

## Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 11. April 2013

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden  $3/4$ ,  $4/4$  oder  $5/4$  Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

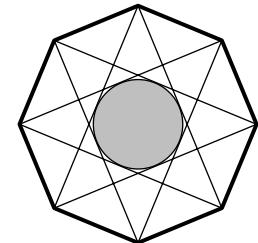
### 3-Punkte-Aufgaben

**A1** Welche der folgenden Zahlen ist die größte?

- (A) 2013      (B)  $2^{(0+13)}$       (C)  $20^{13}$       (D)  $201^3$       (E)  $20 \cdot 13$

**A2** Das abgebildete regelmäßige Achteck hat eine Seitenlänge von 11 cm. Wie groß ist der Radius des grauen Kreises?

- (A) 5 cm      (B) 5,5 cm      (C) 6 cm      (D) 7 cm      (E) 7,5 cm



**A3** Gegeben sind drei 2-stellige Zahlen  $AA$ ,  $BB$  und  $CC$ , die aus je zwei gleichen Ziffern bestehen. Wenn  $AA + BB + CC = 198$  gilt, wie groß ist dann  $A + B + C$ ?

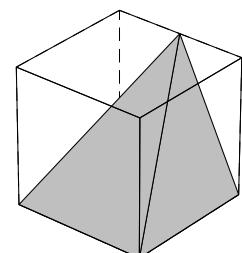
- (A) 15      (B) 16      (C) 17      (D) 18      (E) 19

**A4** Für einen Deutschvortrag lesen Harry und Hermine Hermann Hesses „Steppenwolf“. Hermine ist nach einer Stunde auf Seite 60 angekommen. Harry liest schon drei Stunden, er ist aber nur etwa halb so schnell wie Hermine. Wie viele Seiten hat Harry zu diesem Zeitpunkt ungefähr gelesen?

- (A) 30      (B) 45      (C) 80      (D) 90      (E) 120

**A5** Eine hölzerne Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist in einem durchsichtigen Würfel verpackt. Die Spitze der Pyramide liegt genau auf der Mitte einer Würfelseite (s. Abb.). Wir betrachten die Pyramide durch die sechs Würfelseiten und zeichnen einige Ansichten. Welche der folgenden Abbildungen ist keine solche Ansicht der Pyramide?

- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)



**A6** Als ich bemerke, dass  $2^4 = 4^2$  ist, probiere ich, ob das für 2 und 8 auch gilt. Da klappt es aber nicht, denn  $2^8$  ist größer als  $8^2$ , und zwar

- (A) 2-mal so groß      (B) 4-mal so groß      (C) 8-mal so groß      (D) 16-mal so groß      (E) 32-mal so groß

**A7** Das Prisma im Bild hat 5 Flächen und 9 Kanten. Wie viele Kanten hat ein Prisma, das 2013 Flächen besitzt?

- (A) 2011      (B) 2013      (C) 4022      (D) 4024      (E) 6033



**A8** Als Präsident des Fördervereins „Kloster am Dom e. V.“ schreibt unser Mathematiklehrer regelmäßig die Klosterkolumne im Stadtbogen. Dieses Jahr trug sie zum Jahresanfang den Titel „Klostermathematik“. Darin stand: „2013 besteht aus vier aufeinanderfolgenden Ziffern, aus 0, 1, 2 und 3. Und unser schönes Kloster wurde in dem Jahr gegründet, in dem das letzte Mal die Jahreszahl aus aufeinanderfolgenden Ziffern bestand.“ Wie alt ist das Kloster?

- (A) 581 Jahre alt (B) 671 Jahre alt (C) 689 Jahre alt (D) 770 Jahre alt (E) 779 Jahre alt

**A9** Die dritte Wurzel aus  $3^{(3^3)}$  ist gleich

- (A)  $3^{(3^2)}$  (B)  $3^3$  (C)  $3^{(3^3-1)}$  (D)  $3^{(2^3)}$  (E) 3

**A10** Wenn ich mit meinen Eltern und meinen beiden Schwestern meine Großmutter in Thüringen besuche, freue ich mich jedes Mal auf die Klöße, die sie zum Mittag macht. Heute hatte sie für uns 6 Personen 20 Klöße gemacht, die wie immer aufgegessen wurden. Sie selbst hat nur einen Klöß gegessen, meine Mutter hat 2 und ich habe 3 Klöße gegessen. Mein Vater hat wie immer mehr als jeder andere gegessen. Wie viele Klöße hat mein Vater *mindestens* gegessen?

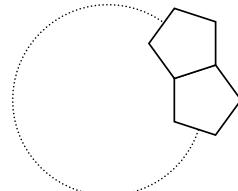
- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

#### 4-Punkte-Aufgaben

**B1** Wenn Wasser gefriert, vergrößert sich sein Volumen um  $\frac{1}{11}$ . Wenn Eis schmilzt, verringert sich dessen Volumen also um

- (A)  $\frac{1}{10}$  (B)  $\frac{1}{11}$  (C)  $\frac{1}{12}$  (D)  $\frac{1}{13}$  (E)  $\frac{1}{14}$

**B2** Architekt Peter vom Stein plant die Fußboden-Gestaltung des neuen Konzertaals. Der Flügel soll in einem Kreis stehen, dessen Rand aus identischen Marmorplatten gebildet wird, die regelmäßige Fünfecke sind (s. Abb.). Wie viele Marmor-Fünfecke müssen für den vollständigen Kreisrand eingeplant werden?



- (A) 5 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15

**B3** Wie viele der folgenden Ungleichungen gelten *für alle* reellen Zahlen  $x$ , die  $2 < x < 3$  erfüllen?

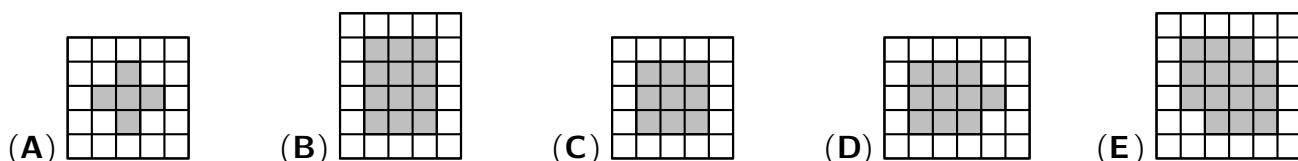
$$4 < 2x < 6 \quad 4 < 3x < 9 \quad 8 < 4x < 15 \quad 12 < 5x < 15$$

- (A) keine (B) eine (C) zwei (D) drei (E) alle vier

**B4** Wie viele zweistellige natürliche Zahlen gibt es, bei denen sowohl ihre Hälfte als auch ihr Doppeltes wieder eine zweistellige natürliche Zahl ist?

- (A) 15 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 50

**B5** Ein kreisrunder Teppich liegt auf einem quadratisch gefliesten Boden. Alle Fliesen, auf denen ein Teil des Teppichs liegt, werden grau markiert. Welches der folgenden Muster kann dabei nicht entstehen?



**B6** Für eine lineare Funktion  $f$  gilt  $f(2013) - f(2003) = 100$ . Wie groß ist dann  $f(2031) - f(2013)$ ?

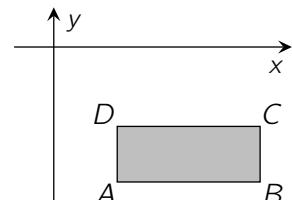
- (A) 100      (B) 120      (C) 150      (D) 180      (E) 200

**B7** Wie viele Paare  $(x, y)$  natürlicher Zahlen gibt es, für die  $x^2y^3 = 2^{33}$  gilt?

- (A) 3      (B) 6      (C) 8      (D) 11      (E) 12

**B8** Das Rechteck  $ABCD$  liegt im 4. Quadranten des Koordinatensystems, seine Seiten sind parallel zu den Achsen. Für welchen der 4 Eckpunkte ist der Quotient  $\frac{y}{x}$  aus der  $y$ -Koordinate und der  $x$ -Koordinate am größten?

- (A) für  $A$       (B) für  $B$       (C) für  $C$   
 (D) für  $D$       (E) Das hängt von der Gestalt des Rechtecks ab.



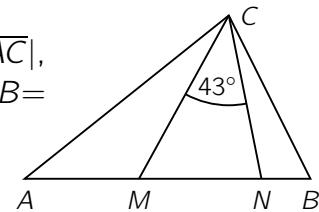
**B9** Die vier Familien in der Gartenstraße 42 bekommen gerade drei verschiedene Pakete geliefert, ein großes, ein mittleres und ein ganz kleines. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine der Familien mehr als eines der drei Pakete bekommt?

(Die Wahrscheinlichkeit, ein Paket zu bekommen, ist für jede Familie die gleiche.)

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{2}{7}$       (C)  $\frac{3}{8}$       (D)  $\frac{4}{9}$       (E)  $\frac{5}{10}$

**B10** Im Dreieck  $ABC$  liegen die Punkte  $M$  und  $N$  auf der Seite  $\overline{AB}$ . Es gilt  $|\overline{AN}| = |\overline{AC}|$ ,  $|\overline{BM}| = |\overline{BC}|$  und  $\angle MCN = 43^\circ$  (Abb. nicht maßstabsgerecht). Dann ist  $\angle ACB =$

- (A)  $86^\circ$       (B)  $89^\circ$       (C)  $90^\circ$       (D)  $92^\circ$       (E)  $94^\circ$

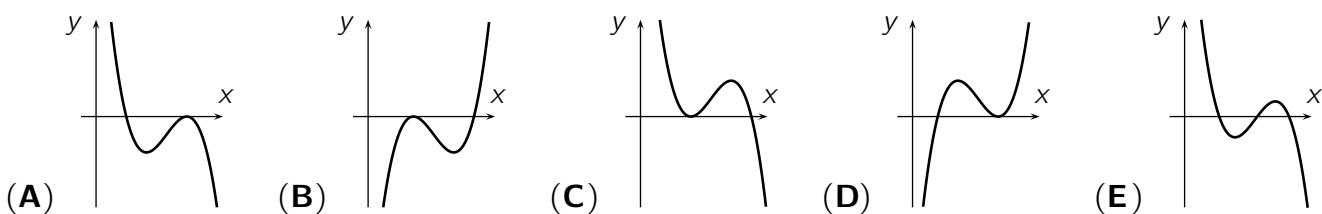


### 5-Punkte-Aufgaben

**C1** Beim Schulmarathon gab es in diesem Jahr einen neuen Rekord: 101 Teilnehmer waren dabei. Silke hatte zum Schluss doppelt so viele hinter sich wie Eva vor sich hatte. Und Eva ihrerseits hatte beim Zieleinlauf dreimal so viele hinter sich wie Silke vor sich hatte. Welchen Platz belegte Eva?

- (A) den 20.      (B) den 21.      (C) den 40.      (D) den 41.      (E) den 61.

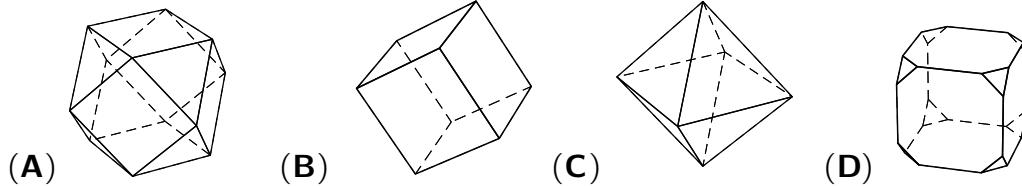
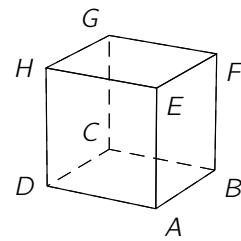
**C2** Es sei  $a < b$ . Welcher der folgenden Graphen gehört zur Funktion  $W(x) = (a - x)(b - x)^2$ ?



**C3** Christina will ein Rechteck zeichnen, dessen eine Seite 5 cm lang ist. Das Rechteck soll so beschaffen sein, dass es durch eine gerade Linie in zwei Teile zerlegt werden kann, von denen eines ein Quadrat ist und außerdem eines der beiden Teile  $4 \text{ cm}^2$  groß ist. Wie viele verschiedene Rechtecke kann Christina zeichnen?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

- C4** Zu jedem Eckpunkt des Würfels  $ABCDEFGH$  stelle ich mir die Ebene vor, die durch die drei zu diesem Eckpunkt benachbarten Eckpunkte bestimmt ist. Zum Eckpunkt  $E$  gehört z. B. die Ebene durch  $A, F$  und  $H$ . Ich schneide entlang aller dieser acht Ebenen. Dadurch zerfällt der Würfel in mehrere Teilkörper. Welche Gestalt hat der Teilkörper, der den Würfelmittelpunkt enthält?



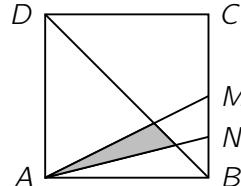
Es bleibt nur  
der Würfel-  
mittelpunkt  
übrig.

- C5** Wie viele Lösungen  $(x, y)$ , wobei  $x$  und  $y$  reelle Zahlen sind, hat die Gleichung  $x^2 + y^2 = x + y$ ?
- (A) 1      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) unendlich viele
- C6** Daniela untersucht eine Zahlenfolge, die mit  $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 6, a_4 = 10, a_5 = 15, \dots$  beginnt. Daniela stellt fest, dass es für alle  $m, n \in \mathbb{N}$  einen Zusammenhang zwischen den Gliedern  $a_m, a_n$  und  $a_{m+n}$  gibt. Es gilt nämlich  $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$ . Wie groß ist  $a_{100}$ ?
- (A) 100      (B) 1000      (C) 2012      (D) 4950      (E) 5050

- C7** In der Ebene seien mehrere Geraden gegeben. Die 1. Gerade schneidet genau 3 der anderen Geraden. Die 2. Gerade schneidet genau 4 der anderen Geraden. Und die 3. Gerade schneidet weder genau 3 noch genau 4 der anderen Geraden. Um wie viele Geraden handelt es sich insgesamt?
- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 8      (E) 9

- C8** Das Quadrat  $ABCD$  hat die Seitenlänge 1 m.  $M$  ist Mittelpunkt von  $\overline{BC}$ ,  $N$  ist Mittelpunkt von  $\overline{BM}$ . Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Dreiecks?

(A)  $\frac{1}{7} \text{ m}^2$       (B)  $\frac{1}{8} \text{ m}^2$       (C)  $\frac{1}{15} \text{ m}^2$       (D)  $\frac{1}{18} \text{ m}^2$       (E)  $\frac{1}{21} \text{ m}^2$



- C9** Die Probe der Theatergruppe begann heute mit einem Erwärmungsspiel. Jeder bekam eine Rolle zugewiesen und ist nun entweder ein „Bösling“, der stets lügt, oder ein „Gutling“, der stets die Wahrheit spricht. René, der verspätet kommt, soll durch Ja-Nein-Fragen erkunden, welche Rollen Jan und Jörg haben. „Seid ihr beide Gutlinge?“, fragt er Jan, der voll in seiner Rolle ist. Dessen Antwort reicht jedoch nicht aus, um zu wissen, wer welche Rolle hat. René fragt daher Jörg: „Ist Jan ein Gutling?“ Nach Jörgs Antwort ist René voll informiert und kann die Rollen der beiden benennen. Was gilt?

(A) Beide sind Böslinge.      (B) Beide sind Gutlinge.  
 (C) Jan ist ein Gutling, Jörg ein Bösling.      (D) Jörg ist ein Gutling, Jan ein Bösling.  
 (E) Man muss die Antworten von Jan und Jörg kennen, um die Rollen zu bestimmen.

- C10** Fünf Autos fahren gleichzeitig in einen Kreisverkehr, jedes aus einer anderen Richtung (s. Abb.). Jedes der Autos fährt weniger als eine ganze Runde und alle Autos verlassen den Kreisverkehr in unterschiedliche Richtungen. Wie viele verschiedene Kombinationen gibt es für die Autos, den Kreisverkehr zu verlassen?

(A) 24      (B) 44      (C) 60      (D) 81      (E) 120

