))); % domínio da frequência reconstruído
s_recv2=s_recv2(1:Lsig); % domínio do tempo reconstruído
% Traça gráfico dos sinais filtrados versus sinal original
figure(2)
subplot(211);sfig3=plot(t,xsig,'b-',t,s_recv1,'b-.');
legend('original','reconstruído')
set(sfig3,'Linewidth',2);
title('Sinal {\it g}({\it t}) e o correspondente sinal PCM filtrado de 16 níveis')
xlabel('tempo, segundos');
subplot(212);sfig4=plot(t,xsig,'b-',t,s_recv2(1:Lsig),'b-.');
legend('original','reconstruído')
set(sfig4,'Linewidth',2);
title('sinal {\it g}({\it t}) e o correspondente sinal PCM filtrado de 4 níveis')
xlabel('tempo, segundos');

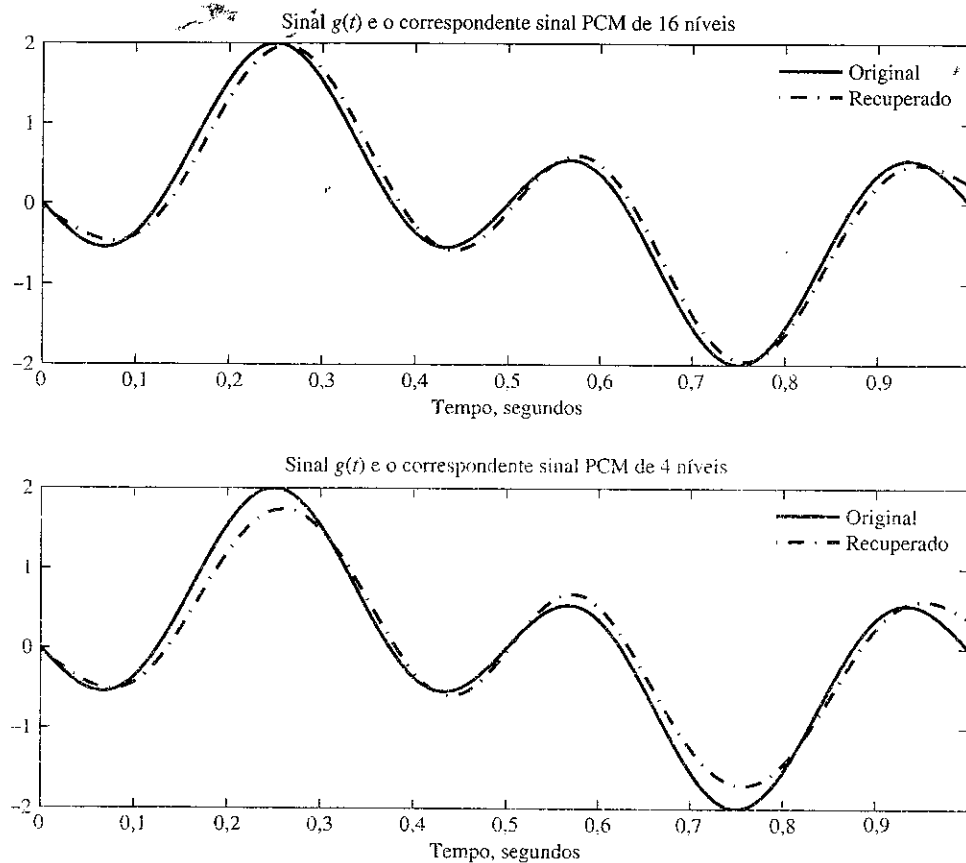
```

No primeiro exemplo, mantivemos a frequência de amostragem de 50 Hz e utilizamos  $L = 16$  níveis de quantização uniforme. O resultante sinal PCM é mostrado na Fig. 6.42. Este sinal PCM pode ser aplicado a um filtro passa-baixas no receptor e comparado com o sinal de mensagem original, como na Fig. 6.43. Podemos observar que sinal recuperado é muito próximo do sinal original  $g(t)$ .

**Figura 6.42**  
Sinal original  
e sinais PCM  
obtidos com  
diferentes níveis  
de quantização.



**Figura 6.43**  
 Comparação  
 entre o sinal  
 original e os  
 sinais PCM  
 após filtragem  
 passa-baixas  
 para recuperar  
 a mensagem  
 original.



Para ilustrar o efeito da quantização, aplicamos  $L = 4$  níveis de quantização PCM. O sinal resultante PCM também é mostrado na Fig. 6.42. O correspondente sinal recuperado é mostrado na Fig. 6.43. Fica claro que o menor número de níveis de quantização ( $L = 4$ ) resulta em maior erro de aproximação.

### Modulação Delta

Em vez de aplicar PCM, ilustremos o efeito prático da seleção do incremento  $\Delta$  no projeto do codificador DM. A função básica para a implementação de DM é dada em `deltamod.m`.

```
% (deltamod.m)
function s_DMout= deltamod(sig_in,Delta,td,ts)
% Uso
%     s_DMout = deltamod(xsig,Delta,td,ts))
% Delta - Incremento DM
% sig_in - vetor para sinal de entrada
% td - período original de amostragem de sinal de sig_in
% ts - novo período de amostragem
% NOTA: td*fs deve ser um inteiro positivo;
% Saídas de função:
%     s_DMout - saída DM amostrada
if (rem(ts/td,1)==0)
    nfac=round(ts/td);
    p_zoh=ones(1,nfac);
```

```

s_down=downsample(sig_in,nfac);
Num_it=length(s_down);
s_DMout(1)=-Delta/2;
for k=2:Num_it
    xvar=s_DMout(k-1);
    s_DMout(k)=xvar+Delta*sign(s_down(k-1)-xvar);
end
s_DMout=kron(s_DMout,p_zoh);
else
    warning('Erro! ts/td não é um inteiro!');
    s_DMout=[];
end
end
end

```

Para gerar sinais DM com diferentes incrementos, aplicamos o mesmo sinal  $g(t)$  usado no exemplo PCM. O programa MATLAB ExDM.m aplica três valores de incrementos:  $\Delta_1 = 0,2$ ,  $\Delta_2 = 2\Delta_1$  e  $\Delta_3 = 4\Delta_1$ .

```

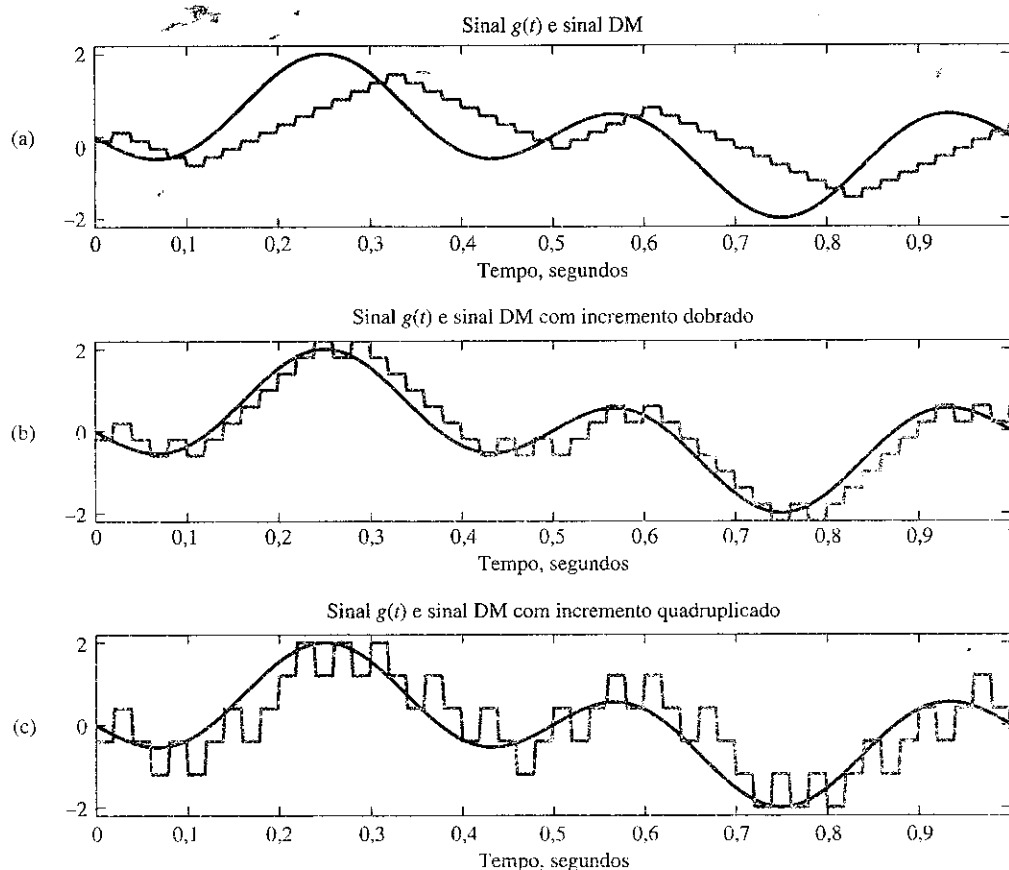
% (ExDM.m)
% Exemplo de amostragem, quantização e retenção de ordem zero
clear;clf;
td=0.002; %taxa de amostragem original 500 Hz
t=[0:td:1.]; %intervalo temporal de 1 segundo
xsig=sin(2*pi*t)-sin(6*pi*t); % senoides de 1Hz+3Hz
Lsig=length(xsig);
ts=0.02; %nova taxa de amostragem = 50Hz.
Nfact=ts/td;
% envia o sinal por meio de um quantizador uniforme de 16 níveis
Delta1=0.2; % Primeiro, seleciona pequeno Delta = 0,2 em DM
s_DMout1=deltamod(xsig,Delta1,td,ts);
% sinal DM obtido
% traça gráfico do sinal original e do sinal DM no domínio do tempo
figure(1);
subplot(311);sfig1=plot(t,xsig,'k',t,s_DMout1(1:Lsig),'b');
set(sfig1,'Linewidth',2);
title('Sinal {\it g}({\it t}) e sinal DM')
xlabel('tempo, segundos'); axis([0 1 -2.2 2.2]);
%
% Aplica DM novamente, dobrando o valor de Delta
Delta2=2*Delta1; %
s_DMout2=deltamod(xsig,Delta2,td,ts);
% sinal DM obtido
% traça gráfico do sinal original e do sinal DM no domínio do tempo
subplot(312);sfig2=plot(t,xsig,'k',t,s_DMout2(1:Lsig),'b');
set(sfig2,'Linewidth',2);
title('Sinal {\it g}({\it t}) e sinal DM com incremento dobrado')
xlabel('tempo, segundos'); axis([0 1 -2.2 2.2]);
%
Delta3=2*Delta2; % Dobra o incremento DM novamente.
s_DMout3=deltamod(xsig,Delta3,td,ts);
% traça gráfico do sinal original e do sinal DM no domínio do tempo

```



**Figura 6.44**

Exemplos de saída de modulação delta com três valores de incremento: (a) pequeno incremento resulta em sobrecarga; (b) incremento de valor razoável; (c) incremento grande causa grande erro de quantização.



```
subplot(313);sfig3=plot(t,xsig,'k',t,s_DMout3(1:Lsig),'b');
set(sfig3,'Linewidth',2);
title('Sinal {\it g}({\it t}) e sinal DM com incremento
quadruplicado')
xlabel('tempo, segundos'); axis([0 1 -2.2 2.2]);
```

Para ilustrar o efeito de DM, os sinais resultantes do codificador DM são mostrados na Fig. 6.44. Este exemplo mostra claramente que, quando o valor do incremento é demasiadamente pequeno ( $\Delta_1$ ), há um grande efeito de sobrecarga, pois o sinal original varia tão rápido que o pequeno incremento não é capaz de acompanhar. Dobrar o incremento DM resolve o problema de sobrecarga neste exemplo. Contudo, a quadruplicação do valor do incremento ( $\Delta_3$ ) produziria erro de quantização desnecessariamente grande. Este exemplo, portanto, confirma nossa análise anterior, que indicou que a seleção do valor do incremento é crítica.

## REFERÊNCIAS

1. D. A. Linden, "A discussion of sampling theorem," *Proc. IRE*, vol. 47, no. 7, pp. 1219–1226, July 1959.
2. H. P. Kramer, "A Generalized Sampling Theorem," *J. Math. Phys.*, vol. 38, pp. 68–72, 1959.
3. W. R. Bennett, *Introduction to Signal Transmission*, McGraw-Hill, New York, 1970.
4. W. S. Anglin and J. Lambek, *The Heritage of Thales*, Springer, Berlin, 1995.

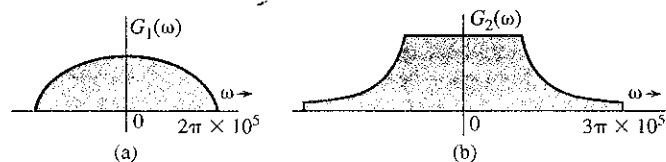
5. B. Smith, "Instantaneous Companding of Quantized Signals," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 36, pp. 653–709, May 1957.
6. ITU-T Standard Recommendation G.711, English, 1989.
7. ITU-T Standard Recommendation G.726, English, 1990.
8. C. L. Dammann, L. D. McDaniel, and C. L. Maddox, "D-2 Channel Bank Multiplexing and Coding," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 51, pp. 1675–1700, Oct. 1972.
9. K. W. Cattermole, *Principles of Pulse-Code Modulation*, Ilife, England, 1969.
10. Bell Telephone Laboratories, *Transmission Systems for Communication*, 4th ed., Bell, Murray Hill, NJ, 1970.
11. E. L. Gruenberg, *Handbook of Telemetry and Remote Control*, McGraw-Hill, New York, 1967.
12. J. B. O'Neal, Jr., "Delta Modulation Quantizing Noise: Analytical and Computer Simulation Results for Gaussian and Television Input Signals," *Bell Syst. Tech. J.*, pp. 117–141, Jan. 1966.
13. F. de Jager, "Delta Modulation, a Method of PCM Transmission Using the 1-Unit Code," *Philips Res. Rep.*, no. 7, pp. 442–466, 1952.
14. A. Tomozawa and H. Kaneko, "Companded Delta Modulation for Telephone Transmission," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. CT-16, pp. 149–157, Feb. 1968.
15. B. S. Atal, "Predictive Coding of Speech Signals at Low Bit Rates," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COMM-30, pp. 600–614, 1982.
16. J. P. Campbell and T. E. Tremain, "Voiced/Unvoiced Classification of Speech with Applications to the U.S. Government LPC-10E Algorithm," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, Tokyo, pp. 473–476, 1986.
17. A. Gersho, "Advances in Speech and Audio Compression," *Proc. IEEE*, vol. 82, pp. 900–918, 1994.
18. L. R. Rabiner and R. W. Schafer, *Digital Processing of Speech Signals*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1978.
19. Lajos Hanzo, Jason Woodward, and Clare Sommerville, *Voice Compression and Communications*, Wiley, Hoboken, NJ, 2001.
20. N. Levinson, "The Wiener rms Error Criterion in Filter Design and Prediction," *J. Math. Phys.*, vol. 25, pp. 261–278, 1947.
21. A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*, Wiley-IEEE Press, Hoboken, NJ, 2003.
22. J. Y. Stein, *Digital Signal Processing: A Computer Science Perspective*, Wiley, Hoboken, NJ, 2000.
23. K. K. Paliwal and B. W. Kleijn, "Quantization of LPC Parameters," in *Speech Coding and Synthesis*, W. B. Kleijn and K. K. Paliwal, Eds. Elsevier Science, Amsterdam, 1995.
24. T. E. Tremain, "The Government Standard Linear Predictive Coding Algorithm LPC-10," *Speech Technol.*, 40–49, 1982.
25. M. R. Schroeder and B. S. Atal, "Code-Excited Linear Prediction (CELP): High-Quality Speech at Very Low Bit Rates," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Process. (ICASSP)*, vol. 10, pp. 937–940, 1985.
26. S. Mallat, "A Theory of Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intel.*, vol. 11, pp. 674–693, 1989.
27. M. J. Smith and T. P. Barnwell, "Exact Reconstruction for Tree Structured Sub-Band Coders," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Process.*, vol. 34, no. 3, pp. 431–441, 1986.
28. B. G. Haskell, A. Puri, and A. N. Netravali, *Digital Video: An Introduction to MPEG-2*, Chapman & Hall, New York, 1996.
29. J. L. Mitchell, W. B. Pennebaker, C. E. Fogg, and D. J. LeGall, *MPEG Video Compression Standard*, Chapman & Hall, New York, 1996.
30. ITU-T Recommendation H.263, Video Coding for Low Bit Rate Communication.

## EXERCÍCIOS

- 6.1-1** A Fig. E.6.1-1 mostra os espectros de Fourier dos sinais  $g_1(t)$  e  $g_2(t)$ . Determine o intervalo de Nyquist e a taxa de amostragem para os sinais  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$ ,  $g_1^2(t)$ ,  $g_2^2(t)$  e  $g_1(t)g_2(t)$ .

*Sugestão:* Use convolução em frequência e a propriedade de largura da convolução.

Figura E.6.1-1



6.1-2 Determine a taxa de amostragem e o intervalo de amostragem de Nyquist para os sinais:

- (a)  $\text{sinc}(100\pi t)$
- (b)  $\text{sinc}^2(100\pi t)$
- (c)  $\text{sinc}(100\pi t) + \text{sinc}(50\pi t)$
- (d)  $\text{sinc}(100\pi t) + 3 \text{sinc}^2(60\pi t)$
- (e)  $\text{sinc}(50\pi t) \text{sinc}(100\pi t)$

6.1-3 Um sinal  $g(t)$  limitado em banda a  $B$  Hz é amostrado por um trem de pulsos periódicos  $p_T(t)$ , consistindo em um pulso retangular de largura  $1/8B$  segundo (centrado na origem) que é repetido à taxa de Nyquist ( $2B$  pulsos por segundo). Mostre que o sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  é dado por

$$\bar{g}(t) = \frac{1}{4}g(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) g(t) \cos 4n\pi Bt$$

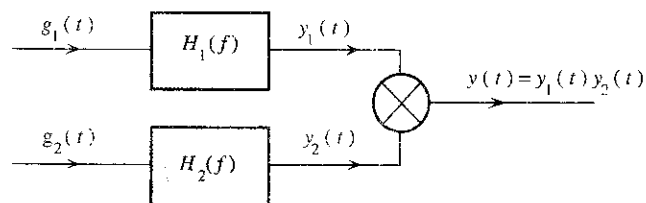
Mostre que o sinal  $g(t)$  pode ser recuperado com a aplicação de  $\bar{g}(t)$  a um filtro passa-baixas ideal de largura de banda  $B$  Hz e ganho 4.

6.1-4 Um sinal  $g(t) = \text{sinc}^2(5\pi t)$  é amostrado (usando impulsos uniformemente espaçados) a uma taxa de (i) 5 Hz; (ii) 10 Hz; (iii) 20 Hz. Para cada caso,

- (a) Esboce o gráfico do sinal amostrado no domínio do tempo.
- (b) Esboce o gráfico do espectro do sinal amostrado.
- (c) Explique se é possível recuperar o sinal  $g(t)$  do sinal amostrado.
- (d) Se o sinal amostrado for aplicado a um filtro passa-baixas ideal de largura de banda 5 Hz, esboce o gráfico do espectro do sinal de saída.

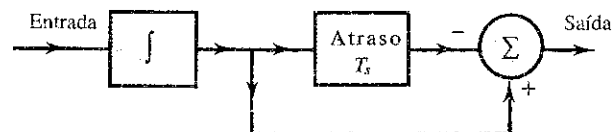
6.1-5 Os sinais  $g_1(t) = 10^4 \Pi(10^4 t)$  e  $g_2(t) = \delta(t)$  são aplicados às entradas de filtros passa-baixas ideais  $H_1(f) = \Pi(f/20.000)$  e  $H_2(f) = \Pi(f/10.000)$  (Fig. E.6.1-5). As saídas  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  desses filtros são multiplicadas para produzir o sinal  $y(t) = y_1(t)y_2(t)$ . Determine a taxa de Nyquist para  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  e  $y(t)$ . Use a propriedade da convolução e a propriedade de largura da convolução para determinar a largura de banda de  $y_1(t)y_2(t)$ . Veja, também, o Exercício 6.1-1.

Figura E.6.1-5



6.1-6 Um circuito de retenção de ordem zero (Fig. E.6.1-6) é, muitas vezes, usado para reconstruir um sinal  $g(t)$  a partir de suas amostras.

Figura E.6.1-6



- (a) Determine a resposta ao impulso unitário desse circuito.
- (b) Determine a função de transferência  $H(f)$  e esboce o gráfico de  $|H(f)|$ .

- (c) Mostre que, quando um sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  é aplicado à entrada desse circuito, a saída é uma aproximação em degraus de  $g(t)$ . O intervalo de amostragem é  $T_s$ .

- 6.1-7 (a) Um circuito de retenção de primeira ordem também pode ser usado para reconstruir um sinal  $g(t)$  de suas amostras. A resposta ao impulso desse circuito é

$$h(t) = \Delta \left( \frac{t}{2T_s} \right)$$

em que  $T_s$  é o intervalo de amostragem. Considere um típico sinal amostrado  $\bar{g}(t)$  e mostre que esse circuito efetua interpolação linear. Em outras palavras, a saída do filtro consiste em amostras cujos picos são conectados por segmentos de linha reta. Siga o procedimento discutido na Seção 6.1.1 (Fig. 6.2b).

- (b) Determine a função de transferência e a resposta de amplitude desse filtro e compare-a com a do filtro ideal necessário à reconstrução do sinal.
- (c) Por ser não causal, esse filtro é irrealizável. Sugira uma modificação que torne esse filtro realizável. Como tal modificação afetaria a reconstrução de  $g(t)$  de suas amostras? Como afetaria a resposta de frequência do filtro?

- 6.1-8 Prove que um sinal não pode ser simultaneamente limitado no tempo e em largura de banda.

*Sugestão:* Mostre que a hipótese oposta leva a uma contradição. Admita que um sinal seja simultaneamente limitado no tempo e em largura de banda, de modo que  $G(f) = 0$  para  $|f| > B$ . Neste caso,  $G(f) = G(f) \Pi(f/2B')$ , para  $B' > B$ . Isso significa que  $g(t)$  é igual a  $g(t) * 2B' \text{sinc}(2\pi B't)$ . Mostre que a última função não pode ser limitada no tempo.

- 6.2-1 O Código Padrão Americano para Intercâmbio de Informação (ASCII – *American Standard Code for Information Interchange*) tem 128 caracteres, que são codificados em binário. Se um certo computador gerar 100.000 caracteres por segundo, determine:

- (a) O número de bits (dígitos binários) necessários para a representação de cada caractere.
- (b) O número de bits por segundo necessário para transmitir a saída do computador e a mínima largura de banda exigida para a transmissão do sinal.
- (c) Para a capacidade de detecção de um erro, um bit (bit de paridade) é adicionado ao código de cada caractere. Modifique suas respostas aos itens (a) e (b) tendo em vista essa informação.

- 6.2-2 Um *compact disc* (CD) grava sinais de áudio digitalmente, com uso de PCM. Admita que a largura de banda do sinal de áudio seja igual a 15 kHz.

- (a) Se as amostras de Nyquist forem uniformemente quantizadas em  $L = 65.536$  níveis e, então, codificadas em binário, determine o número de dígitos binários necessários para codificar uma amostra.
- (b) Se o sinal de áudio tiver potência média de 0,1 watt e tensão de pico de 1 volt, determine a resultante relação sinal-ruído de quantização (SQNR) da saída quantizada uniformemente na parte (a).
- (c) Determine o número de dígitos binários por segundo (bit/s) requerido para a codificação do sinal de áudio.
- (d) Pelas razões práticas discutidas no texto, sinais são amostrados a uma taxa bem acima da taxa de Nyquist. CDs usados na vida real empregam 44.100 amostras por segundo. Se  $L = 65.536$ , determine o número de bits por segundo necessário para a codificação do sinal, e a mínima largura de banda requerida para a transmissão do sinal codificado.

- 6.2-3 Um sinal de televisão (vídeo e áudio) tem largura de banda de 4,5 MHz. Esse sinal é amostrado e codificado em binário para produzir um sinal PCM.

- (a) Determine a taxa de amostragem quando o sinal for amostrado a uma taxa 20% acima da taxa de Nyquist.

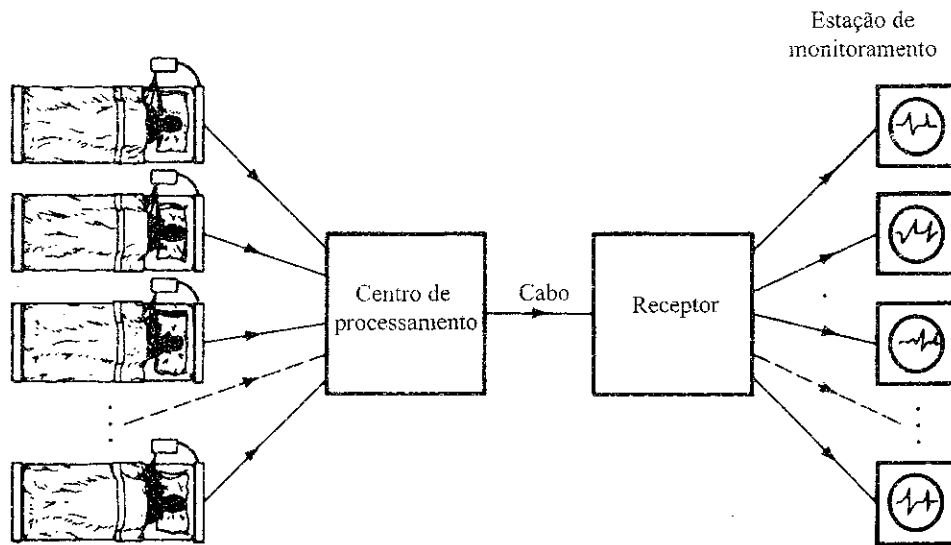
(b) Se as amostras forem quantizadas em 1024 níveis, determine o número de pulsos binários necessários à codificação de cada amostra.

(c) Determine a taxa de pulsos binários (bits por segundo) do sinal codificado em binário e a mínima largura de banda necessária à transmissão do sinal.

6.2-4 Cinco sinais de telemetria, cada um com largura de banda de 240 Hz, devem ser transmitidos simultaneamente por PCM binário. Os sinais devem ser amostrados a uma taxa pelo menos 20% acima da taxa de Nyquist. O enquadramento e a sincronização requerem 0,5% bits adicionais. Um codificador PCM é usado para converter esses sinais antes que sejam multiplexados no tempo em um fluxo de dados. Determine a mínima taxa de bits (bit/s) possível que deve ser transmitida e a mínima largura de banda necessária à transmissão do sinal multiplexado.

6.2-5 Desejamos montar uma estação central para o monitoramento simultâneo de eletrocardiogramas (ECG) de 10 pacientes hospitalizados. Os dados dos 10 pacientes são levados ao centro de processamento por meio de fios, e são amostrados, quantizados, codificados em binário e multiplexados por divisão no tempo. Os dados multiplexados são, então, transmitidos à estação de monitoramento (Fig. E.6.2-5). A largura de banda do sinal ECG é de 100 Hz. O máximo erro aceitável em amplitudes de amostras é de 0,25% da amplitude de pico do sinal. A taxa de amostragem deve ser pelo menos o dobro da taxa de Nyquist. Determine a mínima largura de banda do cabo necessária para transmitir estes dados.

Figura E.6.2-5

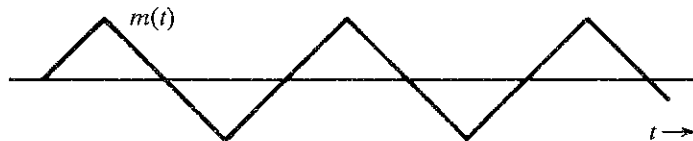


6.2-6 Um sinal de mensagem  $m(t)$  é transmitido por PCM binário sem compressão. Se a necessária SQNR for de pelo menos 47 dB, determine o mínimo valor requerido para  $L = 2^n$ , supondo que  $m(t)$  seja senoidal. Determine a real SQNR obtida com este valor mínimo de  $L$ .

6.2-7 Repita o Exercício E.6.2-6 para o sinal  $m(t)$  mostrado na Fig. E.6.2-7.

*Sugestão:* A potência de um sinal periódico é a média de sua energia em um ciclo. Neste caso, como a amplitude do sinal assume o mesmo valor a cada quarto de ciclo, a potência também pode ser obtida da energia média em um quarto de ciclo.

Figura E.6.2-7



6.2-8 Para um sinal PCM, determine  $L$  quando o parâmetro de compressão  $\mu = 100$  e a mínima SNR necessária é de 45 dB. Determine, com este valor de  $L$ , a SQNR da saída. Lembre-se de que  $L$  deve ser uma potência de 2, ou seja,  $L = 2^n$ , para um sinal PCM binário.

- 6.2-9** Um sinal limitado em banda a 1 MHz é amostrado a uma taxa 50% maior que a taxa de Nyquist e, com o uso de um quantizador de lei  $\mu$ , é quantizado em 256 níveis empregando  $\mu = 255$ .
- (a) Determine a relação sinal-ruído de quantização (SQNR).
  - (b) A SQNR (qualidade do sinal recebido) calculada na parte (a) era insatisfatória, e deve ser aumentada em pelo menos 10 dB. Caso fosse observado que uma taxa de amostragem 20% acima da de Nyquist era suficiente, você seria capaz de obter a desejada SQNR sem aumentar largura de banda de transmissão?
- 6.2-10** Foi determinado que a SQNR de saída de um PCM de 10 bits estava 30 dB abaixo do necessário. Para alcançar a desejada SNR de 42 dB, foi aumentado o número de níveis de quantização  $L$ . Determine o aumento relativo na largura de banda de transmissão acarretado pelo aumento de  $L$ .
- 6.4-1** Em um certo sistema de telemetria, há quatro sinais analógicos  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$ ,  $m_3(t)$  e  $m_4(t)$ . A largura de banda de  $m_1(t)$  é de 3,6 kHz; a largura de banda de cada um dos sinais restantes é de 1,4 kHz. Cada sinal deve ser amostrado a taxa não inferior à correspondente taxa de Nyquist, e os sinais devem ser multiplexados palavra a palavra. Isso pode ser feito com a multiplexação de amostras PAM dos quatro sinais, seguida da codificação binária das amostras multiplexadas (como no caso da portadora T1 na Fig. 6.20a). Sugira um esquema de multiplexação adequado a este propósito. Qual é a frequência do comutador (em rotações por segundo)? *Nota:* Em alguns casos, pode ser necessário amostrar algum(ns) sinal(is) a taxa(s) superior(es) à(s) correspondente(s) taxa(s) de Nyquist.
- 6.4-2** Repita o Exercício 6.4-1 para o caso de quatro sinais  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$ ,  $m_3(t)$  e  $m_4(t)$  com larguras de banda de 1200, 700, 300 e 200 Hz, respectivamente.
- Sugestão:* Primeiro multiplexe  $m_2(t)$ ,  $m_3(t)$  e  $m_4(t)$  e, depois, multiplexe o sinal composto com  $m_1(t)$ .
- 6.4-3** Um sinal  $m_1(t)$  é limitado em banda a 3,6 kHz, e três outros sinais  $m_2(t)$ ,  $m_3(t)$  e  $m_4(t)$  são limitados em banda a 1,2 kHz cada um. Esses sinais são amostrados à taxa de Nyquist e codificados em binário com 512 níveis de quantização ( $L = 512$ ). Sugira um esquema adequado de multiplexação bit a bit (como na Fig. 6.12). Qual é a frequência do comutador (em rotações por segundo) e qual é a taxa de bits de saída?
- 6.7-1** Em um sistema DM de integração simples, o sinal de voz é amostrado a uma taxa de 64 kHz, como em PCM. A máxima amplitude normalizada de sinal é  $A_{\max} = 1$ .
- (a) Determine o valor mínimo do incremento  $\sigma$  para evitar sobrecarga.
  - (b) Determine a potência de ruído granular  $N_o$  se a largura de banda do sinal de voz for 3,4 kHz.
  - (c) Admitindo que o sinal de voz seja senoidal, determine  $S_o$  e a SNR.
  - (d) Admitindo que a amplitude do sinal de voz seja uniformemente distribuída no intervalo  $(-1, 1)$ , determine  $S_o$  e a SNR.
  - (e) Determine a mínima largura de banda de transmissão.