

Propuesta de modelo de programación entera para el problema de vehicle and crew scheduling con flota heterogénea de buses aplicado al transporte urbano de pasajeros.

Hugo Hernán Ubilla Bustamante

hugoubilla@udec.cl

Ingeniería Civil Industrial

Universidad de Concepción

2015

Abstract

El problema unificado de vehicle and crew scheduling con múltiples depósitos ha sido ampliamente estudiado en la literatura, sin embargo, sólo se ha considerado una flota homogénea de buses. En este artículo se propone un enfoque integrado para resolver los problemas de vehicle and crew scheduling con múltiples depósitos y flota heterogénea de buses. El enfoque propuesto está compuesto por un módulo de generación de turnos en función de las condiciones del problema. Los turnos deben generarse bajo restricciones de tipo organizacional y/o gubernamental, luego, son ingresados al modelo integrado de programación entera para obtener una solución. El problema de *vehicle scheduling* considera horarios punta para la elección de buses. La solución consiste en la asignación de un bus a cada viaje y en la asignación de una tripulación a cada bus. Con el fin de evaluar el modelo, se utiliza un conjunto de instancias reales de una empresa de transportes de la ciudad de Porto Alegre, Brasil. Se generaron 4 cantidades diferentes de turnos por cada instancia y el modelo se ejecuta durante 4 horas por cada una de las cantidades. El problema de programación matemática es modelado a través del software GAMS y resuelto mediante CPLEX. El modelo encuentra soluciones con un gap de hasta 5.8% en líneas de transporte con menos de 183 viajes. Los resultados obtenidos con instancias reales del problema sugieren que el modelo es apto para ser utilizado dentro de empresas de transporte y que la calidad de la solución depende de la cantidad de turnos generados y el tiempo de ejecución del modelo.

Keywords: Vehicle and Crew scheduling; Integer programming; Heterogeneous fleet.

1. Introducción

Los problemas de vehicle and crew scheduling son de gran importancia para la industria de transporte público. El primero tiene por objetivo alcanzar la mejor programación de buses utilizando restricciones de disponibilidad, horarios y costos. El segundo de ellos tiene por objetivo seleccionar la mejor combinación de tripulaciones en función de su salario y restricciones laborales y/o gubernamentales para un día laboral. Estos problemas han sido ampliamente estudiados en la literatura en el área de optimización combinatoria.

El enfoque tradicional para resolver problemas de transporte es secuencial. Diversos autores sugieren que un método de solución integrado permite, en muchos casos, encontrar mejores soluciones en comparación a un desarrollo secuencial (Ceder, 2007; Mesquita & Paias, 2008). Además, la integración de ambos problemas aumenta la flexibilidad en el crew scheduling, lo cual

puede llevar a una mayor eficiencia comparada con el enfoque secuencial (Steinzen et al., 2010). En contraste, el enfoque secuencial permite obtener soluciones más rápidas.

En la literatura se encuentran principalmente modelos integrados de múltiples depósitos con flota homogénea de buses. Huisman et al. (2005), Borndörfer (2008) y Steinzen et al. (2010), proponen modelos resueltos con un enfoque de relajación lagrangiana. Huisman et al. (2006) propone un enfoque dinámico que consiste en la resolución de un conjunto de problemas de optimización para resolver el modelo. Laurent y Hao (2008) proponen un modelo matemático de un depósito, resuelto mediante una metodología GRASP. Hollis (2005), propuso un modelo integrado de crew and vehicle scheduling problem con depósitos múltiples y múltiples vehículos resueltos mediante generación de columnas aplicado al correo australiano. Mesquita y Paias (2008) proponen, una formulación matemática conjunta de los problemas de *set partition/covering* junto con un modelo de flujo en red *multicommodity*. El modelo matemático presentado en este artículo está basado en este último modelo.

Por otra parte, se han agregado otras variaciones al modelo integrado. Amberg et al. (2011) estudiaron el efecto de la tolerancia para el retraso de los vehículos o de las tripulaciones en el timetable. En Mesquita, Moz, Paias, y Pato (2013), se integra el problema de rostering problem y se resuelve mediante el uso de la descomposición de Benders.

En la literatura se han estudiado variantes del problema de *vehicle scheduling*. En Ceder (2011), se utiliza el costo de emplear cada tipo de vehículo a un viaje como el factor a considerar. En Hassold and Ceder (2014), se estima el uso de un tipo de bus para un viaje mediante su capacidad o el reemplazo por otros buses más pequeños que cumplan con la misma capacidad. En este último, se aplican penalizaciones cuando existe capacidad no ocupada en los buses.

El problema integrado de vehicle and crew scheduling (VCSP) de múltiples depósitos con flota homogénea ha sido ampliamente estudiado, sin embargo, to the best of the authors' knowledge, en la literatura no existe un modelo exacto de programación entera que integre una flota heterogénea de buses aplicado al transporte urbano de pasajeros. Por lo tanto, en este estudio se propone un enfoque de programación matemática aplicado al problema integrado VCSP con flota heterogénea de buses aplicado al transporte urbano de pasajeros. El enfoque propuesto está compuesto por una formulación matemática monolítica y un generador de turnos. Se genera una cantidad reducida de turnos mediante la unión de bloques de viajes sin descanso llamados *spell*. Los turnos son ingresados como parámetros al modelo de programación entera. Los buses son seleccionados mediante un método de penalización que considera el horario en que se realiza un viaje. El modelo entrega una solución para el problema integrado de VCSP.

El resto del documento está organizado de la siguiente forma. En la Sección 2 se explica el modelo de programación entera y el generador de turnos. En la Sección 3 se exponen los datos de prueba y los resultados. Finalmente, en las secciones 4 y 5 se discuten y concluyen los resultados.

2. El método integrado propuesto de Vehicle and Crew Scheduling

2.1. Requerimientos

El VCSP presenta las siguientes consideraciones:

- a) Existen diferentes tipos de buses que deben ser seleccionados para realizar cada viaje.
- b) Existe un sistema de hora punta y hora valle para generar un sistema de penalización a la asignación de buses.
- c) Cada bus pertenece a un depósito, por lo que debe volver al mismo después de finalizar su servicio.
- d) Cada depósito posee una cantidad determinada de tipos de buses y una capacidad para almacenarlos.

La penalización aplicada a las horas punta y horas valle representa los beneficios asociados a la demanda de pasajeros. Es decir, representa una aproximación a los beneficios que se obtendrían en el caso de usar buses grandes o buses pequeños en diferentes horarios. Existen 2 enfoques para aplicar estos beneficios. El primer enfoque consiste en aproximarlos y luego restarlos a los costos de cada viaje. El segundo enfoque consiste en aplicar directamente una penalización, en consecuencia, los costos bajarían un porcentaje según el horario y tipo de bus a seleccionar. El resultado final de ambos enfoques es el mismo.

Para la resolución del VCSP se debe contar con algunos datos relevantes. Toda esta información se encuentra resumida en la Tabla 1.

Tabla 1: Requerimientos del Problema

Factor	Requerimientos
Viajes	Hora de inicio
	Hora de término
	Depósito de salida
	Depósito de llegada
	Identificador
Depósitos	Cantidad de buses que puede almacenar según su tipo
Buses	Tipos de buses
	Costo de realizar un viaje en función del tipo de bus
Tripulaciones	Cantidad máxima de horas de conducción efectiva
	Cantidad máxima de horas de conducción continua
	Duración del descanso
	Duración de la colación
	Duración máxima de un turno

2.2. Modelamiento Matemático

El problema consta de un conjunto de viajes a los cuales se deben asignar buses y tripulaciones. Existe un conjunto de viajes $N = \{1, \dots, n\}$ los cuales deben ser realizados por buses ubicados dentro de los diferentes $d \in D$ depósitos. Cada viaje tiene una hora de salida, una hora de arribo, un lugar de salida y un lugar de arribo. Se considera que 2 viajes son compatibles si después de realizar el primero existe suficiente tiempo para realizar el segundo y si el primer viaje termina en el depósito donde comienza el siguiente viaje. Se asume que existe una flota heterogénea de buses con u tipos de buses. Estos buses se encuentran dentro de un determinado depósito con una cantidad k_{dv} , donde $v \in V$ sea el tipo de bus y $d \in D$ el depósito a cuál pertenece. Los buses deben retornar al depósito que pertenecen al final del recorrido.

Las tripulaciones son generadas a través de turnos, mientras que un turno está conformado de 2 *spells*. Un *spell* es un conjunto de viajes de tal forma que no existe un descanso entre ellos. La unión de 2 *spells* a través de un descanso obligatorio, permite la creación de un turno. El descanso y la colación entre dos *spells* es considerado de forma conjunta como el descanso obligatorio de la tripulación. El conjunto de tripulaciones generada se define como L .

Por otra parte, se genera un costo cada vez que una tripulación realiza un viaje. Además, al realizar un viaje $i \in N$ después de realizar un viaje $j \in N$, existe un costo entre ambos viajes que representa los costos de llevar el bus desde el lugar de término del viaje i hasta el lugar donde se inicia el viaje j . Para obtener los costos se puede considerar el rendimiento del tipo de bus, distancia recorrida, precio de la bencina utilizada, mantenciones, etc.

En la Figura 1 se muestra un esquema del problema con un ejemplo de 5 viajes. En la primera parte cada viaje esta unido a su respectivo viaje compatible. En la segunda parte se muestra un nuevo grafo al agregar un depósito al problema. En esta parte existen $|D|$ grafos, equivalente al número de depósitos. En la tercera parte se muestra cómo crece el problema al agregar los diferentes tipos de vehículos. En la última parte existe $|D|$ grafos por cada tipo de vehículo.

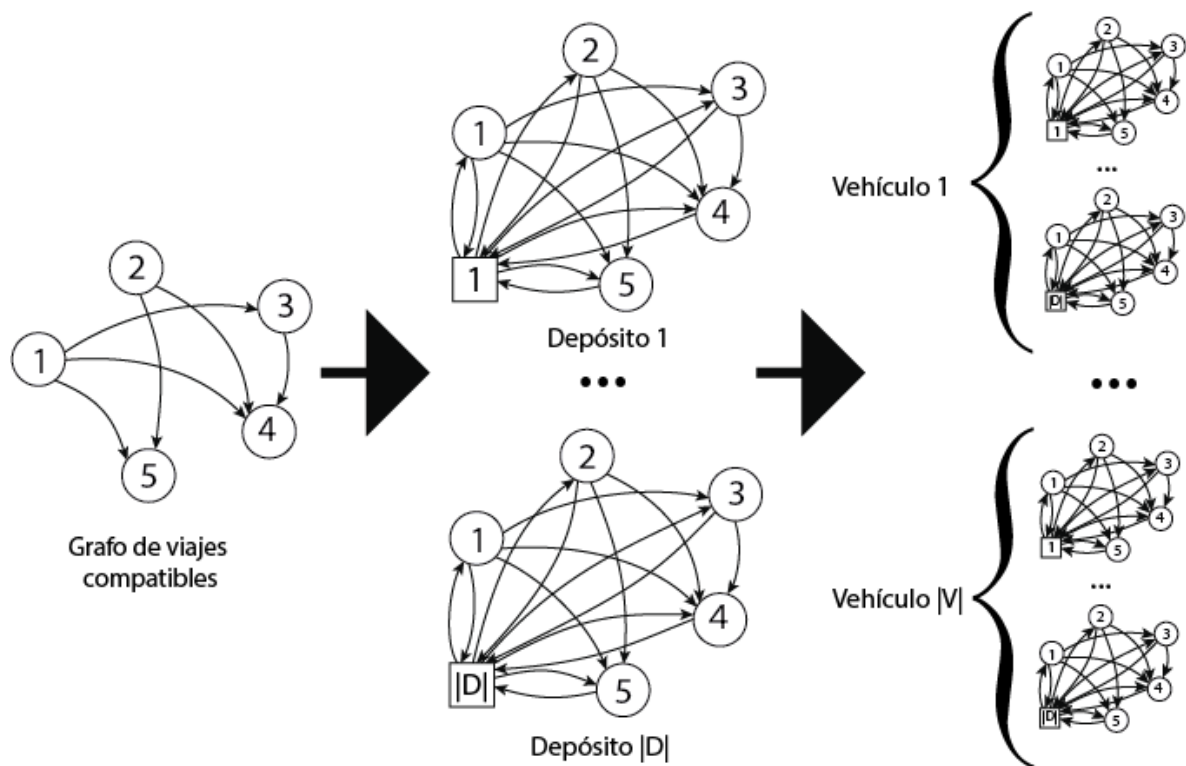


Figura 1. Esquema del problema

Los parámetros del modelo matemático se pueden encontrar en la tabla 2.

Tabla 2: Lista de parámetros del modelo.

Parámetros	
N	Conjunto de viajes.
V	Conjunto de vehículos.

D	Conjunto de depósitos.
L	Conjunto de tripulaciones generadas.
k_{dv}	Cantidad de vehículos tipo v almacenados en el depósito d . Donde $d \in D$ y $v \in V$.
In_i	Conjunto de viajes compatibles que arriban a j . Donde $j \in N$.
Fin_i	Conjunto de viajes compatibles que salen de i . Donde $i \in N$.
s_{dj}	Conjunto de tripulaciones que realizan el viaje j desde el depósito d . Donde $j \in N$ y $d \in D$.
m_j	Conjunto de tripulaciones que realizan el viaje j . Donde $j \in N$.
f_{id}	Conjunto de tripulaciones que realizan el viaje hacia el depósito d desde el viaje i . Donde $i \in N$ y $d \in D$.
c_{ijdv}	Costo de realizar el viaje j después del viaje i , por un bus tipo u desde el depósito d . Donde $i, j \in N$, $d \in D$ y $v \in V$.
$cOut_{djk}$	Costo de realizar el viaje j después de realizar un viaje desde el depósito d con un bus tipo v . Donde $d \in D$, $j \in N$ y $v \in V$.
cIn_{idv}	Costo del viaje vacío hacia el depósito d después de realizar el viaje i con un bus tipo v . Donde $i \in N$, $d \in D$ y $v \in V$.
b_l	Costo asociado a que la tripulación l esté en la solución óptima. Donde $l \in L$.

Para describir el problema de *vehicle scheduling* dentro del modelo integrado, se consideran las siguientes variables de decisión:

$$\begin{aligned}
 x_{ijdv} &= \begin{cases} 1, & \text{si el viaje } j \text{ es realizado después del viaje } i \text{ por} \\ & \text{un bus tipo } v \text{ proveniente de un depósito } d \\ 0, & \text{e. o. c.} \end{cases} & \begin{matrix} i, j \in N \\ d \in D \\ v \in V \end{matrix} \\
 xOut_{djk} &= \begin{cases} 1, & \text{si se realiza el viaje desde el depósito} \\ & d \text{ al viaje } j \text{ por un bus tipo } v \\ 0, & \text{e. o. c.} \end{cases} & \begin{matrix} j \in N \\ d \in D \\ v \in V \end{matrix} \\
 xIn_{idv} &= \begin{cases} 1, & \text{si se realizar el viaje desde el viaje } i \\ & \text{al depósito } d \text{ por un bus tipo } v \\ 0, & \text{e. o. c.} \end{cases} & \begin{matrix} i \in N \\ d \in D \\ v \in V \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Para el problema de *crew scheduling* dentro del modelo integrado se considera la siguiente variable de decisión:

$$y_l = \begin{cases} 1, & \text{si la tripulación se encuentra en la solución óptima} \\ 0, & \text{e. o. c.} \end{cases} \quad l \in L$$

Por lo tanto, el modelo de VCSP propuesto con flota heterogénea de buses y múltiples depósitos se puede formular de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{l \in L} y_l b + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} x_{ijdv} c_{ijdv} pen_{ju} + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} xIn_{idv} cIn_{idv} \\
 & + \sum_{j \in N} \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} xOut_{djk} cOut_{djk}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{d \in D} \sum_{v \in V} \sum_{j \in Fin_i} x_{ijdv} + \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} xIn_{idv} = 1 \quad \forall i \in N \tag{2}$$

$$xIn_{idv} + \sum_{j \in Fin_i} x_{ijdv} - xOut_{div} - \sum_{j \in Ini_i} x_{jdiv} = 0 \quad \forall i \in N, \forall d \in D, \forall v \in V \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N} xOut_{djh} \leq v_{dh} \quad \forall d \in D, \forall h \in V \quad (4)$$

$$\sum_{v \in V} xOut_{djh} - \sum_{l \in s_{dj}} y_l = 0 \quad \forall j \in N, \forall d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{v \in V} \sum_{i \in Ini_j} x_{ijdv} - \sum_{l \in m_j} y_l = 0 \quad \forall j \in N \quad (6)$$

$$\sum_{v \in V} xIn_{idv} - \sum_{l \in f_{id}} y_l = 0 \quad \forall i \in N, \forall d \in D \quad (7)$$

$$x_{ijdv} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall d \in D, \forall v \in V \quad (8)$$

$$xIn_{idv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall d \in D, \forall v \in V \quad (9)$$

$$xOut_{div} \in \{0,1\} \quad \forall d \in D, \forall i \in N, \forall v \in V \quad (10)$$

$$y_l \in \{0,1\} \quad \forall l \in L \quad (11)$$

La función objetivo (1) minimiza los costos de las tripulaciones y los buses. Las restricciones (2) aseguran que después de un viaje i existen dos alternativas, realizar otro viaje o volver al terminal de donde proviene el bus utilizado. Las restricciones (3) permiten que los viajes sean realizados por el mismo bus y que cada bus retorne al mismo terminal del cual proviene. Las restricciones (4) representan la capacidad de buses que posee cada depósito. Las restricciones (5), (6) y (7) aseguran que todos los recorridos dispongan de una tripulación que permita realizarlos, donde cada una representa una parte del turno relacionada con una variable de decisión. Para finalizar, las restricciones restantes (8), (9), (10) y (11) indican que las variables de decisión son binarias.

2.3. Generación de turnos

La generación de turnos se realiza a través de la generación de *spells*. Para generar los valores de s_{dj} , m_j y f_{id} , se crean primero los *spells*, los cuales representan una secuencia de viajes sin un descanso obligatorio entre ellos. Según las condiciones del problema, debe haber un descanso obligatorio luego de una determinada cantidad de tiempo, por lo que se seleccionan todos los viajes y se van armando de tal manera que existan las condiciones que permitan su realización de forma consecutiva. Todos los *spells* generados son almacenados como turnos con el fin de evitar infactibilidad por falta de variantes en los turnos, ya que estos igualmente podrían ser utilizados.

La creación de *spells* está sujeta a algunas restricciones. Los *spells* no deben superar una duración máxima determinada. El tiempo de conducción continuo dentro del *spell* no debe superar un máximo definido. Finalmente, los viajes dentro del *spell* deben estar separados por una cantidad de tiempo menor a un tiempo determinado, modificándose este valor para que se genere una cantidad máxima de *spells*. Esto se debe a que se podría generar una cantidad excesiva de turnos, por lo que este método lo evita.

Los turnos deben unir dos *spells* a través de un descanso. Para unir dos *spells*, cada uno de los *spells* debe tener una duración mayor a un mínimo definido. Entre el fin de un *spell* y el inicio del siguiente, debe haber un tiempo suficiente para que un descanso pueda ser asignado. El tiempo de conducción dentro de un turno debe ser menor a una duración determinada. Finalmente, el turno no puede tener una duración mayor a la definida. Todos los parámetros son definidos según las leyes organizacionales y/o gubernamentales.

La generación de *spell* se realiza con los datos de la tabla 3.

Tabla 3: Lista de parámetros para la generación de *spells*.

	Parámetros
Información de viajes	Hora de salida
	Hora de arribo
	Duración de cada viaje
$viajes_compatibles_i$	Conjunto de viajes compatibles con el viaje i .
$dur_separacion$	Separación máxima entre dos viajes.
n	Número total de viajes.

La generación de turnos se realiza con los datos de la tabla 4.

Tabla 4: Lista de parámetros para la generación de turnos.

	Parámetros
Información de <i>spells</i>	Hora de salida
	Hora de término
	Duración de cada <i>spell</i>
Parámetros de turnos	Duración del descanso,
	Duración máxima de la conducción permitida dentro de un turno
	Duración máxima de un turno
	Duración mínima de un <i>spell</i> para ser ingresado a un turno
$viajes_compatibles_i$	Conjunto de viajes compatibles con el viaje i .
$dur_separacion$	Separación máxima entre dos viajes.
n	Número total de viajes.

Luego, en la Tabla 5 se presenta el pseudocódigo para genera un turno a partir de *spells*.

Tabla 5: Generación de *spells* y turnos

Pseudocódigo
Entrada: Información de viajes, viajes_compatibles, dur_separacion, n, Información de spells, Parámetros de Turnos. Salida: conjunto_turnos Inicio: $i = 0$ Mientras $i \leq n$ Crear <i>spell</i> <i>spell</i> \leftarrow Agregar viaje i <i>conjunto_spell</i> \leftarrow Agregar <i>spell</i> <i>creacion_de_spell</i> (<i>spell</i> , i) $i \leftarrow i + 1$ Función <i>creacion_de_spell</i> (S, v) Para $\forall j \in viajes_compatibles_v$:

<p>Si existen las condicione para agregar j a S:</p> <p> Crear $nuevo_spell = S$</p> <p> $nuevo_spell \leftarrow$ Agregar viaje j</p> <p> $conjunto_spell \leftarrow$ Agregar $nuevo_spell$</p> <p> $creacion_de_spell(nuevo_spell, \text{último viaje agregado a } nuevo_spell)$</p> <p> Fin Si</p> <p> Fin Para</p> <p>Fin Función</p> <p>$i \leftarrow 0$</p> <p>Para $\forall spell_a \in conjunto_spell$:</p> <p> $conjunto_turnos \leftarrow spell_a$</p> <p> Para $\forall spell_b \in conjunto_spell$ que se inicia despues de finalizar $spell_a$:</p> <p> Si existen las condiciones para la unión de $spell_a$ con $spell_b$:</p> <p> Crear $turno_a$</p> <p> $turno_i = spell_a + spell_b$</p> <p> $conjunto_turnos \leftarrow$ Agregar $turno_i$</p> <p> $i \leftarrow i + 1$</p> <p> Fin Si</p> <p> Fin Para</p> <p>Fin Para</p> <p>Fin</p>
--

Finalmente, todos los turnos son creados y pueden ser ingresados al modelo matemático para obtener una solución.

3. Resultados

3.1. Datos de prueba

Se obtuvieron datos reales de una empresa de transportes ubicada en Porto Alegre, Brasil. Las líneas de buses se mueven entre 2 terminales, que también actúan como depósitos. Dado que el objetivo es obtener la asignación de buses, se utilizan los mismos tipos de buses para todas las pruebas realizadas. El detalle de las instancias se puede encontrar en la tabla 6.

Tabla 6: Detalle instancias seleccionadas

<i>Identificar de línea</i>	<i>Nombre de línea</i>	<i>Terminales</i>	<i>Días considerados</i>	<i>Número de viajes</i>
110	Restinga Nova Via Tristeza	Bairro - Centro	Días de semana	93
110	Restinga Nova Via Tristeza	Bairro - Centro	Día sábado	52
149	Icarai	Bairro - Centro	Días de semana	150
165	Cohab	Bairro - Centro	Días de semana	301
171	Ponta Grossa	Bairro - Centro	Días de semana	89
173	Camaqua	Bairro - Centro	Días de semana	183
187	Padre Reus	Bairro - Centro	Días de semana	170
195	T V	Bairro - Centro	Días de semana	204
209	Restinga	Bairro - Centro	Días de semana	93

3.2. Parámetros correspondientes a los turnos

Los siguientes parámetros definidos son los que estructuran la organización de un servicio de conducción.

Tabla 7: Valores de los parámetros para los turnos de conducción.

Parámetro	Duración
Largo total de la jornada (duración máxima de un turno)	8 horas
Tiempo máximo de conducción dentro de un turno	6 horas 30 minutos
Tiempo máximo de duración de un <i>spell</i>	4 horas
Tiempo máximo de conducción continua	3 horas
Duración total del descanso obligatorio	1 hora 20 minutos

Con la finalidad de evitar la sobrecarga del modelo, se define un tiempo de separación entre viajes tal que la cantidad de *spells* generados no sea mayor a 5000, 7500, 10000 y 12500 *spells*.

3.3. Horarios punta

Se consideran 2 periodos para la asignación de horas punta. El inicio de la primera hora punta es a las 6:30 y finaliza a las 9:00, mientras que el inicio de la segunda hora punta corresponde a las 17:00 y termina a las 20:00. El resto del tiempo son horas valles.

3.4. Equipo

Se utiliza un computador con procesador Intel Pentium i7 4790S 3.20 GHz con Windows 7 Profesional y una memoria RAM de 8 GB. El modelo matemático es implementado en GAMS en su versión 24.3.3 y es resuelto utilizando CPLEX en su versión 12.7. Para GAMS se especificó una tolerancia de 1×10^{-5} para las soluciones.

3.5. Resultados Computacionales

En esta subsección se expone información acerca de los servicios generados y los resultados para cada una de las instancias en la Tabla 6. Por el lado de generación de turnos, se muestra la separación máxima entre viajes requerida en minutos para generar un máximo determinado de *spells* y su correspondiente tiempo de generación en segundos. Por el lado de los resultados del modelo, por cada una de las instancias, se muestra la solución para cada instancia en función de la cantidad de servicios asignados, el número de buses asignados dependientes de su tamaño, el costo de la solución junto con su correspondiente tiempo de solución y el gap de integralidad para las corridas de instancias de un máximo de 4 horas. Se corrieron un total de 25 instancias.

Tabla 8: Resultados Computacionales

<i>Instancia</i>	<i>Número máximo de Spells generados</i>	<i>Nº de turnos generados</i>	<i>Separación máxima entre viajes (minutos)</i>	<i>Tiempo de Generación (s)</i>	<i>Nº de turnos asignados</i>	<i>Buses</i>		<i>Tiempo de solución (s)</i>	<i>GAP</i>	<i>Solución (Costo)</i>
						Chicos	Grandes			
110	5000	50701	inf	1.4	24	6	18	12.6	0.000	7909821
110s	5000	11960	inf	0.3	12	5	7	6.2	0.000	4056759
149	5000	1005611	32	37.0	19	7	10	14400.3	0.049	7039321
	7500	1855336	39	55.9	19	9	10	14400.3	0.050	7014331
	10000	2883842	47	89.5	18	8	9	14400.5	0.014	6750622
	12500	3584638	51	119.9	18	9	9	14404.1	0.016	6739067
	5000	855210	11	25.8	50	23	22	4417.6	0.000	17351516
165	7500	1489509	12	45.0	45	21	20	14400.3	0.003	16079140
	10000	2345857	13	75.0	298	160	138	14402.2	0.815	83471223
	12500	3403045	14	138.1	294	124	170	14425.2	0.806	82296954
	5000	24259	inf	0.7	21	10	11	148.2	0.000	7160216
171	5000	1008283	18	30.4	25	8	15	14400.2	0.027	8970414
	7500	1818695	22	59.1	23	8	14	14400.3	0.022	8447865
173	10000	2632350	24	83.8	23	8	14	14400.2	0.029	8483531
	12500	4025541	26	168.5	22	8	13	14401.7	0.003	8221407
	5000	800081	24	25.5	23	10	10	2839.8	0.000	8430246
	7500	1661317	29	51.4	22	9	12	13295.1	0.000	8183605
	10000	2594968	35	83.8	22	10	11	14401.9	0.004	8191206
187	12500	3450863	40	131.8	22	10	11	14404.4	0.003	8185385
	5000	987800	11	34.8	21	9	7	14400.2	0.024	7709773
	7500	3019803	12	107.6	18	6	8	14402.7	0.035	6940784
	10000	4422370	13	159.2	204	102	102	14405.2	0.884	57100329
195	12500	4422370	13	159.2	204	102	102	14405.2	0.884	57100329
	5000	48065	inf	1.5	23	6	15	367.3	0.000	7661085
209	5000	175422	inf	6.6	11	6	5	14400.1	0.058	3831711

Para mejorar la visualización de resultados se seleccionó la instancia 187 con un máximo de 12500 *spells* generados. Los resultados de la planificación para los buses grandes y chicos se muestran en la Figura 2, mientras que la planificación para las tripulaciones se muestra en la Figura 3.

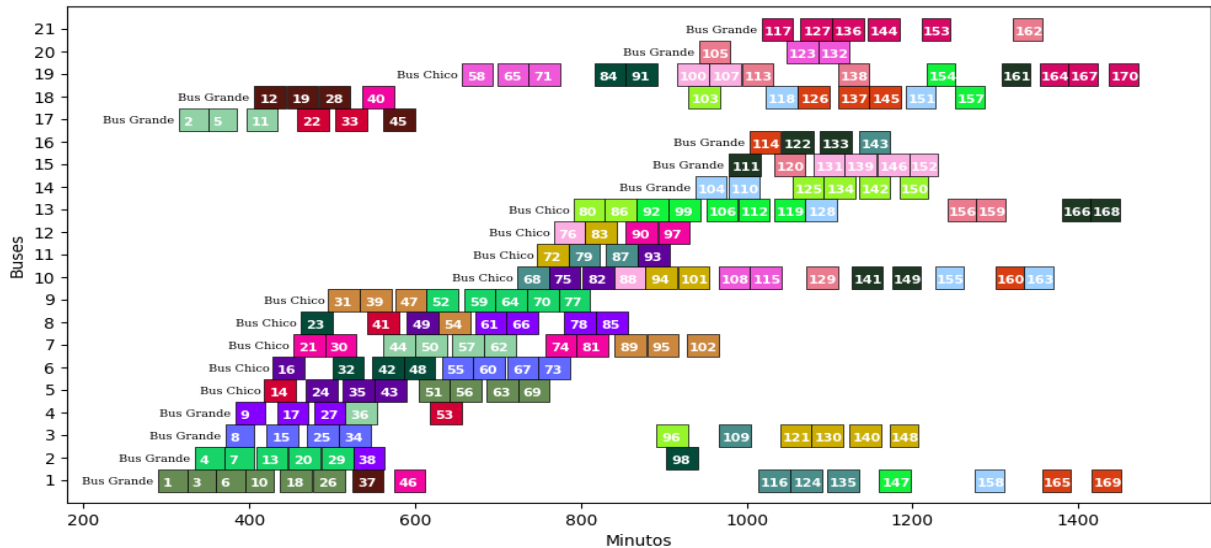


Figura 2. Esquema de planificación de recorridos de buses para la instancia 187 (12500 *spells* máximo generados)

En la Figura 2, los recorridos de cada bus están alineados de forma vertical y la línea temporal se señala de forma horizontal. Cada uno de los cuadros representa un viaje, mientras que el color de los cuadros representa una tripulación, es decir, todos los viajes del mismo color serán realizados por la misma tripulación. Finalmente, el número que aparece dentro de cada cuadrado corresponde al identificador del viaje a realizar.

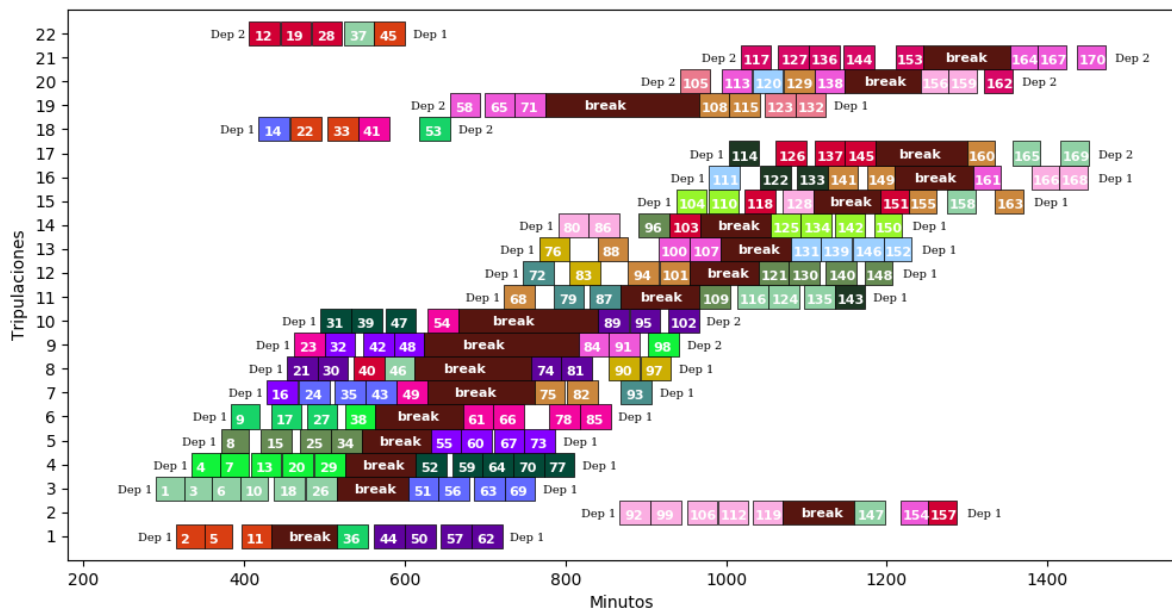


Figura 3. Esquema de planificación de recorridos de las tripulaciones en instancia 187 (12500 *spells*)

En la figura 3, los recorridos de las tripulaciones están alineados a través del eje vertical, mientras que la línea temporal se reconoce en el eje horizontal. Cada uno de los cuadros representa un viaje o un descanso según corresponda, mientras que el color del cuadro corresponde a un mismo bus con el que se realiza el viaje. El número indicado dentro del cuadro es el identificador del viaje a realizar. Por último, en la gráfica se señala el depósito del cual sale cada recorrido de la tripulación y a cuál depósito llega.

4. Discusión

La calidad de la solución obtenida por el modelo matemático está relacionada al módulo de generación de turnos. Un mayor número de alternativas de turnos para seleccionar conlleva una mayor probabilidad de que se pueda encontrar una mejor combinación de tripulaciones. El modelo puede encontrar mejores soluciones al generarse una mayor cantidad de turnos, pero a la vez, consume una mayor cantidad de tiempo en obtenerlas. En la Tabla 7, se puede ver que los tiempos de creación de servicios son relativamente bajos, donde el mayor es cercano a 2.5 minutos, sin embargo, en este caso generar una mayor cantidad de turnos conlleva una creación de archivos más pesados y un mayor esfuerzo computacional en la lectura y ejecución del modelo matemático.

Los tiempos de solución están relacionados con la cantidad de viajes, la cantidad de turnos generados, la cantidad de depósitos y la cantidad de tipos de vehículos. Por lo tanto, al poseer una instancia con un alto número de viajes, si se requiere una solución rápida, se debe crear una cantidad baja de turnos. En otro caso, es posible definir un tiempo máximo para encontrar una solución.

En todas las instancias se encontraron soluciones y siete alcanzaron el óptimo. Para las instancias con una cantidad menor o igual a 183 viajes, se alcanzaron soluciones con un gap de 5.4% en el peor de los casos. Las instancias en que se llegó al óptimo poseen una menor cantidad de viajes en comparación al resto o se generó una menor cantidad de *spells*. Esto se debe a que existe un menor conjunto de alternativas en la cual el modelo puede iterar, además, como estas instancias poseen una menor cantidad de viajes, el conjunto de alternativas es aún menor a que si tuvieran un mayor número de viajes. En el caso de las instancias con una mayor cantidad de viajes 165 y 195, el modelo no mejora las soluciones al generar una mayor cantidad de servicios. Esto se debe a la mayor cantidad de alternativas dentro del universo de soluciones.

Por lo general un bus tiende a seguir con una misma tripulación. Aunque, como se ve en la Figura 2, esto no siempre sucede. Esto no tiene ninguna implicancia, ya que los tiempos para que una tripulación pueda realizar un cambio de bus están considerados. Es importante manejar todos los tiempos de traslado entre viajes, terminales y depósitos para que los turnos generados estén correctos.

Por otro parte, se selecciona la mejor trayectoria de cada bus para el modelo. En la Figura 3 los buses chicos 11 y 12 pudieron haber realizado las funciones de los buses grandes 20 y 21. Sin embargo, el modelo hace comparaciones en costo en la utilización de uno u otro tipo de bus por lo que existe mayor beneficio utilizar estos dos tipos de buses. Si la empresa no tuviera una cantidad suficiente

de buses grandes, sus viajes deberían ser suplidos por un bus chico. En otro caso, el modelo no encontraría una solución a la instancia.

No todos los servicios deben tener descanso. En la figura 3, los servicios 22 y 28 terminaron antes de llegar al descanso. Esto se debe a que los turnos generados también contienen los *spells* con el fin de tener más variantes y evitar infactibilidades. Estos servicios podrían ser utilizados de reservas para cualquier eventualidad.

5. Conclusiones

En este estudio, se propone un enfoque para el problema de asignación de vehículos de diferentes tipos a la planificación de viajes (*vehicle scheduling*) y el problema de asignación de tripulaciones a los turnos (*crew scheduling*) en un modelo monolítico. A diferencia de otros enfoques presentes en la literatura, en este estudio se plantea un modelo de programación matemática que considera una flota heterogénea de buses dentro del *vehicle scheduling*.

El modelo propuesto minimiza los costos asociados a la flota de buses y a las tripulaciones en función del horario en el que estén dispuestos los viajes y como estén organizados los buses en los depósitos. La calidad de la solución obtenida por el modelo matemático está relacionada al módulo de generación de turnos, donde la cantidad de servicios generados depende exclusivamente de la separación máxima entre cada uno de los viajes. Por otro lado, la calidad de la solución también depende del límite de tiempo asignado para la ejecución del modelo.

Los resultados obtenidos con instancias reales del problema sugieren que el modelo es apto para ser utilizado dentro de empresas de transporte. Para una línea de transporte con al menos 183 viajes, el modelo es capaz de encontrar soluciones dentro de 4 horas con un gap de 5.8% en el peor de los casos para la cantidad máxima de turnos generados. Para el resto de los casos se encuentran buenas soluciones generando una menor cantidad de turnos.

Trabajos futuros estarán enfocados en métodos matemáticos y heurísticas que permitan encontrar buenas soluciones al problema con un bajo consumo de tiempo. Adicionalmente, se propone expandir el modelo agregando otros problemas como el *rostering problem* aplicado al transporte urbano de pasajeros.

6. Bibliografía

Amberg, B., Amberg, B., & Kliwer, N. (2011). Increasing delay-tolerance of vehicle and crew schedules in public transport by sequential, partial-integrated and integrated approaches. *Procedia Social and Behavioral Sciences*(20), 292-301.

Borndörfer, R., Löbel, A., Weider, S., (2008). A Bundle Method for Integrated Multi-depot Vehicle and Duty Scheduling in Public Transit, *Springer* (600), 3–24.

Ceder, A. (2007). *Public transit planning and operation*. Oxford: Butterworth-Heinemann.

Ceder, A. (2011). Public-transport vehicle scheduling with multi vehicle type. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* (19), 485-497.

- Hassold, S. & Ceder, A. (2014). Public transport vehicle scheduling featuring multiple vehicle types. *Transportation Research Part B: Methodological* (67), 129–143.
- Huisman, D., & Wagelmans, A. (2006). A solution approach for dynamic vehicle and crew scheduling. *European Journal of Operational Research*(172), 453-471.
- Huisman, D., Freling, R., & Wagelmans, A. (2005). Multiple-Depot Integrated Vehicle and Crew Scheduling. *Transportation Science*(39), 491-502
- Mesquita, M., & Paias, A. (2008). Set partitioning/covering-based approaches for the integrated vehicle and crew scheduling problem. *Computers & Operations Research*(35), 1562 – 1575
- Mesquita, M., Moz, M., Paias, A., & Pato, M. (2013). A decomposition approach for the integrated vehicle-crew-roster problem with days-off pattern. *European Journal of Operational Research*(229), 318-331
- Hollis, B.L., Forbes, M.A., Douglas, B.E. (2006). Vehicle routing and crew scheduling for metropolitan mail distribution at Australia Post. *European Journal of Operational Research* (173), 133–150
- Laurent, B., & Hao, J.K. (2008). Simultaneous Vehicle and Crew Scheduling for Extra Urban Transports. *New Frontiers in Applied Artificial Intelligence*(5027), 466-475.
- Steinzen, I., Gintner, V., Suhl, L., Kliewer, N., (2010). A time-space network approach for the integrated vehicle and crew scheduling problem with multiple depots. *Transportation Science* (44), 367–382.