

Klassenstufen 9 und 10

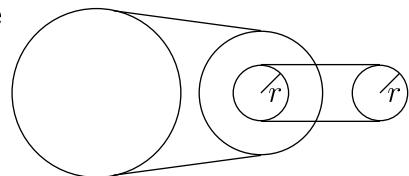
Donnerstag, 21. März 2002

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
  2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{4}$  oder  $\frac{5}{4}$  Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
  3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

### **3-Punkte-Aufgaben**

1. Wenn sich in dem abgebildeten Flaschenzug das große Rad 100-mal dreht, vollführt das kleine 200 Umdrehungen. Wie viele Umdrehungen macht das mittelgroße?

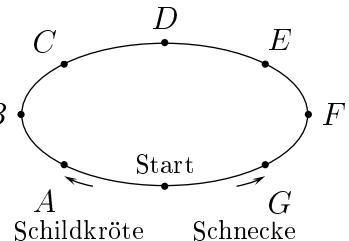




- 2.** Die Folge der Primzahlen beginnt mit 2; es folgen 3, 5, 7, 11, 13, .... Auf wie viele Nullen endet das Produkt der ersten 2002 Primzahlen?



- 3.** Nina hat eine Arena gebaut, in der sie ihre Schnecke gegen ihre dreimal so schnelle Schildkröte zum Wettkriechen starten lässt. Dummerweise kriecht die Schnecke in die der Laufrichtung der Schildkröte entgegengesetzte Richtung los. An welchem der Punkte, die von ihren Nachbarpunkten jeweils gleichen Abstand haben, treffen sie sich?



- (A)  $A$       (B)  $C$       (C)  $E$       (D)  $F$       (E)  $G$

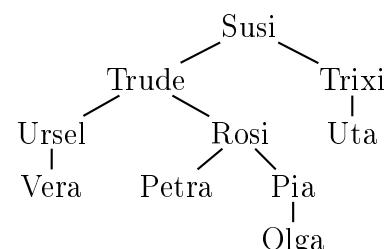
- 4.** Sechs Kaninchen fressen zusammen 20 Möhren; das erste eine, das zweite zwei, das dritte drei – und das vierte mehr als jedes der anderen. Wie viele Möhren hat das vierte mindestens gefressen?



5. An der Hausecke steht eine Clematis mit vielen Knospen. Nach langem Regen öffnet sich am ersten Sonnentag die 1. Knospe, und an jedem der Folgetage öffnen sich dreimal so viele Knospen wie sich am Tag vorher geöffnet haben. Nachdem dies auch am 5. Tag geschehen ist, sind alle Knospen offen. Wie viele sind das?

- (A) 81                  (B) 243                  (C) 121                  (D) 144

- 6.** Für biologische Untersuchungen bei Kängurus wird die Reihe der weiblichen Nachkommen des Kängurus Susi aufgezeichnet. Wie heißt die Tochter der Schwester der Großmutter von der Schwester von Olgas Mutter?



7. Welches ist die Differenz zwischen der größten und der kleinsten vierstelligen Zahl, wobei jede dieser beiden Zahlen aus vier voneinander verschiedenen Ziffern besteht?

- (A) 8989      (B) 8853      (C) 8865      (D) 8643      (E) 8642

8. Ein Körper, dessen sämtliche Seitenflächen Vielecke sind, heißt Polyeder. Welches ist die kleinste Anzahl von Seitenflächen, die ein Polyeder haben kann, das ein Fünfeck als Seitenfläche besitzt?

- (A) 5      (B) 6      (C) 8      (D) 9      (E) 12

9. Ein Computervirus killt Speicherplatz, am 1. Tag die Hälfte des gesamten Speichervolumens, am 2. Tag ein Drittel, am 3. Tag ein Viertel und am 4. Tag ein Fünftel des jeweils noch vorhandenen Restes. Welcher Teil des ursprünglichen Speicherplatzes ist nun übrig?

- (A)  $\frac{1}{5}$       (B)  $\frac{1}{6}$       (C)  $\frac{1}{10}$       (D)  $\frac{1}{12}$       (E)  $\frac{1}{15}$

10. Wie viele Schnittpunkte können 5 Kreise miteinander höchstens haben?

- (A) 15      (B) 18      (C) 20      (D) 21      (E) 25

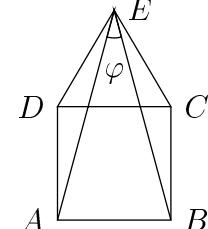
### 4-Punkte-Aufgaben

11. Es ist  $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} =$

- (A) 3      (B)  $\sqrt{7} - 2$       (C)  $\frac{1}{\sqrt{7} - 2}$   
 (D) 1      (E)  $\sqrt{7} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{5} + 2$

12. Es sei  $ABCD$  ein Quadrat,  $DCE$  ein gleichseitiges Dreieck.  
Dann ist  $\varphi =$

- (A)  $15^\circ$       (B)  $22,5^\circ$       (C)  $30^\circ$       (D)  $45^\circ$       (E)  $60^\circ$

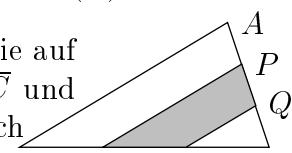


13. Frau Heim radelt morgens mit 12 km/h den Berg hinauf zur Arbeit, am Nachmittag mit 20 km/h bergab nach Hause. Sie braucht für den Hinweg 16 min länger als für den Rückweg. Wie lang ist die Strecke?

- (A) 8 km      (B) 11 km      (C) 12 km      (D) 15 km      (E) 24 km

14. Der Flächeninhalt des abgebildeten Dreiecks  $ABC$  ist 12. Für die auf den Seiten liegenden Punkte  $P, Q, R$  und  $S$  gilt  $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$  und  $\overline{BR} = \overline{RS} = \overline{SC}$ . Dann ist der Flächeninhalt der grauen Fläche gleich

- (A) 3      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) 9

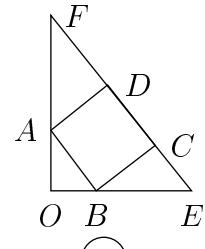


15. Mücken-Ex und Anti-Mück, Salben, die die Mücken vom Stechen abhalten sollen, stehen in der Drogerie im selben Regal. Azubi Klaus preist Mücken-Ex an, verkauft davon 15 Tuben und ordnet den Rest des Bestands so, dass neben je 2 Tuben Anti-Mück eine mit Mücken-Ex zu liegen kommt. Seine Chefin verkauft lieber Anti-Mück. Nach dem Verkauf von 45 Tuben Anti-Mück ordnet sie den Rest so, dass neben je 5 Tuben Mücken-Ex 1 Tube Anti-Mück liegt. Wie viele Tuben Mücken-Ex waren zu Beginn im Regal?

- (A) 22      (B) 25      (C) 33      (D) 40      (E) 64

- 16.** Es sei  $ABCD$  ein Quadrat,  $\triangle OEF$  rechtwinklig bei  $O$  und  $\overline{OA} = 48$  und  $\overline{OB} = 36$ . Dann gilt  $\overline{EF} =$

(A) 176      (B) 180      (C) 185      (D) 188      (E) 190



- 17.** Die drei gleich großen Kreise vom Radius 1 haben ihre Mittelpunkte in den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 5. Wie viele Kreise gibt es, die diese drei Kreise gleichzeitig berühren?

(A) 1      (B) 2      (C) 5      (D) 8      (E) 9



- 18.** Im Rahmen einer Testreihe wird folgender Algorithmus untersucht: auf den Eingangswert  $x$  wird von den folgenden 4 Operationen (1)  $x+3$ , (2)  $x-2$ , (3)  $\frac{1}{x}$ , (4)  $x^2$  eine zufällig ausgewählte angewandt, das Ergebnis wird neuer Eingangswert, auf den wiederum eine der 4 Operationen angewandt wird, und dies wird dann noch ein drittes Mal wiederholt. Dann ist der maximale Endwert, den man beim Eingangswert  $x = 1,99$  erhalten kann

(A)  $(1,99)^8$       (B)  $(4,99)^4$       (C)  $(7,99)^2$       (D) 512      (E) 10 000

- 19.** Auf dem Flugplatz gibt es zwischen Gate A und Gate B ein Laufband, mit dem man von einem zum anderen anderthalb Minuten braucht. Frau Flink joggt lieber und schafft die Strecke so in 60 Sekunden. Ihr Sohn, der genauso schnell läuft wie sie, joggt von Gate A zu Gate B auf dem Laufband. Um wie viele Sekunden ist er früher da als seine Mutter?

(A) um 10 sec      (B) um 12 sec      (C) um 15 sec      (D) um 17 sec      (E) um 24 sec

- 20.** Ein Rechteck ist aus gleich großen Quadraten zusammengesetzt, deren Seitenlänge eine positive ganze Zahl ist. Der Umfang des Rechtecks ist 32. Welche der folgenden Zahlen kommt als Flächeninhalt in Frage (auf die Angabe der Maßeinheit wurde verzichtet)?

(A) 24      (B) 48      (C) 76      (D) 192      (E) 384

### 5-Punkte-Aufgaben

- 21.** Es ist  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$ . Welchen Rest lässt die Zahl  $1! + 2! + 3! + 4! + \cdots + 10!$  bei Division durch 5?

(A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

- 22.** In dem  $3 \times 3$ -Gitter entsprechen die Symbole natürlichen Zahlen, gleiche Symbole gleichen und verschiedene verschiedenen Zahlen. Die Summe in der letzten Spalte und in der letzten Zeile ist bekannt. Dann ist die Summe in der ersten Spalte gleich

(A) 12      (B) 15      (C) 17      (D) 19      (E) 21

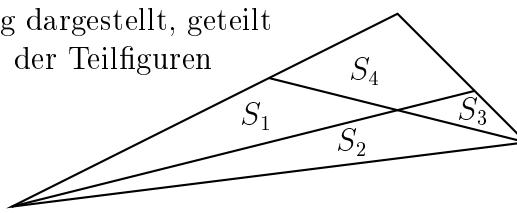
♥	♣	♠
♥	♣	♣
♣	♥	♠

?      11      14

- 23.** Angenommen wir hätten 50 Pakete mit einem Gewicht von 150 kg, 151 kg, ..., 199 kg, die wir mit einem Transporter mit einer Nutzlast von 1,2 t transportieren wollen. Wie oft muss der Transporter mindestens fahren?

(A) 15-mal      (B) 7-mal      (C) 9-mal      (D) 6-mal      (E) 8-mal

- 24.** Wenn ein Dreieck  $ABC$ , wie in der Abbildung dargestellt, geteilt wird, kann dann für die Flächeninhalte  $S_1, \dots, S_4$  der Teilfiguren  $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$  gelten?



- (A) nein  
 (B) ja, aber nur, wenn  $\triangle ABC$  gleichseitig ist  
 (C) ja, aber nur, wenn  $\triangle ABC$  rechtwinklig ist  
 (D) ja, aber nur, wenn die Seiten von  $\triangle ABC$  verschieden lang sind  
 (E) ja, aber nur für spezielle Winkelgrößen der Winkel im  $\triangle ABC$
- 25.** Wenn ein Hotel vom 1. Juni bis 30. September eine Auslastung von 78% und in den restlichen Monaten von 57% hat, wie hoch ist dann die Auslastung auf das ganze Jahr bezogen? (*Monate werden mit 30 Tagen angesetzt.*)

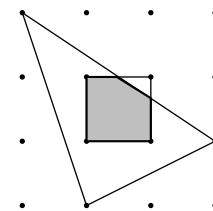
- (A) 122%      (B) 64%      (C) 67%      (D) 54%      (E) 47%

- 26.** Für welche reellen Zahlen  $x$  gilt  $\frac{2}{x-2} < 7$ ?

- (A) für  $x \neq 2$       (B) für  $x \geq 2$       (C) für kein  $x$   
 (D) für  $\frac{16}{7} \geq x > 2$       (E) für alle  $x$ , für die nicht  $2 \leq x \leq \frac{16}{7}$  gilt

- 27.** Im abgebildeten Gitter haben Punkte, die horizontal bzw. vertikal benachbart sind, voneinander den Abstand 1. Dann ist der Flächeninhalt des grau gezeichneten Durchschnitts von Dreieck und Quadrat gleich

- (A)  $\frac{9}{10}$       (B)  $\frac{15}{16}$       (C)  $\frac{8}{9}$       (D)  $\frac{11}{12}$       (E)  $\frac{14}{15}$

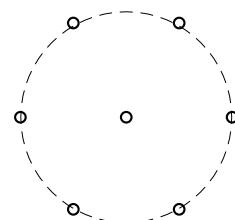


- 28.**  $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + 5 \cdot 2^5 + \dots + 10 \cdot 2^{10} =$

- (A)  $9 \cdot 2^{11}$       (B)  $10 \cdot 2^{11}$       (C)  $11 \cdot 2^{10}$       (D)  $11 \cdot 2^{11}$       (E)  $10 \cdot 2^{12}$

- 29.** Eine Menge von 3 nicht auf derselben Geraden liegenden Punkten soll *V-Menge* heißen, wenn es einen von diesen Punkten gibt, der von den beiden anderen denselben Abstand hat. Wie viele *V-Mengen* lassen sich in der abgebildeten Menge von 7 Punkten finden?

- (A) 6      (B) 12      (C) 18      (D) 20      (E) 21



- 30.** Wie viele 4-stellige Zahlen besitzen die Eigenschaft, dass die Summe aus ihren letzten beiden Ziffern und der zweistelligen Zahl, die aus den ersten beiden Ziffern gebildet wird, gleich der aus den beiden letzten Ziffern gebildeten Zahl ist? (Z. B. besitzt die Zahl 6370 wegen  $7 + 0 + 63 = 70$  diese Eigenschaft.)

- (A) 10      (B) 47      (C) 72      (D) 80      (E) 91