

## Klassenstufen 9 und 10

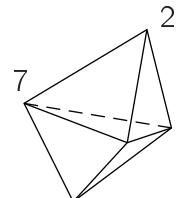
Donnerstag, 19. März 2009

Arbeitszeit: 75 Minuten

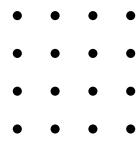
1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzugezählt. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{4}$  oder  $\frac{5}{4}$  Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

### 3-Punkte-Aufgaben

- 1.**  $\frac{1}{2 \cdot 2009} + \frac{1}{3 \cdot 2009} + \frac{1}{6 \cdot 2009} =$
- (A)  $\frac{1}{2009}$       (B)  $\frac{2}{2009}$       (C)  $\frac{1}{2 \cdot 2009}$       (D)  $\frac{12}{2009}$       (E)  $\frac{1}{12 \cdot 2009}$
- 2.** Am Stadtmarathon haben in diesem Jahr 2009 Läufer teilgenommen. Die Zahl derjenigen, die Karla dabei besiegen konnte, ist dreimal so groß wie die Zahl der Läufer, die besser als Karla waren. Welchen Platz hat Karla belegt?
- (A) 500      (B) 502      (C) 503      (D) 1505      (E) 1507
- 3.** Es ist  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{2}{3}$  von  $\frac{3}{4}$  von  $\frac{4}{5}$  von  $\frac{5}{6}$  von  $\frac{6}{7}$  von  $\frac{7}{8}$  von  $\frac{8}{9}$  von  $\frac{9}{10}$  von 1000 gleich
- (A) 2500      (B) 250      (C) 200      (D) 100      (E) nichts von alldem
- 4.** Wie viele spitze Winkel sind in fünf stumpfwinkligen Dreiecken?
- (A) 0      (B) 5      (C) 10  
 (D) 15      (E) das hängt von den Dreiecken ab
- 5.** Eine lange Ziffernfolge ist entstanden, indem jemand 2009-mal die Zahl 2009 hintereinander ausgedruckt hat. Die Summe aller ungeraden Ziffern, auf die unmittelbar eine gerade Ziffer folgt, ist
- (A) 9      (B) 2009      (C) 4018      (D) 18072      (E) 18081
- 6.** Der rechts gezeichnete Körper ist von sechs dreieckigen Flächen begrenzt. An zwei der Ecken sind Zahlen geschrieben, und die restlichen Ecken sollen derart mit Zahlen beschriftet werden, dass die Summe der Zahlen an den Ecken einer jeden Seitenfläche gleich ist. Dann ist die Summe aller 5 Eckzahlen gleich
- (A) 14      (B) 18      (C) 20      (D) 25      (E) 27
- 7.** Holger hat eine Folge von Zahlen aufgeschrieben. Von der dritten Zahl an ist jede Zahl der Folge die Summe ihrer beiden Vorgängerzahlen. Wenn die vierte Zahl eine 6 und die sechste eine 15 ist, welche Zahl steht dann an siebter Stelle?
- (A) 9      (B) 16      (C) 21      (D) 22      (E) 24

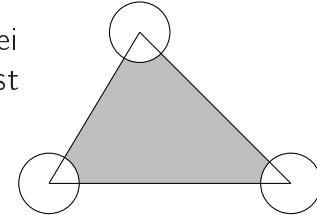


8. Wie viele der 16 Punkte in dem  $4 \times 4$ -Gitter müssen mindestens gelöscht werden, wenn von den verbliebenen keine drei Punkte auf einer Geraden liegen sollen?



- (A) 4      (B) 6      (C) 8      (D) 9      (E) 10

9. Der Flächeninhalt des abgebildeten Dreiecks beträgt 36. Der Radius der drei Kreise mit Mittelpunkten in den Ecken des Dreiecks ist jeweils 2. Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen Teilfläche des Dreiecks?



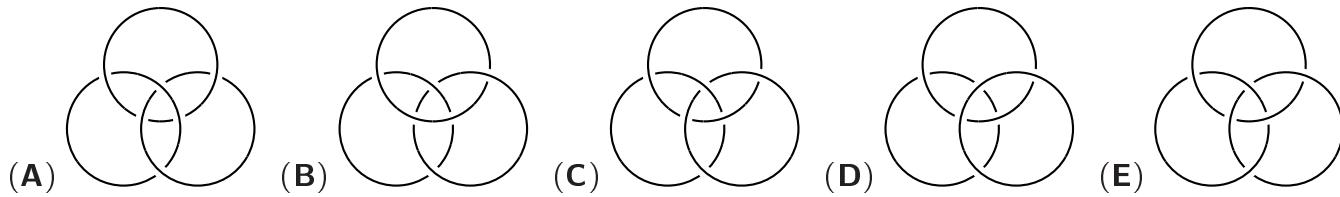
- (A)  $18 + \pi^2$     (B)  $36 - 2\pi$     (C)  $18 + 4\pi$     (D)  $36 - \pi$     (E)  $36\pi$

10. Für wie viele positive ganze Zahlen  $a$  stimmt die Anzahl der Ziffern der Zahlen  $a^2$  und  $a^3$  überein?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 9      (E) für unendlich viele

### 4-Punkte-Aufgaben

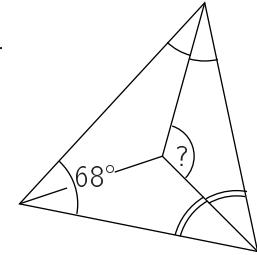
11. Borromäische Ringe sind speziell verschlungene Ringe, die man nur lösen kann, wenn man einen von ihnen zerstört. Löst man jedoch einen der Ringe heraus, egal, welchen der drei, so sind auch die anderen frei. Welche Abbildung zeigt Borromäische Ringe?



12. Der Preis der Weggli, die Ilse immer zum Frühstück kauft, liegt unter dem durchschnittlichen Brötchenpreis bei ihrem Bäcker. Als der Bäcker Röggli als neue Sorte zu seinem Angebot dazunimmt, liegt der Weggli-Preis über dem Durchschnittspreis aller Brötchen. Dann gilt sicher:

- |   |  |
|---|--|
| (A) Röggli sind billiger als Weggli.                  | (B) Weggli waren die billigsten Brötchen.              |
| (C) Röggli sind die billigsten Brötchen.              | (D) Weggli waren billiger als die Hälfte der Brötchen. |
| (E) Röggli sind billiger als die Hälfte der Brötchen. |  |

13. Einer der Innenwinkel eines Dreiecks misst  $68^\circ$ . Die Winkelhalbierenden der beiden anderen Winkel schließen den mit einem Fragezeichen markierten Winkel ein. Wie groß ist dieser?



- (A)  $124^\circ$     (B)  $128^\circ$     (C)  $132^\circ$     (D)  $134^\circ$     (E)  $136^\circ$

14. Wenn  $a \square b = ab + a + b$  und  $3 \square 5 = 2 \square x$ , dann ist  $x =$

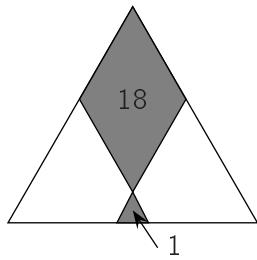
- (A) 3      (B) 6      (C) 7      (D) 10      (E) 12

15. Wegen einer Straftat werden 15 Personen nacheinander verhört, von denen bekannt ist, dass sie entweder immer lügen oder immer die Wahrheit sprechen. Die 2. und jede folgende Person sagt aus, dass die vor ihr befragte Person gelogen habe. Nach der 15. Person wird erneut die 1. Person befragt, die nun behauptet, dass alle anderen gelogen hätten. Wie viele der Personen sagen die Wahrheit?

- (A) keine    (B) 1    (C) 7    (D) 8    (E) 14

**16.** Ein gleichseitiges Dreieck ist in eine Raute, ein kleines gleichseitiges Dreieck und zwei Trapeze aufgeteilt. Der Flächeninhalt der Raute beträgt 18 und der des kleinen Dreiecks 1. Wie groß ist der Flächeninhalt des Ausgangsdreiecks?

- (A) 35      (B) 43      (C) 49      (D) 55      (E) 67



**17.** Die Zahlen  $\sqrt{n}$  und 10 unterscheiden sich um höchstens 1. Für wie viele natürliche Zahlen  $n$  ist das wahr?

- (A) 19      (B) 20      (C) 39      (D) 40      (E) 41

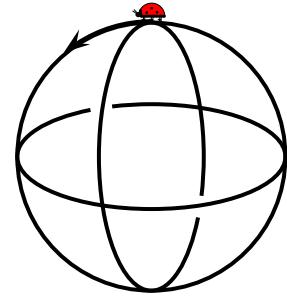
**18.** Hänsel schreibt in eine Reihe nebeneinander verschiedene positive ganze Zahlen, die sämtlich 10 nicht übersteigen. Gretel bemerkt nach genauem Hinschauen, dass in jedem Paar benachbarter Zahlen eine der beiden durch die andere teilbar ist. Wie viele Zahlen kann Hänsel höchstens notiert haben?

- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 10

**19.** Wie viele Nullen müssen an die Stelle des \* bei dem Dezimalbruch  $1, *1$  geschrieben werden, damit die entstehende Zahl kleiner als  $\frac{2009}{2008}$ , aber größer als  $\frac{20009}{20008}$  ist?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

**20.** Drei kreisförmige Reifen gleicher Größe sind wie in der Abbildung jeweils im Winkel von  $90^\circ$  miteinander verschweißt. Ein geometrisch interessierter Marienkäfer landet zur Erforschung des Gebildes auf einem der Schweißpunkte, krabbelt dann in eine der vier möglichen Richtungen bis zum nächsten Schweißpunkt, ändert dort die Richtung um  $90^\circ$  nach rechts, krabbelt wieder bis zum nächsten Schweißpunkt, ändert seine Richtung um  $90^\circ$ , jetzt nach links, dann wieder nach rechts usw. Auf wie vielen Viertelkreisen muss der Marienkäfer entlanglaufen, bevor er das erste Mal an seinen Landeplatz zurückkehrt?



- (A) 6      (B) 9      (C) 12      (D) 15      (E) 18

### 5-Punkte-Aufgaben

**21.** Meine kleine Schwester ist dabei, sich eine Kette aus blauen, roten, goldenen und silbernen Perlen zu fädeln. Sie legt die Perlen in eine Reihe vor sich hin, so dass stets verschiedenfarbige Perlen nebeneinander liegen. Wie viele Perlen muss die Reihe mindestens enthalten, damit jede der vier Farben mindestens einmal jede andere Farbe zum Nachbarn hat?

- (A) 5      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 12

**22.** Wie viele 10-stellige Zahlen mit den Ziffern 1, 2 und 3 existieren, bei denen sich benachbarte Ziffern um genau 1 unterscheiden?

- (A) 32      (B) 64      (C) 96      (D) 128      (E) 1024

**23.** Es sei  $a = 2^{25}$ ,  $b = 8^8$  und  $c = 3^{11}$ . Dann gilt

- (A)  $a < b < c$       (B)  $b < a < c$       (C)  $c < a < b$       (D)  $b < c < a$       (E)  $c < b < a$

**24.** Bei der Stichwahl um den Vorsitz unseres Karnevalsvereins war ich bei der Stimmenauszählung dabei. Als ich kurz den Raum verließ, waren bereits 62 % der ausgezählten Stimmen auf meinen Freund Kurt und 38 % auf seinen Gegenkandidaten gefallen. Ich fragte mich, wie viel Prozent der Stimmen (in ganzen Zahlen) zu diesem Zeitpunkt bereits ausgezählt sein müssten, damit die Wahl von Kurt *schon jetzt sicher* ist – vorausgesetzt, dass alle noch auszuzählenden Stimmen gültig sind. Es sind

- (A) 74 %      (B) 75 %      (C) 81 %      (D) 84 %      (E) 89 %

**25.** Auf der Suche nach Knobeleien mit der Jahreszahl fiel uns auf, dass  $2009 = 41 \cdot 49$  ist. Damit ersann ich folgende Aufgabe: Ich habe 2009  $1 \times 1 \times 1$ -Würfel und 2009  $1 \times 1$ -Klebequadrate. Aus allen Würfeln baue ich einen Quader und beklebe anschließend seine Oberfläche, indem ich auf jede zur Oberfläche gehörende Würfelfläche genau ein Klebequadrat klebe. Wie viele Klebequadrate bleiben übrig?

- (A) mehr als 1000    (B) 763    (C) 476    (D) 321    (E) 0

**26.** Von einer Zahl  $N$  werden alle Teiler aufgeschrieben, die von  $N$  und 1 verschieden sind. Es stellt sich heraus, dass der größte der aufgeschriebenen Teiler 45-mal so groß ist wie der kleinste. Für wie viele Zahlen  $N$  trifft dies zu?

- (A) keine    (B) eine    (C) zwei    (D) drei    (E) mehr als drei

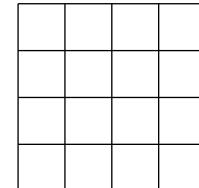
**27.** Der Zirkusfloh Fred trainiert für eine neue Nummer. Er steht am Startpunkt und führt 10 exakt gleichlange Hüpfer aus. Zugelassen sind nur die vier Richtungen rechts, links, vorwärts, rückwärts. Nach jedem Hüpfer kann Fred die Richtung ändern. Wie viele verschiedene Punkte kommen als Endpunkt nach seinen 10 Hüpfen in Frage?

- (A) 121    (B) 144    (C) 400    (D) 441    (E) eine andere Anzahl

**28.** Welches ist die kleinste natürliche Zahl  $n$ , für die  $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$  eine Quadratzahl ist?

- (A) 6    (B) 8    (C) 9    (D) 16    (E) 27

**29.** Rike verteilt Damesteine auf einem  $4 \times 4$ -Brett. Das macht sie so, dass in jeder waagerechten und in jeder senkrechten Reihe verschieden viele Steine liegen. Leere Felder sind erlaubt, aber sie darf natürlich in jedes Feld auch mehr als einen Stein legen. Welches ist die kleinste Zahl von Damesteinen, die Rike für eine solche Belegung benötigt?



- (A) 35    (B) 28    (C) 21    (D) 16    (E) 14

**30.** Eine Primzahl wird „prima“ genannt, wenn sie entweder einstellig ist oder – falls sie mehr als eine Stelle hat – sowohl nach Streichen der ersten Ziffer, als auch nach Streichen der letzten Ziffer, jeweils eine „prima“ Primzahl übrigbleibt. Wie viele „prima“ Primzahlen gibt es?

- (A) 6    (B) 7    (C) 8    (D) 9    (E) unendlich viele