UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
FACULDADE DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
E TELECOMUNICAÇÕES

Técnicas de Otimização

Método Simplex

Professor Dr. Lamartine Vilar de Souza
lvsouza@ufpa.br
www.lvsouza.ufpa.br

Belém - 2015

Avisos Iniciais

• Os conceitos e textos abordados neste capítulo foram retirados integralmente e textualmente da bibliografia contida no plano de aula desta disciplina.

• Estes ***slides*** não substituem nem suprem uma leitura detalhada e completa dos assuntos que serão estudados e dos relacionados existentes nas bibliografias sugeridas e em outras referências bibliográficas eventualmente encontradas pelos estudantes.

• Utilize estes ***slides*** **APENAS** como um direcionador para os seus estudos em livros ou materiais da área.

Tópicos

1. Simplex revisado;
2. Método de duas fases;
3. Método simplex para redes.

Simplex Revisado

O Método Simplex

Introdução

- É um procedimento (algoritmo) para a resolução de PL;

- Busca passar de um ponto extremo, na região de soluções viáveis, até outro ponto extremo melhor, até achar a solução ótima.

O Método Simplex

Modelo de PL na forma de equação

- O Simplex impõe duas condições:
  - Todas as restrições são equações cujos LD (lado direito) são **não negativas**;
  - Todas as variáveis são **não negativas**.

O Método Simplex

Modelo de PL na forma de equação

- Conversão de desigualdades em equações com LD não negativo
  - **Restrições do Tipo ≤**
    - **Variável de Folga** (não negativa)
      - Representa uma folga ou uma quantidade do recurso não utilizado.
    - Exemplo:
      - $6x_1 + 4x_2 \leq 24 \Rightarrow 6x_1 + 4x_2 + s_1 = 24$
      - s_1 será a folga ou a quantidade não utilizada;
  - **Restrições do Tipo ≥**
    - **Variável de Sobra**
      - Representa a quantidade pelo qual o LE (lado esquerdo) excede o LD.
    - Exemplo:
      - $x_1 + x_2 \geq 800 \Rightarrow x_1 + x_2 = 800 + s_1 \Rightarrow x_1 + x_2 - s_1 = 800$
      - s_1 será a sobra ;

O Método Simplex

- Para resolver um problema de PL utilizando o método Simplex, converte-se, temporariamente, todas as restrições de desigualdade em restrições de igualdade, **somando uma nova variável a cada restrição '<= a'** e **subtraindo uma nova variável de cada restriçao '>= a'**.

Por exemplo: $a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \ldots + a_{kn}X_n <= b_k$

converte-se para: $a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \ldots + a_{kn}X_n \mathbf{+ S_k} = b_k$

e: $a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \ldots + a_{kn}X_n >= b_k$

converte-se para: $a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \ldots + a_{kn}X_n \mathbf{- S_k} = b_k$

O Método Simplex

Soluções Básica e Não Básica

- Considere o seguinte exemplo:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize} & z = 80x + 60y \\ \text{Sujeito a} & 4x + 6y \leq 24 \\ & 4x + 2y \leq 16 \\ & \quad\quad y \leq 3 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

- Adicionando-se todas as variáveis de folga tem-se:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize} & z = 80x + 60y \\ \text{Sujeito a} & 4x + 6y + \mathbf{s_1} = 24 \\ & 4x + 2y + \mathbf{s_2} = 16 \\ & \quad\quad y + \mathbf{s_3} = 3 \\ & x, y, \mathbf{s_1}, \mathbf{s_2}, \mathbf{s_3} \geq 0 \end{array}$$

O Método Simplex

Solução Básica e Não Básica

- O sistema resultante tem:
  - **m = 3** equações e **n = 5** variáveis
- Esse sistema é **indeterminado**, pois o nº de variáveis é maior que o de equações.
- Solução:
  - Em um conjunto com **m *x* n** equações e variáveis, respectivamente, (**m < n**) iguala-se **n – m** variáveis a zero (solução não básica) e depois resolve-se as **m** equações para as **m** variáveis restantes. A solução resultante é chamada de solução básica (**ponto extremo**).
  - **Resumo**
    - **n - m** variáveis iguais a zero (não básicas);
    - **m** variáveis básicas .

Um Exemplo de Problema de PL

A Tabajara Banheiras fabrica e vende dois modelos de banheiras: a Aqua-Spa e a Hydro-Lux.

	Aqua-Spa	Hydro-Lux
Bomba	1	1
Produção	9 horas	6 horas
Tubulação	12 m	16 m
Lucro	$ 350	$ 300

O proprietário espera ter **1.566 horas** de trabalho de produção e **2.880 metros** de tubulação disponíveis durante o próximo ciclo de produção. Também terá, para o próximo ciclo de produção, apenas **200 bombas**. **Como ele pode maximizar o seu lucro, dadas as condições existentes?**

Modelo de PL para a Tabajara Banheiras

MAX: $350X_1 + 300X_2$

Sujeito a:

$$1X_1 + 1X_2 <= 200$$
$$9X_1 + 6X_2 <= 1566$$
$$12X_1 + 16X_2 <= 2880$$
$$X_1 >= 0$$
$$X_2 >= 0$$

O Método Simplex

MAX:	$350X_1 + 300X_2$	} lucro
Sujeito a.:	$1X_1 + 1X_2 + \mathbf{S_1} = 200$	} bombas
	$9X_1 + 6X_2 + \mathbf{S_2} = 1566$	} produção
	$12X_1 + 16X_2 + \mathbf{S_3} = 2880$	} tubulação
	$X_1, X_2, \mathbf{S_1}, \mathbf{S_2}, \mathbf{S_3} >= 0$	} **condição de não negatividade**

Se houver um total de ***n*** variáveis em um sistema de ***m*** equações, uma estratégia para encontrar uma solução para o sistema de equações é selecionar quaisquer ***m*** variáveis e tentar encontrar valores para elas que resolvam o sistema.

O Método Simplex

Uma combinação de 05 elementos em grupos de 3, onde a ordem não importa e não havendo reposição dos elementos selecionados. **Quantas soluções possíveis?**

Isto resulta em 10 soluções possíveis.

$$C_{N,n} = \frac{N!}{n!\,(N-n)!} = C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{120}{12} = 10$$

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0, X_2 = 0$	

O Método Simplex – Solução 1

MAX: $350X_1 + 300X_2$ } lucro

Sujeito a.: $1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$ } bombas

$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$ } produção

$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$ } tubulação

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$ } **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0, X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	$X_2 = 0, S_2 = 0$	

O Método Simplex – Solução 2

MAX: $350X_1 + 300X_2$ } lucro

Sujeito a.: $1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$ } bombas

$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$ } produção

$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$ } tubulação

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$ } **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	$S_1 = 0$, $S_2 = 0$	

O Método Simplex – Solução 3

MAX: $350X_1 + 300X_2$ } lucro

Sujeito a.: $1X_1 + 1X_2 + \mathbf{S_1} = 200$ } bombas

$9X_1 + 6X_2 + \mathbf{S_2} = 1566$ } produção

$12X_1 + 16X_2 + \mathbf{S_3} = 2880$ } tubulação

$X_1, X_2, \mathbf{S_1}, \mathbf{S_2}, \mathbf{S_3} >= 0$ } **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $\mathbf{S_1 = 200}$, $\mathbf{S_2 = 1566}$, $\mathbf{S_3 = 2880}$	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	$\mathbf{X_1 = 174}$, $X_2 = 0$, $\mathbf{S_1 = 26}$, $S_2 = 0$, $\mathbf{S_3 = 792}$	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	$\mathbf{X_1 = 122}$, $\mathbf{X_2 = 78}$, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, $\mathbf{S_3 = 168}$	66.100

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $\mathbf{S_1 = 200}$, $\mathbf{S_2 = 1566}$, $\mathbf{S_3 = 2880}$	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	$\mathbf{X_1 = 174}$, $X_2 = 0$, $\mathbf{S_1 = 26}$, $S_2 = 0$, $\mathbf{S_3 = 792}$	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	$\mathbf{X_1 = 122}$, $\mathbf{X_2 = 78}$, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, $\mathbf{S_3 = 168}$	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	$S_1 = 0$, $S_3 = 0$	

O Método Simplex – Solução 4

MAX:	$350X_1 + 300X_2$	} lucro
Sujeito a.:	$1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$	} bombas
	$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$	} produção
	$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$	} tubulação
	$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$	} **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0, X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0, S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 = 120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0, S_3 = 0$	

O Método Simplex – Solução 5

MAX: $350X_1 + 300X_2$ } lucro

Sujeito a.: $1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$ } bombas

$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$ } produção

$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$ } tubulação

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$ } **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	$S_2 = 0$, $S_3 = 0$	

O Método Simplex – Solução 6

MAX:	$350X_1 + 300X_2$	} lucro
Sujeito a.:	$1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$	} bombas
	$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$	} produção
	$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$	} tubulação
	$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$	} **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	$X_2 = 0$, $S_3 = 0$	

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

O Método Simplex – Solução 7

MAX: $350X_1 + 300X_2$ } lucro

Sujeito a.: $1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$ } bombas

$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$ } produção

$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$ } tubulação

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$ } **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$**, $S_3 = 0$	84.000

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	**Variáveis Não Básicas**	**Solução**	**Valor da Função Objetivo**
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$,** $S_3 = 0$	84.000
8*	X_1, S_2, S_3	X_2, S_1	$X_2 = 0$, $S_1 = 0$,	

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

O Método Simplex – Solução 8

MAX:	$350X_1 + 300X_2$	} lucro
Sujeito a.:	$1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$	} bombas
	$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$	} produção
	$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$	} tubulação
	$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$	} **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$**, $S_3 = 0$	84.000
8*	X_1, S_2, S_3	X_2, S_1	**$X_1 = 200$**, $X_2 = 0$, $S_1 = 0$, **$S_2 = -234$**, **$S_3 = 480$**	70.000

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$,** $S_3 = 0$	84.000
8*	X_1, S_2, S_3	X_2, S_1	**$X_1 = 200$**, $X_2 = 0$, $S_1 = 0$, **$S_2 = -234$**, **$S_3 = 480$**	70.000
9*	X_2, S_2, S_3	X_1, S_1	$X_1 = 0$, $S_1 = 0$,	

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

O Método Simplex – Solução 9

MAX:	$350X_1 + 300X_2$	} lucro
Sujeito a.:	$1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$	} bombas
	$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$	} produção
	$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$	} tubulação
	$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$	} **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$**, $S_3 = 0$	84.000
8*	X_1, S_2, S_3	X_2, S_1	**$X_1 = 200$**, $X_2 = 0$, $S_1 = 0$, **$S_2 = -234$**, **$S_3 = 480$**	70.000
9*	X_2, S_2, S_3	X_1, S_1	$X_1 = 0$, **$X_2 = 200$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 366$**, **$S_3 = -320$**	60.000

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$**, $S_3 = 0$	84.000
8*	X_1, S_2, S_3	X_2, S_1	**$X_1 = 200$**, $X_2 = 0$, $S_1 = 0$, **$S_2 = -234$**, **$S_3 = 480$**	70.000
9*	X_2, S_2, S_3	X_1, S_1	$X_1 = 0$, **$X_2 = 200$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 366$**, **$S_3 = -320$**	60.000
10*	X_2, S_1, S_3	X_1, S_2	$X_1 = 0$, $S_2 = 0$,	

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

O Método Simplex – Solução 10

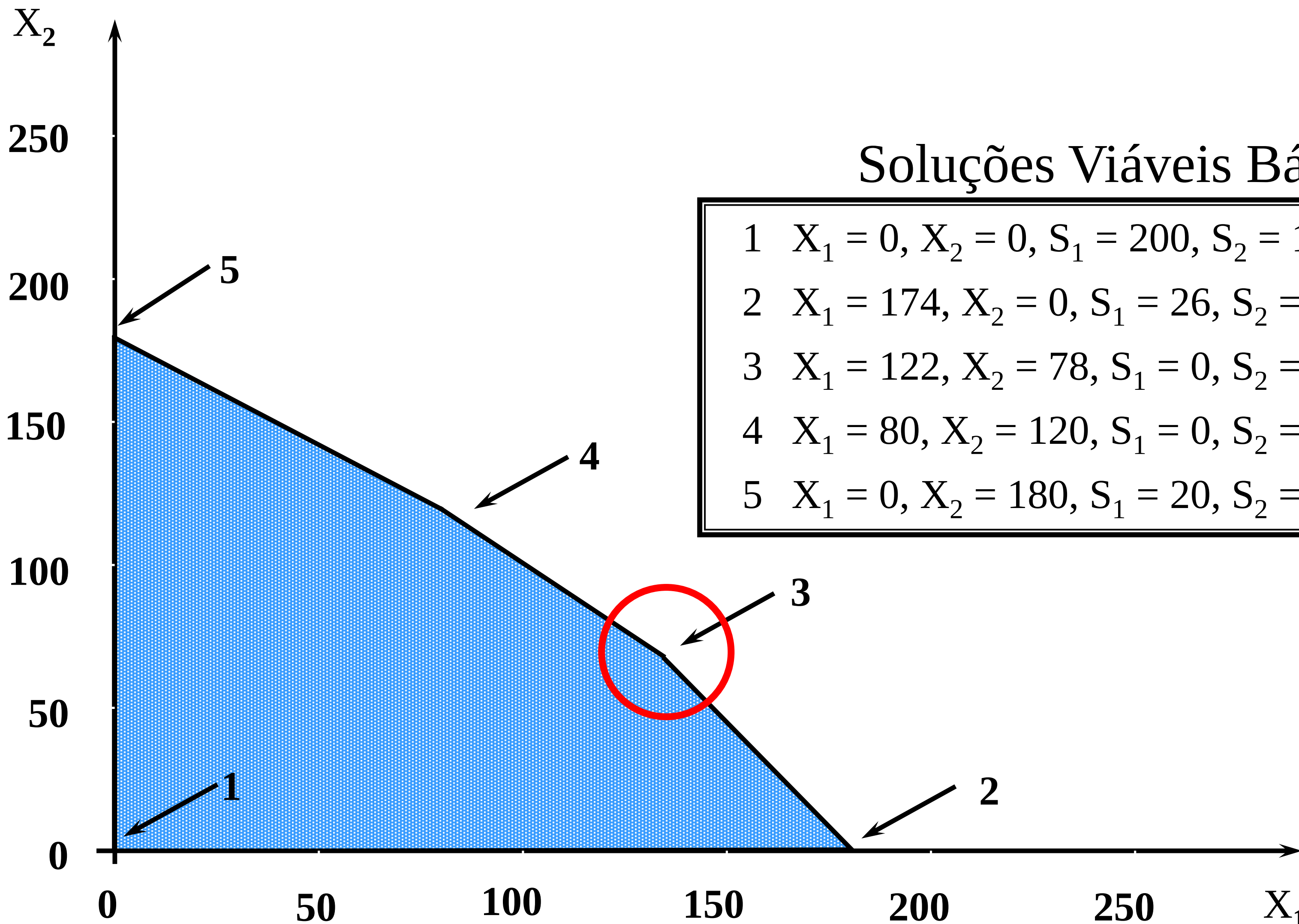
MAX:	$350X_1 + 300X_2$	} lucro
Sujeito a.:	$1X_1 + 1X_2 + S_1 = 200$	} bombas
	$9X_1 + 6X_2 + S_2 = 1566$	} produção
	$12X_1 + 16X_2 + S_3 = 2880$	} tubulação
	$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 >= 0$	} **condição de não negatividade**

Possíveis Soluções para o Problema da Tabajara Banheiras

	Variáveis Básicas	Variáveis Não Básicas	Solução	Valor da Função Objetivo
1	S_1, S_2, S_3	X_1, X_2	$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, **$S_1 = 200$**, **$S_2 = 1566$**, **$S_3 = 2880$**	0
2	X_1, S_1, S_3	X_2, S_2	**$X_1 = 174$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = 26$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = 792$**	60.900
3	X_1, X_2, S_3	S_1, S_2	**$X_1 = 122$**, **$X_2 = 78$**, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, **$S_3 = 168$**	66.100
4	X_1, X_2, S_2	S_1, S_3	**$X_1 = 80$**, **$X_2 =120$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 126$**, $S_3 = 0$	64.000
5	X_2, S_1, S_2	X_1, S_3	$X_1 = 0$, **$X_2 = 180$**, **$S_1 = 20$**, **$S_2 = 486$**, $S_3 = 0$	54.000
6*	X_1, X_2, S_1	S_2, S_3	**$X_1 = 108$**, **$X_2 = 99$**, **$S_1 = -7$**, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$	67.500
7*	X_1, S_1, S_2	X_2, S_3	**$X_1 = 240$**, $X_2 = 0$, **$S_1 = -40$**, **$S_2 = -594$**, $S_3 = 0$	84.000
8*	X_1, S_2, S_3	X_2, S_1	**$X_1 = 200$**, $X_2 = 0$, $S_1 = 0$, **$S_2 = -234$**, **$S_3 = 480$**	70.000
9*	X_2, S_2, S_3	X_1, S_1	$X_1 = 0$, **$X_2 = 200$**, $S_1 = 0$, **$S_2 = 366$**, **$S_3 = -320$**	60.000
10*	X_2, S_1, S_3	X_1, S_2	$X_1 = 0$, **$X_2 = 261$**, **$S_1 = -61$**, $S_2 = 0$, **$S_3 = -1296$**	78.300

Observação: * denota soluções não viáveis, pois violam as **condições de não negatividade**.

Soluções Viáveis Básicas e Pontos Extremos



Soluções Viáveis Básicas

1	$X_1 = 0, X_2 = 0, S_1 = 200, S_2 = 1566, S_3 = 2880$
2	$X_1 = 174, X_2 = 0, S_1 = 26, S_2 = 0, S_3 = 792$
3	$X_1 = 122, X_2 = 78, S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 168$
4	$X_1 = 80, X_2 = 120, S_1 = 0, S_2 = 126, S_3 = 0$
5	$X_1 = 0, X_2 = 180, S_1 = 20, S_2 = 486, S_3 = 0$

O Método Simplex - Exercício

Maximize	$\mathbf{z = 80x + 60y}$
Sujeito a	$\mathbf{4x + 6y \leq 24}$
	$\mathbf{4x + 2y \leq 16}$
	$\mathbf{x, y \geq 0}$

Método de Duas Fases

Método Simplex para Redes