

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia de Computação e
Telecomunicações
Sistemas de Controle
Experimento 1 com *MatLab*®
Prof^a Adriana Castro

Danilo Souza - 10080000801

June 7, 2013

Contents

1	Questao 1	3
1.1	Simulação	3
1.2	Conclusões	6
2	Questao 2	9
2.1	Simulação	9
2.2	Conclusões	11
3	Questao 3	14
3.1	Simulação	14
3.2	Conclusões	14

List of Figures

1.1	$K = 2, \tau = 0, 1$	4
1.2	$K = 2, \tau = 1$	5
1.3	$K = 2, \tau = 10$	6
1.4	$K = 0, 1, \tau = 1$	7
1.5	$K = 1, \tau = 1$	7
1.6	$K = 10, \tau = 1$	8
2.1	$K = 8, w_n = 2, \xi = 1$	10
2.2	$K = 8, w_n = 2, \xi = 0, 7$	11
2.3	$K = 8, w_n = 2, \xi = 0, 2$	12
2.4	$K = 8, w_n = 10, \xi = 1$	12
2.5	$K = 8, w_n = 10, \xi = 0, 7$	13
2.6	$K = 8, w_n = 10, \xi = 0, 2$	13
3.1	$M_p = 0, 2, T_s = 1$	15

Chapter 1

Questao 1

Foi simulado um sistema com um degrau de entrada e função de transferência mostrada na equação 1.1, os parâmetros simulados serão descritos abaixo, juntamente com os respectivos resultados (que para este sistema será o valor do tempo de estabilização T_s).

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1.1)$$

1.1 Simulação

- Item i

1. $K = 2$ e $\tau = 0,1$: $T_s = 0,404$ (Figura 1.1)
2. $K = 2$ e $\tau = 1$: $T_s = 3,92$ (Figura 1.2)
3. $K = 2$ e $\tau = 10$: $T_s = 39,1$ (Figura 1.3)

- Item ii

1. $\tau = 1$ e $K = 0,1$: $T_s = 4,1$ (Figura 1.4)
2. $\tau = 1$ e $K = 1$: $T_s = 4,1$ (Figura 1.5)
3. $\tau = 1$ e $K = 10$: $T_s = 4,1$ (Figura 1.6)

Calculando a resposta analítica (no domínio de tempo), utilizando expansão em frações parciais e transformada de Laplace. As equações temporais para todas as simulações encontram-se abaixo:

- Item i

1. $K = 2, \tau = 0,1$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{0,1s + 1}$$
$$\frac{A}{s} + \frac{B}{0,1s + 1}$$
$$A = s \frac{2}{s(0,1s + 1)} \Big|_{s=0} = 2$$

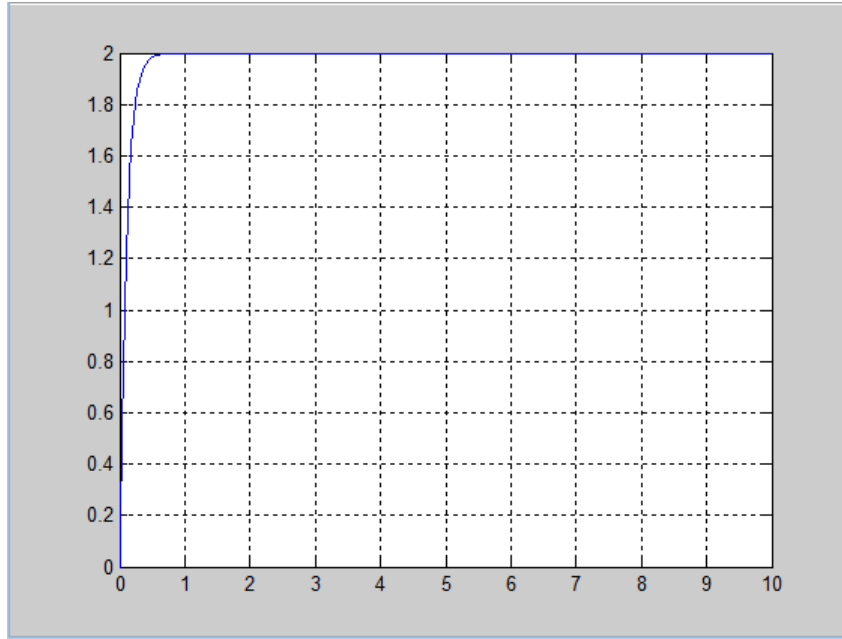


Figure 1.1: $K = 2, \tau = 0, 1$

$$B = 0, 1s + 1 \frac{2}{s(0, 1s + 1)} \mid s = -10 = -0, 2$$

$$C(s) = \frac{2}{s} - \frac{0, 1}{s + 10}$$

$$c(t) = 2 - 0, 1e^{-10t}$$

2. $K = 2, \tau = 1$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{1s + 1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s + 1}$$

$$A = s \frac{2}{s(s + 1)} \mid s = 0 = 2$$

$$B = s + 1 \frac{2}{s(s + 1)} \mid s = -1 = -2$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t}$$

3. $K = 2, \tau = 10$

$$\frac{1}{s} \frac{2}{10s + 1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{10s + 1}$$

$$A = s \frac{2}{s(10s + 1)} \mid s = 0 = 2$$

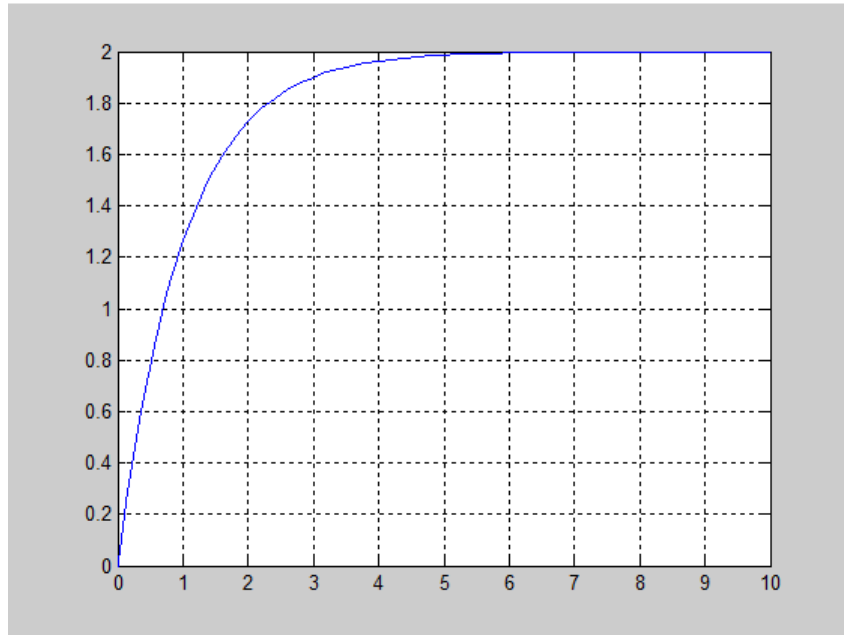


Figure 1.2: $K = 2, \tau = 1$

$$B = 10s + 1 \frac{2}{s(10s + 1)} \mid s = -1/10 = -20$$

$$c(t) = 2 - 2e^{-t/10}$$

• Item ii

1. $\tau = 1, K = 0, 1$

$$\frac{1}{s} \frac{0,1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{0,1}{s(s+1)} \mid s = 0 = 0, 1$$

$$B = s + 1 \frac{0,1}{s(s+1)} \mid s = -1 = -0, 1$$

$$c(t) = 0,1 - 0,1e^{-t}$$

2. $\tau = 1, K = 1$

$$\frac{1}{s} \frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{1}{s(s+1)} \mid s = 0 = 1$$

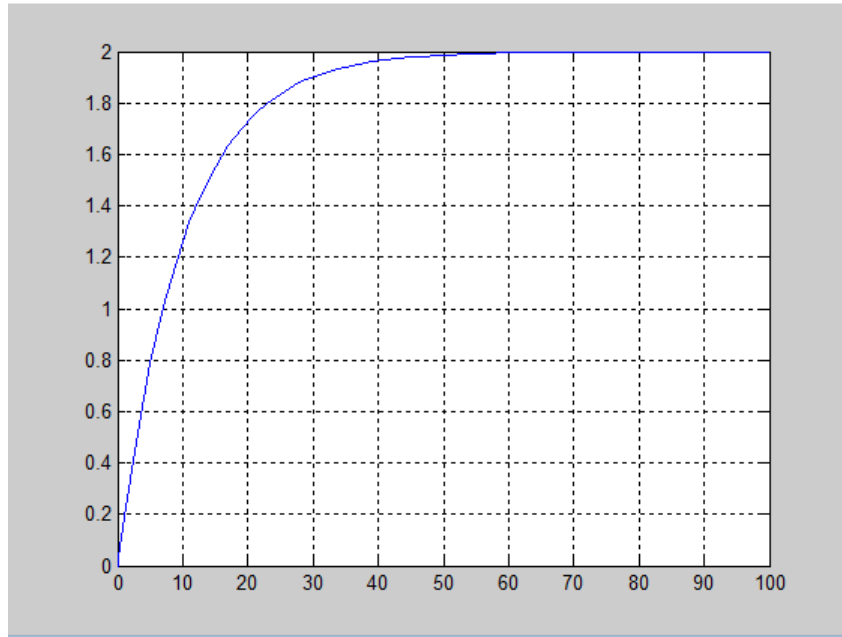


Figure 1.3: $K = 2$, $\tau = 10$

$$B = s + 1 \frac{1}{s(s+1)} \Big| s = -1 = -1$$

$$c(t) = 1 - 1e^{-t}$$

3. $\tau = 1$, $K = 10$

$$\frac{10}{s} \frac{1}{s+1}$$

$$\frac{A}{s} \frac{B}{s+1}$$

$$A = s \frac{10}{s(s+1)} \Big| s = 0 = 10$$

$$B = s + 1 \frac{10}{s(s+1)} \Big| s = -1 = -10$$

$$c(t) = 10 - 10e^{-t}$$

1.2 Conclusões

Conforme mostrados nos valores obtidos na simulação, percebemos que apenas o τ influencia no tempo de estabilização, quanto maior seu valor, maior o tempo de estabilização, sendo que este crescimento é linear, nesse caso, sempre que o valor de τ é multiplicado por 10, o tempos de estabilização (T_s) também é multiplicado por 10. O valor de K não influencia no tempo de estabilização, apesar do valor ter mudado em relação a $K = 2$, sempre que o valor de K é multiplicado por 10 T_s permanece constante e igual a 4,1.

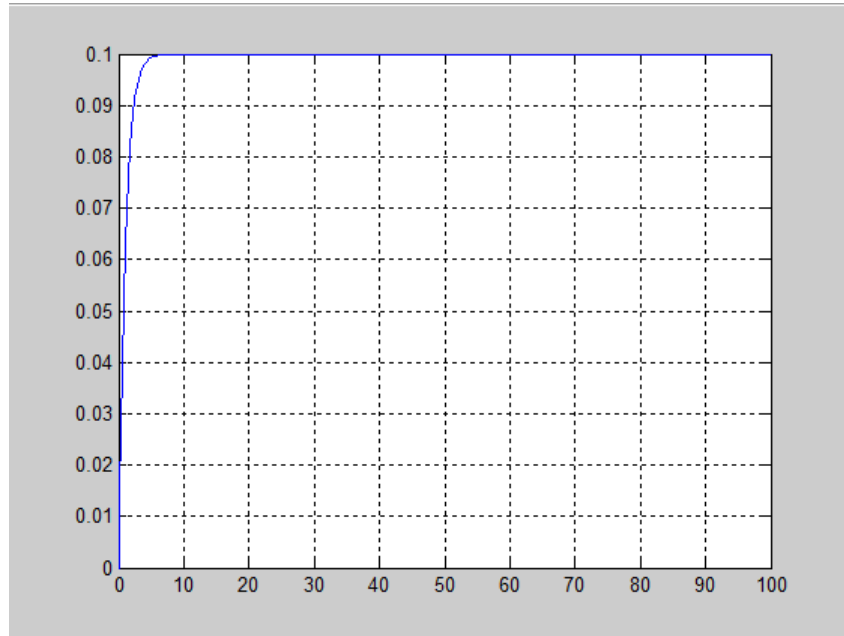


Figure 1.4: $K = 0, 1, \tau = 1$

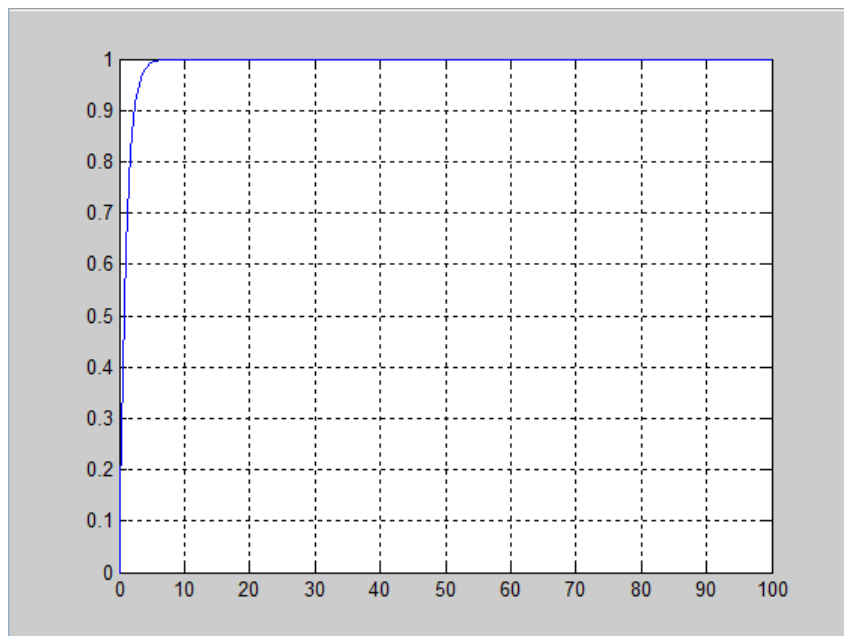


Figure 1.5: $K = 1, \tau = 1$

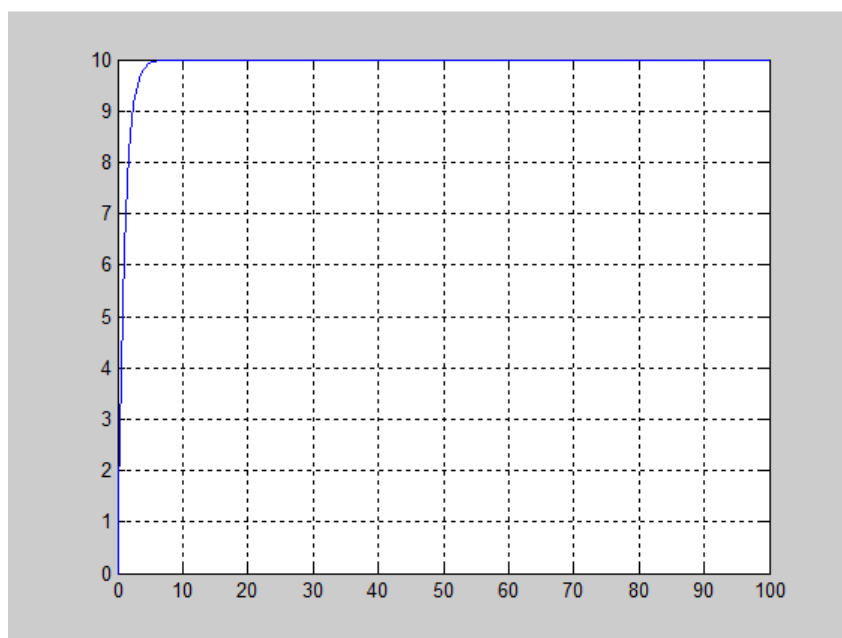


Figure 1.6: $K = 10$, $\tau = 1$

Chapter 2

Questao 2

Para a simulação de um sistema de 2ª ordem, que possui função de transferência descrita na equação 2.1, os parâmetros simulados estão descritos abaixo, juntamente com seus respectivos resultados. Nesse sistema, os valores analisados são: Tempo de estabilização (T_s), Máximo de sobressinal (M_p), Tempo do valor de pico (T_p), Valor de pico (V_p), Valor de regime (V_r)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \quad (2.1)$$

2.1 Simulação

- Item i

1. $w_n = 2$, $K = 8$, $\xi = 1$, $T_s = 0.921$, $V_r = 8$ (Figura 2.1)
2. $w_n = 2$, $K = 8$, $\xi = 0,7$, $T_s = 2.99$, $M_p = 4,6$, $T_p = 2.2$, $V_p = 8.368$, $V_r = 8$ (Figura 2.2)
3. $w_n = 2$, $K = 8$, $\xi = 0,2$, $T_s = 9,6823$, $M_p = 48,6365$, $T_p = 1,805$, $V_p = 11,8906$, $V_r = 8$ (Figura 2.3)

- Item ii

1. $w_n = 10$, $K = 8$, $\xi = 1$, $T_s = 0.56$, $V_r = 8$ (Figura 2.4)
2. $w_n = 10$, $K = 8$, $\xi = 0,7$, $\xi = 1$, $T_s = 0,6$, $M_p = 4,5875$, $T_p = 0,448$, $V_p = 8,367$, $V_r = 8$ (Figura 2.5)
3. $w_n = 10$, $K = 8$, $\xi = 0,2$, $\xi = 1$, $T_s = 1,856$, $M_p = 52,37$, $T_p = 0,33$, $V_p = 12,19$, $V_r = 8$ (Figura 2.6)

Calculando os valores do tempo de pico (T_p) utilizando as equações 2.2 e 2.3, observamos que os valores simulados estão muito próximos dos valores esperados. É importante ressaltar que para os sistemas que se aproximam de sistemas de 1ª ordem, o valor de T_p não existe, pois o sistema se comporta como um sistema de 1ª ordem.

$$w_d = w_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.2)$$

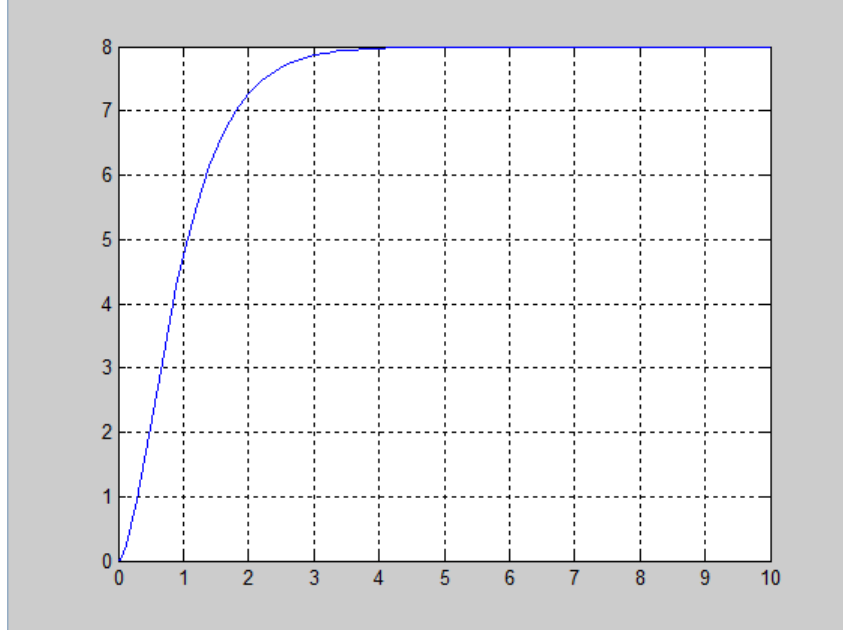


Figure 2.1: $K = 8$, $w_n = 2$, $\xi = 1$

$$T_p = \frac{\pi}{w_d} \quad (2.3)$$

- Item i

1. $w_n = 2$ e $\xi = 0,7$

$$w_d = 2\sqrt{1 - 0,7^2} = 1,428$$

$$T_p = \frac{\pi}{1,428} = 2,19$$

2. $w_n = 2$ e $\xi = 0,2$

$$w_d = 2\sqrt{1 - 0,2^2} = 1,9595$$

$$T_p = \frac{\pi}{1,9595} = 1,603$$

- Item ii

1. $w_n = 10$ e $\xi = 0,7$

$$w_d = 10\sqrt{1 - 0,7^2} = 7,1414$$

$$T_p = \frac{\pi}{7,1414} = 0,4399$$

2. $w_n = 10$ e $\xi = 0,2$

$$w_d = 10\sqrt{1 - 0,2^2} = 9,7979$$

$$T_p = \frac{\pi}{9,7979} = 0,32$$

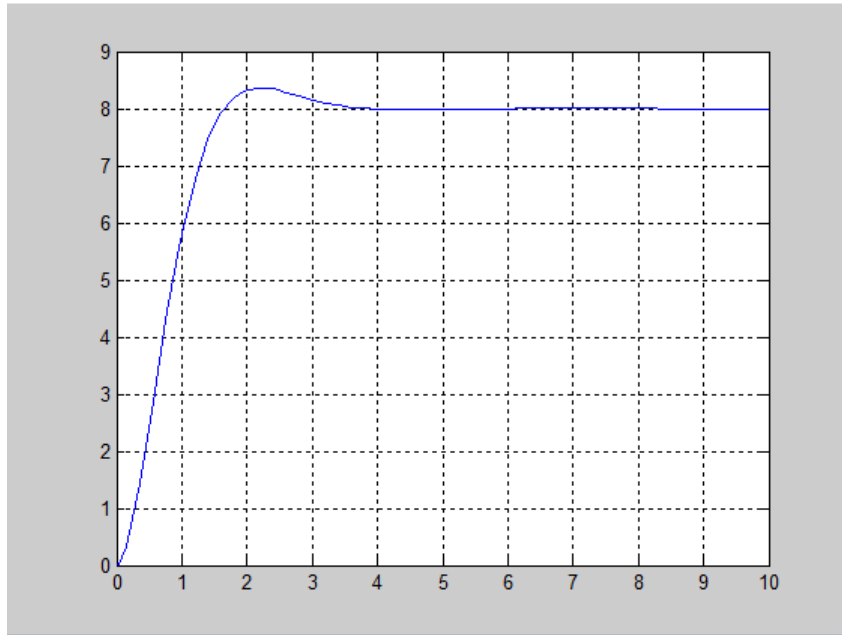


Figure 2.2: $K = 8$, $w_n = 2$, $\xi = 0,7$

2.2 Conclusões

Para o sistema de segunda ordem, podemos observar aspectos importantes relacionados aos parâmetros da equação 2.1.

O valor de K determina o valor de referência do sistema (V_r), independente do valor de w_n e de ξ , V_r permanece constante e igual a 8 para todos os casos.

O valor do coeficiente de amortecimento (ξ) tem influência nos tempos de estabilização (T_s) e de pico (T_p), quanto menos amortecido o sistema, ou seja, quanto menor o valor de ξ , mais demorada é sua estabilização e maior será o tempo que o sistema leva para atingir seu valor de pico. Este parâmetro influencia também no valor de pico (V_p), pois quanto menor for o amortecimento do sistema, maior será seu valor de pico.

O valor de w_n tem influência nos valores de T_s e T_p , esta influência é de uma forma geral, ou seja, a resposta é comprimida e os tempos do sistema reduzem de forma conjunta, a resposta fica mais rápida, porque todos os tempos são reduzidos, seguindo sempre as regras de variação de ξ .

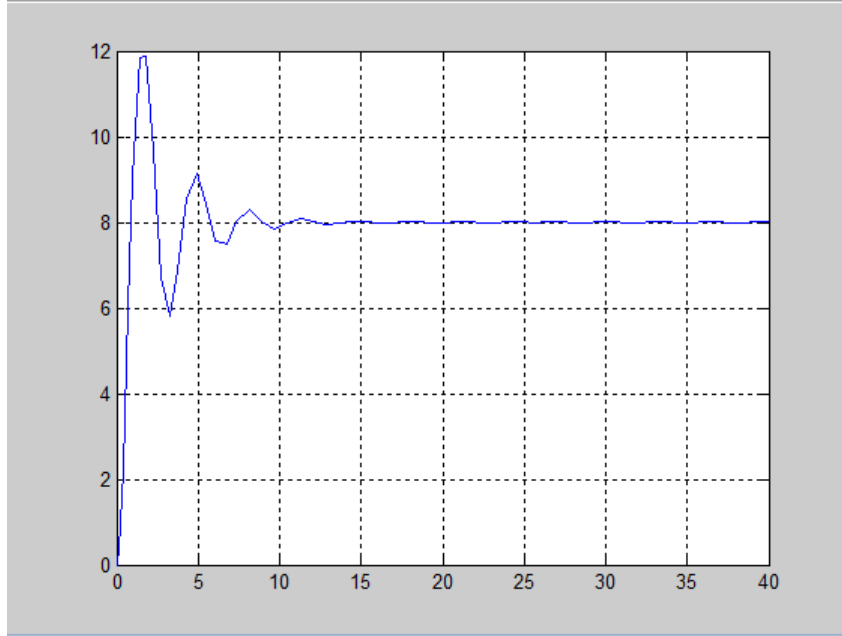


Figure 2.3: $K = 8$, $w_n = 2$, $\xi = 0, 2$

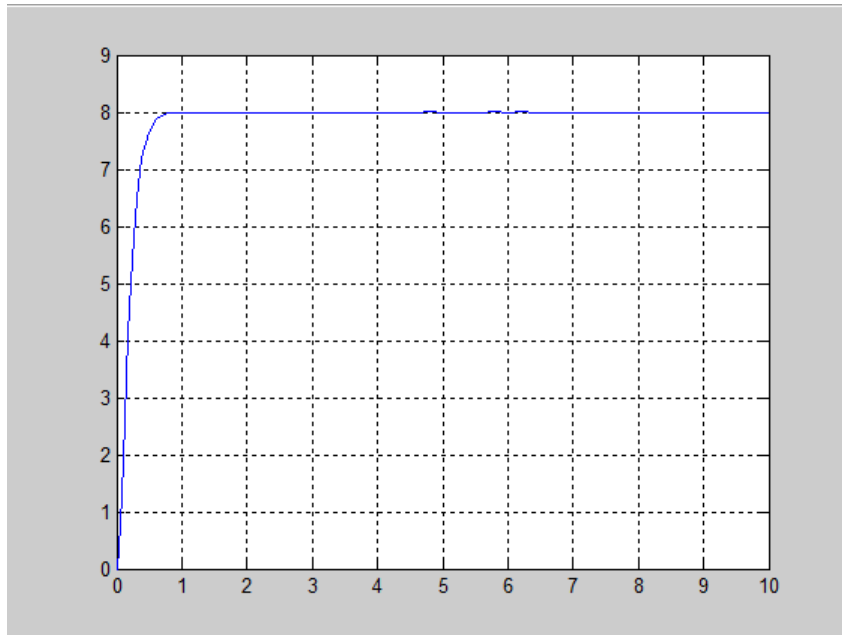


Figure 2.4: $K = 8$, $w_n = 10$, $\xi = 1$

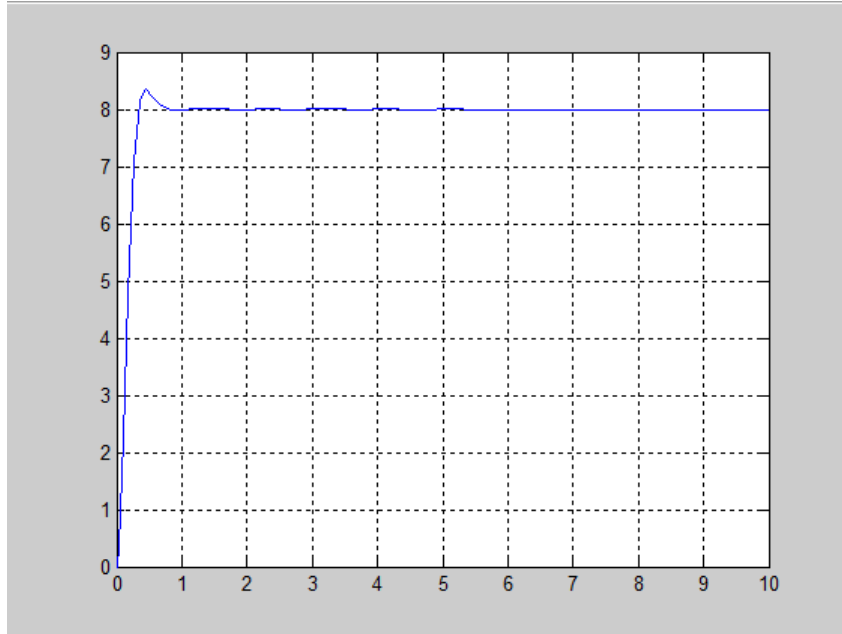


Figure 2.5: $K = 8$, $w_n = 10$, $\xi = 0,7$

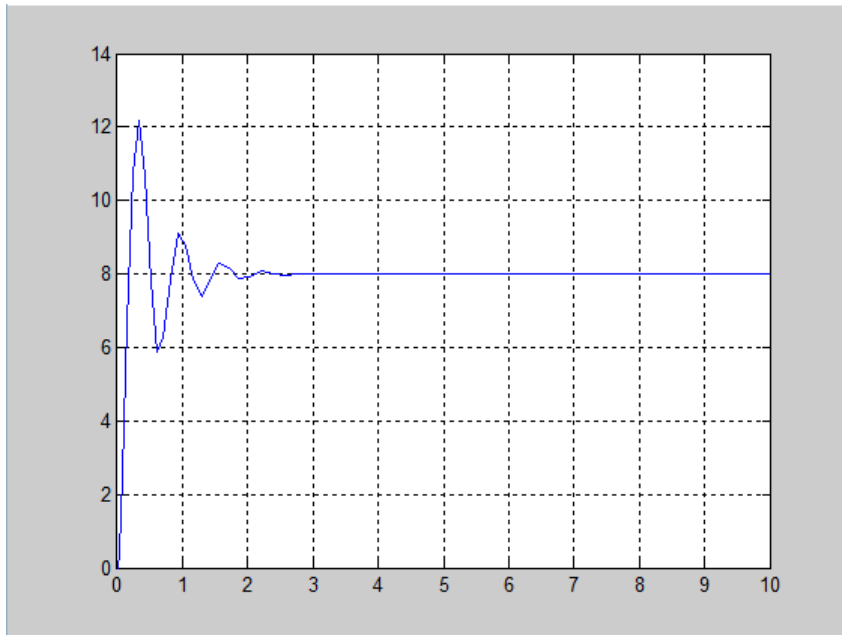


Figure 2.6: $K = 8$, $w_n = 10$, $\xi = 0,2$

Chapter 3

Questao 3

Para que a resposta ao degrau unitário do sistema, dada pela equação 3.1, tenha como parâmetros fixos, $M_p = 0,2$ e $T_p = 1$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + (1 + KK_k)s + K} \quad (3.1)$$

3.1 Simulação

Os valores encontrados foram:

- $K = 12,5$
- $K_h = 0,178$
- $T_s = 1,49$
- $M_p = 0,2$

3.2 Conclusões

Os valores encontrados na simulação conferem com os valores obtidos nos cálculos feitos em sala de aula, conforme mostrado na figura 3.1.

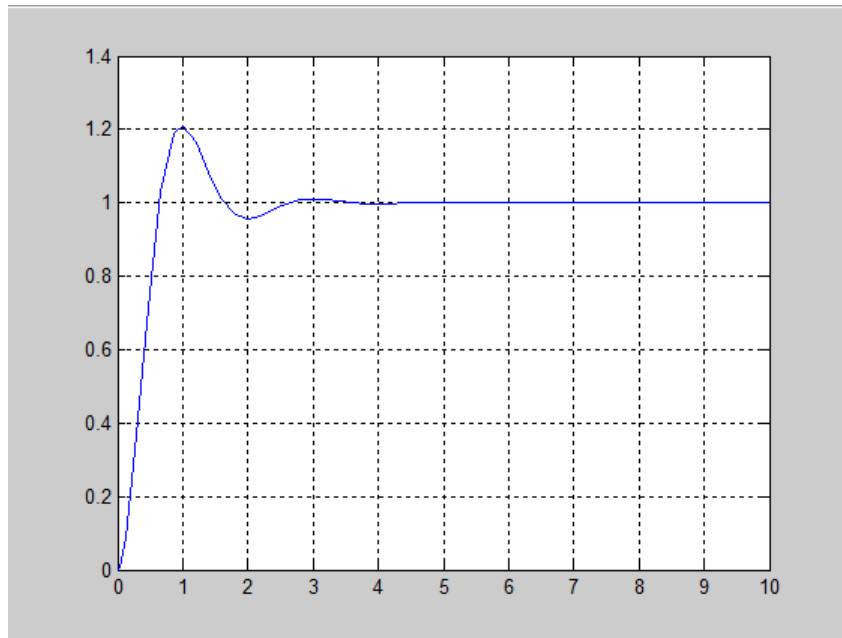


Figure 3.1: $M_p = 0, 2$, $T_s = 1$