

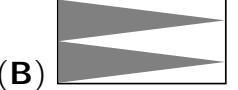
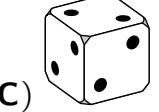
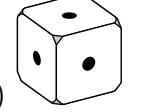
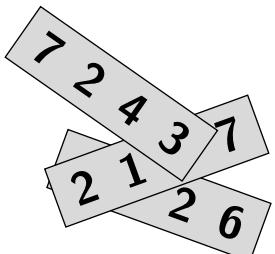
Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 21. März 2019

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner und andere elektronische Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

- A1** Die abgebildete Fahne wurde aus drei Stoffrechtecken mit denselben Abmessungen genäht. Die Fahne ist 50 cm hoch. Wie lang ist die Fahne?
- (A) 50 cm (B) 75 cm (C) 100 cm (D) 125 cm (E) 150 cm
- 
- A2** Ein neugeborener Panda ist winzig und wiegt nur etwa 100 g. Das ist ungefähr $\frac{1}{900}$ des Gewichts seiner Mutter. Wie viel wiegt seine Mutter ungefähr?
- (A) 11 kg (B) 90 kg (C) 111 kg (D) 900 kg (E) 1111 kg
- A3** Ein Rechteck wurde auf fünf verschiedene Arten grau bemalt. In welchem Bild ist die grau bemalte Fläche am größten?
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 
- A4** Die Zahlen 1, 2, 3 und 4 werden rechts in die vier leeren Felder geschrieben. Dann wird für jede Zeile und jede Spalte die Summe der beiden darin enthaltenen Zahlen gebildet. Zwei dieser Summen sind 4 und 5. Wie lauten die anderen beiden Summen?
- (A) 6 und 6 (B) 3 und 5 (C) 4 und 5 (D) 4 und 6 (E) 5 und 6
- | | |
|--|--|
| | |
| | |
- A5** Auf den Seiten von Kiras Glückswürfel sind jeweils 1, 2 oder 3 Punkte. Die Wahrscheinlichkeit, damit eine 1 zu würfeln, beträgt $\frac{1}{2}$, eine 2 zu würfeln, beträgt $\frac{1}{3}$ und eine 3 zu würfeln, beträgt $\frac{1}{6}$. Nur einer der folgenden Würfel könnte Kiras Glückswürfel sein. Welcher?
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 
- A6** Wie viele Kanten hat eine Pyramide, die genau 23 dreieckige Seitenflächen hat?
- (A) 23 (B) 24 (C) 46 (D) 48 (E) 69
- A7** Auf den drei Papierstreifen rechts im Bild stehen drei vierstellige Zahlen. Ihre Summe ist 11126. Welche drei Ziffern sind verdeckt?
- (A) 1, 4, 7 (B) 1, 5, 7 (C) 3, 3, 3 (D) 4, 5, 6 (E) 4, 5, 7
- 

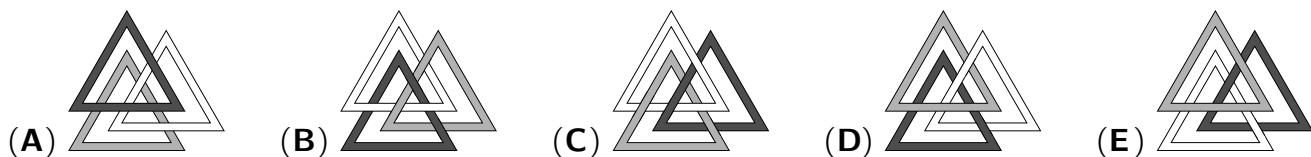
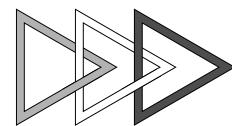
A8 Antonia feiert Geburtstag. Sie sitzt mit 5 Freunden beim Kartenspielen an einem runden Tisch. Antonia sitzt direkt zwischen Maats und Luis, Zorah sitzt rechts neben Gustav, und Denise sitzt nicht direkt gegenüber von Luis. Was ist richtig?

- (A) Denise sitzt neben Luis. (B) Maats sitzt neben Denise. (C) Gustav sitzt neben Luis.
 (D) Maats sitzt neben Luis. (E) Luis sitzt neben Zorah.

A9 Mit welcher Ziffer beginnt die kleinste natürliche Zahl, deren Quersumme 42 ist?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

A10 Drei Dreiecke sind wie rechts abgebildet miteinander verbunden. In welcher der folgenden Abbildungen sind sie auf dieselbe Weise miteinander verbunden?



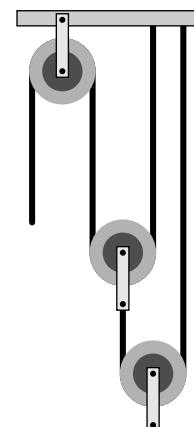
4-Punkte-Aufgaben

B1 Yanis, Max und Fedor treffen sich täglich am See zum Frisbeespielen. Sie haben festgestellt: Immer wenn Yanis keine Frisbeescheibe dabei hat, dann hat Max eine dabei. Immer wenn Max keine Frisbeescheibe dabei hat, dann hat Fedor eine dabei. Gestern hatte Max keine Frisbeescheibe dabei. Wer hatte gestern eine Frisbeescheibe dabei?

- (A) nur Yanis (B) nur Fedor (C) Yanis und Fedor
 (D) keiner der drei (E) Das lässt sich nicht mit Sicherheit sagen.

B2 Der abgebildete Flaschenzug besteht aus drei Rollen. Der sichtbare Teil des Seils verläuft senkrecht zur Decke. Wie weit bewegt sich die unterste Rolle nach oben, wenn das Seil links 24 cm nach unten gezogen wird?

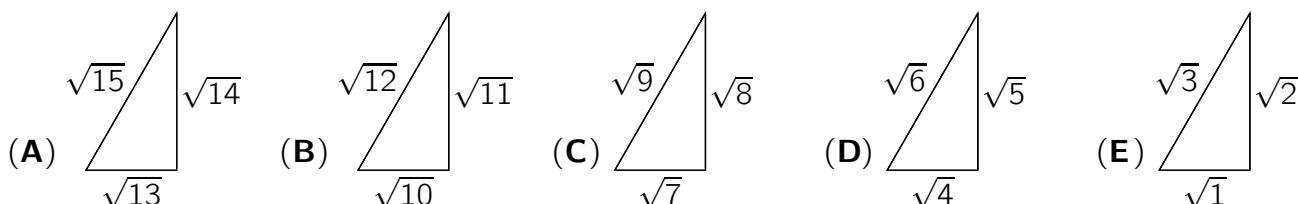
- (A) 12 cm (B) 9 cm (C) 8 cm (D) 6 cm (E) 4 cm



B3 In diesem Schuljahr sind in Lauras Informatikkurs 20 % mehr Mädchen und 20 % weniger Jungen als im letzten Schuljahr. Insgesamt ist die Kursstärke im Vergleich zum letzten Schuljahr um 1 gestiegen. Wie viele Schülerinnen und Schüler könnten insgesamt in diesem Schuljahr in Lauras Informatikkurs sein?

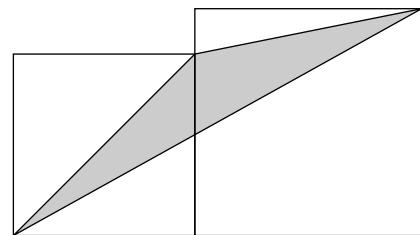
- (A) 16 (B) 18 (C) 21 (D) 24 (E) 27

B4 Die folgenden fünf Dreiecke mit ihren Seitenlängen sind so skizziert, dass es so aussieht, als wären sie alle rechtwinklig. Tatsächlich ist aber nur eines davon rechtwinklig. Welches?



- B5** Im Bild rechts hat das linke Quadrat die Seitenlänge a und das rechte Quadrat die Seitenlänge b . Welchen Flächeninhalt hat das graue Dreieck?

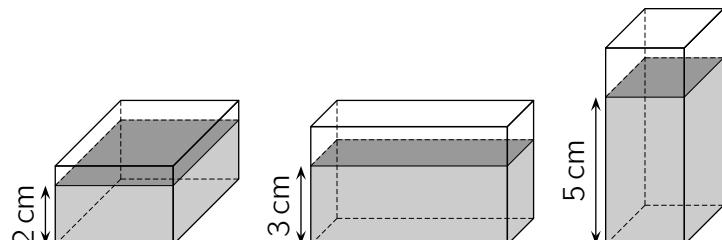
(A) $b^2 - a^2$ (B) $\frac{a^2}{2}$ (C) $\frac{a^2 + b^2}{4}$ (D) $4(b-a)^2$ (E) $\frac{ab}{2}$



- B6** Wie viele der natürlichen Zahlen von 2^{10} bis 2^{13} , beide Zahlen eingeschlossen, sind durch 2^{10} teilbar?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16

- B7** Ein geschlossener quaderförmiger Glaskasten enthält 120 cm^3 einer Flüssigkeit. Je nachdem, auf welcher Seitenfläche der Quader liegt, steht die Flüssigkeit 2 cm, 3 cm oder 5 cm hoch (*Abb. nicht maßstabsgerecht*). Welches Volumen hat der Glaskasten?



(A) 160 cm^3 (B) 180 cm^3 (C) 200 cm^3 (D) 220 cm^3 (E) 240 cm^3

- B8** Heidi und Achim teilen sich die letzten 5 Pralinen, die vom Weihnachtsfest übrig sind. Die Pralinen sehen völlig gleich aus, genau eine ist mit Nougat gefüllt. Heidi ist gespannt: „Mal sehen, ob ich die Nougatpraline bekomme.“ Heidi und Achim nehmen abwechselnd eine Praline aus der Schachtel. Achim beginnt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Heidi die Nougatpraline bekommt?

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{1}{3}$

- B9** Welche der folgenden Aussagen gilt für $w = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?

(A) $4 < w < 5$ (B) $5 < w < 6$ (C) $6 < w < 7$ (D) $20 < w < 21$ (E) $25 < w < 26$

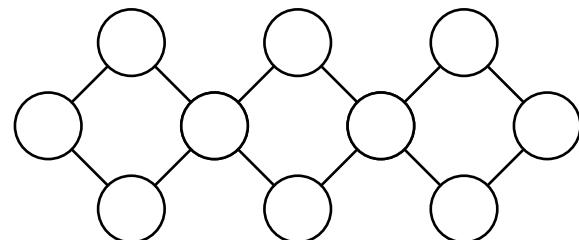
- B10** Auf einer kreisförmigen Scheibe, die um ihren Mittelpunkt rotiert, sind zwei Punkte P und Q markiert. P ist 3 cm weiter vom Mittelpunkt der Scheibe entfernt als Q . Der Betrag der Geschwindigkeit, mit der sich P bewegt, ist konstant und zweieinhalbmal so groß wie der Betrag der Geschwindigkeit, mit der sich Q bewegt. Wie weit ist P vom Mittelpunkt der Scheibe entfernt?

(A) 10 cm (B) 9 cm (C) 8 cm (D) 6 cm (E) 5 cm

5-Punkte-Aufgaben

- C1** Die Zahlen von 1 bis 10 sollen so in die 10 Kreise im Bild eingetragen werden, dass in jedem der drei Quadrate die Summe der Zahlen in den vier Ecken gleich ist. Was ist der kleinstmögliche Wert dieser Summe?

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22



C2 Die Zahlenfolge a_1, a_2, a_3, \dots ist wie folgt definiert: Das erste Folgenglied ist $a_1 = 49$, und für alle $n > 1$ erhalten wir a_n , indem wir die Quersumme von a_{n-1} bilden, 1 addieren und diese Summe quadrieren. Es gilt also $a_2 = ((4+9)+1)^2 = 14^2 = 196$, $a_3 = ((1+9+6)+1)^2 = 17^2 = 289$ und so weiter. Welchen Wert hat a_{2019} ?

- (A) 121 (B) 25 (C) 64 (D) 400 (E) 49

C3 Eine Gerade durch den Koordinatenursprung schneidet den Graphen der Funktion $f(x) = x^2 - 2$ in zwei Punkten. Welchen Wert kann das Produkt der x-Koordinaten der beiden Schnittpunkte haben?

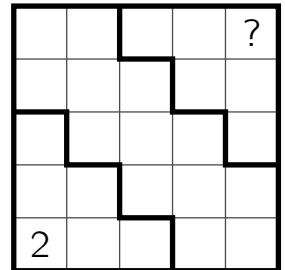
- | | |
|---|---|
| (A) nur -2 | (B) nur 2 |
| (C) jeden Wert kleiner als oder gleich -2 | (D) jeden Wert größer als oder gleich 2 |
| (E) jeden Wert größer als oder gleich -2 | |

C4 Aus der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ wählen wir zufällig drei verschiedene Zahlen aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den gewählten Zahlen eine der Durchschnitt, das heißt das arithmetische Mittel, der beiden anderen ist?

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

C5 In die Kästchen des 5×5 -Feldes sind die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 so einzutragen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte jede dieser fünf Zahlen genau einmal vorkommt. Des Weiteren sollen die Summen der Zahlen in den drei umrandeten Teilgebieten gleich sein. Welche Zahl gehört in das Kästchen mit dem Fragezeichen?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



C6 Wie viele Ebenen gibt es, die mindestens drei Ecken eines gegebenen Würfels enthalten?

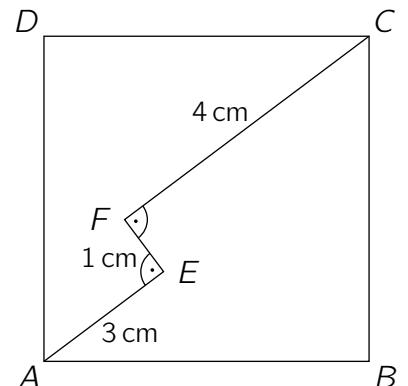
- (A) 6 (B) 12 (C) 16 (D) 20 (E) 24

C7 Für wie viele ganze Zahlen k ist $|k^2 - 2k - 3|$ eine Primzahl?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 7

C8 Im Quadrat $ABCD$ liegen die Punkte E und F so, dass $\angle FEA = \angle EFC = 90^\circ$, $|AE| = 3 \text{ cm}$, $|EF| = 1 \text{ cm}$ und $|FC| = 4 \text{ cm}$ gilt (Abbildung nicht maßstabsgetreu). Welche Seitenlänge hat das Quadrat $ABCD$?

- (A) $3\sqrt{2} \text{ cm}$ (B) $5,5 \text{ cm}$ (C) $\frac{7\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$ (D) 5 cm (E) $4\sqrt{2} \text{ cm}$



C9 Wir bezeichnen mit n die Summe aller positiven Teiler von 1024. Welchen Wert hat dann das Produkt all dieser Teiler?

- (A) $(n-1)^5$ (B) $(n+1)^5$ (C) n^5 (D) $n^5 - 1$ (E) $n^5 + 1$

C10 Die Gleichung $2 - |x| = ax$ mit dem reellen Parameter a hat genau dann zwei reelle Lösungen, wenn für den Parameter a gilt:

- (A) $a < -1$ (B) $-1 \leq a \leq 1$ (C) $a \geq 1$ (D) $a = 0$ (E) $-1 < a < 1$