

## Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 19. März 2020

Arbeitszeit: 75 Minuten

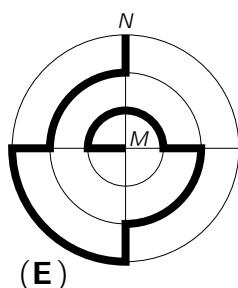
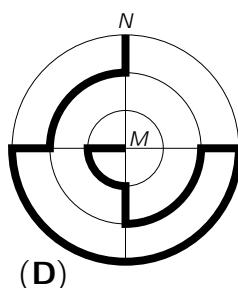
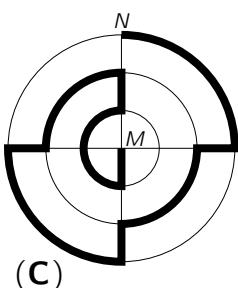
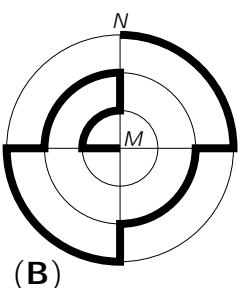
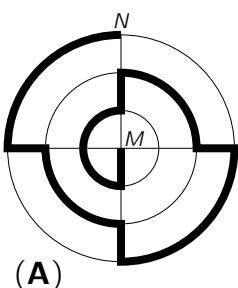
1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner und andere elektronische Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

### 3-Punkte-Aufgaben

**A1**  $\frac{10^2 + 20^2 + 30^2}{20} =$

- (A) 20      (B) 30      (C) 40      (D) 60      (E) 70

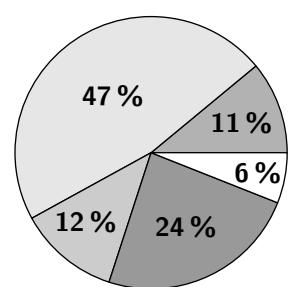
- A2** Die folgenden Wege von  $N$  nach  $M$  verlaufen entlang der drei Kreise mit Mittelpunkt  $M$  und den zwei senkrecht aufeinander stehenden Durchmessern. Welcher dieser Wege ist am kürzesten?



- A3** Zum Frühstück macht Frieda heute French Toast. Dafür werden die Toastscheiben von jeder Seite genau 4 Minuten in der Pfanne gebraten. In Friedas Pfanne passen aber nur 2 Scheiben gleichzeitig. Wie lange braucht Frieda mindestens, um 3 Scheiben French Toast zu machen?

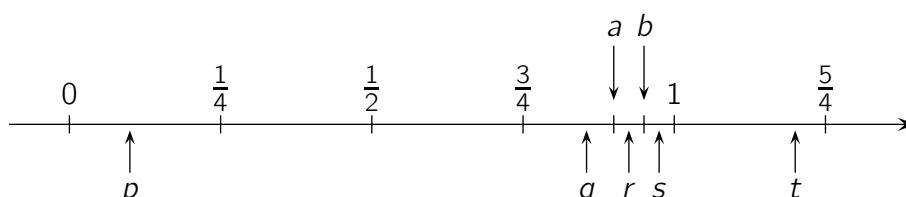
- (A) 8 Minuten      (B) 10 Minuten      (C) 12 Minuten      (D) 14 Minuten      (E) 18 Minuten

- A4** Im Kreisdiagramm rechts ist dargestellt, wie die Schülerinnen und Schüler meines Jahrgangs zur Schule kommen. Es kommen ungefähr doppelt so viele mit dem Fahrrad zur Schule wie mit dem Bus. Zu Fuß kommen ungefähr genauso viele zur Schule wie mit dem Auto gebracht werden. Der Rest kommt mit dem Moped. Wie viel Prozent der Schülerinnen und Schüler kommen mit dem Moped zur Schule?



- (A) 6 %      (B) 11 %      (C) 12 %      (D) 24 %      (E) 47 %

- A5** Zwei Zahlen  $a$  und  $b$  sind auf der Zahlengeraden markiert:



Eine der Zahlen  $p, q, r, s, t$  ist das Produkt  $a \cdot b$ . Welche?

- (A)  $p$       (B)  $q$       (C)  $r$       (D)  $s$       (E)  $t$

**A6** Es werden zwei (faire) Würfel gleichzeitig geworfen. Die Würfel haben jeweils zwei rote, zwei blaue und zwei weiße Seiten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mit beiden Würfeln dieselbe Farbe gewürfelt wird?

- (A)  $\frac{4}{9}$       (B)  $\frac{1}{12}$       (C)  $\frac{1}{6}$       (D)  $\frac{2}{9}$       (E)  $\frac{1}{3}$

**A7** Für wie viele reelle Zahlen  $x$  gilt  $\frac{x^2}{3} = \frac{3}{x^2}$ ?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

$$\begin{array}{r}
 \textbf{A} \quad \textbf{B} \quad \textbf{C} \\
 + \quad \textbf{B} \quad \textbf{C} \quad \textbf{D} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \textbf{C} \quad \textbf{D} \quad \textbf{E} \\
 + \quad \textbf{D} \quad \textbf{E} \quad \textbf{A} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \textbf{D} \quad \textbf{E} \quad \textbf{A} \\
 + \quad \textbf{E} \quad \textbf{A} \quad \textbf{B} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \textbf{E} \quad \textbf{A} \quad \textbf{B} \\
 + \quad \textbf{2} \quad \textbf{6} \quad \textbf{6} \quad \textbf{4} \\
 \hline
 \end{array}$$

**A8** In der Addition rechts stehen gleiche Buchstaben für gleiche Ziffern. Wie groß ist die Summe  $\textbf{A} + \textbf{B} + \textbf{C} + \textbf{D} + \textbf{E}$ ?

- (A) 14      (B) 16      (C) 24      (D) 26      (E) 34

**A9** Für die drei natürlichen Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $c$  gilt  $1 \leq a \leq b \leq c$  sowie  $a \cdot b \cdot c = 10\,000$ . Wie groß kann  $b$  höchstens sein?

- (A) 10      (B) 25      (C) 50      (D) 100      (E) 200

**A10** Ein Vater lebt mit seinen drei Kindern zusammen. Jedes Jahr zu Weihnachten stimmen sie darüber ab, wohin es in den Sommerurlaub geht. Das Alter jedes Einzelnen ergibt die Anzahl seiner Stimmen. Dieses Jahr hat der Vater 36 Stimmen, die Kinder haben 10, 8 und 5. Also gewinnt der Vater, egal wie die Kinder abstimmen. Wie viele Jahre müssen vergehen, bis der Vater überstimmt werden kann?

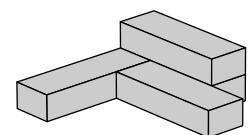
- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 13      (E) 14

### 4-Punkte-Aufgaben

**B1** Auf dem Tisch liegen 5 Münzen. Alle zeigen „Kopf“. In jedem Zug werden genau 3 Münzen umgedreht. Wie viele Züge sind mindestens nötig, damit alle Münzen „Zahl“ zeigen?

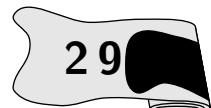
- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**B2** Vier identische Kisten wurden wie in der Abbildung zusammengeklebt. Um alle 6 Seitenflächen einer Kiste vollständig zu streichen, wird 200 ml Farbe benötigt. Wie viel Farbe wird benötigt, um alle Seitenflächen des gesamten Bauwerks (einschließlich des Bodens) vollständig zu streichen?



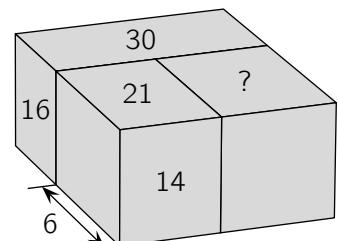
- (A) 500 ml      (B) 550 ml      (C) 600 ml      (D) 700 ml      (E) 750 ml

**B3** Die ersten beiden Stellen einer 10-stelligen Zahl sind 2 und 9. Wie viele Stellen hat das Quadrat dieser Zahl?



- (A) 11      (B) 15      (C) 19      (D) 21      (E) 22

**B4** Drei Quader wurden zu einem größeren Quader zusammengestellt. In der Abbildung sind die Länge einer Quaderkante angegeben sowie die Flächeninhalte von vier Quaderflächen. Welchen Flächeninhalt hat die Quaderfläche mit dem Fragezeichen?



- (A) 21      (B) 24      (C) 25,5      (D) 27      (E) 28,5

**B5** Wenn  $a$ ,  $b$  und  $c$  ganze Zahlen sind, welches Ergebnis kann die Summe  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  sicher nicht haben?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 6      (E) 8

**B6** Wenn  $s$  Schrauben  $g$  Gramm wiegen und  $m$  Muttern genauso viel wiegen wie  $n$  Schrauben, wie viel Gramm wiegt dann eine Mutter?

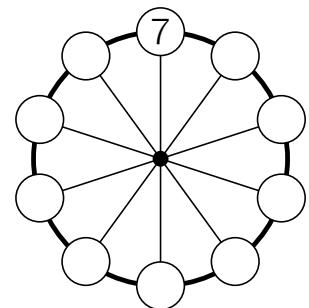
- (A)  $\frac{gn}{sm}$       (B)  $sgmn$       (C)  $\frac{sg}{mn}$       (D)  $\frac{gm}{sn}$       (E)  $\frac{sn}{gm}$

**B7** Die Folge  $f_n$  ist gegeben durch  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 3$  und  $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$  für  $n \geq 1$ . Wie viele der ersten 2020 Folgenglieder sind gerade Zahlen?

- (A) 673      (B) 674      (C) 1010      (D) 1011      (E) 1347

**B8** Matjaz hat in jeden der zehn kleinen Kreise eine natürliche Zahl geschrieben. Im Kreis ganz oben steht eine 7. Rundherum ist die Summe der Zahlen in je vier aufeinanderfolgenden Kreisen stets gleich. Die Summe aller zehn Zahlen in den Kreisen ist eine der folgenden Zahlen. Welche?

- (A) 147      (B) 325      (C) 512      (D) 621      (E) 777

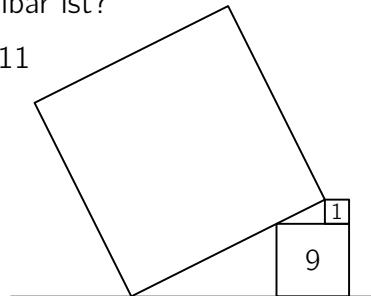


**B9** Die natürliche Zahl  $N$  ist durch genau acht der zehn Zahlen von 2 bis 11 teilbar. Welche zwei Zahlen könnten die beiden Zahlen sein, durch die  $N$  nicht teilbar ist?

- (A) 2 und 3      (B) 4 und 5      (C) 6 und 7      (D) 7 und 8      (E) 10 und 11

**B10** An einem Quadrat mit Flächeninhalt 9 und einem Quadrat mit Flächeninhalt 1 „lehnt“ ein größeres Quadrat so wie in der Abbildung rechts. Welchen Flächeninhalt hat dieses Quadrat?

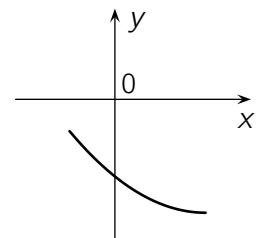
- (A) 37      (B) 50      (C) 65      (D) 80      (E) 99



### 5-Punkte-Aufgaben

**C1** In der Abbildung ist ein Teil des Graphen der quadratischen Funktion  $f(x) = ax^2 + bx + c$  zu sehen. Welche der folgenden Zahlen ist positiv?

- (A)  $c$       (B)  $b + c$       (C)  $ac$       (D)  $bc$       (E)  $ab$

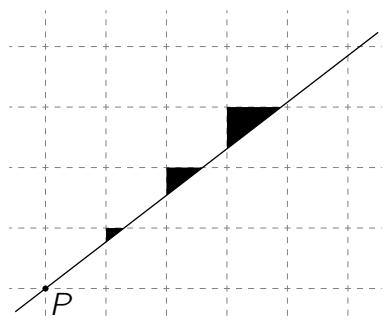


**C2** Im Eisladen an der Ecke wollte Hannah gestern Morgen eine Waffel mit zwei verschiedenen Sorten Eis kaufen. Am Abend wollte Hannahs Schwester eine Waffel mit drei verschiedenen Sorten Eis kaufen. Am Morgen gab es 16 verschiedene Sorten zur Auswahl. Am Abend waren schon einige Sorten ausverkauft. Für die jeweils gewählte Anzahl an Sorten hatte sowohl Hannah als auch ihre Schwester dieselbe Anzahl an möglichen Kombinationen zur Auswahl. Wie viele Sorten waren am Abend ausverkauft?

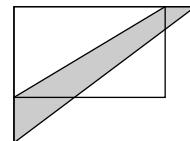
- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**C3** Auf einem Blatt mit quadratischem Gitter wurde eine Strecke durch den Gitterpunkt  $P$  gezeichnet. In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der drei schwarzen Dreiecke zueinander?

- (A) 1 : 2 : 3      (B) 1 : 2 : 4      (C) 1 : 3 : 9      (D) 1 : 4 : 8      (E) 1 : 4 : 9



- C4** Das größere Rechteck in der Abbildung ist 20 % länger und 50 % breiter als das kleinere. Der Flächeninhalt des grau markierten Bereichs zwischen den zwei Diagonalen der Rechtecke beträgt  $30 \text{ m}^2$ . Welchen Flächeninhalt hat das kleinere Rechteck?

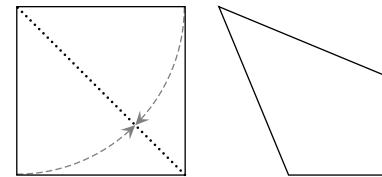


- (A)  $60 \text{ m}^2$     (B)  $65 \text{ m}^2$     (C)  $70 \text{ m}^2$     (D)  $75 \text{ m}^2$     (E)  $80 \text{ m}^2$

- C5** Toni bäckt für das Schulfest eine große Anzahl Maxi-Salami-Pizzas mit je 30 Salamischeiben. Im Kühlschrank liegen 71 Salamischeiben in einer Dose und zusätzlich einige Packungen mit je 18 Salamischeiben. Wie viele Salamischeiben werden am Ende des Tages mindestens übrig bleiben?

- (A) 1    (B) 3    (C) 5    (D) 7    (E) 9

- C6** Helena hat ein quadratisches Blatt Papier mit Seitenlänge 1. Sie faltet zwei Seiten des Quadrats auf die Diagonale (s. Abb.). Welchen Flächeninhalt hat das so entstandene Drachenviereck?

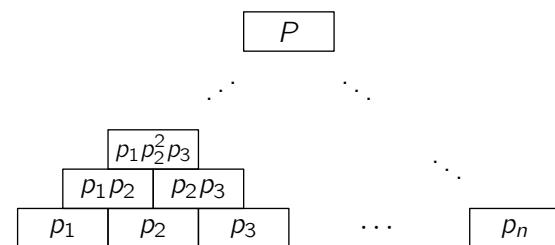


- (A)  $2 - \sqrt{2}$     (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     (C)  $\sqrt{2} - 1$     (D)  $\frac{7}{10}$     (E)  $\frac{3}{5}$

- C7** Im Cocktail vom Riesen Robert sind riesige Eiszüge. Vom obersten sind 90 % (des Volumens) nicht zu sehen, es guckt nur eine Ecke raus. Die Teile der drei Würfelkanten, die rausgucken, sind 7,2 cm, 7,5 cm bzw. 8,1 cm lang. Welche Kantenlänge hat dieser oberste Eiszug im Cocktail vom Riesen Robert?

- (A) 9,0 cm    (B) 9,9 cm    (C) 10,2 cm    (D) 10,5 cm    (E) 11,7 cm

- C8** In der untersten Reihe einer Zahlenpyramide stehen  $n$  verschiedene Primzahlen ( $p_1$  bis  $p_n$ ). Von der zweiten Reihe an ist jede Zahl das Produkt der beiden Zahlen, die direkt unter ihr stehen (s. Abb.). Im obersten Feld steht die Zahl  $P = (p_1)^{k_1} \cdot (p_2)^{k_2} \cdot (p_3)^{k_3} \cdot (p_4)^{k_4} \cdot \dots \cdot (p_n)^{k_n}$ . Wenn  $k_2 = 8$  ist, wie groß ist dann  $k_4$ ?

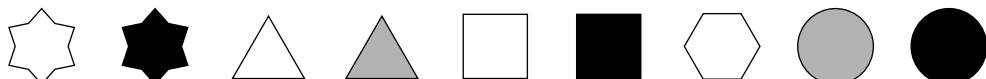


- (A) 42    (B) 48    (C) 49    (D) 56    (E) 64

- C9** Im Informatikraum haben wir 25 Rennroboter, die alle verschieden schnell sind. Wir sollen die drei schnellsten ermitteln. Auf einer Teststrecke treten jeweils fünf Roboter gegeneinander an. Vor jedem Rennen darf festgelegt werden, welche fünf Roboter fahren sollen. Nach jedem Rennen wird nur die Reihenfolge des Zieleinlaufs bekannt gegeben. Wir haben uns eine Strategie überlegt, wie wir die drei schnellsten Roboter mit  $N$  Rennen bestimmen können, egal wie diese Rennen ausgehen. Was ist das kleinstmögliche  $N$ ?

- (A) 6    (B) 7    (C) 8    (D) 9    (E) 10

- C10** Xenia und Ysette wollen wissen, welche der folgenden Figuren Zita am besten gefällt:



Xenia weiß, dass Zita die Form dieser Figur an Ysette verraten hat, und Ysette weiß, dass Zita die Farbe dieser Figur an Xenia verraten hat. Xenia sagt zu Ysette: „Ich kenne die Figur, die Zita am besten gefällt, nicht. Aber ich weiß auch, dass du sie ebenfalls nicht kennen kannst.“ Ysette antwortet: „Eben kannte ich die Figur noch nicht, jetzt aber schon.“ Daraufhin stellt Xenia fest: „Jetzt kenne ich die Figur auch!“ Welche Figur gefällt Zita am besten?

- (A)    (B)    (C)    (D)    (E)