

# Universidade Federal do Pará Curso de Engenharia Elétrica e da Computação

# Laboratório de Sistema de Controle - Experiência 4 Projeto de Controladores PID

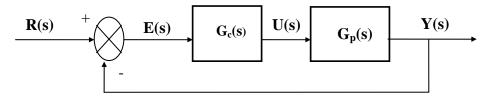
## 4.1 Objetivo

Nesta aula será apresentado um primeiro método de projeto de controladores PID que permite atender especificações relativas à resposta transitória em dois aspectos: sobre-sinal máximo e tempo de resposta. O método consiste em encontrar um controlador de tal forma que a função de transferência do sistema realimentado seja um sistema de primeira ou segunda ordem.

Também nesta aula será utilizado o método de Ziegler-Nichols para o projeto de controladores PID.

## 4.2 Descrição do Método

Seja o sistema realimentado:



Onde  $G_p(s)$  e  $G_c(s)$  são as funções de transferência do processo a ser controlado e do controlador respectivamente.

A função de transferência do sistema realimentado é:

$$M(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$
 (1)

Neste método calcula-se  $G_c(s)$  de tal maneira que M(s) seja um sistema de primeira ou de segunda ordem.

#### 4.3 O controlador

O controlador PID tem a seguinte função de transferência:

$$G_c(s) = K_p \left[ 1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right] \tag{2}$$

## 4.4 Redução a um sistema de primeira ordem

Se  $G_c(s)$  em (1) é determinada de tal forma que:

$$M(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{k}{\tau s + 1}$$
(3)

o sistema realimentado fica reduzido a um sistema de primeira ordem. Neste tipo de controle a resposta do sistema não apresenta sobre-sinal. A constante de tempo do sistema realimentado  $\tau$  é calculada para atender a especificação de tempo de resposta (estabilização) de acordo com:

#### Critério do 2%

 $t_r$  – tempo de resposta

au - constante de tempo do sistema realimentado

$$t_r \le valor\_desejado$$
 (4)

$$\tau \le \frac{valor\_desejado}{4} \tag{5}$$

#### Critério do 5%

 $t_r$  – tempo de resposta

 $\tau$  - constante de tempo do sistema realimentado

$$t_r \le valor\_desejado$$
 (6)

$$\tau \le \frac{valor\_desejado}{3} \tag{7}$$

#### **EXPERIMENTO 1**

Seja:

$$G_p(s) = \frac{2}{1 + 100s} \tag{8}$$

- Simular o sistema em malha aberta aplicando na entrada um degrau unitário e medir o tempo de resposta do sistema (critério 2%). Observar que o tempo de resposta é muito lento.
- Calcular um controlador proporcional de tal forma que o sistema realimentado tenha  $t_r \le 20 \,\mathrm{s}$ .
- Implementar o controlador e simular em malha fechada com uma referência do tipo degrau unitário. Medir o tempo de resposta e verificar se está de acordo com o desejado.

#### **EXPERIMENTO 2**

Considere o mesmo processo do Experimento 1:

- Calcular um controlador PI (proporcional-integral com  $T_i = 100$ ) de tal forma que o sistema realimentado:
- i) tenha saída sem sobre-sinal
- ii)  $t_r \le 30$  (critério 5%)
- iii) erro ao degrau unitário seja nulo.
- Implementar o controlador. Simular em malha fechada com uma referência do tipo degrau unitário. Medir o tempo de resposta e verificar se está de acordo com o desejado

#### 4.5 Redução a um sistema de segunda ordem

Se  $G_c(s)$  em (1) é determinada de tal forma que:

$$M(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} = k \frac{w_n^2}{s^s + 2\xi w_n s + w_n^2}$$
(9)

o sistema realimentado fica reduzido a um sistema de segunda ordem. Neste tipo de controle pode-se calcular  $\xi$  e  $w_n$  para atender as especificações de projeto:

Tempo de pico: 
$$t_p = \frac{\pi}{w_d} \operatorname{com} w_d = w_n \sqrt{1 - \xi^2}$$
 (10)

Sobre-sinal Máximo: 
$$M_p = e^{-(\xi/\sqrt{1-\xi^2})\pi}$$
 (11)

Tempo de resposta ( estabilização): 
$$t_r = \frac{4}{\xi w_n}$$
 (critério 2%) (12)

$$t_r = \frac{3}{\xi w_n} \quad \text{(critério 5\%)} \tag{13}$$

#### **EXPERIMENTO 3:**

Seja

$$G_p(s) = 2\frac{1}{1 + 0.2s} \tag{14}$$

- Simular em malha aberta, usando o degrau unitário como entrada e observar o sinal de saída.
- Deseja-se encontrar um controlador integral de tal forma que o sistema realimentado:
  - i) tenha o sinal de saída com 2% de sobre-sinal ( $M_p=0.02$ )
  - ii) erro ao degrau unitário nulo.
- Simular em malha fechada e verificar se as condições do projeto foram satisfeitas.

## 4.6 Método de Ziegler-Nichols para projeto de controladores PID (somente para o relatório)

Considere o processo representado pela seguinte função de transferência:

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)} \tag{15}$$

- Projete um controlador PID, utilizando uma das regras de sintonia de Ziegler-Nichols de tal forma que a seguinte especificação seja satisfeita:
  - i) Valor máximo do sobre-sinal menor ou igual a 25%.

Lembrando que o método de Ziegler-Nichols nos permite encontrar valores para os parâmetros do controlador PID que vão nos proporcionar uma operação estável do sistema, não garantindo que esta seja a resposta ótima. Logo, após a determinação dos parâmetros por uma das regras de Zigler-Nichols, uma sintonia fina deve ser realizada para que um resultado aceitável do sistema seja encontrado.