# 树形DP

胡船长

初航我带你,远航靠自己

## 一、树形DP分类

- 1. 单纯型: 3道题目
- 2. 跨越型: 2道题目
- 3. 背包型: 3道题目
- 4. 覆盖型: 2道题目

## 二、树形DP-课后实战题

- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

## 一、树形DP分类

1. 单纯型: 3道题目

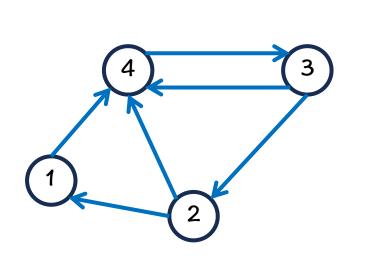
2. 跨越型: 2道题目

3. 背包型: 3道题目

4. 覆盖型: 2道题目

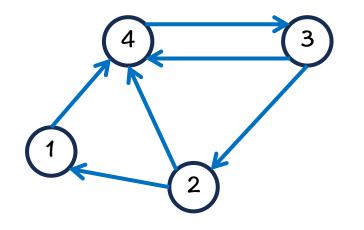
《船说:算法与数据结构》 第17章-树上的统计问题

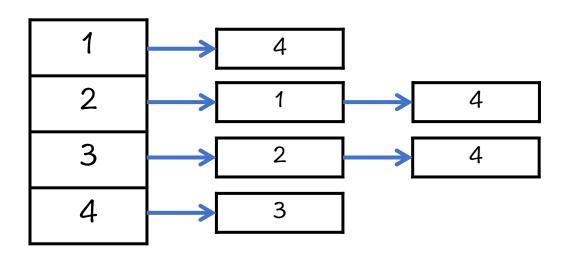
## 图结构存储: 邻接矩阵

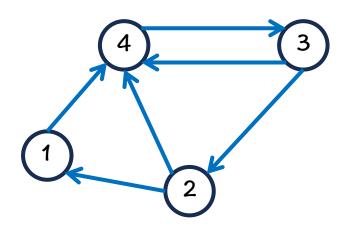


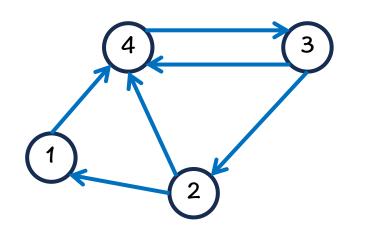
	1	2	3	4
1	0	0	0	1
2	1	0	0	1
3	0	1	0	1
4	0	0	1	0

## 图结构存储: 邻接表

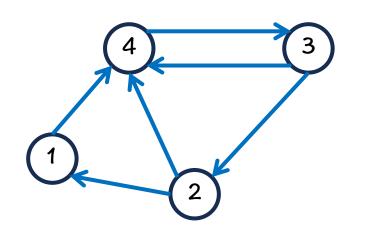


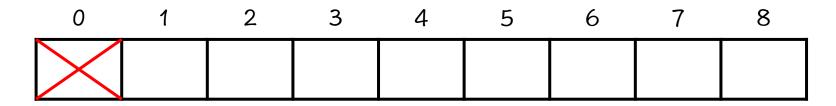


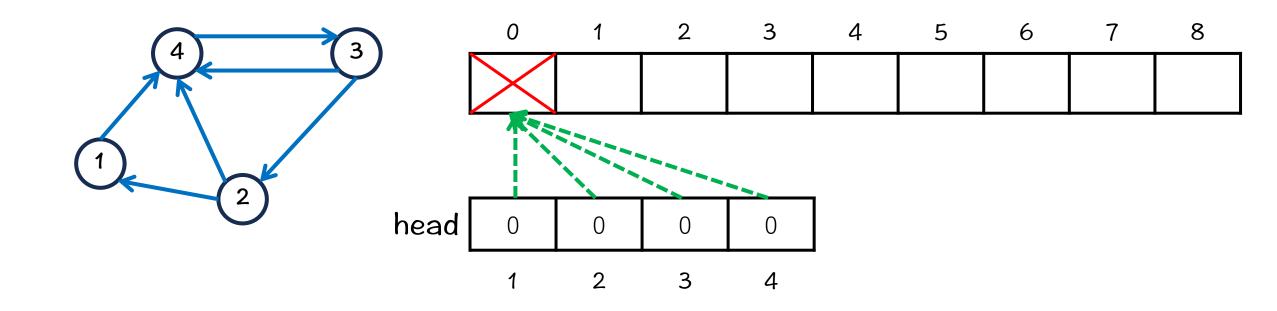


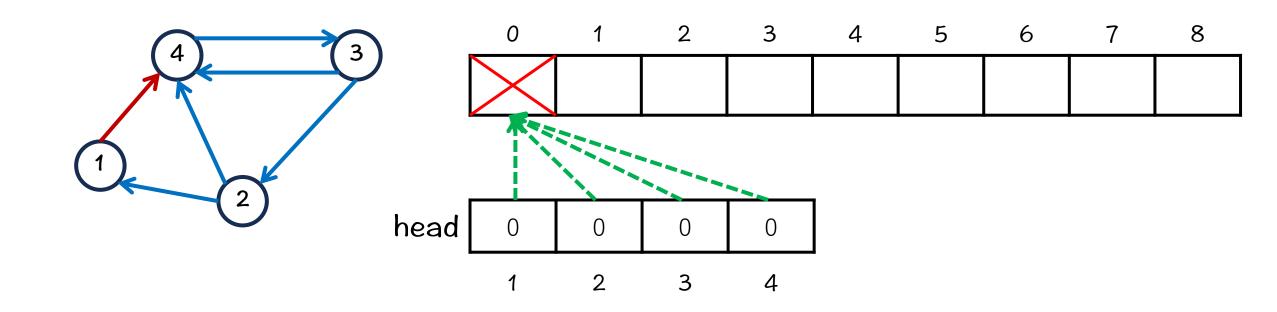


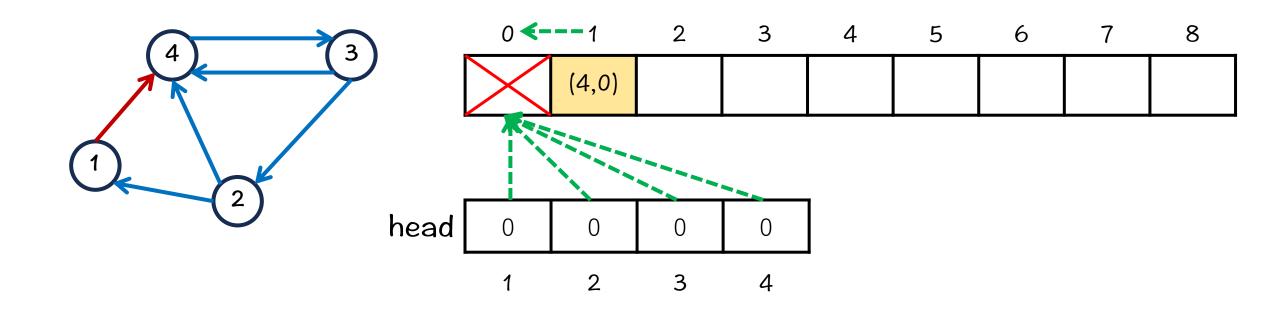
0	1	2	3	4	5	6	7	8

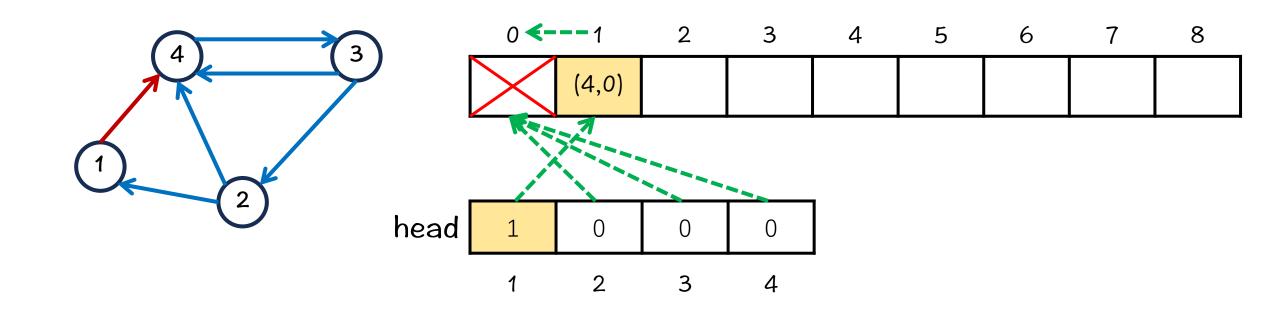


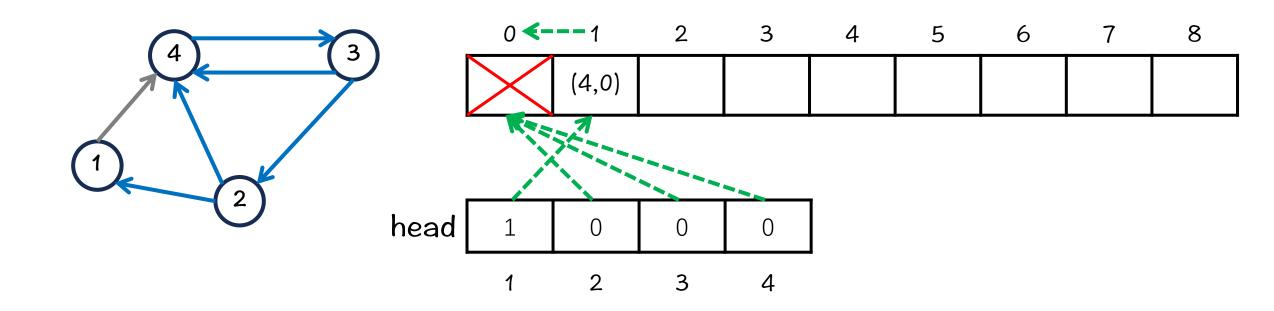


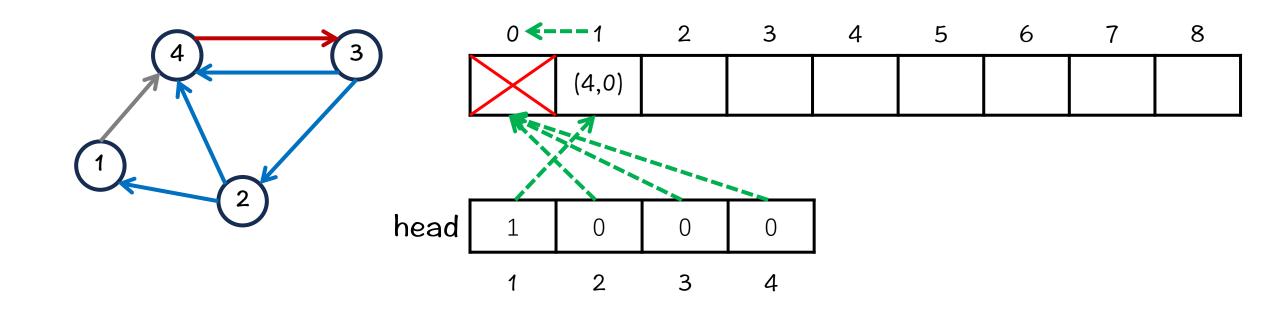


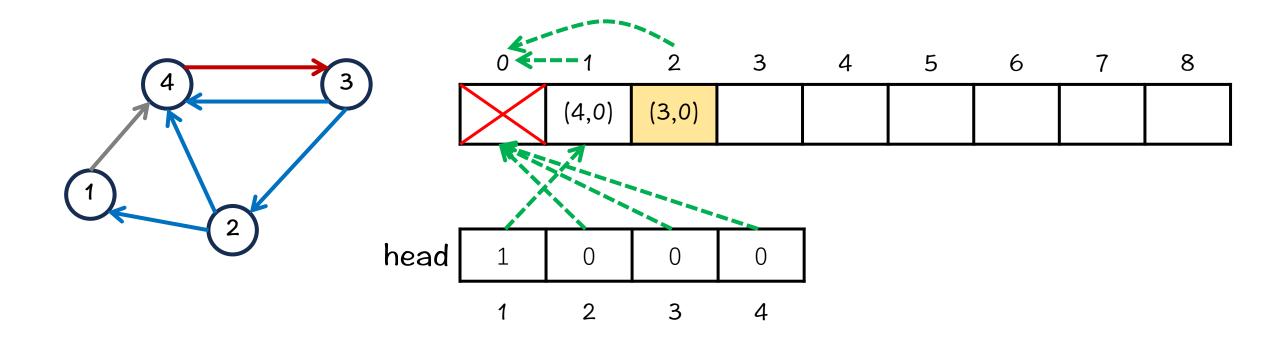


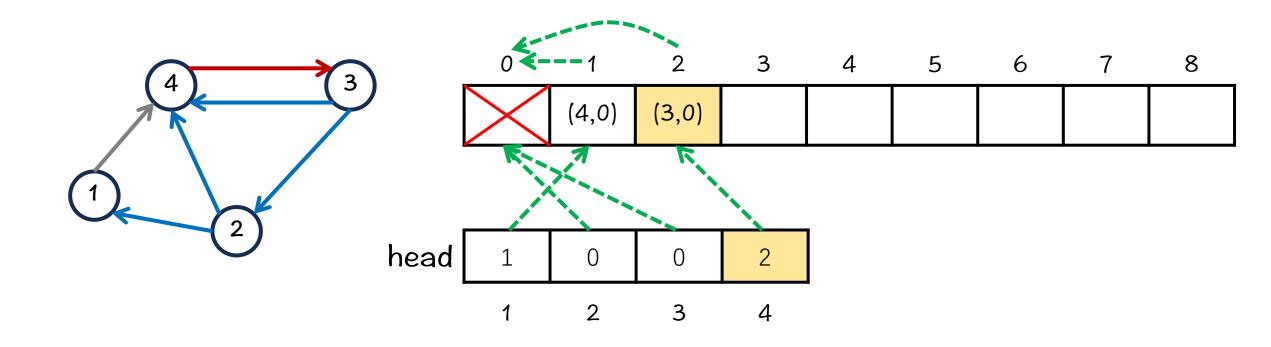


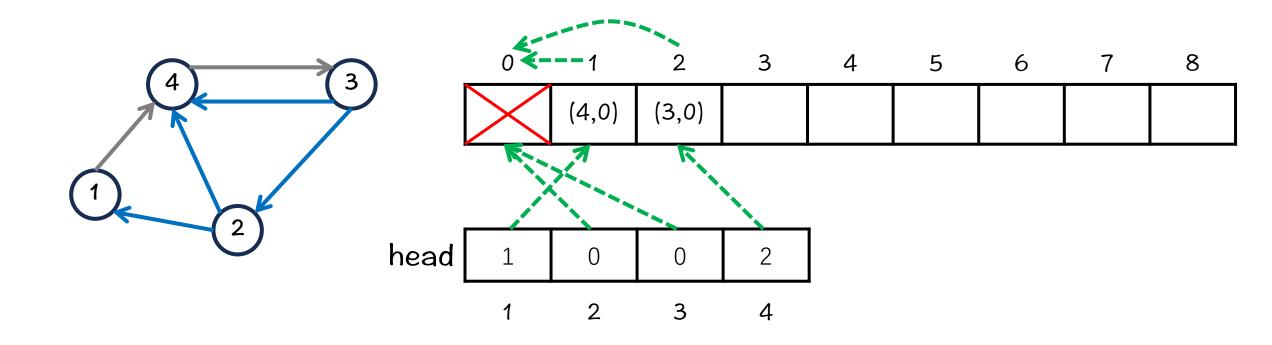


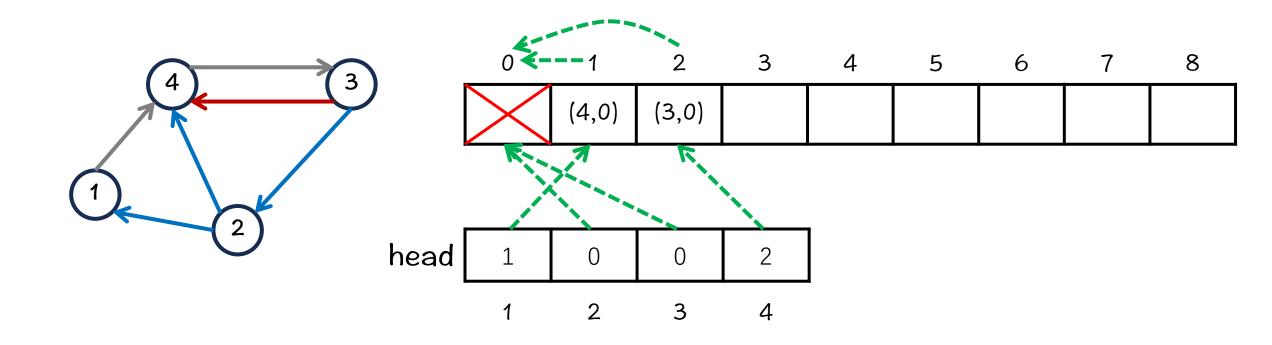


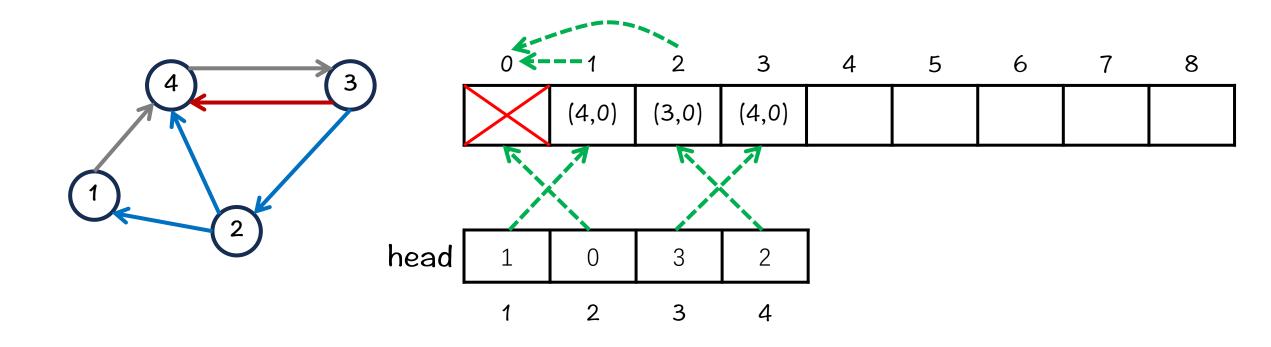


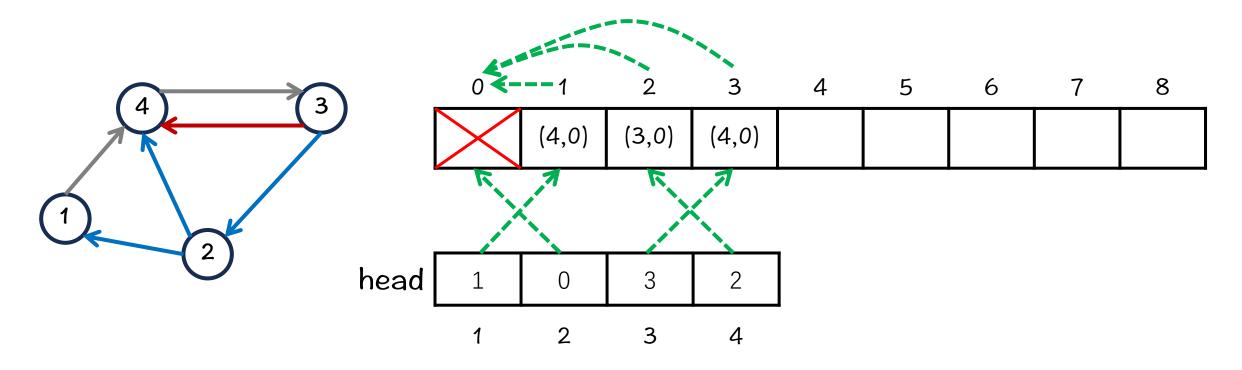


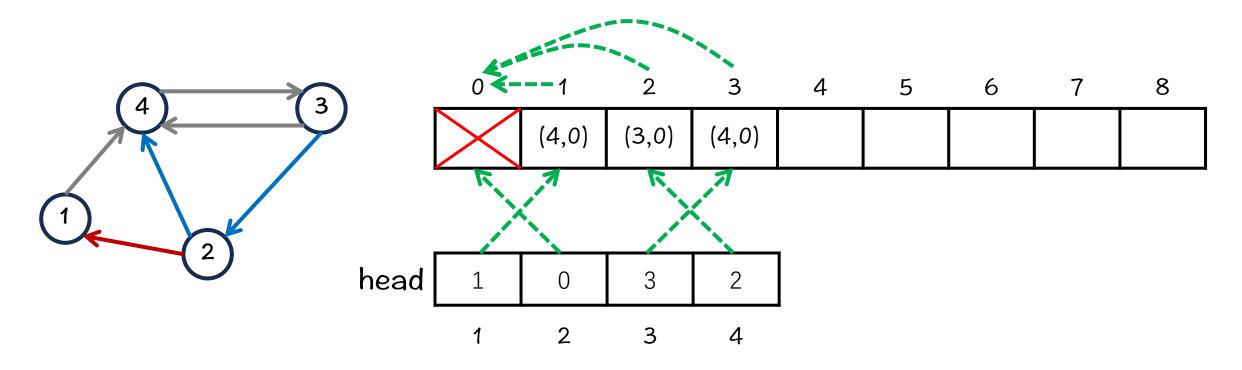


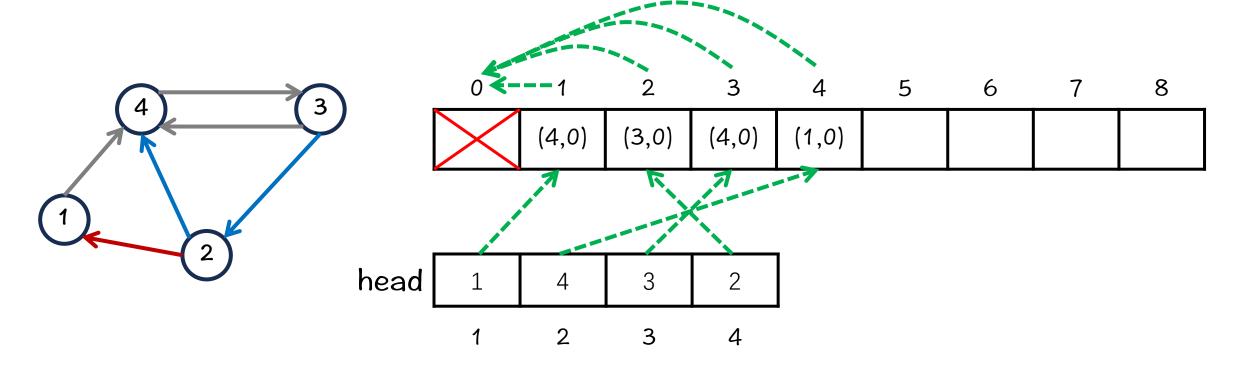


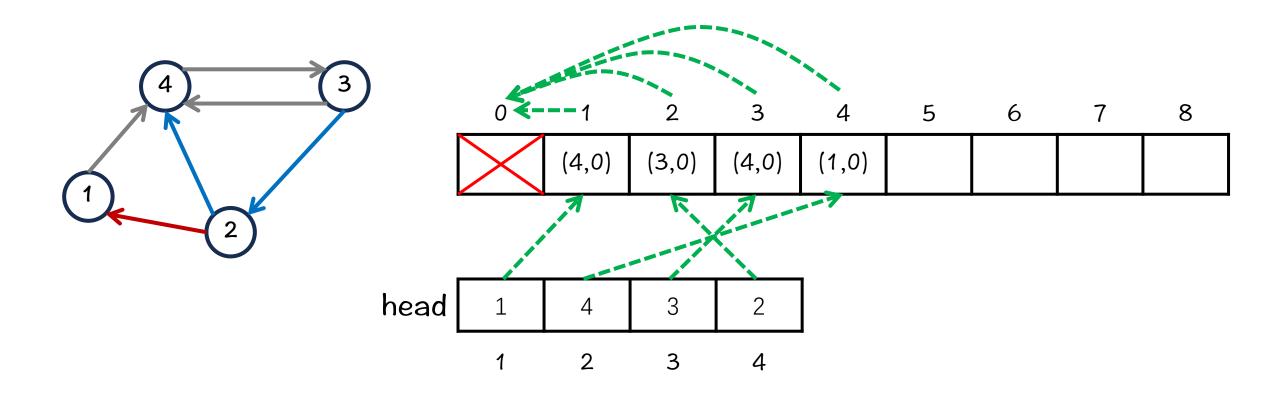


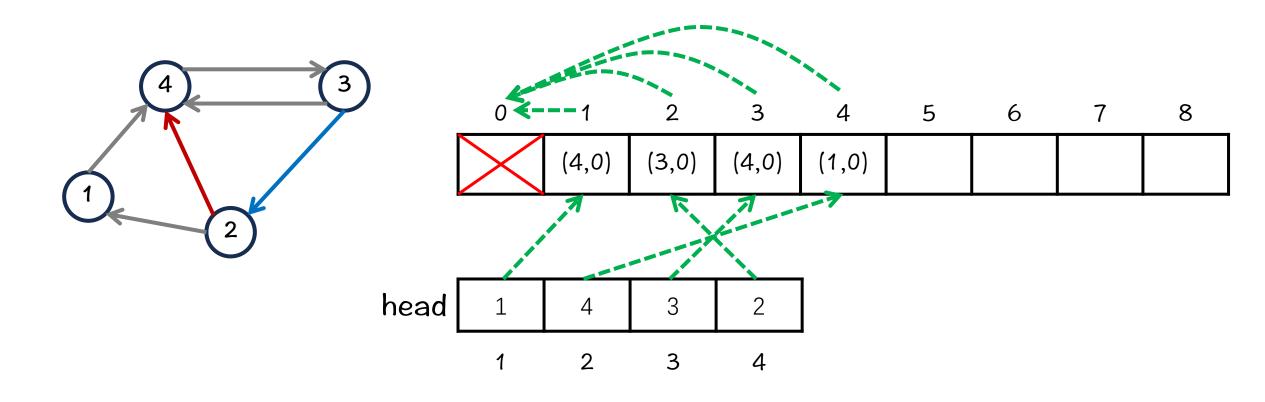


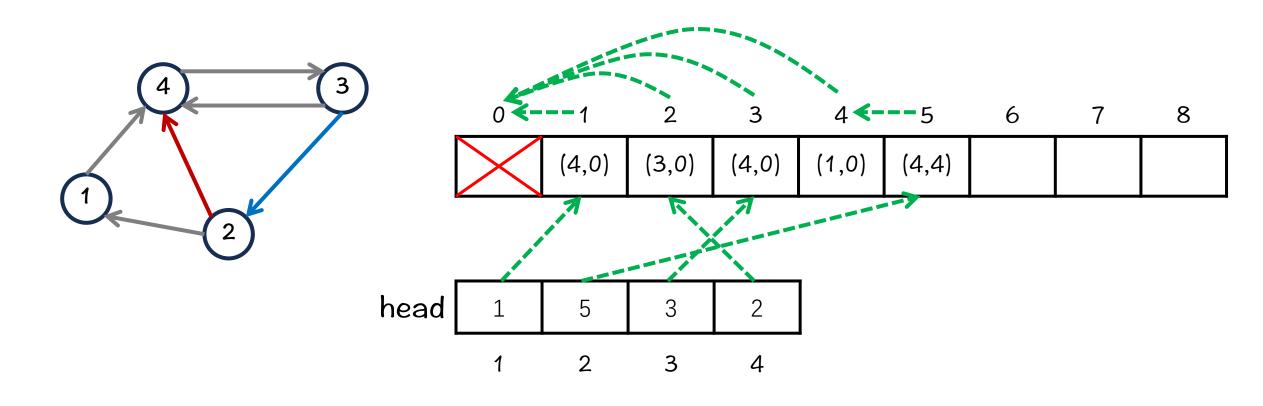


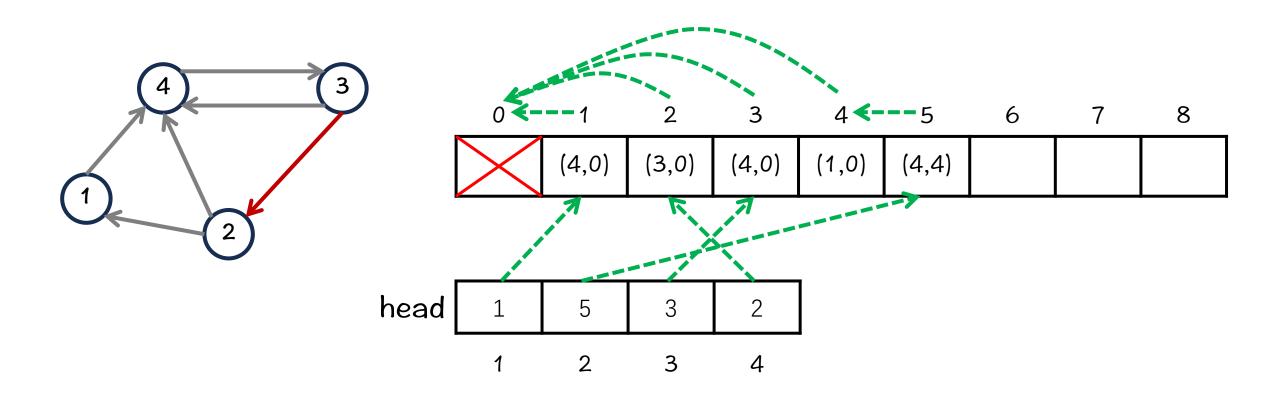


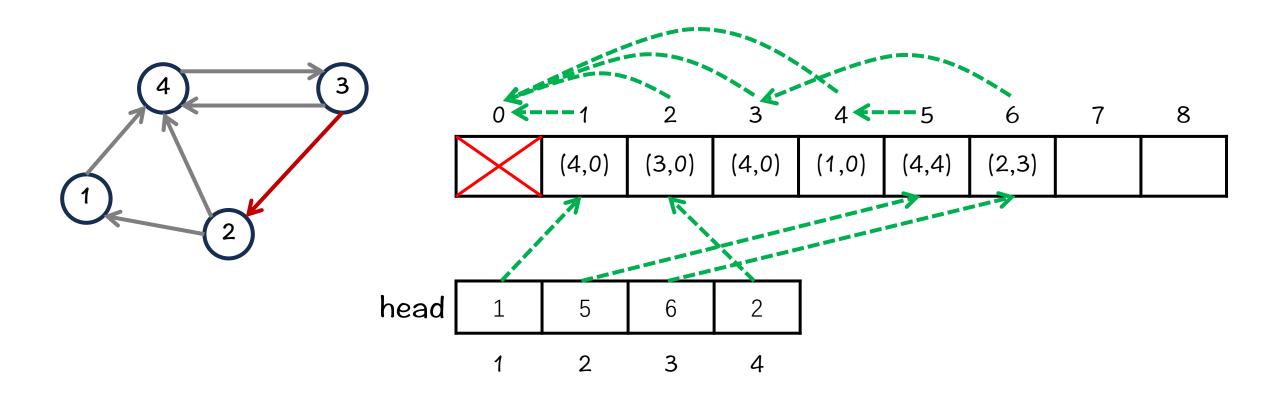


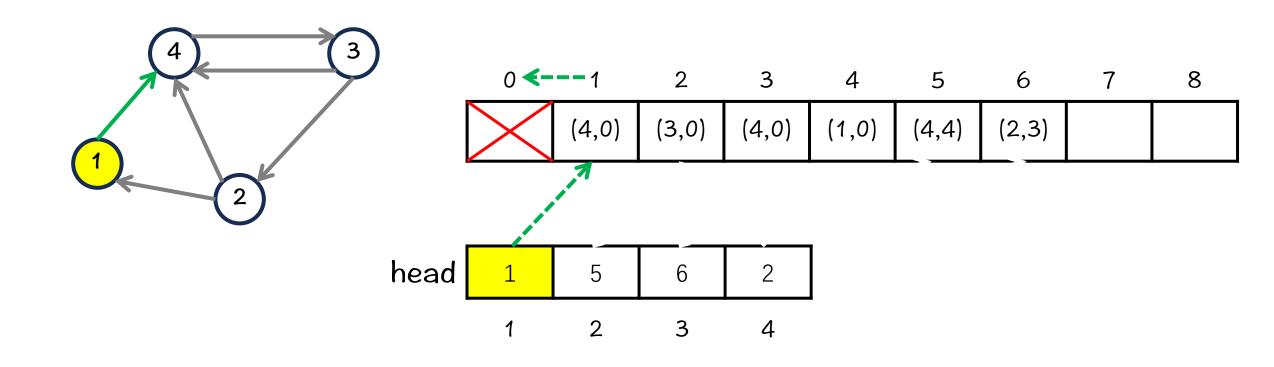




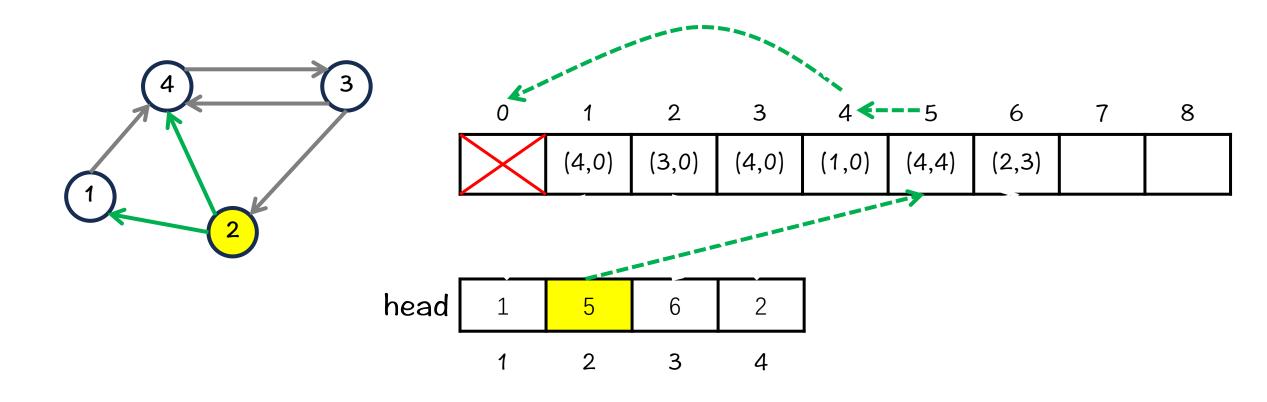


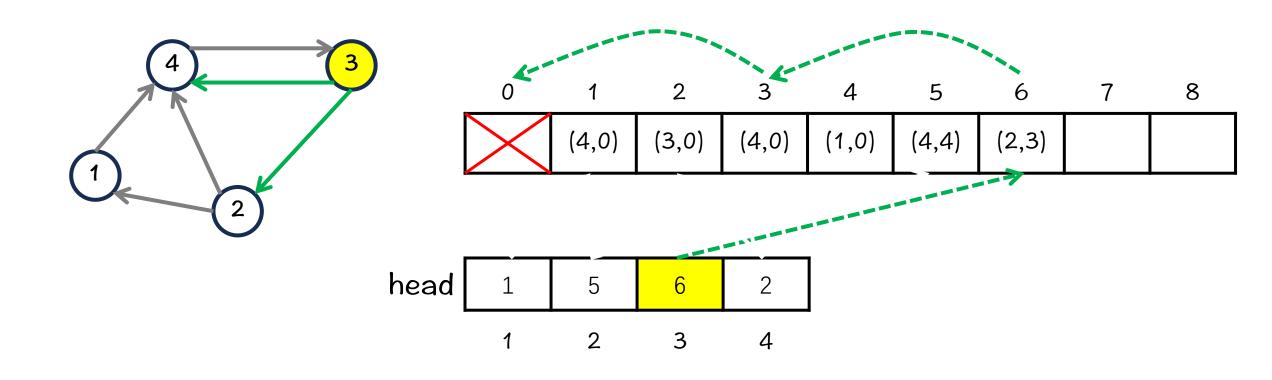




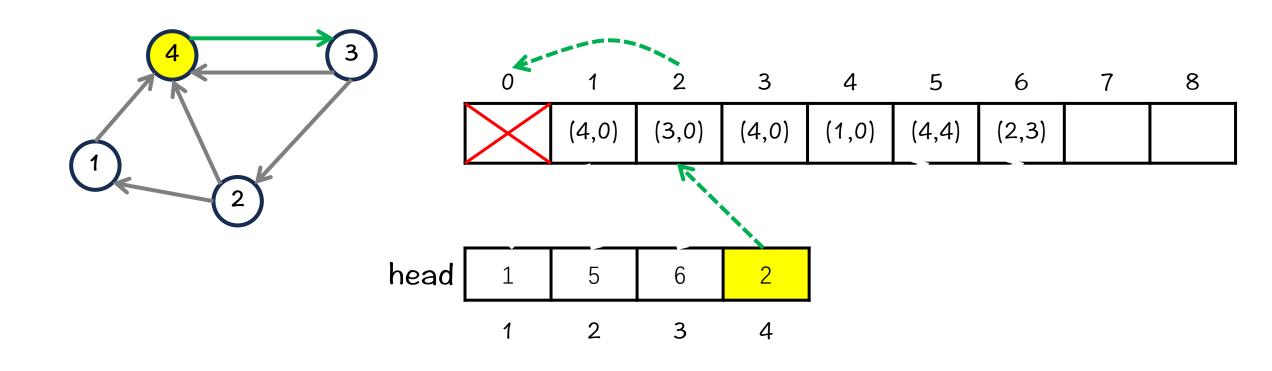


《船说: 算法与数据结构》 第17章-树上的统计问题

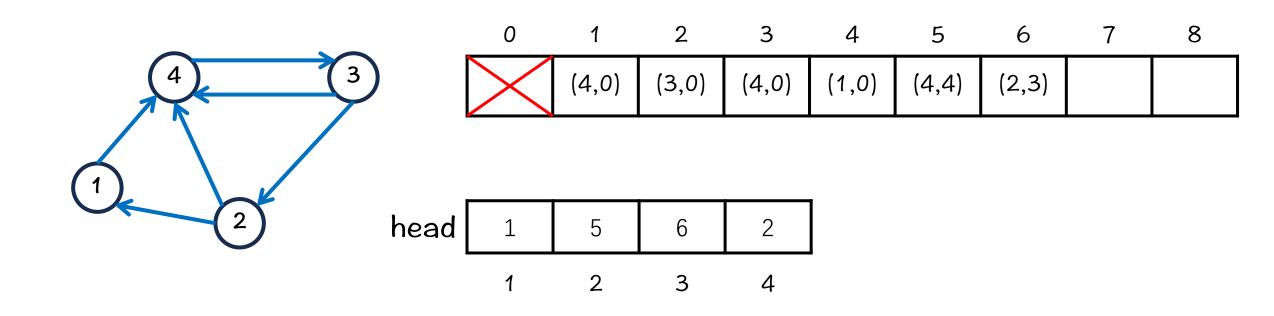




《船说:算法与数据结构》 第17章-树上的统计问题

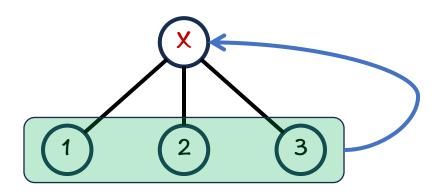


《船说: 算法与数据结构》 第17章-树上的统计问题



#### 树形DP: 单纯型

只需要考虑: 子节点到父节点的转移关系



## 二、树形DP-课后实战题

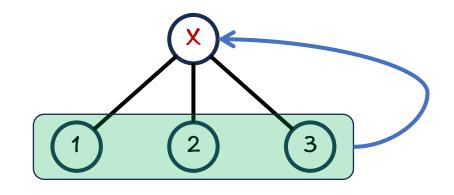
- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

#### 单纯型:HZ0J-361-没有上司的舞会

1、确定动归状态

2、确定状态转移方程



子节点到父节点的转移关系

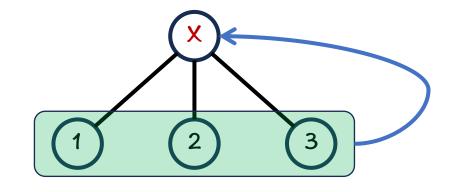
## 单纯型:HZ0J-361-没有上司的舞会

1、确定动归状态

dp[x][0]:代表 x 不参加舞会的子树最大值

dp[x][1]:代表 x 参加舞的子树最大值

2、确定状态转移方程



子节点到父节点的转移关系

## 单纯型:HZ0J-361-没有上司的舞会

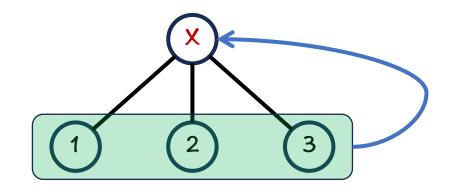
#### 1、确定动归状态

dp[x][0]:代表 x 不参加舞会的子树最大值

dp[x][1]:代表 x 参加舞的子树最大值

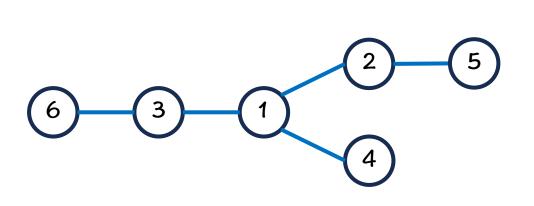
#### 2、确定状态转移方程

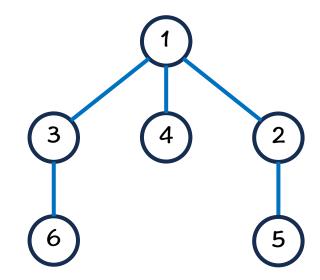
 $dp[x][0] = \sum_{x \in A} \max(dp[x \in A][0], dp[x \in A][1])$   $dp[x][1] = \sum_{x \in A} dp[x \in A][0] + H_x$ 



子节点到父节点的转移关系

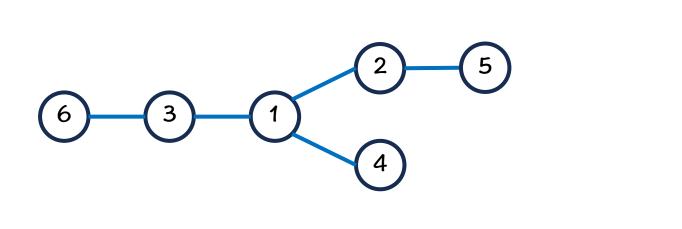
## 【无根树】转【有根树】

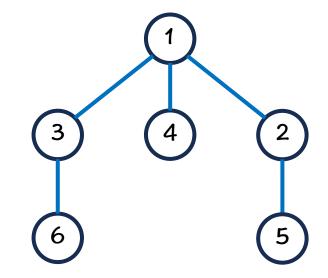




#### 【无根树】转【有根树】

# P2052.[NOI2011]道路修建





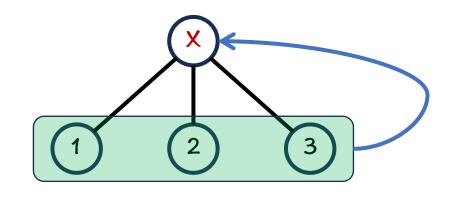
- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

## 单纯型:P1131-[ZJ012007] 时态同步

1、确定动归状态

2、确定状态转移方程



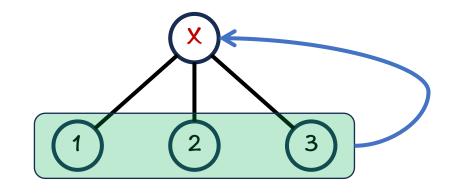
## 单纯型:P1131-[ZJ012007] 时态同步

#### 1、确定动归状态

t[x]: 时态同步下, 从 x 到所有终止节点的最短时间

dp[x]:将 x 子树调整成为时态同步的最小代价

#### 2、确定状态转移方程



## 单纯型:P1131-[ZJ0I2007] 时态同步

#### 1、确定动归状态

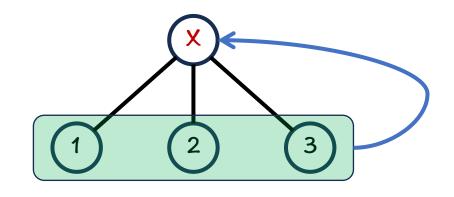
t[x]: 时态同步下, 从 x 到所有终止节点的最短时间

dp[x]:将 x 子树调整成为时态同步的最小代价

#### 2、确定状态转移方程

$$t[x] = \max(t[xson] + t_{x-xson})$$

$$dp[x] = \sum_{xson}(t[x] - t[xson] - t_{x-xson} + dp[xson])$$



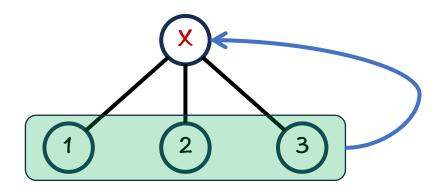
- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

#### 单纯型:P2018-消息传递

1、确定动归状态

2、确定状态转移方程

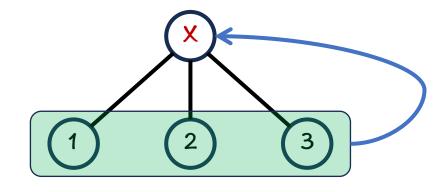


## 单纯型:P2018-消息传递

1、确定动归状态

dp[x]:代表 x 子树同步消息的最短时间

2、确定状态转移方程



子节点到父节点的转移关系

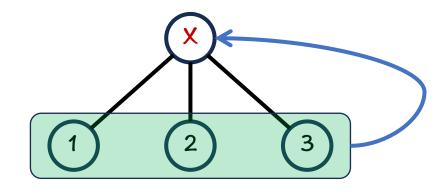
## 单纯型:P2018-消息传递

#### 1、确定动归状态

dp[x]:代表 x 子树同步消息的最短时间

#### 2、确定状态转移方程

特殊处理:对于所有 dp[xson] 从大到小排序 dp[x]=max(dp[xson] + ind)



子节点到父节点的转移关系

# 一、树形DP分类

1. 单纯型: 3道题目

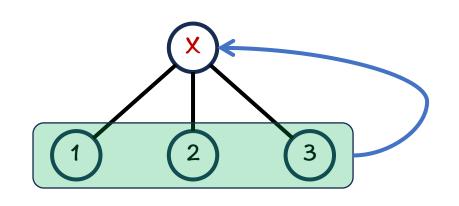
2. 跨越型: 2道题目

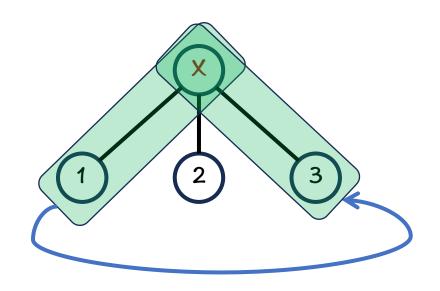
3. 背包型: 3道题目

4. 覆盖型: 2道题目

#### 树形DP: 跨越型

在单纯型的基础上,考虑子节点跨越父节点到其他子树中的情况





- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

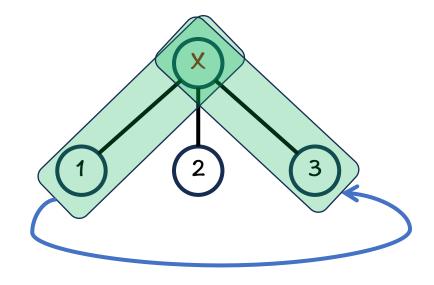
- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

#### 跨越型:B4016-树的直径

1、确定动归状态

dp[x]:代表 x 为端点,向下的最长路径长度

2、确定状态转移方程



子节点跨越父节点

## 跨越型:B4016-树的直径

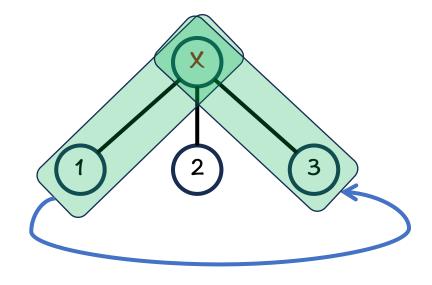
#### 1、确定动归状态

dp[x]:代表 x 为端点,向下的最长路径长度

#### 2、确定状态转移方程

非跨越:dp[x]=max(dp[xson] + 1)

跨越:ans=max(ans, dp[x1] + dp[x2] + 2)



子节点跨越父节点

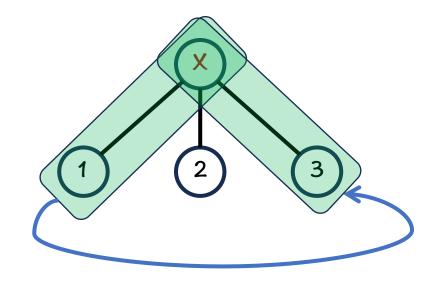
- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

## 跨越型: P3174-[HA012009] 毛毛虫

1、确定动归状态

2、确定状态转移方程



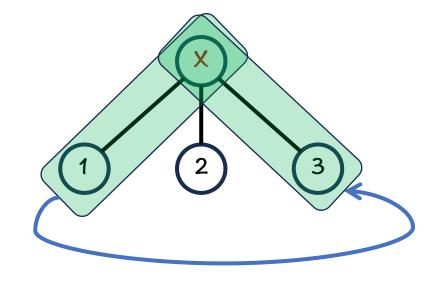
子节点跨越父节点

## 跨越型: P3174-[HA012009] 毛毛虫

1、确定动归状态

dp[x]:代表 x 为端点,最大毛毛虫的大小

2、确定状态转移方程



子节点跨越父节点

## 跨越型: P3174-[HA012009] 毛毛虫

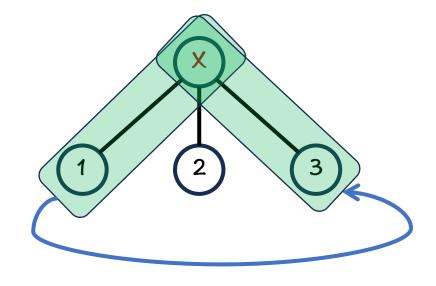
#### 1、确定动归状态

dp[x]:代表 x 为端点,最大毛毛虫的大小

#### 2、确定状态转移方程

非跨越:dp[x]=max(dp[xson] + cnt\_son - 1)

跨越:ans=max(ans, dp[x] + dp[x2] + cnt\_son - 2)



子节点跨越父节点

# 一、树形DP分类

1. 单纯型: 3道题目

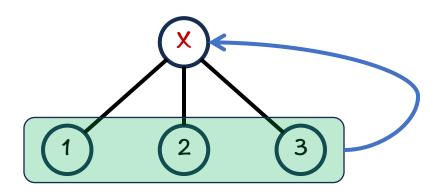
2. 跨越型: 2道题目

3. 背包型: 3道题目

4. 覆盖型: 2道题目

#### 树形DP: 背包型

只需要考虑: 子节点到父节点的转移关系



- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

# 一、树形DP分类

1. 单纯型: 3道题目

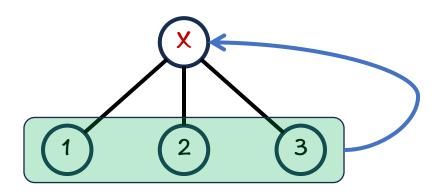
2. 跨越型: 2道题目

3. 背包型: 3道题目

4. 覆盖型: 2道题目

#### 树形DP: 覆盖型

只需要考虑: 子节点到父节点的转移关系

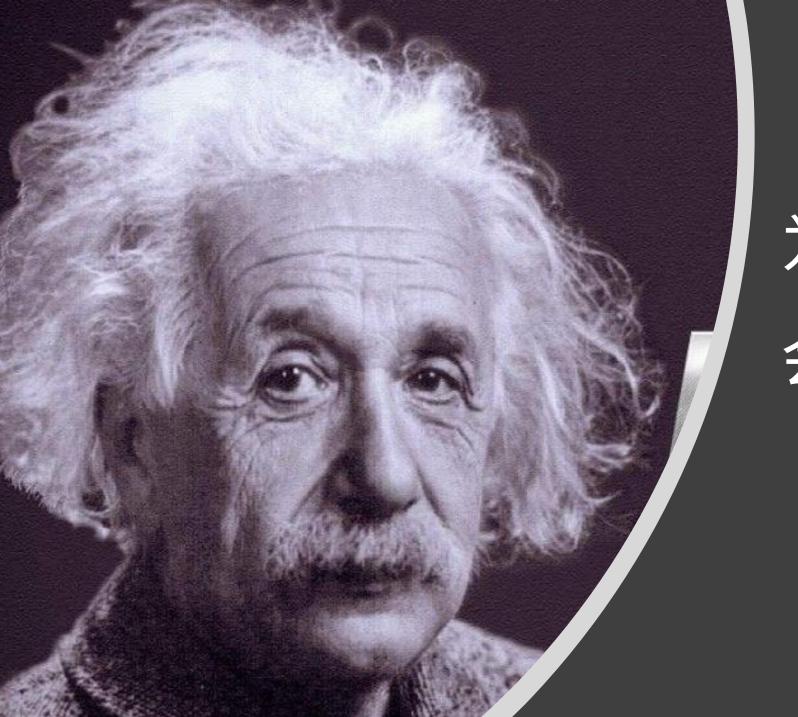


- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立

- 1. HZOJ-361: 没有上司的舞会
- 2. P1131: [ZJOI2007] 时态同步
- 3. P2018: 消息传递
- 4. B4016: 树的直径
- 5. P3174: [HAOI2009] 毛毛虫

- 6. P1757: 通天之分组背包
- 7. HZOJ-362: 选课
- 8. P2015: 二叉苹果树
- 9. HZOJ-363: Strategic\_game
- 10.P2279: [HNOI2003] 消防局的设立



# 为什么会出一样的题目?