

Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 16. März 2000

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen; wenn keine Antwort gegeben wird, gibt es 0 Punkte. Mehr als ein Antwortkreuz zu einer Frage wird als falsche Antwort bewertet.
3. Jeder Teilnehmer bekommt 30 Punkte als Grundpunktzahl zu Beginn. Damit wird eine negative Gesamtpunktzahl verhindert. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150.
4. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

1. Max lügt regelmäßig von Montag bis Mittwoch, an den anderen Tagen jedoch sagt er stets die Wahrheit. Als er sich kürzlich mit Moritz unterhielt, teilte er diesem mit: „Gestern habe ich gelogen, und überübermorgen werde ich wieder lügen.“ An welchem Wochentag fand dieses Gespräch statt?

- (A) Montag (B) Dienstag (C) Mittwoch (D) Donnerstag (E) Freitag

2. Welche der folgenden Zahlen ist die größte?

- (A) 2^{32} (B) 4^{15} (C) 8^{11} (D) 16^8 (E) 32^6

3. Wenn $0 \leq x \leq 4$ und $y < 12$, dann kann xy nicht gleich sein

- (A) -2 (B) 0 (C) 6 (D) 24 (E) 48

4. Von den Graphen der folgenden Funktionen ist genau einer eine Parallele zur y -Achse. Welcher ist es?

- (A) $x = -2000$ (B) $y = 2000$ (C) $x + y = 0$ (D) $y - x = 0$ (E) $x - y = 0$

5. Wenn Mama Napoli Pasta bereitet, rechnet sie sich die Zeit t (in min), die sie dafür braucht, nach der Formel $t = a(\sqrt[3]{m})^2$ aus, wobei m (in g) die Masse der Pasta ist und a eine gewisse Konstante. Wenn man für eine Pasta von 125 g eine Zeit von 50 min braucht, wie lange braucht man dann, um eine Pasta von 343 g zu bereiten?

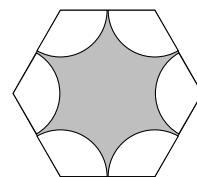
- (A) 4 h 28 min (B) 2 h 17 min (C) 1 h 38 min (D) 1 h 10 min (E) 57 min

6. Wenn der Preis für kandierte Mandeln 20% niedriger wäre, als er ist, um wie viel mehr kandierte Mandeln könnte ich dann für 10 € kaufen?

- (A) 20% (B) 15% (C) 25% (D) 10% (E) 50%

7. Bei dem in der Abbildung dargestellten regelmäßigen Sechseck ist um jeden Eckpunkt mit der Hälfte der Sechseckseitenlänge als Radius ein Kreisbogen geschlagen worden. Wenn der Umfang des Sechsecks 36 beträgt, wie groß ist dann der Umfang der grau gefärbten Fläche?

- (A) 15π (B) 12π (C) 9π (D) 6π (E) 3π



8. Für die Primzahlen p, q, r gilt $p + 18 = q + 14 = r + 35$. Dann gilt:

- | | | |
|--------------|---|--------------|
| (A) $p > 18$ | (B) p ist geradzahlig | (C) $p < 17$ |
| (D) $p = 5$ | (E) Solche Primzahlen existieren nicht. | |

9. Beim Räuchern von Schinken wird mit einem durchschnittlichen Gewichtsverlust von 12% gerechnet. Wie schwer war das ungeräucherte Schinkenfleisch, wenn der geräucherte Schinken 9,25 kg wiegt?

- (A) ca. 12,13 kg (B) ca. 11,33 kg (C) ca. 10,51 kg (D) ca. 9,71 kg (E) ca. 8,85 kg

10. Die Zahl $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$ ist gleich

- | | | | | |
|------------------------------|------------------------------|----------------|-------|---|
| (A) $\frac{5^{2000} - 1}{4}$ | (B) $\frac{5^{2000} + 1}{4}$ | (C) 4^{1000} | (D) 1 | (E) $\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^{200}$ |
|------------------------------|------------------------------|----------------|-------|---|

4-Punkte-Aufgaben

11. Es sei $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots + (-1)^{n-1}n$ ($n \in \mathbb{N}$). Dann ist $S_{1999} - S_{2000}$

- (A) negativ (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 2000

12. Ein konvexes Viereck kann maximal 4 rechte Winkel haben. Wie viele rechte Winkel kann ein konvexes Achteck maximal haben? (Ein Vieleck ist konvex, wenn die Verbindungsstrecke je zweier nicht benachbarter Eckpunkte ganz im Innern des Vielecks verläuft.)

- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 3 (E) 2

13. Welches ist die größte Anzahl voneinander verschiedener Primzahlen, durch die eine natürliche Zahl, die kleiner als 1000 ist, teilbar ist?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. Jana hat als Hausaufgabe 40 quadratische Gleichungen zu lösen. Um ihr einen Anreiz für die viele Arbeit zu geben, setzt ihre Mutter eine Zielprämie aus; Jana erhält für jede richtig gelöste Aufgabe 0,5 €, allerdings wird für jede falsch oder gar nicht gelöste 1 € abgezogen. Als Jana fertig ist, erhält sie 2 €. Wie viele der Gleichungen hat sie richtig gelöst?

- (A) 24 (B) 25 (C) 28 (D) 29 (E) 30

15. Für die Zahl $\frac{1}{5^{2000}}$ gibt es eine Darstellung als endlicher Dezimalbruch. Welches ist die letzte Ziffer dieses Dezimalbruches?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

16. Von einer Reise habe ich mir eine quaderförmige Kiste, vollgepackt mit gleichgroßen bunten Glaswürfelchen mitgebracht, aus denen ich ein Mosaik legen will. Zuerst nehme ich die oberste Schicht, das sind 77 Würfel, als nächstes die rechte, aus 55 Würfelchen bestehende Seitenschicht und schließlich die hintere Schicht. Wie viele Glaswürfelchen sind nun noch in der Kiste?

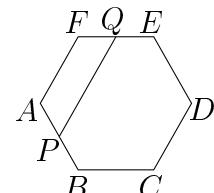
- (A) 4235 (B) 462 (C) 256 (D) 295 (E) 300

17. Als Ben auf die Waage steigt, zeigt die Spitze des Zeigers auf 47 kg; bei seiner Freundin Lucy zeigt sie auf 39 kg. Als sie sich zusammen wiegen, weist die Spitze des Zeigers auf 91 kg. Erst jetzt fällt beiden auf, dass der Zeiger der Waage etwas gebogen ist. Wie viel wiegt Ben tatsächlich?

- (A) 41 kg (B) 42 kg (C) 44 kg (D) 50 kg (E) 52 kg

18. $ABCDEF$ sei ein regelmäßiges Sechseck. Die Punkte P und Q seien die Mittelpunkte der Seiten AB bzw. EF . Dann ist das Verhältnis der Flächeninhalte $A_{APQF} : A_{ABCDEF} =$

- (A) 5 : 36 (B) 1 : 6 (C) 5 : 24 (D) 1 : 4 (E) 5 : 18



19. Wie viele geordnete Paare (x, y) gibt es, für die die folgenden Bedingungen wahr sind:
(1) x ist geradzahlig; (2) y ist eine Primzahl; (3) $0 < x\sqrt{y} < 10$?

- (A) 3 (B) 7 (C) 10 (D) 11 (E) 13

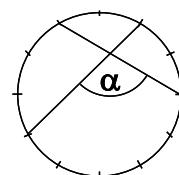
20. Albert, Bruno und Claudia gehen gemeinsam ins Kino. Da der Film Überlänge hat, hat Albert 5 Tüten Popcorn eingekauft, Bruno 2 von derselben Sorte. Claudia hat nichts eingekauft. Bis zum Ende des Films knabbern sie gemeinsam. Bevor sie sich trennen, teilen sie sich noch die Kosten. Claudia und Bruno rechnen ihren Anteil aus, und Claudia gibt Albert 7 DM. Wie viel bekommt Albert von Bruno?

- (A) 1,00 DM (B) 3,50 DM
 (C) er muss 2,50 DM an Bruno bezahlen (D) 0,50 DM
 (E) er muss 1,00 DM an Bruno bezahlen

5-Punkte-Aufgaben

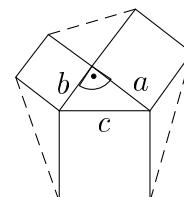
21. Grit hat das Zifferblatt einer Uhr gezeichnet. Sie verbindet den 1-Uhr-Punkt mit dem 8-Uhr-Punkt und den 3-Uhr-Punkt mit dem 11-Uhr-Punkt (s. Abb.). Wie groß ist der Winkel α ?

- (A) 85° (B) $87,5^\circ$ (C) 95° (D) 100° (E) 105°



22. Man geht aus von der Figur, die zum Satz des Pythagoras gehört, und verbindet die äußeren Eckpunkte, wie in der Abbildung dargestellt. Der Flächeninhalt des entstehenden Sechsecks ist dann gleich

- (A) $ab + \frac{5}{2}(a^2 + b^2)$ (B) $2ab + \frac{3}{2}(a^2 + b^2)$ (C) $\frac{3}{2}ab + 2(a^2 + b^2)$
 (D) $2(ab + a^2 + b^2)$ (E) $\frac{5}{2}ab + 2(a^2 + b^2)$

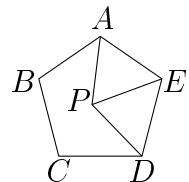


23. Alle ganzen Zahlen auf der Zahlengeraden werden entweder rot oder blau markiert. Dabei gilt, dass, falls eine Zahl rot markiert ist, ihr fünfter Nachbar zur Rechten blau ist, und ist eine Zahl blau markiert, so ist ihr fünfter Nachbar zur Linken rot. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Markierung der ganzen Zahlen auf diese Weise gibt es?

- (A) 2 (B) 20 (C) 32 (D) 125 (E) 144

24. Es sei $ABCDE$ ein reguläres Fünfeck. Das Dreieck APE sei gleichseitig. Wie groß ist der Winkel $\angle EDP$?

- (A) 45° (B) 54° (C) 60° (D) 66° (E) 72°



25. Die Zahl $6pq\bar{p}q\bar{q}$ (p und q sind Ziffern) ist ein Vielfaches von 18. Löschen wir die erste und die letzte Ziffer, dann ist die so entstandene Zahl nur noch durch 6 teilbar. Dann ist die Ziffer p gleich

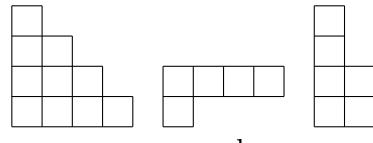
- (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) 9

26. Man betrachte die Punkte $A(-2; -1)$ und $B(2; 2)$ in der Ebene. Wenn $C(x; 1)$ ein Punkt ist, für den die Summe der Abstände zu den Punkten A und B , also $|AC| + |CB|$ minimal ist, so ist x gleich

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) 0 (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1 (E) $\frac{4}{3}$

27. Die drei abgebildeten Figuren sind die Ansicht einer aus Holzwürfeln gebauten „Burg“ von vorn, von oben und von links. Wie viele Würfel sind verbaut worden?

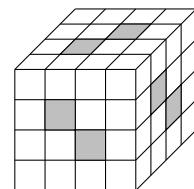
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14



28. Vier Katzen, Willy, Line, Milly und Tom, jagen Mäuse. Line und Tom jagen zusammen genauso viele wie Willy und Milly, wobei Willy mehr Mäuse gefangen hat als Milly. Willy und Tom haben zusammen weniger Mäuse gefangen, als Line und Milly zusammen gefangen haben. Line hat 3 Mäuse gefangen, wie viele hat Milly gefangen?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

29. Wir haben einen Würfel, der aus 64 kleinen $1 \times 1 \times 1$ -Würfeln zusammengeklebt ist. An den grau gefärbten Stellen (s. Abb.) ist jeweils parallel zu den Seiten eine quadratische Bohrung durch den großen Würfel hindurchgeführt worden. Wie viele der kleinen Würfel sind jetzt weniger im großen Würfel?



- (A) 24 (B) 22 (C) 20 (D) 21 (E) 23

30. Marie und Peter setzen je 20 Gummibärchen ein und spielen durch Werfen einer Münze um diesen Einsatz. Vor jedem Wurf raten beide, was oben liegen wird, Wappen oder Zahl. Wer als erster 10-mal richtig geraten hat, gewinnt den gesamten Einsatz (40 Gummibärchen). Als dann Marie 7-mal und Peter 9-mal richtig geraten hat, beschließen sie, die Gummibärchen entsprechend der Wahrscheinlichkeit, den ganzen Einsatz zu gewinnen, zu verteilen. Wie viele Gummibärchen bekommt Peter?

- (A) 22 (B) 25 (C) 30 (D) 32 (E) 35