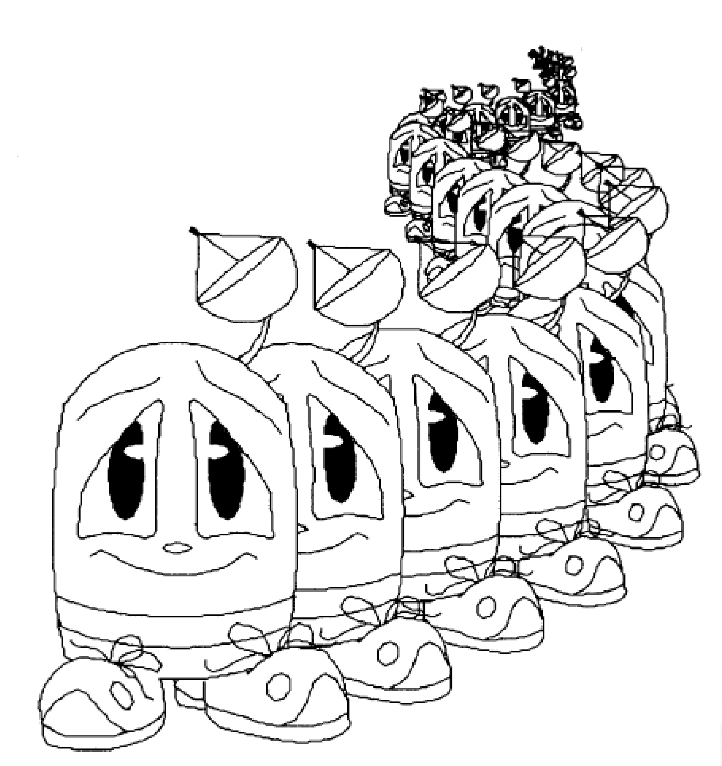
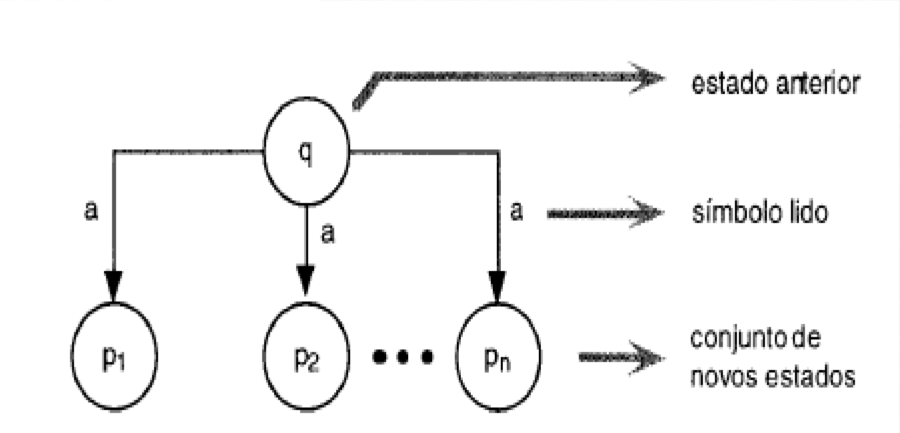
Autômato Finito
Não-determinístico (AFND)



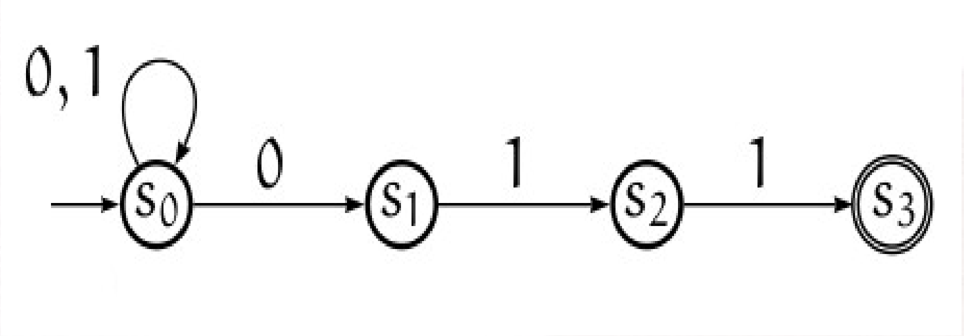
AFND

- Determinismo: quando uma máquina está em um estado, sabemos qual é o próximo estado.
- Não-determinismo: pode haver diversas opções na troca de estados e leitura do próximo símbolo.
  - É a generalização do determinismo.
  - Todo AFD é um AFND.

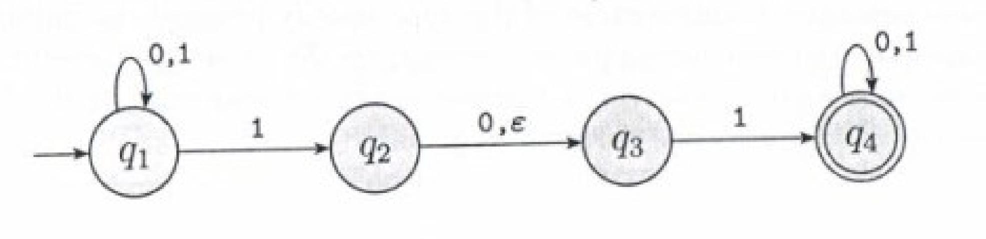


AFND

- Um AFD tem exatamente 1 transição para cada símbolo do alfabeto.
- AFND, não! Pode ter 0 ou mais transições para cada símbolo (inclusive ε)



AFND



- Ao receber 1 o AFND acima cria uma cópia de si para cada caminho em paralelo.
- Se ocorrerem outras situações iguais, repete a separação em cópias.
- Se ε , sem ler nenhum símbolo a máquina se divide, seguindo para o próximo estado apontado e permanecendo no atual.

AFND

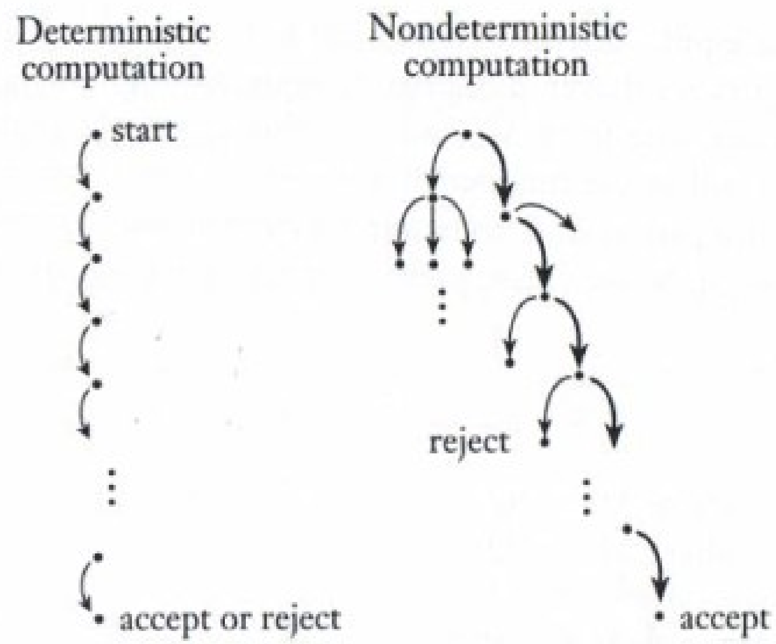
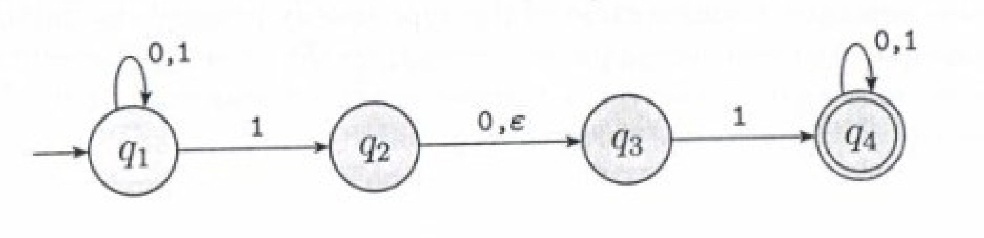


FIGURE 1.15
Deterministic and nondeterministic computations with an accepting branch

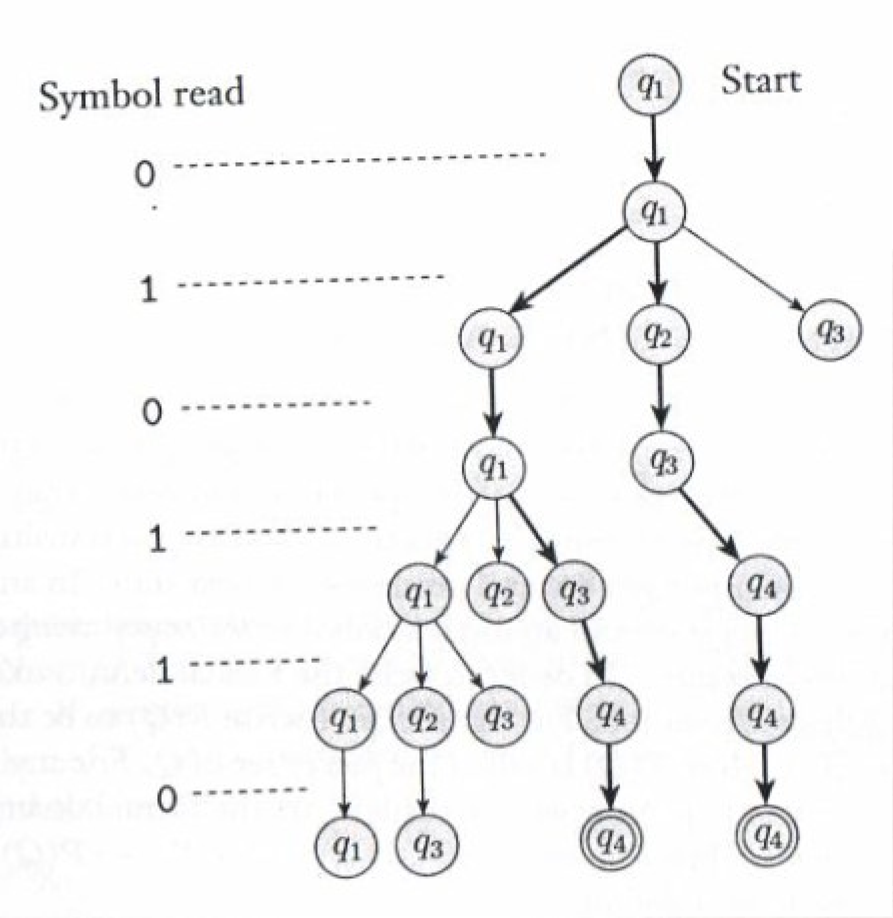
AFND

- Compute a sequência 010110 e 010:



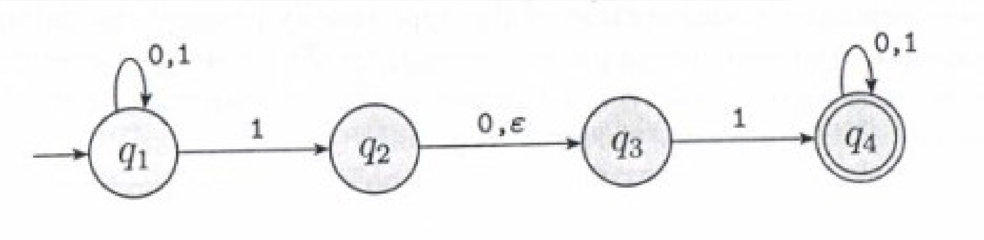
AFND

- Compute a sequência 010110:



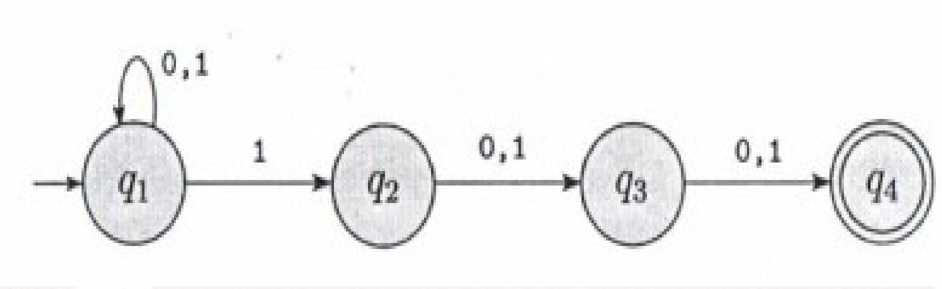
AFND

- Compute a sequência 010110 e 010:



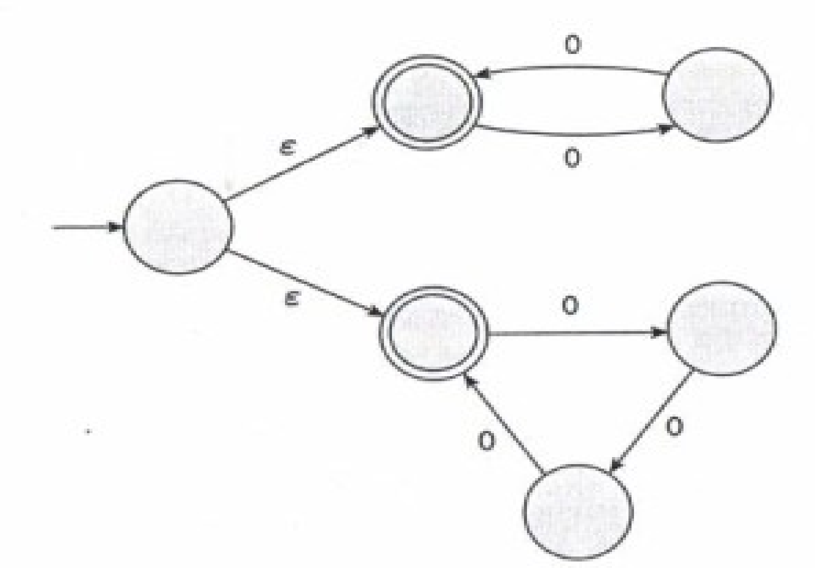
AFND

- Compute as entradas 000100 e 0011:



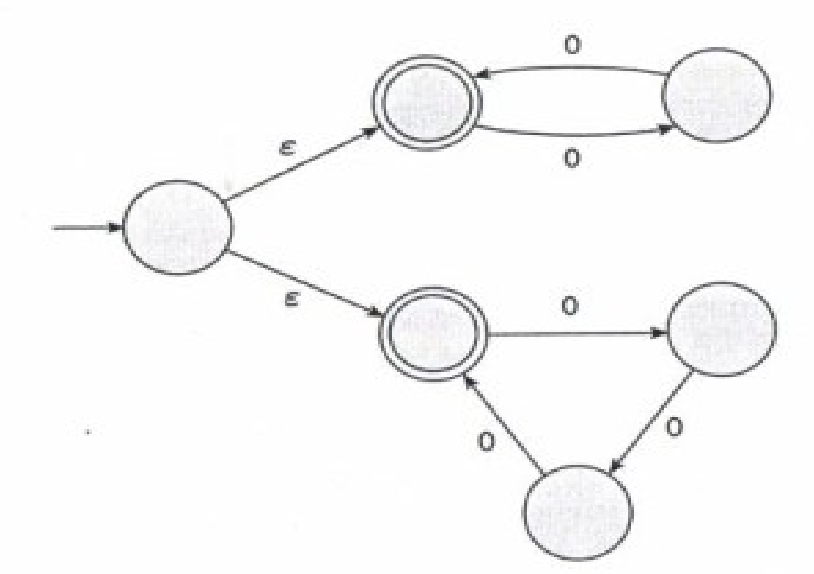
AFND

- Quais strings são aceitas para o AFND?
  - 0
  - 00
  - 000
  - 0000
  - 00000
  - 000000
  - ε



AFND

- Quais strings são aceitas para o AFND?
  - 0
  - 00
  - 000
  - 0000
  - 00000
  - 000000
  - ε



AFND

- Definição: Um AFND é uma 5-tupla na forma

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

onde:

Σ *alfabeto de símbolos de entrada*;

Q *conjunto de estados* possíveis do autômato o qual é finito;

δ *função programa* ou *função de transição*:

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$$

a qual é uma função parcial;

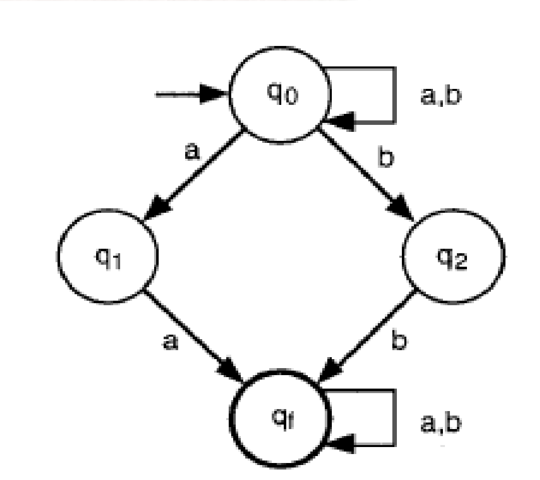
q_0 *estado inicial* tal que q_0 é elemento de Q;

F *conjunto de estados finais* tal que F está contido em Q.

AFND

- Descrição formal:

$$\Sigma=\{a,b\}$$
$$Q=\{q_0,q_1,q_2,q_f\}$$
$$\delta:Q\,x\,\Sigma\rightarrow Q$$



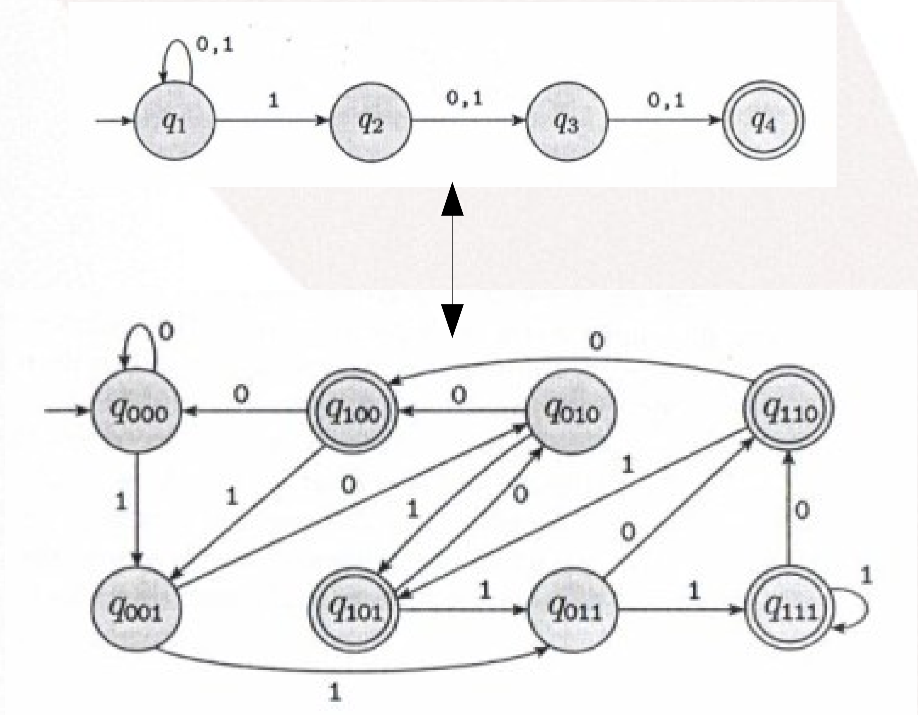
	a	b
q0	{q0,q1}	{q0,q2}
q1	qf	-
q2	-	qf
qf	qf	qf

$$q_0=q_0$$
$$F=q_f$$
$$M1=(\{a,b\},\{q_0,q_1,q_2,q_f\},\delta,\{q_0\},\{q_f\})$$

L(M1) = {w | w possui aa e bb como subpalavras.

Equivalência AFD e AFND

- Já foi dito que quando dois autômatos reconhecem a mesma liguagem, são equivalentes.
- Todo AFND possui um AFD equivalente



Equivalência AFD e AFND

- Se um AFDN tem k estados, ele possui 2^k sub-conjuntos de estados (possibilidades).
- O AFD equivalente deve ter 2^k estados.
- PROVA:
  - Tome $N=(\Sigma, Q, \delta, q_{0,} F)$ como um AFND que reconhece a linguagem A.
  - Inicie desconsiderando entradas ε .
  - Construa o AFD que reconhece A:

$$M=(\Sigma, Q', \delta', q_0', F')$$

Equivalência AFD e AFND

1. Q' = P(Q): todo estado de M é um conjunto de estados N. P(Q) é o sub-conjunto de Q.

2. Para $R \in Q'$ e $a \in \Sigma$, tome

$$\delta'(R,a)=\{q \in Q | q \in \delta(r,a)\ para\ algum\ r \in R\}$$

$$\delta'(R,a) = \bigcup_{r \in R} \delta(r,a).$$ União dos conjuntos $\delta(r,a)$ para cada r em R.

3.q0'={q0}.

4. F' = {R∈.Q' | R contém um estado aceito de N}.

Equivalência AFD e AFND

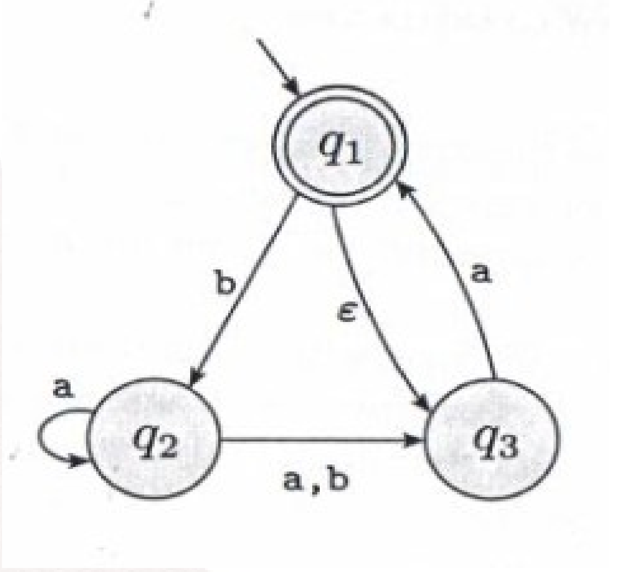
- Agora considerando ε
  - Para cada estado R em M, defina: E(R) ={q|q alcança R por 0 ou mais arestas ε}.
  - Modificando a função de transição para

$$\delta'(R,a)=\{q\in Q \mid q\in E(\delta(r,a))\ para\ algum\ r\in R\}$$

  - Modifique também o estado inicial q0 para E({q0}).
  - Pronto!!! :)
- Corolário: Uma liguagem é dita regular sse um AFND a reconhece.

Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Formalmente:

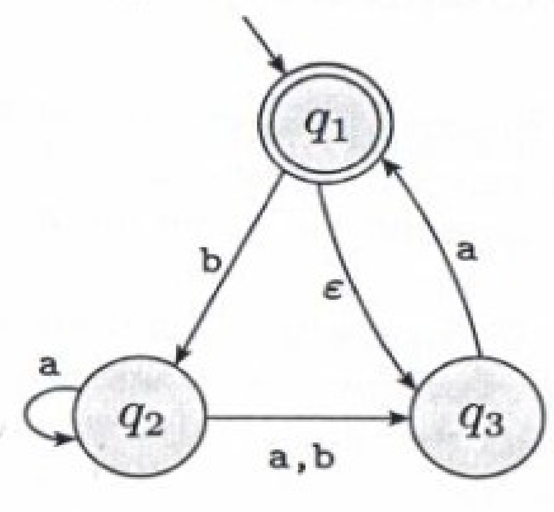


Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Formalmente:

$$M=(\{a,b\},\{q_{1,}q_{2,}q_3\},\delta',q_{1,}\{q_1\})$$

  - Os estados:



Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Formalmente:

$$M = (\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \delta', q_1, \{q_1\})$$

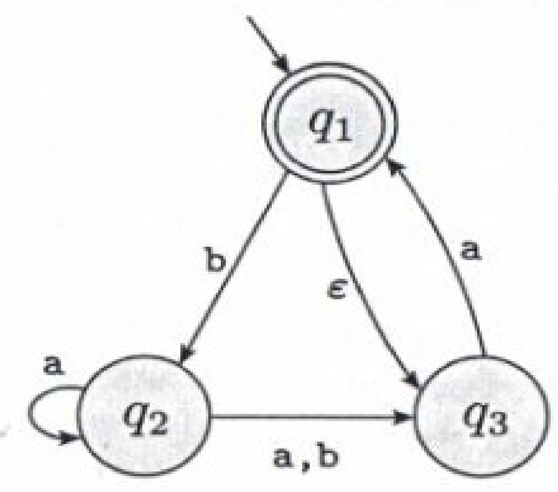
  - Os estados:

    n=3; 2^3 = 8 estados:

    $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

  - Estado incial

    e estados aceitos



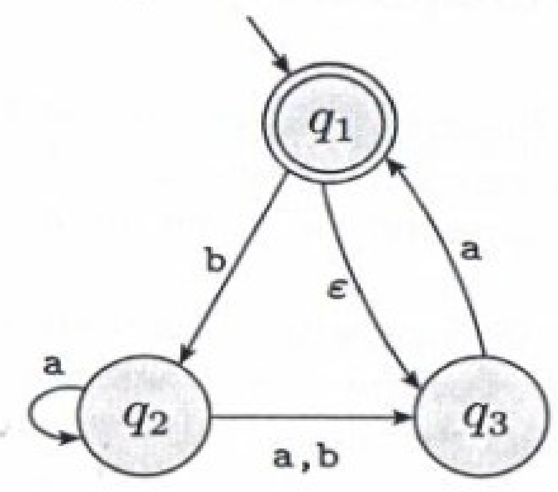
Estado inicial no AFND e conjuntos ligados por ε

Todos os estados que possuem o estado aceito q1.

Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Formalmente:

$$M = (\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \delta', q_1, \{q_1\})$$



  - Os estados:

    n=3; 2^3 = 8 estados:

    $\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

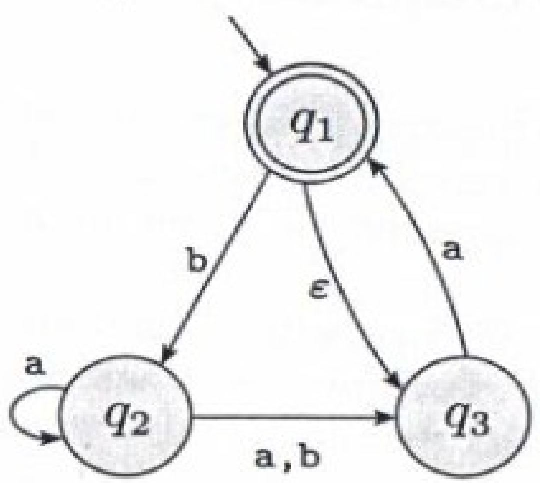
  - Estado incial: E({q1}) e E({q1,q3})

    e estados aceitos: {{1},{1,2},{1,3},{1,2,3}}

Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Função de transição: encontre as ligações entre todos os estados do AFND.

	a	b	ε
q1	-	q2	q3
q2	{q2,a3}	q3	-
q3	q1	-	-

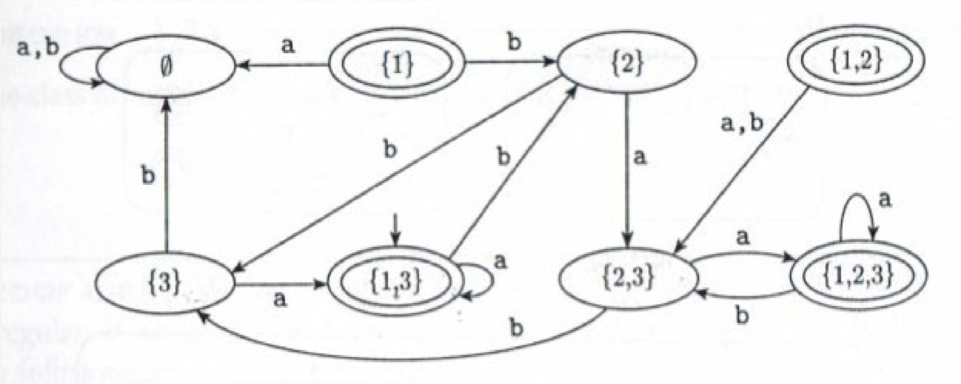


	a	b
q1		
q2		
q3		
{q1,q2}		
{q1,q3}		
{q2,q3}		
{q1,q2,q3}		
∅	∅	∅

Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Função de transição:

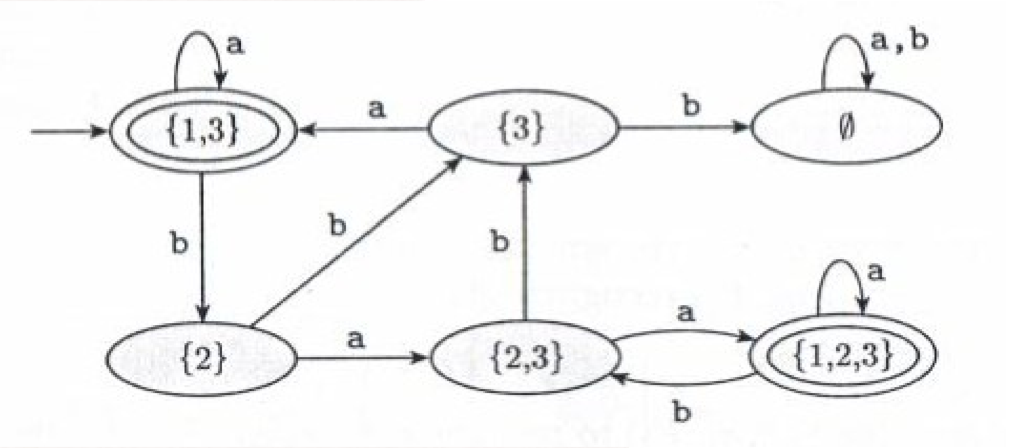
	a	b
q1	∅	q2
q2	{q2,q3}	q3
q3	{q1,q3}	∅
{q1,q2}	{q2,q3}	{q2,q3}
{q1,q3}	{q1,q3}	{q2}
{q2,q3}	{q1,q2,q3}	{q3}
{q1,q2,q3}	{q1,q2,q3}	{q2,q3}
∅	∅	∅



Equivalência AFD e AFND

- Exemplo:
  - Função de transição:

	a	b
~~q1~~	~~∅~~	~~q2~~
q2	{q2,q3}	q3
q3	{q1,q3}	∅
~~{q1,q2}~~	~~{q2,q3}~~	~~{q2,q3}~~
{q1,q3}	{q1,q3}	{q2}
{q2,q3}	{q1,q2,q3}	{q3}
{q1,q2,q3}	{q1,q2,q3}	{q2,q3}
∅	∅	∅



Equivalência AFε e AFND

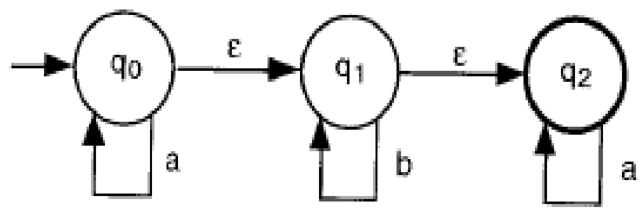


Figura 2.15 Grafo do Autômato Finito com Movimentos Vazios

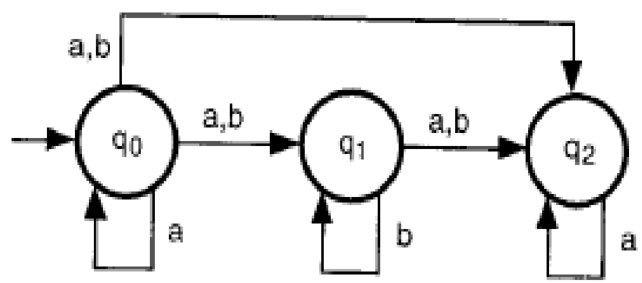
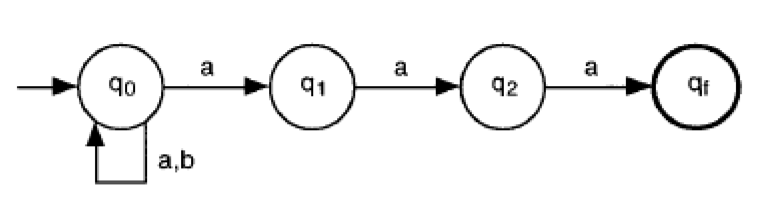


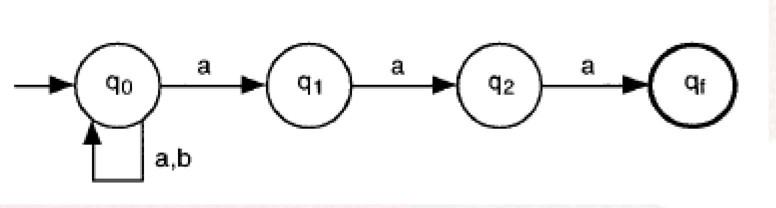
Figura 2.16 Grafo do Autômato Finito Não-Determinístico equivalente

Exercício



- Encontre a linguagem do AFND acima.
- Dê a definição formal do AFND.
- Encontre o AFD equivalente.

Exercício



- Encontre a linguagem do AFND acima.
- De a definição formal do automato.
- Encontre o AFD equivalente.