

Klassenstufen 11 bis 13

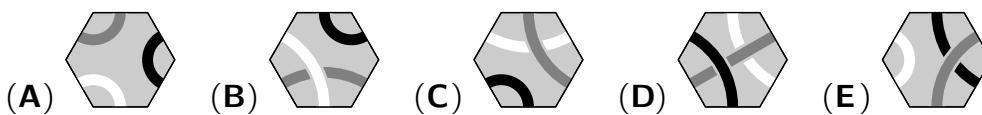
Donnerstag, 17. März 2016

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

- A1** Welches der Teile passt so in die Mitte der Puzzleblume, dass schwarze Linien mit schwarzen, graue Linien mit grauen und weiße Linien mit weißen verbunden sind?



A2 $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} =$

- (A) $\frac{3}{1110}$ (B) $\frac{3}{100}$ (C) $\frac{111}{1000}$ (D) $\frac{3}{111}$ (E) $\frac{111}{1110}$

- A3** Oleg hat eine Tafel Schokolade geschenkt bekommen, die in 8 Reihen zu je 6 Stückchen unterteilt ist. Nachdem er alle Randstückchen gegessen hat, bricht er von der Resttafel nochmals alle Randstückchen für seine Freundin ab. Wie viele Stückchen hat Oleg jetzt noch übrig?

- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 18 (E) 24

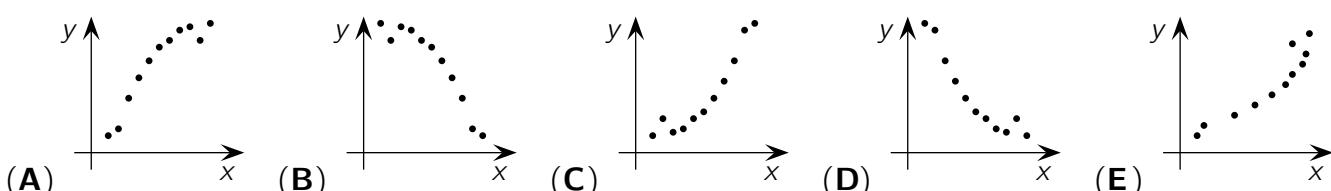
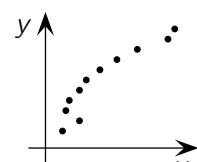
- A4** Annika würfelt einmal mit einem Würfel, der mit den Zahlen 1, -2, 3, -4, 5, -6 beschriftet ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewürfelte Zahl kleiner als 3 ist?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{5}{6}$

- A5** Julia würde sich gern drei neue Musikalben kaufen, aber ihr Geld reicht nur für zwei. Die beiden günstigsten Alben kosten zusammen 23 Euro, das günstigste und das teuerste zusammen 24 Euro und die beiden teuersten zusammen 25 Euro. Wie viel kostet das teuerste Album?

- (A) 12 Euro (B) 13 Euro (C) 14 Euro (D) 15 Euro (E) 16 Euro

- A6** Felix hat die Ergebnisse eines Experiments in ein Diagramm eingetragen, aber dabei versehentlich die Werte für die Messgrößen x und y vertauscht (s. Abb. rechts). Wie müsste das Diagramm richtig aussehen?

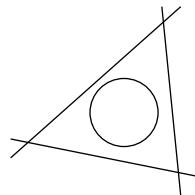


A7 Wie viele natürliche Zahlen sind gleichzeitig größer als $2015 \cdot 2017$ und kleiner als $2016 \cdot 2016$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2017

A8 Um in der Ebene einen Kreis durch Geraden einzugrenzen, werden 3 Geraden benötigt (s. Abb.). Wie viele Ebenen sind mindestens nötig, um eine Kugel im Raum einzugrenzen?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



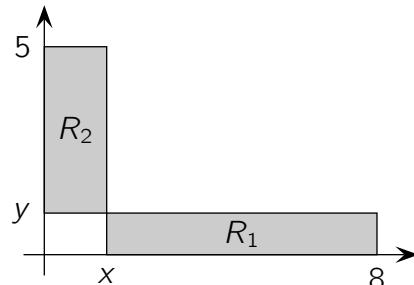
A9 Kim, Ann und Laura sind die drei Finalteilnehmerinnen beim Radrennen „Rund um den Stadtsee“. In die letzte Runde geht Kim vor Ann vor Laura, und bis zum Ziel wird jede der drei genau einmal überholt. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge der drei Mädchen bei der Zieleinfahrt?

- (A) nur eine (B) zwei (C) drei (D) vier (E) sechs

A10 Die beiden grauen Rechtecke R_1 und R_2 in der Abbildung (Abb. nicht maßstabsgetreu) haben den gleichen Flächeninhalt.

Welchen Wert hat $\frac{x}{y}$?

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{7}{4}$ (E) $\frac{8}{5}$



4-Punkte-Aufgaben

B1 Ran hat ihre Trommel für ein Festival mit sechs breiten Streifen beklebt. Vier der folgenden Bilder zeigen Rans Trommel. Welches Bild zeigt eine andere Trommel?

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

B2 Nico arbeitet neben dem Studium in einem Baumarkt. Heute hat er ein Regal aufgebaut. In die 16 leeren Fächer hat er Farbbüchsen gestapelt, in jedes Fach gleich viele. Seine Chefin bat ihn kurz darauf, 4 der Fächer wieder frei zu machen. Also verteilte Nico die Farbbüchsen aus diesen 4 Fächern auf die anderen Fächer, sodass dort jeweils 5 Farbbüchsen dazukamen. Wie viele Farbbüchsen stehen in diesem Regal?

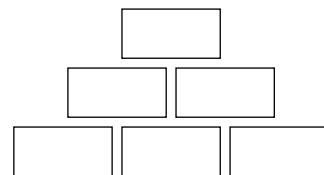
- (A) 80 (B) 128 (C) 192 (D) 225 (E) 240

B3 Für eine reelle Zahl x gelte $x^2 - 8x + 16 = 0$. Welchen Wert hat dann $x + \frac{16}{x}$?

- (A) -8 (B) -4 (C) 0 (D) 4 (E) 8

B4 In jedes Feld der Pyramide soll eine natürliche Zahl größer als 1 so eingetragen werden, dass in den drei oberen Feldern jeweils das Produkt der beiden schräg darunterstehenden Zahlen steht. Welche der folgenden Zahlen kann sicher nicht im obersten Feld stehen?

- (A) 56 (B) 84 (C) 90 (D) 105 (E) 220



B5 Es seien a, b, c und d positive ganze Zahlen, für die $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$ gilt. Welche der vier Zahlen a, b, c und d ist am größten?

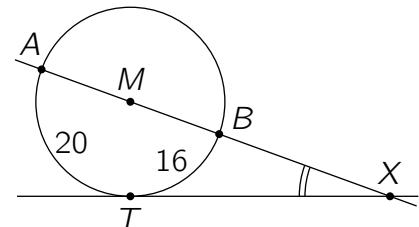
- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) Das ist nicht eindeutig bestimmt.

B6 Uschis Uhr geht 3 Minuten vor, aber sie glaubt, dass sie 5 Minuten nachgeht. Udos Uhr geht 5 Minuten nach, aber er glaubt, dass sie 3 Minuten vorgeht. Wenn Uschi glaubt, dass es 12:00 Uhr ist, was glaubt dann Udo, wie spät es ist?

- (A) 11:44 Uhr (B) 11:56 Uhr (C) 12:00 Uhr (D) 12:04 Uhr (E) 12:16 Uhr

B7 Gegeben ist ein Kreis k und eine Gerade AB durch den Mittelpunkt M . Der Schnittpunkt von AB mit der Tangente in T ist X . Der Bogen \widehat{AT} ist 20 cm lang, und der Bogen \widehat{TB} ist 16 cm lang (Abb. nicht maßstabsgerecht). Wie groß ist der Winkel $\angle AXT$?

- (A) 30° (B) 24° (C) 18° (D) 15° (E) 10°



B8 Im Saloon saßen um einen großen runden Tisch 7 Männer und pokerten. Einige waren stadtbekannte Ganoven. Einer brüllte plötzlich: „Betrug! Ich sitze zwischen zwei Ganoven!“ Da rief auch jeder andere: „Ich sitze auch zwischen zwei Ganoven!“ Der Sheriff saß still am Tresen. Er wusste, dass alle Ganoven logen, die anderen aber die Wahrheit sprachen. Wie viele Ganoven saßen am Tisch und pokerten?

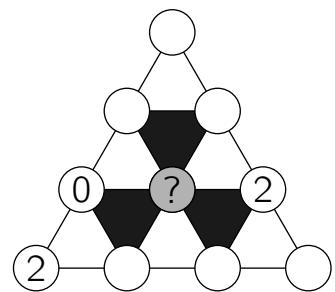
- (A) 3 (B) 4 (C) 5
 (D) 6 (E) Das ist aus diesen Informationen nicht zu ermitteln.

B9 Im Rechteck $ABCD$ ist die Seite \overline{BC} halb so lang wie die Diagonale \overline{AC} . Der Punkt M liegt auf \overline{CD} und es gilt $|\overline{AM}| = |\overline{MC}|$. Wie groß ist der Winkel $\angle CAM$?

- (A) 15° (B) $22,5^\circ$ (C) $27,5^\circ$ (D) 30° (E) 36°

B10 In jeden der 10 Kreise soll entweder eine 0, eine 1 oder eine 2 eingetragen werden. Dabei soll die Summe der drei Eckzahlen eines jeden weißen Dreiecks durch 3 teilbar sein. Die Summe der drei Eckzahlen eines jeden schwarzen Dreiecks soll dagegen *nicht* durch 3 teilbar sein. Welche Zahl kann dann im grauen Kreis stehen?

- (A) nur 0 (B) nur 1 (C) nur 2
 (D) entweder 0 oder 1 (E) Alle drei Zahlen sind möglich.



5-Punkte-Aufgaben

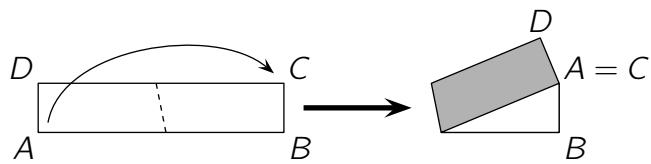
C1 Während Valentina im Stadion 10 Runden läuft, radelt ihr Bruder Pedro mit seinem Rennrad Runde für Runde. Beide sind am selben Punkt gestartet und bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit in derselben Richtung. Pedros Geschwindigkeit ist um 75 % größer als die von Valentina. Wie viele Punkte gibt es auf der Bahn, an denen Valentina von Pedro überholt wird?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

C2 Wie viele verschiedene reelle Lösungen hat die Gleichung $(x^2 - 4x + 5)^{(x^2+x-30)} = 1$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) unendlich viele

- C3** Ein Papierstreifen mit heller Oberseite und dunkler Unterseite ist 5 cm breit und 25 cm lang. Welchen Flächeninhalt hat die sichtbare helle Fläche, wenn wie abgebildet Ecke A auf Ecke C gefaltet wird?



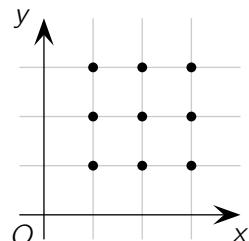
- (A) 25 cm^2 (B) $27,25 \text{ cm}^2$ (C) $27,5 \text{ cm}^2$ (D) 30 cm^2 (E) $31,25 \text{ cm}^2$

- C4** Aus den neun Ziffern 1, 2, ..., 9 werden drei dreistellige Zahlen gebildet, wobei jede dieser Ziffern genau einmal benutzt wird. Welche der folgenden Zahlen ist *sicher nicht* die Summe dieser drei Zahlen?

- (A) 1500 (B) 1503 (C) 1512 (D) 1521 (E) 1575

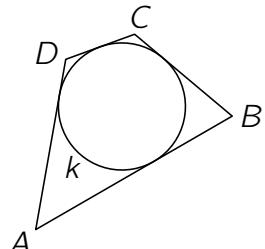
- C5** Wie viele quadratische Funktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ gibt es, deren Graph durch mindestens drei der neun markierten Punkte verläuft?

- (A) 6 (B) 15 (C) 20 (D) 22 (E) 27



- C6** ABCD sei ein Tangentenviereck, d. h. ein Viereck, dessen Seiten Tangenten an einen Kreis k sind, den Inkreis dieses Vierecks. Das Verhältnis des Umfangs von ABCD zum Umfang von k sei $4 : 3$ (Abb. nicht maßstabsgerecht). Was ist das Verhältnis des Flächeninhalts von ABCD zum Flächeninhalt von k ?

- (A) $4 : \pi$ (B) $3\sqrt{2} : \pi$ (C) $16 : 9$ (D) $\pi : 3$ (E) $4 : 3$



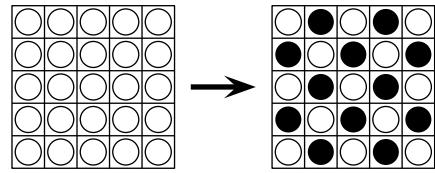
- C7** Ein Würfel wird in sechs Pyramiden zerlegt, indem ein Punkt im Inneren des Würfels mit allen acht Eckpunkten verbunden wird. Die Volumina von fünf der sechs Pyramiden sind 2, 5, 10, 11 und 14. Welches ist das Volumen der sechsten Pyramide?

- (A) 4 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 22

- C8** Die natürliche Zahl N besitzt genau sechs verschiedene positive Teiler (einschließlich 1 und N). Multiplizieren wir fünf dieser Teiler, erhalten wir 648. Welche Zahl ist der sechste Teiler von N ?

- (A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 24

- C9** Auf dem 5×5 -Spielbrett liegen Spielsteine, die auf einer Seite schwarz und auf der anderen Seite weiß sind. Zu Beginn liegen alle Steine mit der weißen Seite nach oben. Bei jedem Spielzug werden drei Steine umgedreht, die in einer Reihe – waagerecht oder senkrecht – benachbart sind. Wie viele Spielzüge sind mindestens nötig, um das abgebildete Muster zu erhalten?



- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 12

- C10** Alexandra berechnet die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis n . Dabei bemerkt sie, dass die Primzahl p diese Summe teilt, aber keinen der Summanden. Welche der folgenden Zahlen könnte gleich $n + p$ sein?

- (A) 217 (B) 221 (C) 229 (D) 245 (E) 269