

## EXPLICAÇÕES MÉTODO SIMPLEX

O método *Simplex* é um algoritmo utilizado para calcular algebricamente Problemas de Programação Linear (PPL) e tenta encontrar uma ou mais soluções ótimas para cada problema apresentado. A solução ótima de um modelo é uma solução viável do sistema, ou seja, um ponto extremo do hiperplano gerado pelas restrições. Para resolver um PPL é necessário conhecer alguma solução inicial do sistema, ou seja, um dos pontos do hiperplano gerado.

Se a solução inicial for ótima o processo é encerrado, caso contrário um dos pontos adjacentes fornece um valor melhor que o inicial. Neste caso, o método faz a mudança de um ponto que otimize o PPL. Esse procedimento é repetido até que seja obtido um ponto extremo que seja a solução ótima. A seguir, será apresentada a explicação do código do método *simplex*, com as variáveis e funções que ajudarão na compreensão código.

O PPL não precisa estar na forma padrão para o programa funcionar. Para inserir o Problema de Programação Linear (PPL), deve-se fornecer o número de restrições do problema e o número de variáveis. Para colocar a matriz na forma padrão, na função **main**, a variável “aux”, guarda a posição da matriz a partir da qual são colocadas as variáveis de folga, o que leva o aumento do número de colunas da matriz. No código, o tamanho da matriz “restricoes” apenas copia os coeficientes de uma para outra, pois  $padrao[i][j] = restricoes[i][j]$ .

Após algumas condições e comandos de repetição no código, a função “Z” objetivo é colocada na forma padrão. O sinal é alterado caso a função objetivo seja de maximização (equivale a multiplicar todo o Z por -1). Como a matriz “restricoes” não é utilizada na forma padrão, foi usada uma outra variável para desalocar o espaço, que é executada pela seguinte atribuição presente no código:  $restricoes = desaloca\_matriz(l, restricoes)$ .

Em seguida, a matriz “tableaux” guarda o *tableau* (inicial e os outros até chegar na solução ótima). Para que seja possível encontrar o *tableau*, é preciso adicionar mais uma coluna (c) para “Z” e uma linha (l) para a “base”. Feito isso, o programa define a primeira linha do *tableau* e caso seja um problema de minimização, multiplica-se a linha por “-1”, inclusive o “Z”.

Ao atribuir a coluna de “Z”, definimos “1” na primeira linha e “0” nas outras. O “Z” é atribuído como a linha base do *tableau* e as restrições também são acrescentadas.

Na função **primeira\_fase**, o parâmetro “W” (que é inicialmente declarado na função **main**), é verificado mediante à variável “isOtimo”, a qual verifica o ótimo do *tableau*, ou seja, caso a variável “isOtimo” seja igual à “1”, o parâmetro “W” não é igual à zero, podendo assim escolher as variáveis que vão entrar (in) e sair (aux), gerando assim uma nova solução.

Se o ótimo (variável “isOtimo”) for igual a 2, a função não tem solução, caso contrário, o “W” é igual a zero e finaliza a primeira fase. No entanto, se

“isOtimo” for 0 (zero), inicia-se a segunda fase e o *tableau* é mostrado na tela, assim como o resultado.

Na função **imprime\_tableaux**, o vetor guarda os índices dos “x” para serem impressos embaixo do *tableau*. A função **calloc** cria um vetor de tamanho dinâmico. Após imprimir o *tableau*, no código existe um comando de repetição *for* que percorre o vetor e busca se o índice do “x” em questão que está na base e dependendo das condições apresentadas no código, os valores calculados da matriz “tableaux” são impressos, ou valor igual a 0.

Caso o elemento da linha “0” e coluna “0” da matriz “tableaux” seja igual a “-1” e o elemento da linha “0” e coluna “c -1” (numero de colunas menos 1) da mesma matriz seja diferente de “0”, o valor de “Z” maximizado ou “-Z” minimizado será impresso.

As funções **variable\_in** e **variable\_out** encontram quem deve entrar e sair da base respectivamente, portanto, depois de impresso o *tableau* inicial, a partir da primeira iteração (as interações são feitas na função **iteração\_tableaux**), caso não seja encontrada a solução ótima, uma variável deverá entrar e outra deverá sair, dando continuidade ao procedimento até encontrar o ótimo do problema.

A função responsável por testar as duas funções descritas anteriormente (**variable\_in** e **variable\_out**) é a **resultado\_tableaux**, a qual determina se a solução é degenerada, se o problema possui múltiplas soluções, ou se a função tem solução infinita, ou mesmo se é solução ótima, ou não, pois essa função aplica os cálculos do *tableau*.

Ainda sobre a função **resultado\_tableaux**, um comando de repetição *for* é responsável por realizar o cálculo da nova linha pivô e essa nova linha será dividida pela intersecção entre a linha e a coluna pivô. Um outro *for* inicia o percurso pela primeira linha do *tableau* e existe uma condição que determina se prossegue com os cálculos, caso a linha atual não seja a linha pivô, pois ela já foi calculada antes. Dentro desse *for*, existe um que caso a condição não seja a linha pivô, ele percorrerá a linha toda. Uma variável auxiliar presente no *for* interno guarda a intersecção entre a linha atual com a coluna pivô. Os novos valores de cada linha, são cada valor subtraído da multiplicação de “aux” (variável auxiliar) com o valor correspondente na mesma coluna, na linha pivô.

Nos exemplos que sucedem, foi-se detalhado cada um deles e o programa mostra quando a solução ótima é encontrada, além de dizer qual o tipo de solução, assim como foi apresentado no código.

- Primeiro exemplo

```

-----SIMPLEX-----
Quantas restricoes tem o problema? 2
Quantas variaveis tem o problema? 2
Digite o coeficiente de X1 de Z: -2
Digite o coeficiente de X2 de Z: -4
Digite o coeficiente de X1 da restricao 1: 1
Digite o coeficiente de X2 da restricao 1: 2
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 1: 4
Digite o coeficiente de X1 da restricao 2: -1
Digite o coeficiente de X2 da restricao 2: 1
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 2: 1

O problema e de:
1. Maximizacao
2. Minimizacao
? 2

```

O problema e:

$$\text{Min } Z = -2X_1 - 4X_2$$

Sujeito a:

$$1X_1 + 2X_2 \leq 4$$

$$-1X_1 + 1X_2 \leq 1$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Forma padrao:

$$-Z - 2X_1 - 4X_2 + 0X_3 + 0X_4 = 0$$

Sujeito a:

$$1X_1 + 2X_2 + 1X_3 + 0X_4 = 4$$

$$-1X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 1X_4 = 1$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Tableaux:

|      | Z    | X1   | X2   | X3  | X4  | b   |
|------|------|------|------|-----|-----|-----|
| base | -1.0 | -2.0 | -4.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| X3   | 0.0  | 1.0  | 2.0  | 1.0 | 0.0 | 4.0 |
| X4   | 0.0  | -1.0 | 1.0  | 0.0 | 1.0 | 1.0 |

X1 = 0; X2 = 0; X3 = 4.0; X4 = 1.0;  
Z = 0.0

A SOLUCAO NAO E OTIMA!!!

ENTRA A VARIAVEL X2  
SAI A VARIAVEL X4

NOVA SOLUCAO:

|      | Z    | X1   | X2  | X3  | X4   | b   |
|------|------|------|-----|-----|------|-----|
| base | -1.0 | -6.0 | 0.0 | 0.0 | 4.0  | 4.0 |
| X3   | 0.0  | 3.0  | 0.0 | 1.0 | -2.0 | 2.0 |
| X2   | 0.0  | -1.0 | 1.0 | 0.0 | 1.0  | 1.0 |

X1 = 0; X2 = 1.0; X3 = 2.0; X4 = 0;  
Z = -4.0

A SOLUCAO NAO E OTIMA!!!

ENTRA A VARIAVEL X1  
SAI A VARIAVEL X3

NOVA SOLUCAO:

|      | Z    | X1  | X2  | X3  | X4   | b   |
|------|------|-----|-----|-----|------|-----|
| base | -1.0 | 0.0 | 0.0 | 2.0 | 0.0  | 8.0 |
| X1   | 0.0  | 1.0 | 0.0 | 0.3 | -0.7 | 0.7 |
| X2   | 0.0  | 0.0 | 1.0 | 0.3 | 0.3  | 1.7 |

X1 = 0.7; X2 = 1.7; X3 = 0; X4 = 0;  
Z = -8.0

A SOLUCAO E OTIMA!!!

- Segundo exemplo

```

Quantas variaveis tem o problema? 2
Digite o coeficiente de X1 de Z: -5
Digite o coeficiente de X2 de Z: -2
Digite o coeficiente de X1 da restricao 1: 4
Digite o coeficiente de X2 da restricao 1: 3
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 1: 12
Digite o coeficiente de X1 da restricao 2: 1
Digite o coeficiente de X2 da restricao 2: 0
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 2: 3
Digite o coeficiente de X1 da restricao 3: 0
Digite o coeficiente de X2 da restricao 3: 1
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 3: 4

O problema e de:
1. Maximizacao
2. Minimizacao
? 1

```

O problema e:

$$\text{Max } Z = -5X_1 - 2X_2$$

Sujeito a:

$$4X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$1X_1 + 0X_2 \leq 3$$

$$0X_1 + 1X_2 \leq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Forma padrao:

$$Z + 5X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 = 0$$

Sujeito a:

$$4X_1 + 3X_2 + 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 = 12$$

$$1X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0X_5 = 3$$

$$0X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 1X_5 = 4$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

```

Tableaux:

      Z      X1      X2      X3      X4      X5      b
base  -1.0    -5.0    -2.0     0.0     0.0     0.0     0.0
X3     0.0     4.0     3.0     1.0     0.0     0.0    12.0
X4     0.0     1.0     0.0     0.0     1.0     0.0     3.0
X5     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     1.0     4.0

X1 = 0; X2 = 0; X3 = 12.0; X4 = 3.0; X5 = 4.0;
Z = 0.0

A SOLUCAO NAO E OTIMA!!!

ENTRA A VARIAVEL X1
SAI A VARIAVEL X3

```

```

NOVA SOLUCAO:

      Z      X1      X2      X3      X4      X5      b
base  -1.0     0.0     1.8     1.3     0.0     0.0    15.0
X1     0.0     1.0     0.8     0.3     0.0     0.0     3.0
X4     0.0     0.0    -0.8    -0.3     1.0     0.0     0.0
X5     0.0     0.0     1.0     0.0     0.0     1.0     4.0

X1 = 3.0; X2 = 0; X3 = 0; X4 = 0.0; X5 = 4.0;
Z = -15.0

A SOLUCAO E DEGENERADA!

A SOLUCAO E OTIMA!!!

```

- Terceiro Exemplo

```

-----SIMPLEX-----

Quantas restricoes tem o problema? 2
Quantas variaveis tem o problema? 2

Digite o coeficiente de X1 de Z: -1
Digite o coeficiente de X2 de Z: -3
Digite o coeficiente de X1 da restricao 1: 1
Digite o coeficiente de X2 da restricao 1: -2
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 1: 4
Digite o coeficiente de X1 da restricao 2: -1
Digite o coeficiente de X2 da restricao 2: 1
A restricao e de:
1. <=
2. >=
? 1
Digite o resultado da restricao 2: 3

O problema e de:
1. Maximizacao
2. Minimizacao
? 2

```

```

O problema e:

Min Z = -1X1 - 3X2

Sujeito a:

1X1 - 2X2 <= 4
-1X1 + 1X2 <= 3
X1, X2 >= 0

Forma padrao:

- Z - 1X1 - 3X2 + 0X3 + 0X4 = 0

Sujeito a:

1X1 - 2X2 + 1X3 + 0X4 = 4
-1X1 + 1X2 + 0X3 + 1X4 = 3
X1, X2, X3, X4 >= 0

```

```

Tableaux:

      Z      X1      X2      X3      X4      b
base  -1.0    -1.0    -3.0     0.0     0.0     0.0
X3     0.0     1.0    -2.0     1.0     0.0     4.0
X4     0.0    -1.0     1.0     0.0     1.0     3.0

X1 = 0; X2 = 0; X3 = 4.0; X4 = 3.0;
Z = 0.0

A SOLUCAO NAO E OTIMA!!!

ENTRA A VARIAVEL X2
SAI A VARIAVEL X4

```

```

NOVA SOLUCAO:

      Z      X1      X2      X3      X4      b
base  -1.0    -4.0     0.0     0.0     3.0     9.0
X3     0.0    -1.0     0.0     1.0     2.0    10.0
X2     0.0    -1.0     1.0     0.0     1.0     3.0

X1 = 0; X2 = 3.0; X3 = 10.0; X4 = 0;
Z = -9.0

A FUNCAO TEM SOLUCAO INFINITA!!!

```