

Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 15. März 2012

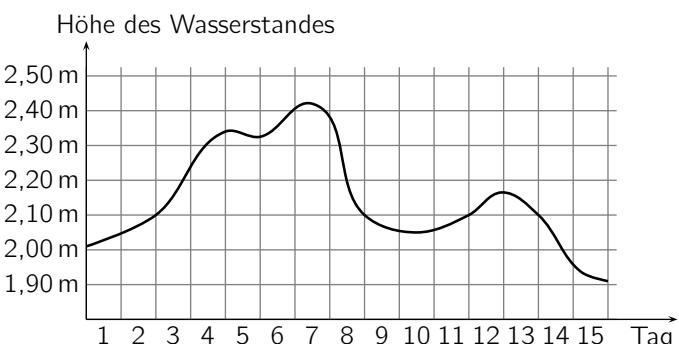
Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ oder $\frac{5}{4}$ Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

- A1** Auf Grund starker Regenfälle ist im Dorf der Wasserstand des Mühlbachs stark gestiegen. Das Diagramm zeigt den Verlauf in den letzten 15 Tagen. An wie vielen Tagen stand das Wasser höher als der kritische Wasserstand von 2,10 m?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12



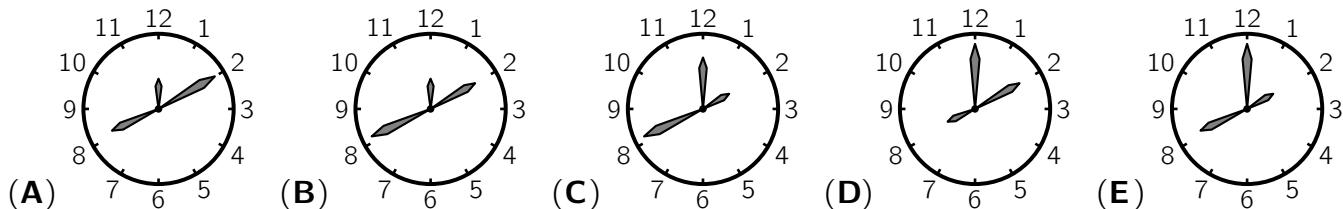
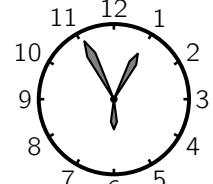
- A2** Die Summe der Ziffern einer 7-stelligen Zahl ist 6. Was ist das Produkt der Ziffern dieser Zahl?

(A) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ (B) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ (C) 6 (D) 1 (E) 0

- A3** Clown Alfredo hat für seine neue Show 42 Flöhe dressiert. Auf ein Signal ordnen sich alle zu lauter gleich großen Gruppen. Welche der folgenden Zahlen kann sicher *nicht* die Anzahl der Gruppen sein?

(A) 2 (B) 6 (C) 7 (D) 12 (E) 14

- A4** Beim Reparieren einer alten Uhr ist der Uhrmacherlehrling nicht sicher, ob er alles richtig gemacht hat. Das Uhrwerk ist in Ordnung, aber er könnte die drei Zeiger für Stunden, Minuten und Sekunden vertauscht haben. Das Bild rechts zeigt die Uhr um 12:55:30 Uhr. Wie sieht diese Uhr um 8:10:00 Uhr aus?



- A5** Till und Jan bekommen 5 Pakete geliefert, die 1 kg, 4 kg, 7 kg, 8 kg und 12 kg wiegen. Sie helfen dem Paketzusteller beim Hochtragen. Ein Paket trägt der Paketzusteller, und Till und Jan tragen den Rest, und zwar beide dasselbe Gewicht. Welches Gewicht hat das Paket, das der Paketzusteller trägt?

(A) 1 kg (B) 4 kg (C) 7 kg (D) 8 kg (E) 12 kg

- A6** Karen schreibt 5 Zahlen in eine Reihe, als erste eine 2 und als letzte eine 10:

2			?		10
---	--	--	---	--	----

 Das Produkt der ersten drei Zahlen soll 20 sein, das Produkt der mittleren drei Zahlen 60 und das Produkt der letzten drei Zahlen 300. Welche Zahl steht in der Mitte?

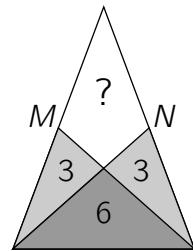
(A) 5 (B) 1 (C) 2 (D) 10 (E) 4

A7 Aus den Ziffern 0, 1, 2, 3 werden zwei Zahlen gebildet, wobei jede Ziffer genau einmal verwendet wird. Dann werden diese Zahlen miteinander multipliziert. Wie groß kann das Produkt höchstens sein?

- (A) 600 (B) 620 (C) 630 (D) 640 (E) 650

A8 Das rechts gezeichnete Dreieck ist gleichschenklig, die Punkte M und N sind die Mittelpunkte der Schenkel. Von drei Teilflächen ist der Flächeninhalt bekannt. Welchen Flächeninhalt hat die vierte, weiße Teilfläche?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



A9 $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$

- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt[6]{4}$ (D) $\sqrt[3]{4}$ (E) 2

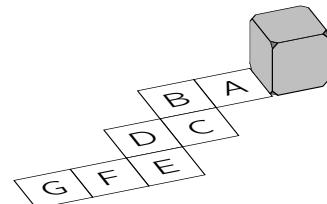
A10 Für eine reelle Zahl x gilt $x^3 < 64 < x^2$. Welche Aussage trifft dann auf x zu?

- (A) $0 < x < 64$ (B) $-8 < x < 4$ (C) $x > 8$ (D) $-4 < x < 8$ (E) $x < -8$

4-Punkte-Aufgaben

B1 Ein Würfel wird über seine Kanten auf den abgebildeten Feldern von A nach G gerollt. Auf genau zwei Feldern kommt der Würfel dabei mit derselben Seitenfläche zu liegen. Das sind die Felder

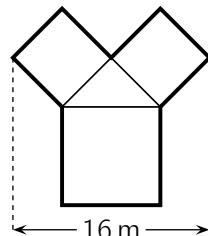
- (A) A und G (B) A und F (C) A und E (D) B und F (E) B und G



B2 Die letzte Mathearbeit in Inas Klasse ist gut ausgefallen, die durchschnittliche Punktzahl war 20. Im Durchschnitt hatten die Jungen 21 und die Mädchen 18 Punkte. Dann sind in Inas Klasse

- | | |
|--|--|
| (A) doppelt so viele Jungen wie Mädchen. | (B) doppelt so viele Mädchen wie Jungen. |
| (C) viermal so viele Jungen wie Mädchen. | (D) viermal so viele Mädchen wie Jungen. |
| (E) genauso viele Jungen wie Mädchen. | |

B3 Herr Pythagoras hat – seinem Namen Ehre machend – ein Beet in der abgebildeten Form angelegt. In das rechtwinklige Dreieck in der Mitte pflanzt er rote Rosen, in das große Quadrat weiße Rosen und in die zwei identischen kleineren Quadrate gelbe Rosen. Insgesamt ist das Beet 16 m breit. Welche Fläche hat es?



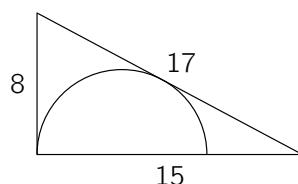
- (A) 114 m^2 (B) 130 m^2 (C) 144 m^2 (D) 160 m^2 (E) 186 m^2

B4 In unserer Schülerzeitung ist diesmal ein Bericht über die sportbegeisterte Klasse 5a. Darin steht, dass an jeder der vier angebotenen Sport-AGs 80 % der Kinder teilnehmen, einige sogar an mehreren. Nun stellt sich die Frage: Wie viele Kinder sind es mindestens, die an allen vier AGs teilnehmen?

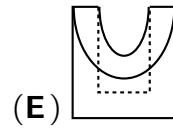
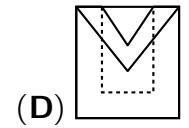
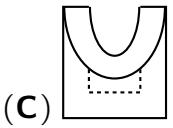
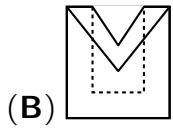
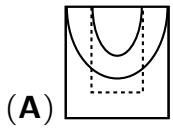
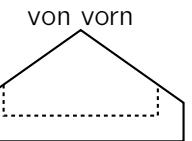
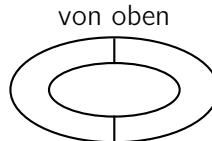
- (A) 80 % (B) 60 % (C) 40 % (D) 20 % (E) 16 %

B5 Einem rechtwinkligen Dreieck mit den Seitenlängen 8, 15 und 17 ist ein Halbkreis einbeschrieben (Abb. nicht maßstabsgerecht). Wie groß ist sein Radius?

- (A) $\frac{24}{5}$ (B) $\frac{17}{3}$ (C) $\frac{21}{4}$ (D) $\frac{20}{3}$ (E) 5



- B6** Rechts sind die Ansichten eines Körpers von oben und von vorn zu sehen, wobei unsichtbare Kanten gestrichelt gezeichnet sind. Welche der folgenden Zeichnungen stellt die Ansicht von links dar?



- B7** Für eine der folgenden Funktionen gilt: Wird $\frac{1}{x}$ anstelle von x in die Funktion $f(x)$ eingesetzt, dann erhält man $\frac{1}{f(x)}$. Für welche?

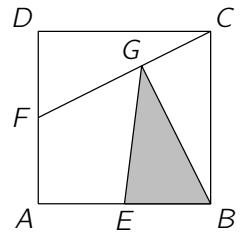
(A) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ (B) $f(x) = \frac{1}{x}$ (C) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ (D) $f(x) = \frac{2}{x}$ (E) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

- B8** Georg hat bei einem Quiz mitgemacht, bei dem für die erste Frage ein Punkt zu erreichen war, für die zweite 2 Punkte, für die dritte 3 Punkte usw. Nach dem Quiz wurde ihm mitgeteilt, dass er alle Fragen richtig beantwortet hat und dafür insgesamt 149 Punkte erhält. Georg hat sofort bemerkt, dass diese Punktzahl nicht stimmen kann. Tatsächlich wurde eine der Aufgaben doppelt gezählt. Welche?

- (A) 2 (B) 7 (C) 10 (D) 13 (E) 17

- B9** In einem Quadrat $ABCD$ der Seitenlänge 2 ist E Mittelpunkt der Seite \overline{AB} und F Mittelpunkt der Seite \overline{AD} . Der Punkt G liegt so auf der Strecke \overline{CF} , dass $3\overline{CG} = 2\overline{GF}$ ist. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks EBG ?

- (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$ (E) $\frac{6}{5}$



- B10** Welches ist die größte natürliche Zahl n , für die $n^{20} < 5^{30}$ gilt?

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 11 (E) 12

5-Punkte-Aufgaben

- C1** In der Zahlenfolge $1, 1, 0, 1, -1, \dots$ sind die ersten beiden Glieder a_1 und a_2 gleich 1. Das dritte Glied ist die Differenz der beiden vorhergehenden Glieder: $a_3 = a_1 - a_2$. Das vierte Glied ist die Summe der beiden vorhergehenden Glieder: $a_4 = a_2 + a_3$. Weiter ist $a_5 = a_3 - a_4$, $a_6 = a_4 + a_5$, $a_7 = a_5 - a_6$ usw. Wie groß ist die Summe der ersten 25 Glieder dieser Zahlenfolge?

- (A) 0 (B) 1 (C) -12 (D) 25 (E) -2

- C2** Die vier Buchstaben A, B, C, D sollen so durch die vier Zahlen $1, 2, 3, 4$ ersetzt werden, dass $A \cdot B + B \cdot C + C \cdot D + D \cdot A$ durch 3 teilbar ist. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

- (A) 8 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 24

- C3** In einem regelmäßigen Achteck $ABCDEFGH$ wird von den Eckpunkten C, D, E, F, G, H einer zufällig ausgewählt und mit A verbunden. Dann wird noch einmal unter denselben 6 Eckpunkten einer zufällig ausgewählt und mit B verbunden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Achteck durch die beiden Strecken in genau 3 Teile geteilt wird?

- (A) $\frac{5}{18}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{7}{15}$ (E) $\frac{1}{3}$

C4 Wie groß ist der kleinstmögliche Winkel in einem gleichschenkligen Dreieck ABC , in dem es eine Seitenhalbierende gibt, die das Dreieck ABC in zwei gleichschenklige Dreiecke zerlegt?

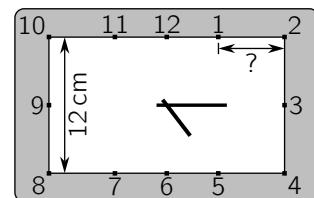
- (A) 15° (B) $22,5^\circ$ (C) 30° (D) 36° (E) 45°

C5 Beginnend mit dem Bruch $\frac{7}{8}$ führt Yildiz nacheinander, ohne die entstehenden Brüche zu kürzen, eine von zwei möglichen Operationen aus: Entweder addiert sie 8 zum Zähler, oder sie addiert 7 zum Nenner. Nach mehreren Operationen erhält Yildiz wieder einen Bruch mit dem Wert $\frac{7}{8}$. Wie viele Operationen hat Yildiz mindestens ausgeführt?

- (A) 56 (B) 81 (C) 109 (D) 113 (E) 128

C6 Zacharias Zeiger hat eine modische, rechteckige Uhr gebaut. Die Zeiger drehen sich gleichmäßig wie bei jeder anderen Uhr. Der Abstand zwischen der 8 und der 10 beträgt 12 cm. Wie groß ist der Abstand (in cm) zwischen der 1 und der 2? (Abb. nicht maßstabsgerecht)

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $2+\sqrt{3}$ (E) $12-3\sqrt{3}$

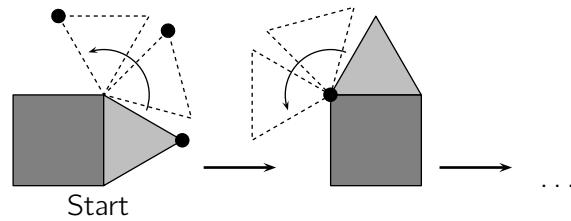


C7 Feinmechaniker Friebe fertigt einen Satz aus 3 Gewichtsstücken an. Mit Hilfe dieser 3 Gewichtsstücke möchte er mit einer Balkenwaage die ganzzahligen Gewichte $1\text{ g}, 2\text{ g}, 3\text{ g}, \dots, N\text{ g}$ abwiegen können, wobei N so groß wie möglich sein soll. Jedes Gewichtsstück kann auf jeder der beiden Waagschalen verwendet oder auch beiseite gestellt werden. Wie groß ist N ?

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 13 (E) 16

C8 Ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge 1 rollt, ohne zu rutschen, um ein Quadrat der Seitenlänge 1 (siehe Bild). Wie lang ist der Weg, den der markierte Punkt zurückgelegt hat, wenn das Dreieck und der Punkt ihre Startposition zum ersten Mal wieder erreicht haben?

- (A) 4π (B) $\frac{28}{3}\pi$ (C) $\frac{14}{3}\pi$ (D) 8π (E) $\frac{21}{2}\pi$



C9 Gestern in unserer Mathe-AG sollten wir uns vorstellen, wie der Graph der Funktion $g(x) = x^2$ von 2012 Geraden in jeweils 2 Punkten geschnitten wird. Dabei ist jede dieser 2012 Geraden parallel zur Geraden $y = x$. Wie groß ist dann die Summe der x -Koordinaten aller Schnittpunkte?

- (A) 0 (B) 1006 (C) 2012 (D) 4024 (E) Es hängt von der Lage der Geraden ab.

C10 Frau Unkes magische Kröten sind äußerlich alle gleich, doch es gibt gute und böse. Ist eine gute Kröte mit 3 bösen in einem Raum, wird auch sie böse. Ist eine böse Kröte mit 3 guten in einem Raum, wird sie rot und schämt sich. Zu Testzwecken setzt Frau Unke 3 Kröten in einen leeren Raum. Dann setzt sie die 4. Kröte dazu und nimmt kurz danach die 1. wieder heraus. Dann setzt sie die 5. dazu und nimmt kurz danach die 2. wieder heraus usw. Als sie die 2012. Kröte in den Raum setzt, läuft zum ersten Mal eine Kröte rot an. Welche der folgenden Kröten könnten beide von Beginn an böse gewesen sein?

- (A) die 1. und die 2011. (B) die 2. und die 2010. (C) die 3. und die 2009. (D) die 4. und die 2012. (E) die 2. und die 2011.