

Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 17. März 2022

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
 2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
 3. Taschenrechner und andere elektronische Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

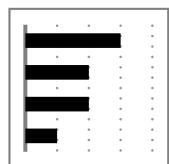
A1 $2^0 \cdot 2^2 =$

A2 Am Ende eines Kartenspiels hat Kai mehr Punkte als Zoé aber weniger als Jona. Svea hat mehr Punkte als Kai. Zwei von ihnen haben genau dieselbe Anzahl an Punkten. Welche zwei sind das?

- (A) Svea und Jona (B) Zoé und Svea (C) Jona und Zoé (D) Svea und Kai (E) Kai und Jona

A3 Das Produkt der Ziffern einer 10-stelligen natürlichen Zahl ist 15. Wie groß ist die Summe der Ziffern dieser Zahl?

A4 Maren entdeckt auf ihrem Smartphone, wie viel Zeit sie gestern mit ihren vier Lieblings-Apps verbracht hat (s. Abb.). Heute hat sie zwei dieser Apps genauso lange benutzt wie gestern, die anderen zwei nur halb so lange. Im Diagramm sind die Apps stets nach der Benutzungsdauer sortiert. Wie kann das Diagramm für heute sicher nicht aussehen?



- (A) (B) (C) (D) (E)

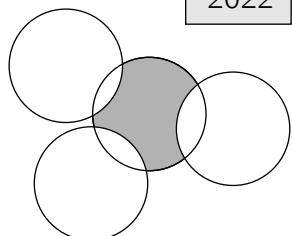
A5 Auf einem Zettel stehen in aufsteigender Reihenfolge untereinander alle natürlichen Zahlen von 2 bis 2022, die nur aus den Ziffern 0 und 2 bestehen. Welche Zahl steht in der Mitte?

- (A) 200 (B) 220 (C) 222 (D) 2000 (E) 2002

2
20
22
⋮
2022

A6 Die vier abgebildeten Kreise haben alle den Radius 1 cm. Was gilt (in cm) für den Umfang u der grauen Fläche?

- (A) $u \leq \pi$ (B) $u = \frac{3\pi}{2}$ (C) $\frac{3\pi}{2} < u < 2\pi$
 (D) $u = 2\pi$ (E) $u \geq 3\pi$



A7 Nick bemerkt, dass auf dem Wasserzähler sechs verschiedene Ziffern zu sehen sind (s. Abb.). Wie viel Wasser wird verbraucht, bis das nächste Mal auf dem Wasserzähler sechs verschiedene Ziffern zu sehen sind?

- (A) 0.047 m^3 (B) 0.186 m^3 (C) 0.258 m^3 (D) 0.537 m^3 (E) 2.249 m^3

A8 Für wie viele reelle Zahlen x gilt die Gleichung $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

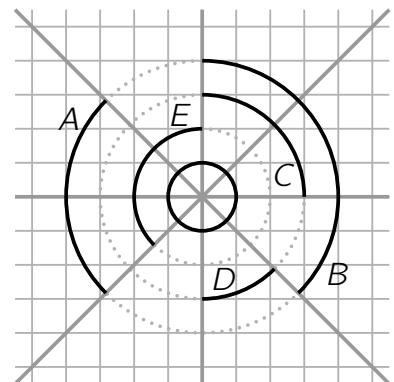
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A9 Welcher der schwarzen Kreisbögen ist genauso lang wie der Umfang des kleinen schwarzen Kreises in der Mitte?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

A10 Es seien a, b, c reelle Zahlen und alle ungleich 0. Die Zahlen $-a^4b^3c^2$ und $a^3b^5c^6$ haben dasselbe Vorzeichen. Welche der folgenden Aussagen ist auf jeden Fall richtig?

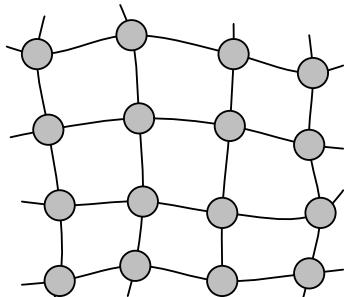
- (A) $a > 0$ (B) $b < 0$ (C) $c > 0$ (D) $b > 0$ (E) $a < 0$



4-Punkte-Aufgaben

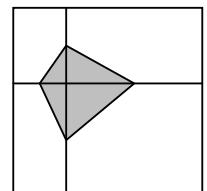
B1 Im Stadtpark sollen für die Joggerinnen und Jogger an einigen der 16 Wegkreuzungen (s. Abb.) Wasserspender aufgestellt werden. Wie viele Wasserspender müssen es mindestens sein, damit von jeder Wegkreuzung der nächstgelegene Wasserspender maximal ein Wegstück entfernt ist?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



B2 Ein großes Quadrat wurde in 4 Rechtecke zerteilt (s. Abb.). Die Eckpunkte des grauen Vierecks sind jeweils Seitenmittelpunkte dieser Rechtecke. Der Flächeninhalt des grauen Vierecks beträgt 3 cm^2 . Welchen Flächeninhalt hat das große Quadrat?

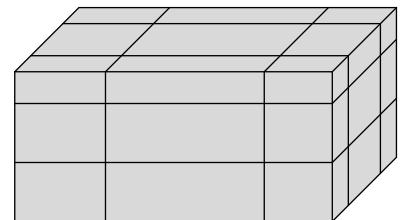
- (A) 16 cm^2 (B) 18 cm^2 (C) 20 cm^2 (D) 24 cm^2 (E) 27 cm^2



B3 Was ist der größte gemeinsame Teiler von $2^{2021} + 2^{2022}$ und $3^{2021} + 3^{2022}$?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 12 (E) 36

B4 Der Oberflächeninhalt des abgebildeten Quaders ist A . Mit sechs geraden Schnitten wurde er in 27 kleinere Quader zerlegt. Wie groß ist der gesamte Oberflächeninhalt aller 27 kleinen Quader?



- (A) $\frac{5}{2}A$ (B) $3A$ (C) $\frac{7}{2}A$ (D) $4A$ (E) $\frac{9}{2}A$

B5 Wenn die Wettervorhersage Regen ansagt oder es am Vortag geregnet hat, nimmt Frau Zucker ihren Schirm mit zur Arbeit, ansonsten nicht. Letzte Woche hat sie ihren Schirm am Dienstag, am Mittwoch und am Freitag mitgenommen. Am Montag und am Donnerstag hat sie ihn zu Hause gelassen. Die Wettervorhersage stimmte an jedem der 5 Tage. An wie vielen der 5 Tage hat es geregnet?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

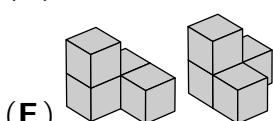
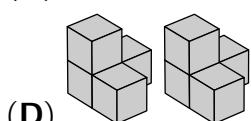
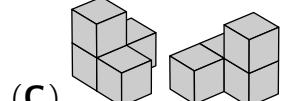
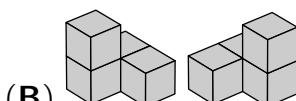
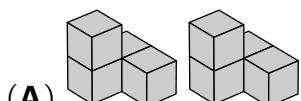
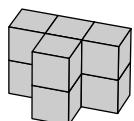
B6 Auf einer Geraden wurden die Punkte A, B, C und D markiert:  Der Abstand zwischen A und C beträgt 12 cm und der Abstand zwischen B und D beträgt 18 cm. Wie groß ist der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Strecken \overline{AB} und \overline{CD} ?

- (A) 6 cm (B) 9 cm (C) 12 cm (D) 15 cm (E) 18 cm

B7 Der Durchschnitt von fünf Zahlen ist 24. Der Durchschnitt der drei kleinsten dieser Zahlen ist 19 und der Durchschnitt der drei größten ist 28. Welches ist die drittgrößte Zahl?

- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

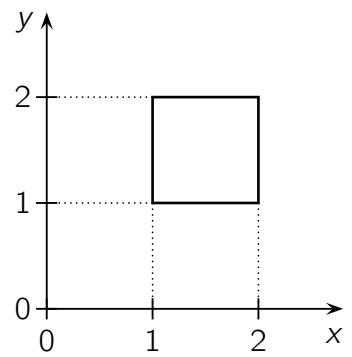
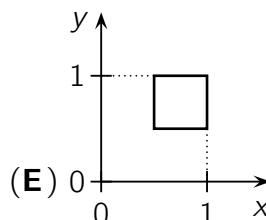
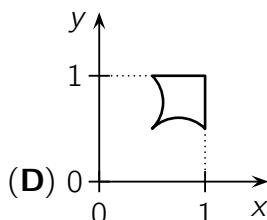
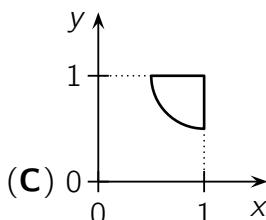
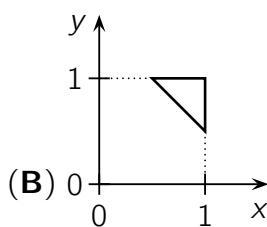
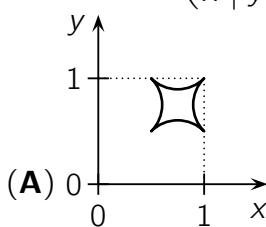
B8 Welche zwei Teile lassen sich zu dem rechts abgebildeten Körper zusammensetzen?



B9 An einem Judo-Wettkampf nehmen 8 Schüler teil. Die vier Paarungen der 1. Runde werden ausgelost und die vier Sieger kommen in die 2. Runde. Die zwei Paarungen der 2. Runde werden erneut ausgelost und die beiden Sieger kommen ins Finale. Stephan wird jeden Kampf gewinnen außer den gegen den unbesiegbaren Frank, der den Wettkampf gewinnen wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Stephan das Finale erreicht?

- (A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{7}{8}$

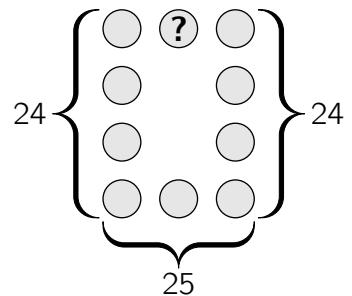
B10 Ein Quadrat liegt in einem Koordinatensystem (s. Abb. rechts). Jeder Punkt $(x | y)$ des Quadrats wird auf den Punkt $\left(\frac{1}{x} \mid \frac{1}{y}\right)$ transformiert. Wie sieht das transformierte Quadrat aus?



5-Punkte-Aufgaben

C1 Die Zahlen von 1 bis 10 sollen so in die Kreise geschrieben werden, dass die Summe der vier Zahlen in den linken Kreisen sowie die Summe der vier Zahlen in den rechten Kreisen gleich 24 und die Summe der drei Zahlen in den unteren Kreisen gleich 25 ist. Welche Zahl muss in den Kreis mit dem Fragezeichen geschrieben werden?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

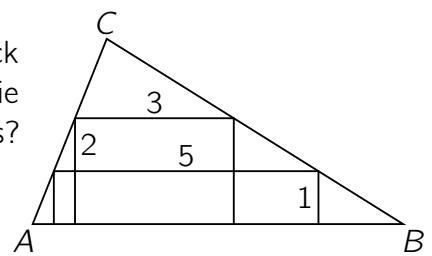


C2 Malte schreibt an die Eckpunkte eines 20-Ecks die Zahlen von 1 bis 20. Dann schreibt er an jede Seite den Betrag der Differenz der beiden Zahlen, die an den Eckpunkten dieser Seite stehen. An jeder Seite steht nun entweder eine 1 oder eine 2. An wie vielen Seiten steht eine 1?

- (A) 2 (B) 4 (C) 10 (D) 12 (E) 16

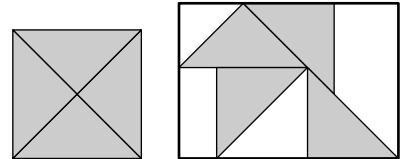
- C3** Ein Rechteck mit den Seitenlängen 1 cm und 5 cm und ein Rechteck mit den Seitenlängen 2 cm und 3 cm passen in das Dreieck ABC wie abgebildet. Wie groß ist die zur Seite \overline{AB} gehörige Höhe dieses Dreiecks?

(A) $\frac{10}{3}$ cm (B) $\frac{7}{2}$ cm (C) $\frac{13}{4}$ cm (D) $\frac{16}{5}$ cm (E) $\frac{11}{3}$ cm



- C4** Delaila schneidet ein buntes quadratisches Blatt Papier mit Seitenlänge 10 cm in vier kongruente Dreiecke. Die vier Teile klebt sie auf den Deckel einer rechteckigen Kiste (s. Abb.). Welchen Flächeninhalt (in cm^2) hat der Teil des Deckels, den Delaila nicht überklebt hat?

(A) $50 + 50\sqrt{2}$ (B) $125\sqrt{2} - 100$ (C) $75 + 25\sqrt{2}$
(D) $250 - 100\sqrt{2}$ (E) $75\sqrt{2}$

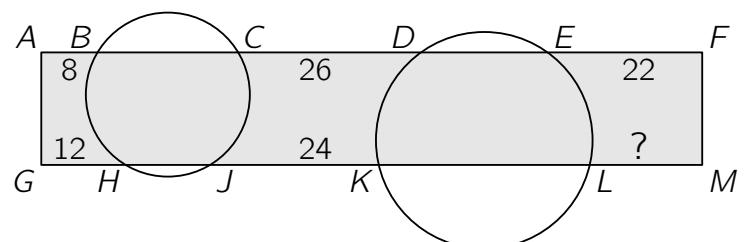


- C5** Wie viele 3-stellige natürliche Zahlen gibt es, die 5-mal so groß sind wie das Produkt ihrer Ziffern?

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

- C6** Zwei Kreise schneiden das Rechteck $GMFA$ (s. Abb.). Es gilt $|AB| = 8 \text{ cm}$, $|CD| = 26 \text{ cm}$, $|EF| = 22 \text{ cm}$, $|GH| = 12 \text{ cm}$ und $|JK| = 24 \text{ cm}$. Welchen Abstand haben die Punkte L und M ?

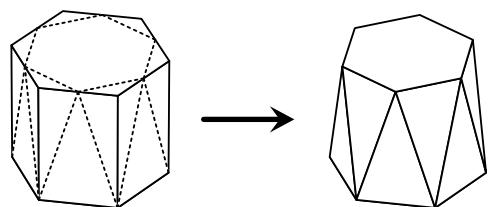
(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 16 cm
(D) 17 cm (E) 18 cm



- C7** Es sei N eine beliebige positive ganze Zahl. Wie viele ganze Zahlen sind größer als $\sqrt{N^2 + N + 1}$ und kleiner als $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

(A) $N + 1$ (B) $2N - 1$ (C) $2N$ (D) $2N + 1$ (E) $3N - 1$

- C8** Von einem regelmäßigen, 6-seitigen Prisma wurden die sechs oberen Ecken abgeschnitten (s. Abb.). Die neue Deckfläche ist nun ein kleineres regelmäßiges Sechseck, und die Mantelfläche besteht aus zwölf gleichschenkligen Dreiecken. Das Volumen des Prismas war 36 cm^3 . Wie groß ist das gesamte Volumen der sechs abgeschnittenen Ecken?



(A) 3 cm^3 (B) $3\sqrt{3} \text{ cm}^3$ (C) $3\sqrt{2} \text{ cm}^3$ (D) 6 cm^3 (E) $2\sqrt{3} \text{ cm}^3$

- C9** Die Bildungsvorschrift der Folge f_n ist gegeben durch $f_{2m} = f_2 \cdot f_m + 1$ und $f_{2m+1} = f_2 \cdot f_m - 2$ für alle $m \geq 1$. Für das erste Folgenglied gilt $0 < f_1 < 1$ und für das siebente $f_7 = 2$. Welchen Wert hat f_2 ?

(A) 2 (B) $\frac{7}{2}$ (C) -1 (D) $-\frac{1}{3}$ (E) 4

- C10** Bei einem Juwelier ist der Wert der Diamanten im Tresor 45-mal so groß wie der Wert der Diamanten in der Auslage. Als ein Kunde die zwei wertvollsten Diamanten aus der Auslage für sich reservieren lässt, bringt der Juwelier sie in den Tresor, um sie dort für ihn zu verwahren. Nun ist der Wert der Diamanten im Tresor 48-mal so groß wie der Wert der Diamanten in der Auslage. Welches ist die kleinstmögliche Anzahl an Diamanten, die jetzt noch in der Auslage liegen?

(A) 19 (B) 24 (C) 27 (D) 31 (E) 36