

## Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 20. März 2025

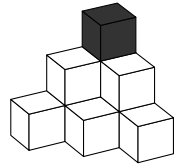
Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner und andere elektronische Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

## 3-Punkte-Aufgaben

**A1** Welcher der folgenden Brüche hat den größten Wert?

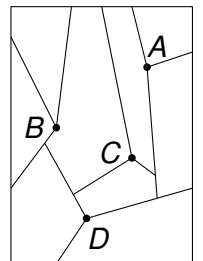
- (A)  $\frac{20}{25}$       (B)  $\frac{20}{2+5}$       (C)  $\frac{20}{-2+5}$       (D)  $\frac{20}{2-5}$       (E)  $\frac{20}{2 \cdot 5}$

**A2** Mit schwarzen und grauen Würfeln wird die abgebildete Würfelpyramide gebaut. Würfel, die einander mit einer Seitenfläche berühren, sollen verschiedene Farben haben. Ganz oben soll ein schwarzer Würfel sein. Wie sieht die fertige Pyramide von oben aus?

- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

**A3** In welchem Bereich liegt das Produkt  $88 \cdot 888$ ?

- (A) zwischen 888 und 4444      (B) zwischen 4444 und 8888      (C) zwischen 8888 und 44444  
(D) zwischen 44444 und 88888      (E) zwischen 88888 und 444444

**A4** Auf einem Blatt Papier hat Viola 4 Punkte markiert. Dann hat sie die Punkte einen nach dem anderen ausgewählt und von jedem Punkt aus jeweils 3 Strecken gezeichnet. Jede Strecke endet entweder am Rand des Blattes oder an einer schon gezeichneten Strecke. In welcher Reihenfolge hat Viola die Punkte ausgewählt?

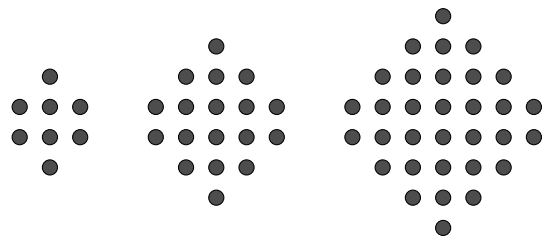
- (A)  $DACB$       (B)  $ADBC$       (C)  $BDAC$       (D)  $BCDA$       (E)  $DABC$

**A5** Dimitry hat 20 Kugeln. Jede von ihnen ist entweder rot, schwarz, gelb oder blau. Es sind genau 17 Kugeln nicht rot, 15 Kugeln nicht schwarz und 12 Kugeln nicht gelb. Wie viele blaue Kugeln hat Dimitry?

- (A) 8      (B) 7      (C) 6      (D) 4      (E) 3

**A6** Die abgebildeten Figuren sind die ersten 3 Figuren einer Folge. Aus wie vielen Punkten besteht die 4. Figur in dieser Folge?

- (A) 46      (B) 50      (C) 52      (D) 56      (E) 58

**A7** Welche Potenz hat denselben Wert wie  $\sqrt{16^{25}}$ ?

- (A)  $4^5$       (B)  $16^5$       (C)  $8^{25}$       (D)  $32^5$       (E)  $4^{25}$

**A8** Mein Zimmer ist  $15 \text{ m}^2$  groß. Ich habe den Grundriss meines Zimmers im Maßstab 1 : 100 gezeichnet. Wie groß ist mein Zimmer auf der Zeichnung?

- (A)  $1,5 \text{ cm}^2$       (B)  $15 \text{ cm}^2$       (C)  $150 \text{ cm}^2$       (D)  $1500 \text{ cm}^2$       (E)  $15000 \text{ cm}^2$

- A9** Zwei normale 6-seitige Spielwürfel werden geworfen und die beiden Augenzahlen miteinander multipliziert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Ergebnis eine Primzahl ist?

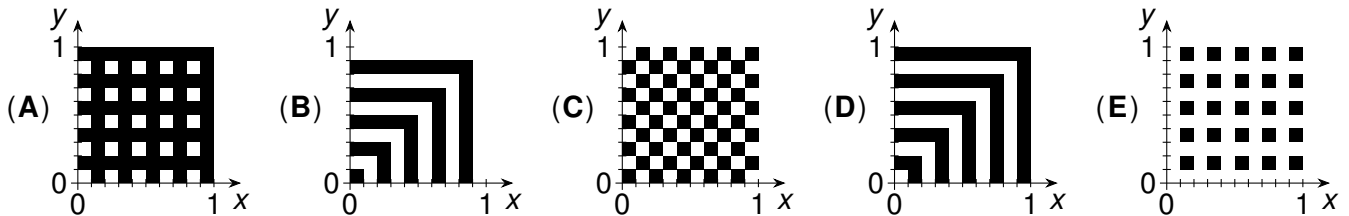
(A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{1}{6}$       (E)  $\frac{1}{7}$

- A10** Früher waren Johannas Lieblingsmüsliriegel in Packungen mit je 5 Riegeln verpackt. Jetzt sind nur noch 4 Riegel in einer Packung, aber die Packungen werden zum gleichen Preis verkauft. Um wie viel Prozent ist der Preis pro Riegel gestiegen?

(A) um 10 %      (B) um 15 %      (C) um 25 %      (D) um 30 %      (E) um 40 %

#### 4-Punkte-Aufgaben

- B1** In der  $x$ - $y$ -Ebene ist in dem durch  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$  definierten Bereich ein Teil schwarz gefärbt. Ein Punkt  $(x|y)$  ist genau dann schwarz gefärbt, wenn sowohl bei  $x$  als auch bei  $y$  die Ziffer an der ersten Nachkommastelle ungerade ist. Wie sieht das aus?

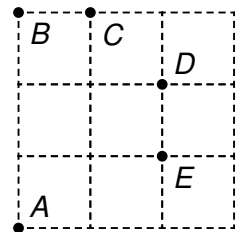


- B2** Es sei  $M$  die größte von 10 verschiedenen positiven ganzen Zahlen, von denen genau 5 durch 5 teilbar und genau 7 durch 7 teilbar sind. Was ist der kleinstmögliche Wert, den  $M$  haben kann?

(A) 105      (B) 77      (C) 75      (D) 70      (E) 63

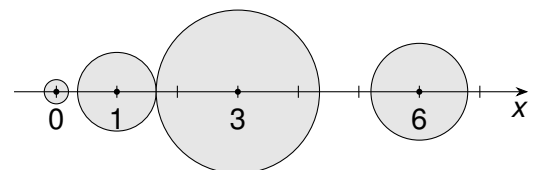
- B3** Robert möchte einen der 5 markierten Punkte  $A, B, C, D, E$  entfernen. Die 6 Strecken, die je 2 der verbleibenden 4 Punkte verbinden, sollen alle unterschiedlich lang sein. Welchen Punkt muss Robert entfernen?

(A)  $A$       (B)  $B$       (C)  $C$       (D)  $D$       (E)  $E$

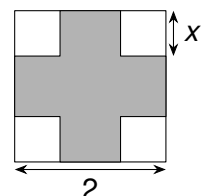
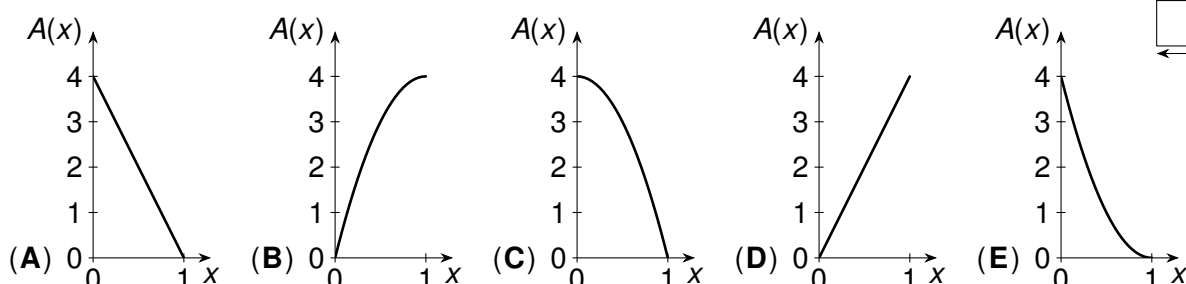


- B4** Auf der Zahlengeraden sind bei 0, 1, 3 und 6 die Mittelpunkte von vier Kreisscheiben. Ihre Radien sind  $r_1, r_2, r_3$  und  $r_4$ . Die Kreisscheiben dürfen einander berühren, aber nicht überlappen. Was ist der größtmögliche Wert, den  $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$  haben kann?

(A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 7      (E) 9



- B5** An jeder Ecke eines Quadrats mit Seitenlänge 2 wird ein Quadrat mit Seitenlänge  $x$  abgeschnitten.  $A(x)$  ist der Flächeninhalt des verbleibenden Kreuzes in Abhängigkeit von  $x$ . Wie sieht der Graph der Funktion  $A$  aus?

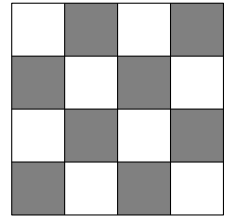


**B6** Wie viele 5-stellige Zahlen der Form  $\overline{A18AA}$  gibt es, die durch 18 teilbar sind?

- (A) eine                      (B) zwei                      (C) drei                      (D) vier                      (E) fünf

**B7** Auf einem  $4 \times 4$ -Schachbrett stehen 16 Kängurus, eines auf jedem Feld. Bei jedem Zug springen alle Kängurus gleichzeitig. Jedes Känguru springt dabei auf ein benachbartes Feld nach oben, unten, links oder rechts. Es dürfen mehrere Kängurus auf demselben Feld stehen. Wie viele leere Felder kann es nach 10 Zügen höchstens geben?

- (A) 15                      (B) 14                      (C) 13                      (D) 12                      (E) 11

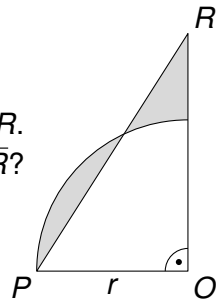


**B8** Welche ist die kleinste positive ganze Zahl  $N$ , sodass  $\sqrt{2 \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{N}}}$  eine ganze Zahl ist?

- (A)  $2^6 \cdot 3^6$                       (B)  $2^2 \cdot 3^8$                       (C)  $2^4 \cdot 3^{10}$                       (D)  $2^6 \cdot 3^8$                       (E)  $2^4 \cdot 3^6$

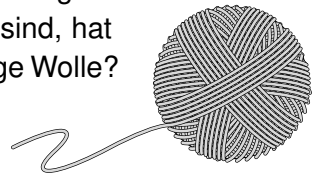
**B9** Die Abbildung zeigt einen Viertelkreis mit Radius  $r$  und das rechtwinklige Dreieck  $POR$ . Die beiden grauen Gebiete haben den gleichen Flächeninhalt. Wie lang ist die Strecke  $\overline{OR}$ ?

- (A)  $\frac{\pi r}{2}$                       (B)  $\frac{3r}{2}$                       (C)  $\pi r$                       (D)  $\frac{\pi^2 r}{6}$                       (E)  $\sqrt{3}r$



**B10** Aus einem großen Wollknäuel strickt die Großmutter lauter gleiche Babysocken. Zu Beginn hatte das Wollknäuel einen Durchmesser von 20 cm. Nachdem 14 Socken fertig sind, hat das Wollknäuel einen Durchmesser von 10 cm. Für wie viele Socken reicht die übrige Wolle?

- (A) 8                      (B) 6                      (C) 4                      (D) 3                      (E) 2

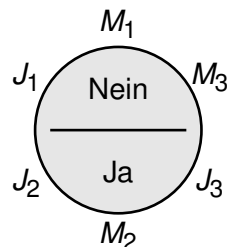


### 5-Punkte-Aufgaben

**C1** Jasper hat ein kleines Computerprogramm geschrieben, das für zwei Zahlen ihre Summe und ihre positive Differenz ausgibt und dies für die Ergebnisse immer wieder wiederholt. So will er herausfinden, wie sich die Zahlen entwickeln. Er startet das Programm mit 5 und 3. Die erste Ausgabe sind die Zahlen 8 und 2. Welche zwei Zahlen erhält Jasper bei der 50. Ausgabe?

- (A)  $5 \cdot 2^{25}$  und  $3 \cdot 2^{25}$                       (B)  $5^{25}$  und  $3^{25}$                       (C)  $2^{28}$  und  $2^{26}$   
(D)  $5^{26}$  und  $3^{26}$                       (E)  $2 \cdot 5^{25}$  und  $2 \cdot 3^{25}$

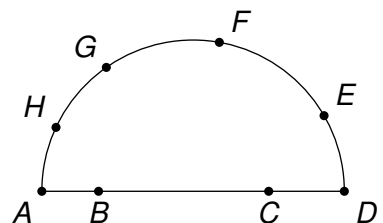
**C2** Eine Gruppe von Marsianern,  $M_1$ ,  $M_2$  und  $M_3$ , und eine Gruppe von Jupiterianern,  $J_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$ , sitzen wie abgebildet um einen Tisch. Jedes Mitglied der einen Gruppe sagt immer die Wahrheit und jedes Mitglied der anderen Gruppe lügt immer. Einer der sechs hat den Schlüssel zu ihrem gemeinsamen Raumschiff. Auf die Frage „Hat eine der beiden Personen, die neben dir sitzen, den Schlüssel?“ antworten  $J_1$ ,  $M_1$  und  $M_3$  mit „Nein“, die anderen mit „Ja“. Wer hat den Schlüssel?



- (A)  $J_1$                       (B)  $J_2$                       (C)  $J_3$                       (D)  $M_1$                       (E)  $M_2$

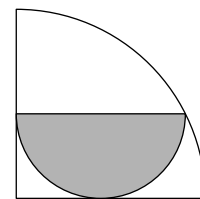
**C3** Auf einem Halbkreis mit dem Durchmesser  $\overline{AD}$  liegen die Punkte  $B$  und  $C$  auf dem Durchmesser und die Punkte  $E$ ,  $F$ ,  $G$  und  $H$  auf dem Bogen des Halbkreises. Wie viele Dreiecke können gebildet werden, deren Eckpunkte 3 dieser 8 Punkte sind?

- (A) 48                      (B) 49                      (C) 50                      (D) 52                      (E) 54

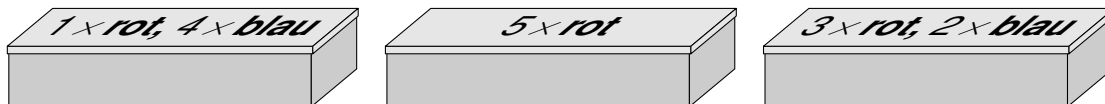


- C4** Der Flächeninhalt des grauen Halbkreises beträgt  $12\text{ cm}^2$ . Welchen Flächeninhalt hat der große Viertelkreis?

(A)  $42\text{ cm}^2$       (B)  $36\text{ cm}^2$       (C)  $32\text{ cm}^2$       (D)  $30\text{ cm}^2$       (E)  $25\text{ cm}^2$



- C5** Auf dem Tisch stehen 3 Schachteln, die jeweils 5 Kugeln enthalten. Die Deckel sind vertauscht. Auf jedem Deckel steht, was eine der beiden anderen Schachteln enthält. Aleyna und Luis nutzen das für ein Spiel.



Aleyna soll in so wenig Zügen wie möglich den Inhalt von jeder der drei Kisten bestimmen. In jedem Zug wählt Aleyna eine Kiste aus, und aus dieser Kiste gibt Luis ihr eine Kugel. Luis wählt dabei die Kugeln so aus, dass Aleyna möglichst viele Züge benötigt. Wie viele Züge benötigt Aleyna?

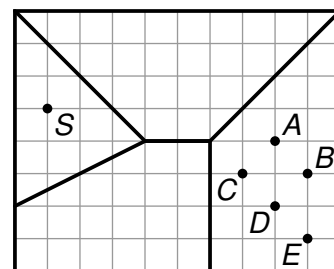
(A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

- C6** Lorena und ihr kleiner Bruder Dani fahren gleichzeitig mit dem Fahrrad von zu Hause los. Sie fahren auf demselben Weg mit konstanter Geschwindigkeit, Lorena mit  $18\text{ km/h}$  und Dani mit  $12\text{ km/h}$ . Nach 20 Minuten ist Lorena müde und fährt auf demselben Weg zurück nach Hause. Als sie Dani trifft, dreht auch Dani um und fährt zurück nach Hause. Wie lange muss Lorena zu Hause warten, bis Dani ankommt?

(A) 4 Minuten      (B) 6 Minuten      (C) 8 Minuten  
(D) 10 Minuten      (E) 15 Minuten

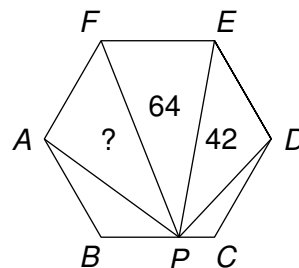
- C7** Rechts ist schematisch eine Stadt dargestellt, in der es vier Grundschulen gibt, und die vier Einzugsbereiche dieser Schulen. Der Einzugsbereich jeder Schule ist die Menge aller Punkte, für die diese Schule näher liegt als jede der drei anderen Schulen. Die Schule im Bereich ganz links befindet sich im Punkt S. In welchem Punkt befindet sich die Schule im Bereich ganz rechts?

(A) in A      (B) in B      (C) in C      (D) in D      (E) in E



- C8** Im regelmäßigen Sechseck  $ABCDEF$  liegt der Punkt  $P$  auf der Seite  $\overline{BC}$ . Das Dreieck  $PEF$  hat einen Flächeninhalt von  $64\text{ cm}^2$ , und das Dreieck  $PDE$  hat einen Flächeninhalt von  $42\text{ cm}^2$ . Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck  $PFA$ ?

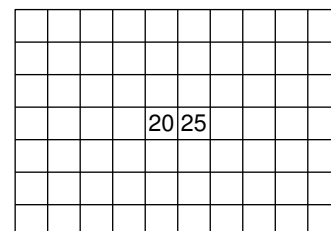
(A)  $53\text{ cm}^2$       (B)  $54\text{ cm}^2$       (C)  $56\text{ cm}^2$       (D)  $60\text{ cm}^2$       (E)  $64\text{ cm}^2$



- C9** In jeder Zelle eines  $7 \times 10$ -Rechtecks steht eine ganze Zahl. Die Summe aller Zahlen in einem beliebigen  $3 \times 4$ -Rechteck oder  $4 \times 3$ -Rechteck ist 0. In den beiden Zellen in der Mitte stehen die Zahlen 20 und 25.

Was ist die Summe aller Zahlen im  $7 \times 10$ -Rechteck?

(A)  $-45$       (B)  $-25$       (C)  $-20$       (D)  $-5$       (E) 5



- C10** Die Abbildung zeigt ein regelmäßiges Achteck mit der Seitenlänge  $1\text{ cm}$ . Um jeden Eckpunkt wurde ein Bogen mit dem Radius  $1\text{ cm}$  gezeichnet. Wie groß ist der Umfang der grauen Fläche in  $\text{cm}$ ?

(A)  $\pi$       (B)  $\frac{2\pi}{3}$       (C)  $\frac{8\pi}{9}$       (D)  $\frac{4\pi}{5}$       (E)  $\frac{3\pi}{4}$

