

Klassenstufen 9 und 10

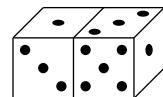
Donnerstag, 15. März 2007

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden $3/4$, $4/4$ oder $5/4$ Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

- 1.** Zwei Spielwürfel liegen so, dass genau 5 ihrer 12 Seitenflächen sichtbar sind (s. Abb.). Wie groß ist die Summe der Augenzahlen der im Bild nicht sichtbaren Seitenflächen der beiden Würfel? *Hinweis: Bei Spielwürfeln liegt der 1 die 6, der 2 die 5, der 3 die 4 gegenüber.*



- (A) 15 (B) 9 (C) 27 (D) 29 (E) eine andere Zahl

- 2.** Anna, Ben und Clea haben zusammen 30 Kaugummis. Gäbe Ben der Clea 5, Clea der Anna 4 und Anna dem Ben 2 Kaugummis, so hätten alle drei gleich viele. Wie viele Kaugummis hat Anna?

- (A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 13 (E) 15

- 3.** Im Mathecamp gibt es eine Lotterie. Allerdings gewinnen dort von den gezogenen Losen nur diejenigen, deren Nummer mindestens 5-stellig ist und bei denen sich unter den Ziffern höchstens 3 finden, die größer sind als 2. Wie viele der nachfolgenden Lose sind demnach Gewinnlose? 1022 22222 102334 213343 3042531

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

- 4.** Um wie viel Prozent ist B größer als A , wenn A um 20% kleiner ist als B ?

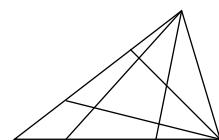
- (A) um 22,5% (B) um 27,5% (C) um 20% (D) um 25% (E) um 30%

- 5.** Die nebenstehende Tafel ist mit Sternchen und Herzen zu füllen, und zwar sollen in jeder Zeile und in jeder Spalte zwei \star und zwei \heartsuit zu liegen kommen. Welche Symbole müssen an die Stellen X und Y gesetzt werden?

\star	\star	
		\star
X		\heartsuit
Y		

- (A) $X = \star$; $Y = \star$ (B) $X = \star$; $Y = \heartsuit$ (C) $X = \heartsuit$; $Y = \star$
 (D) $X = \heartsuit$; $Y = \heartsuit$ (E) nicht eindeutig bestimmt

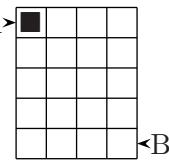
- 6.** Werden in einem Dreieck von 2 Eckpunkten aus je 2 Linien zu den gegenüberliegenden Seiten gezeichnet, so zerlegen diese das Dreieck in 9 Teilflächen (s. Abb.). Wie viele Teilflächen würden entstehen, wenn man von 2 Eckpunkten aus je 4 Linien zu den gegenüberliegenden Seiten zeichnen würde?



- (A) 16 (B) 25 (C) 36 (D) 42 (E) 49

7. Wie viele Wege mit *minimaler* Anzahl Schritte gibt es, um eine Spielfigur A \rightarrow B von A nach B zu bewegen, wenn sich die Figur bei jedem Schritt in eines ihrer Nachbarfelder (horizontal, vertikal oder diagonal) bewegen darf?

- (A) 35 (B) 20 (C) 16 (D) 7 (E) 4



8. Für das Nüsse sammeln in ihrem Garten schenkt die Großmutter den drei beteiligten Enkeln Adrian, Florian und Fabian je die gleiche Summe Geldes zum Dank. Adrian, der nur kurzzeitig mitgemacht hat, gibt dem Hauptakteur Fabian $\frac{2}{3}$ seines Geldes. Die Beträge, die Adrian und Fabian nun haben, verhalten sich dann zueinander wie

- (A) 1 : 2 (B) 1 : 3 (C) 2 : 3 (D) 1 : 5 (E) 3 : 2

9. Verschiedene Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern. Welches ist der kleinste Wert, der mit der mehrfachen Subtraktion $2007 - \text{KAN} - \text{GA} - \text{ROO}$ gebildet werden kann?

- (A) 100 (B) 109 (C) 110 (D) 119 (E) 129

10. Unsere Schülerzeitung hat zur Zeit 64 Abonnenten. Kristin aus unserer Klasse ist neue Chefin der Zeitung und sehr aktiv. Sie hat sich vorgenommen, in den kommenden Monaten die Abonentenzahl pro Monat um 25% zu steigern. Wie viele Abonnenten hat die Zeitung in einem Vierteljahr, falls ihr dies gelingt?

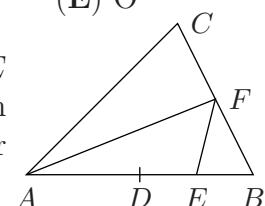
- (A) 182 (B) 142 (C) 125 (D) 96 (E) 80

4-Punkte-Aufgaben

11. Die Buchstabenfolge KANGAROOKANGAROO... KANGAROO besteht 20-mal aus dem englischen Wort für Känguru. Aus dieser Folge werden alle Buchstaben mit ungerader Positionsnummer herausgestrichen. Bei der übrig bleibenden Buchstabenfolge werden wiederum alle mit ungerader Positionsnummer gestrichen, und dies wird so lange fortgesetzt, bis nur noch ein Buchstabe übrig bleibt. Welcher ist es?

- (A) K (B) A (C) N (D) G (E) O

12. In einem Dreieck $\triangle ABC$ ist D Mittelpunkt der Strecke AB , E Mittelpunkt der Strecke DB und F Mittelpunkt der Strecke BC . Wenn der Flächeninhalt von $\triangle ABC$ 96 cm^2 beträgt, wie groß ist dann der Flächeninhalt von $\triangle AEF$?



- (A) 16 cm^2 (B) 48 cm^2 (C) 24 cm^2 (D) 32 cm^2 (E) 36 cm^2

13. Sammy Schnecke fordert Susi Schnecke zu einem Rennen heraus. Er schafft als Wettkampfleistung über die Gesamtdistanz $1,8 \text{ m/h}$, Susi schafft 60 cm/h weniger. Als Gentle-schneck räumt er Susi ein, $1 \text{ h } 40 \text{ min}$ vor ihm loszukriechen. Das Rennen endet an einer Hausmauer, die beide exakt zeitgleich erreichen. Über welche Distanz wurde das Rennen ausgetragen?

- (A) 0,9 m (B) 3 m (C) 2,5 m (D) 6 m (E) 4,5 m

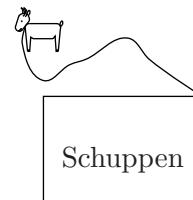
14. Die Summe von 5 aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ist gleich der Summe der drei anschließenden aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen. Dann ist die größte der 8 Zahlen

- (A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 12

15. Mit welchem Exponenten muss man 4^4 potenzieren, um 8^8 zu erhalten?

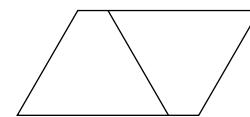
- (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) 16

16. Zora hat ihre Ziege mit einer 5 m langen Leine an die Ecke des $2 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ großen Schuppens gebunden (s. Zeichnung). Wie groß ist die Fläche, die die Ziege dort abgrasen kann? (*Die Fläche f eines Kreises mit dem Radius r ist durch $f = \pi r^2$ gegeben. – Die Größe der Ziege soll vernachlässigt werden.*)



- (A) $10\pi \text{ m}^2$ (B) $20\pi \text{ m}^2$ (C) $22\pi \text{ m}^2$ (D) $40\pi \text{ m}^2$ (E) $88\pi \text{ m}^2$

17. Fügen wir einem Trapez, das aus einem gleichseitigen Dreieck \mathcal{D} durch Abschneiden einer Ecke entstanden ist, ein dazu kongruentes an, entsteht ein Parallelogramm (s. Abb.). Wie groß ist der Umfang des Dreiecks \mathcal{D} , wenn der des Parallelogramms um 10 cm länger ist?



- (A) 10 cm (B) 30 cm (C) 40 cm (D) 60 cm (E) mit diesen Angaben nicht lösbar

18. Heinz bucht einen Flug von Zürich nach Singapore und erhält von seinem Reisebüro folgende Übersicht:

Abflug (Ortszeit)			Ankunft (Ortszeit)		
12. März	17:00	Zürich	13. März	11:00	Singapore
6. April	23:00	Singapore	7. April	06:00	Zürich

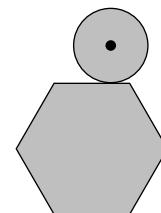
Wenn bekannt ist, dass die Flugzeit für Hin- und Rückflug dieselbe ist und dass in der Schweiz am 25. März 2007 die Sommerzeit beginnt (Vorstellen der Uhren um 1 Stunde), lässt sich ausrechnen, wie lange der Flug von Zürich nach Singapore dauert. Er dauert

- (A) 11 h 30 min (B) 12 h 20 min (C) 12 h 40 min (D) 13 h (E) 12 h

19. Die Familien Kurz und Klein, jeweils aus Mutter, Vater und zwei Kindern bestehend, sind begeisterte Tischtennisspieler. Es wird ein Turnier im Doppel ausgetragen, bei dem jedes mögliche Paar der Familie Kurz gegen jedes mögliche Paar der Familie Klein antritt. Wie viele Spiele hat jedes einzelne Familienmitglied zu absolvieren?

- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 18 (E) 24

20. Eine Münze mit Durchmesser 1 rollt auf einem regelmäßigen Sechseck mit Seitenlänge 1 ein einziges Mal außen herum. Wie lang ist der Weg, den der Mittelpunkt der Münze dabei zurücklegt? Alle Längenangaben sind in cm. (*Der Umfang u eines Kreises mit dem Radius r beträgt $u = 2\pi r$.*)



- (A) $6 + \frac{\pi}{2}$ (B) $12 + \pi$ (C) $6 + \pi$ (D) $6 + 2\pi$ (E) $12 + 2\pi$

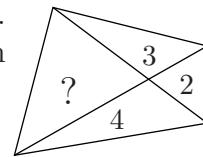
5-Punkte-Aufgaben

21. Es ist 21 Uhr, und ich fahre mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 km/h. Wenn ich diese Geschwindigkeit beibehalte, reicht das Benzin nur für 80 km. Die nächste Tankstelle ist 100 km entfernt. Der Benzinverbrauch pro Kilometer ist proportional zur Geschwindigkeit. Um welche Zeit kann ich die Tankstelle frühestmöglich erreichen, wenn ich mit konstanter Geschwindigkeit fahren will?

- (A) um 22:12 (B) um 22:15 (C) um 22:20 (D) um 22:25 (E) um 22:30

- 22.** Die Diagonalen zerlegen die Fläche des Vierecks in vier Dreiecke. Von drei Dreiecken ist der Flächeninhalt bekannt (s. Zeichnung). Welchen Flächeninhalt hat das vierte Dreieck?

(A) 5 (B) 6 (C) $4\sqrt{2}$ (D) 7 (E) $7\sqrt{2}$



- 23.** Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$. Dann ist die Anzahl der Quadrate, von deren Eckpunkten genau zwei mit Eckpunkten von $ABCD$ zusammenfallen, gleich

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 16

- 24.** Zum geistigen Aufwärmnen beginnt der Unterricht bisweilen mit Rechnen. Einmal war eine gegebene 4-stellige Zahl zu jener 4-stelligen Zahl zu addieren, die entsteht, wenn die 1. Ziffer der gegebenen Zahl „nach hinten“, d. h. an die Einerstelle, gesetzt wird. Wir kriegten bei der schnellen Rechnerei 5 verschiedene Ergebnisse. Eines davon war richtig. Welches?

(A) 4587 (B) 4597 (C) 5587 (D) 4497 (E) 4577

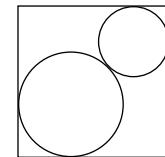
- 25.** Wir denken uns eine von Schurken und Rittern bewohnte Insel. Schurken lügen immer, Ritter sprechen immer die Wahrheit. Eines Tages kommen 12 Inselbewohner zusammen, unter denen mindestens ein Ritter und mindestens ein Schurke ist. 2 von ihnen sagen: *Genau 2 von uns 12 sind Schurken*. 4 der Verbleibenden sagen: *Genau 4 unter uns 12 sind Schurken*. Und die verbleibenden 6 sagen: *Genau 6 unter uns 12 sind Schurken*. Wie viele dieser 12 sind tatsächlich Schurken?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 11

- 26.** Die Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 - 3x + 1 = 0$ seien a und b . Welchen Wert hat $a^3 + b^3$?

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 24

- 27.** Zwei sich von außen berührende Kreise sind einem Quadrat mit Seitenlänge 1 einbeschrieben. Wie groß ist die Summe der Radien der beiden Kreise?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{2} - 1$ (D) $2 - \sqrt{2}$ (E) vom Verhältnis der Kreisradien abhängig

- 28.** Es sei a die kleinste natürliche Zahl derart, dass $10a$ eine Quadratzahl und $6a$ eine Kubikzahl ist. Wie viele Teiler hat die Zahl a ?

(A) 72 (B) 36 (C) 60 (D) 45 (E) 108

- 29.** Als ich mit meinen vier Freunden nach dem Erledigen der Hausaufgaben in die Stube zurückkehrte, wussten wir nicht mehr sicher, wer welches unserer 5 herumstehenden Trinkgläser benutzt hat. Nun überlegten wir uns, auf wie viele Arten es möglich ist, dass keiner von uns fünf sein eigenes Glas bekommt. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

(A) 5 (B) 20 (C) 44 (D) 57 (E) 125

- 30.** Der Abstand zweier räumlich gegenüberliegender Kanten eines regulären Tetraeders betrage 6 cm. Wie groß ist sein Volumen?

(A) 18 cm^3 (B) 36 cm^3 (C) 48 cm^3 (D) 72 cm^3 (E) 144 cm^3