

# Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 22. März 2001

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{4}$  oder  $\frac{5}{4}$  Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

## 3-Punkte-Aufgaben

1. Ich habe 3 Würfel gleichzeitig geworfen und dann die Augenzahl aller 3 Würfel addiert. Wie viele verschiedene Werte sind für diese Summe möglich?

- (A) 18      (B) 17      (C) 16      (D) 15      (E) 14

2. Rolf, Susi, Tony, Ulf, Vera und Walter stehen in einer Reihe, und zwar Ulf zwischen Vera und Walter, Tony zwischen Ulf und Vera, Susi zwischen Tony und Ulf und Rolf zwischen Susi und Tony, wobei „A steht zwischen B und C“ nicht bedeutet, dass die drei benachbart stehen müssen. Was ist wahr?

- (A) Rolf steht links oder rechts am Ende der Reihe.  
(B) Rolf ist der Zweite von links oder von rechts.  
(C) Rolf ist der Dritte von links oder von rechts.  
(D) Eine Reihe, bei der alle Bedingungen gelten, gibt es nicht.  
(E) Rolfs Platz in der Reihe lässt sich nicht bestimmen.

3. Ein Vieleck, das einen Umfang von 91 cm hat, wird durch eine ganz in seinem Innern verlaufende Diagonale in zwei Teile eines Vielecks zerlegt. Der Umfang der Teile eines Vielecks beträgt 51 cm bzw. 60 cm. Wie lang ist die Diagonale?

- (A) 6 cm      (B) 7 cm      (C) 10 cm      (D) 12 cm      (E) 15 cm

4. Die Oberfläche eines Würfels misst  $24 \text{ cm}^2$ . Wie groß ist das Volumen des Würfels?

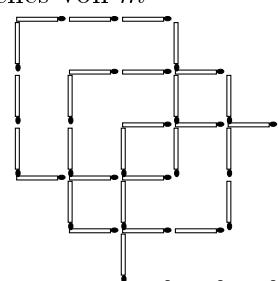
- (A)  $8^3 \text{ cm}^3$       (B)  $6^3 \text{ cm}^3$       (C)  $240 \text{ cm}^3$       (D)  $27 \text{ cm}^3$       (E)  $8 \text{ cm}^3$

5. Wenn der größte gemeinsame Teiler der Zahlen 35 und  $m$  größer als 10 ist, dann gilt gewiss

- (A)  $m$  ist mindestens dreistellig      (B)  $m$  ist ein Vielfaches von 35  
(C)  $m$  ist durch 15 teilbar      (D) 35 ist ein Vielfaches von  $m$   
(E)  $m$  ist entweder durch 5 oder durch 7 teilbar

6. Wie viele Streichhölzer muss man mindestens zu den abgebildeten hinzufügen, damit genau 11 Quadrate in der dann entstehenden Figur gefunden werden können?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

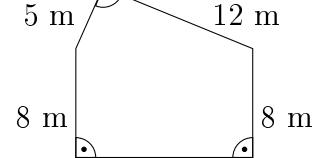


7. Wie viele Primzahlen gibt es, die kleiner als 1000 sind und deren Summe der Ziffern gleich 2 ist?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**8.** Welchen Umfang hat das abgebildete Fünfeck?

- (A) 38 m      (B) 41 m      (C) 46 m  
(D) 50 m      (E) 59 m



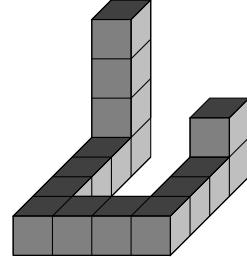
**9.** Es ist

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{6}{7} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{7}{8} + \frac{1}{9}\right) =$$

(A)  $6\frac{1}{2}$       (B)  $7\frac{1}{9}$       (C)  $7\frac{1}{2}$       (D)  $8\frac{1}{9}$       (E)  $9\frac{1}{10}$

**10.** Der abgebildete Körper besteht aus untereinander gleichgroßen Würfeln. Wie viele Würfel dieser Größe muss ich mindestens hinzufügen, wenn ich den Körper zu einem Würfel ergänzen will?

- (A) 49      (B) 60      (C) 64      (D) 81      (E) 110



### 4-Punkte-Aufgaben

**11.**  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  sind positive ganze Zahlen, für die  $a + b = c \cdot d$  und  $a + b + c = 12$  gilt. Wie viele verschiedene Werte kann  $d$  annehmen?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

**12.** Wie viele Ziffern hat die kleinste positive ganze Zahl, die nur die Ziffern 0 und 1 besitzt und durch 225 teilbar ist?

- (A) 10      (B) 11      (C) 12      (D) 13      (E) 14

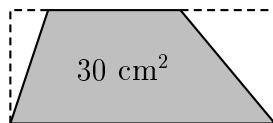
**13.** Eine Uhr geht alle  $X$  Stunden  $Y$  Minuten nach. Wie viele Stunden, ausgedrückt durch  $X$  und  $Y$ , geht diese Uhr pro Woche nach?

- (A)  $\frac{2}{5} \frac{Y}{X}$       (B)  $\frac{5}{2} \frac{X}{Y}$       (C)  $\frac{14}{5} \frac{Y}{X}$       (D)  $\frac{5}{14} \frac{X}{Y}$       (E)  $168 \frac{Y}{X}$

**14.** Zum Einkaufen auf dem Baumarkt habe ich meine kleine Schwester mitgenommen. Ich habe 40 DM und will 100 Spezialschrauben kaufen, das Stück zu 40 Pfg. Meine Schwester macht mich darauf aufmerksam, dass man für je 6 Schrauben eine Bonusschraube bekommt, worauf ich ihr verspreche, dass ich ihr für das Geld, das ich so sparen kann, ein Spielzeug kaufe, wenn sie mir sagt, um wie viel es sich handelt. Es sind

- (A) 4 DM      (B) 5,60 DM      (C) 5,20 DM      (D) 6 DM      (E) 4,40 DM

**15.** Von einem Rechteck sind – wie abgebildet – zwei Dreiecke abgeschnitten worden, und zwar so, dass von den beiden parallelen Seiten des verbleibenden Trapezes die eine halb so lang wie die andere ist. Der Flächeninhalt des Trapezes ist  $30 \text{ cm}^2$ . Dann ist die Summe der Flächeninhalte der abgeschnittenen Dreiecke gleich (in  $\text{cm}^2$ )



- (A) 10      (B) 12      (C) 15      (D) 18      (E) 20

**16.** Jedes Mal, wenn das Kamel Otto sehr durstig ist, besteht sein Gewicht zu 84% aus Wasser. Nach dem Trinken wiegt Otto dann 800 kg, und das Wasser macht 85% seines Gewichts aus. Wie viel wiegt Otto, wenn er durstig ist?

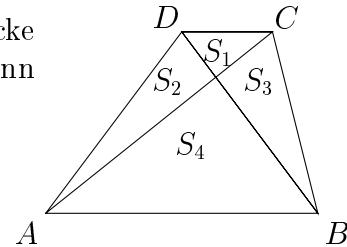
- (A) 672 kg      (B) 680 kg      (C) 715 kg      (D) 720 kg      (E) 750 kg

**17.** Einige Teilnehmer am Mathezirkel machen sich den Spaß, auf die Frage nach ihren Punktzahlen bei der Mathematikolympiade zu antworten: „Das Produkt aus unseren Punktzahlen ist 8704, und unsere Beste hat doppelt so viele Punkte wie unsere Schlechteste.“ Um wie viele Teilnehmer handelt es sich?

- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

**18.** Das Trapez  $ABCD$  wird durch seine Diagonalen in 4 Dreiecke mit den Flächeninhalten  $S_1, \dots, S_4$  geteilt. Wenn  $S_2 = 3S_1$ , dann gilt für  $S_4$

- (A)  $S_4 = 3S_1$       (B)  $S_4 = 4S_1$       (C)  $S_4 = 6S_1$   
 (D)  $S_4 = 9S_1$       (E)  $S_4 = 12S_1$

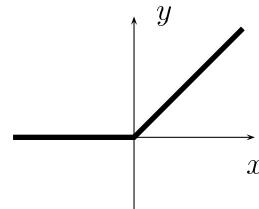


**19.** Bei der Division  $999 : n$ , worin  $n$  eine zweistellige Zahl ist, erhält man den Rest 3. Dann ist der Rest bei der Division  $2001 : n =$

- (A) 3      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 9

**20.** Zu welcher Funktion gehört der abgebildete Graph?

- (A)  $y = x$       (B)  $y = x + |x|$       (C)  $y = |x|$   
 (D)  $y = \frac{x + |x|}{2}$       (E)  $y = \frac{x - |x|}{2}$



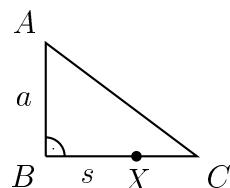
### 5-Punkte-Aufgaben

**21.** Aus einer Schachtel mit 31 Bonbons isst Krista am ersten Tag drei Viertel der Anzahl, die Paul isst. Am zweiten Tag isst sie zwei Drittel der Menge, die Paul isst; und damit ist die Schachtel leer. Wie viele Bonbons hat Krista gegessen?

- (A) 9      (B) 10      (C) 12      (D) 13      (E) 15

**22.** Meiers wollen für ihren Garten einen neuen Zaun kaufen. Die Abschnitte  $\overline{AB}$  und  $\overline{BX}$  haben sie bereits vermessen. Da rennen die Zwillinge Max und Moritz von  $X$  aus mit exakt gleicher Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung entlang der Gartengrenze los. Als sie sich genau im Punkt  $A$  treffen, sagt die Mutter: „Fein, jetzt brauchen wir nicht weiter zu messen.“ Wie lang ist  $\overline{CX}$ , ausgedrückt durch die schon gemessenen Längen  $a = \overline{AB}$  und  $s = \overline{BX}$ ?

- (A)  $\frac{s}{2} + a$       (B)  $\frac{as}{2s+a}$       (C)  $\frac{s+a}{2}$       (D)  $a-s$       (E)  $\sqrt{s^2+a^2} + \frac{a}{2}$



**23.** Einige von 11 Schachteln enthalten 8 kleinere Schachteln, und einige dieser kleineren enthalten ihrerseits wieder je 8 kleinere Schachteln. Wenn es genau 102 Schachteln gibt, die keine kleineren Schachteln enthalten, wie viele Schachteln haben wir dann insgesamt?



**24.** Es gelte  $x = \frac{1}{y}$ , und  $x$  und  $y$  seien beide ungleich null. Dann ist  $\left(x + \frac{1}{x}\right) \left(y - \frac{1}{y}\right) =$

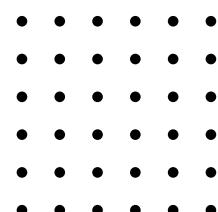
- (A)  $2x$       (B)  $y^2 - x^2$       (C)  $0$       (D)  $x^2 - y^2$       (E)  $2y$

**25.** Ein regelmäßiges Dodekaeder (das ist ein Körper, dessen Oberfläche aus 12 regelmäßigen Fünfecken besteht) hat 20 Ecken. Wie viele der Verbindungsstrecken zwischen 2 Eckpunkten liegen *nicht* auf der Oberfläche?

- (A) 240              (B) 120              (C) 185              (D) 72              (E) 100

**26.** Der Abstand zwischen horizontal bzw. vertikal benachbarten Punkten in dem abgebildeten Gitter sei je 1 cm. Wie viele der Strecken zwischen je zwei Punkten sind dann 5 cm lang?

- (A) 10      (B) 12      (C) 24      (D) 34      (E) 36



**27.** Bei wie vielen mehrstelligen positiven ganzen Zahlen erhält man durch Wegstreichen der letzten Ziffer eine Zahl, die genau  $\frac{1}{14}$  der Ausgangszahl ist? Das gilt für

- (A) keine            (B) eine            (C) zwei            (D) fünf            (E) mehr als 5

**28.** Von einem Viereck, dessen Diagonalen in seinem Inneren verlaufen und aufeinander senkrecht stehen, ist bekannt, dass die Seitenlangen von 3 der 4 Seiten 1 cm, 3 cm und 4 cm – in dieser Reihenfolge – lang sind. Wie lang ist die vierte Seite?



**29.** Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Zahl 30 als Summe dreier nicht notwendig voneinander verschiedener positiver ganzer Zahlen darzustellen? (Die Reihenfolge der Summanden bei der Addition bleibt dabei unberücksichtigt.)

- (A) 105                  (B) 75                  (C) 81                  (D) 362                  (E) 101