Morphologie Mathématique
Connexité, Filtrage connexe

Hugues Talbot (CVN, CentraleSupelec)

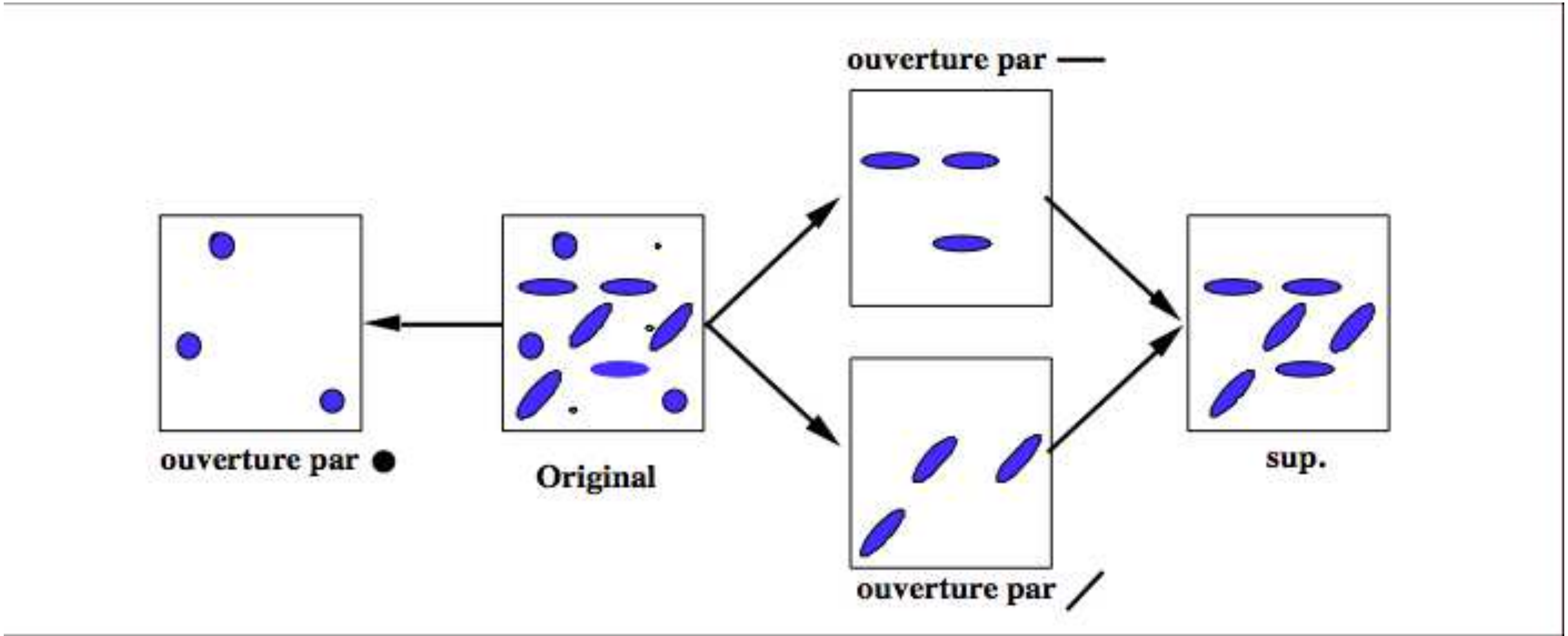
Mars 2019

Rappel du cours précédent

- Ouverture morphologique = composition d'une érosion suivie d'une dilatation *adjointe*.
- Fermeture morphologique = composition d'une dilatation suivie d'une érosion *adjointe*.
- adjointe = ici, qui est complémentaire.
- Ouverture et fermeture algébriques = qui respectent les propriétés des ouvertures et fermetures:
  1. Extensivité (pour la fermeture), anti-extensivité (pour l'ouverture) ;
  2. Croissance ;
  3. Idempotence.
- Sup d'ouverture est une ouverture. Inf de fermeture est une fermeture.

Exemple

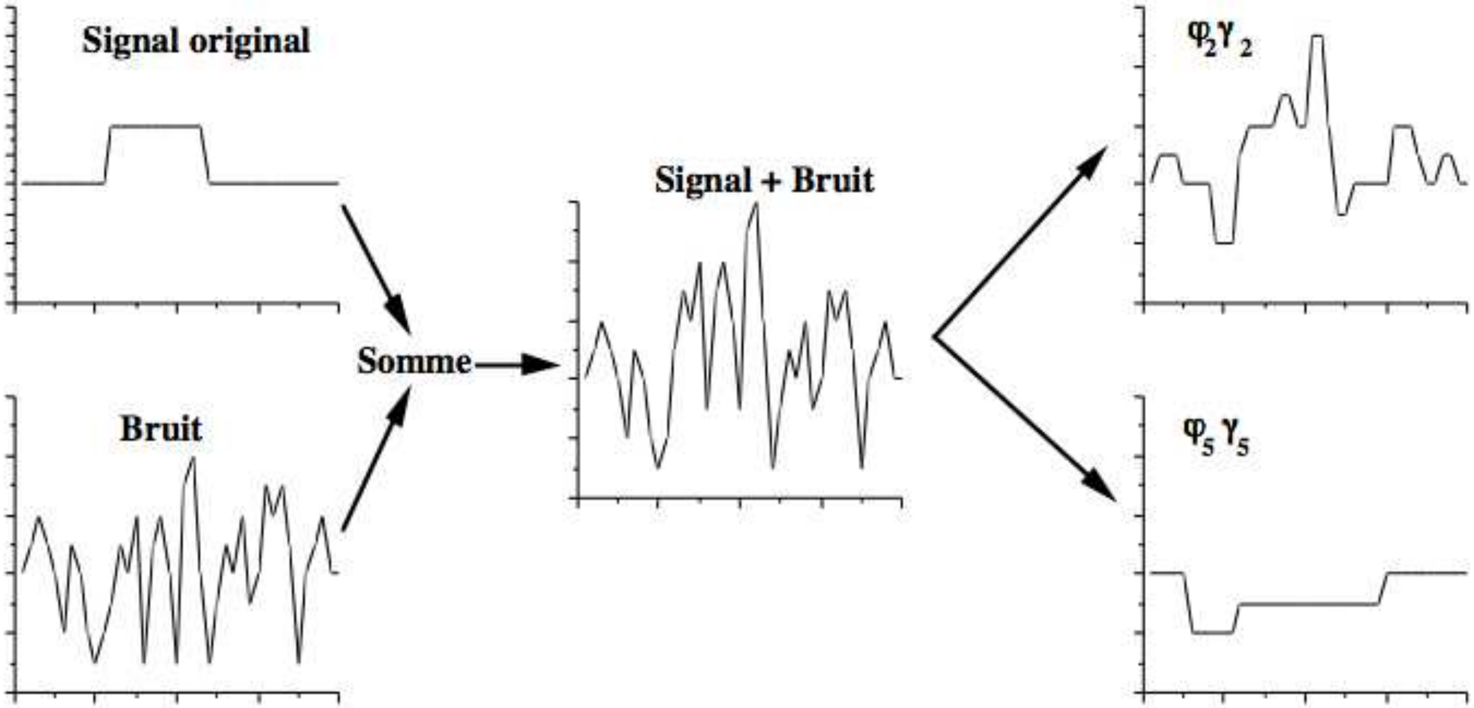
Illustration du filtrage morphologique simple:



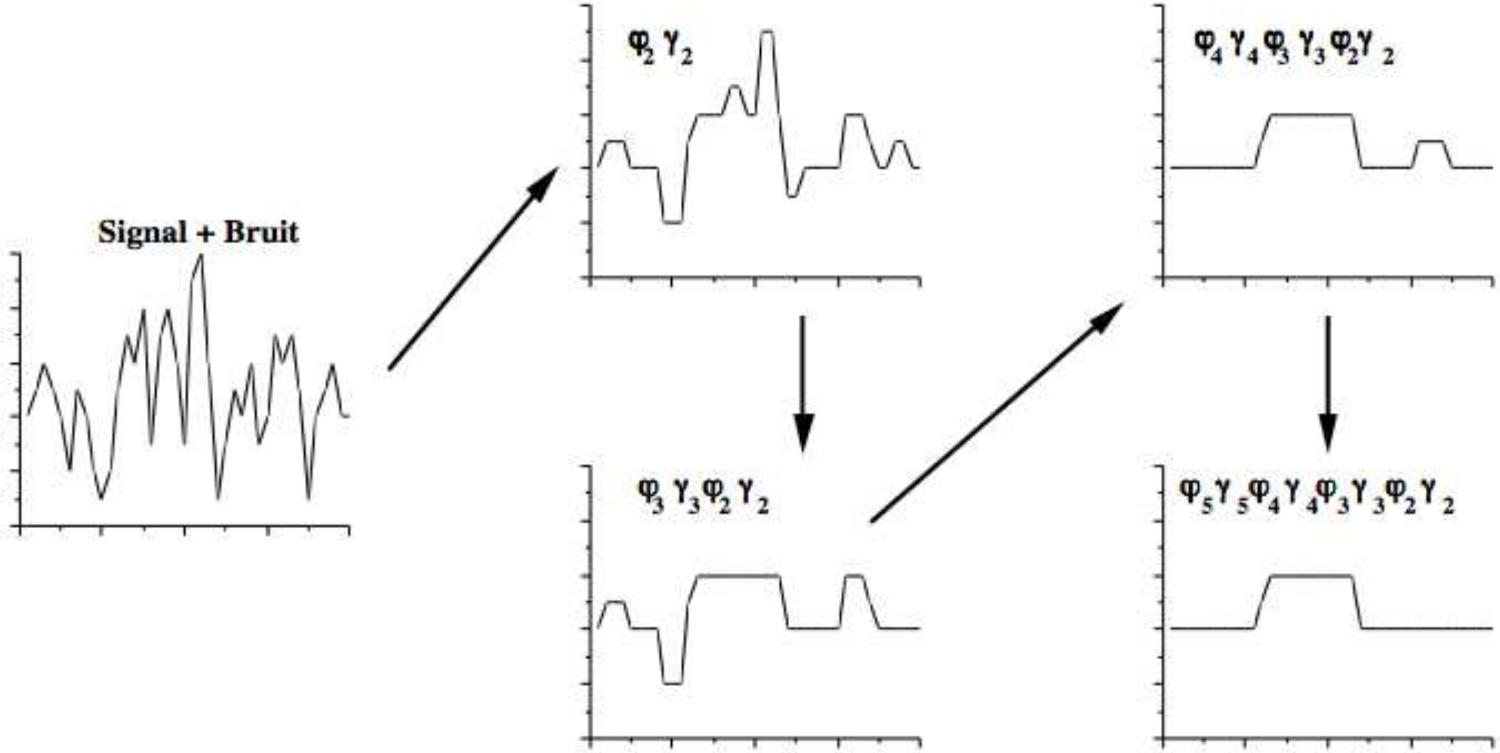
Filtres alternés sequentiels

- Combinaisons ouvertures/fermetures de taille croissantes - non auto-duales
- Permettent d'obtenir de meilleurs résultat qu'une combinaison simple

Filtre simple



Filtre alterné



Dilatation géodésique

Dilatation unitaire à l'intérieur d'un masque g:

$$\delta_g^{(1)} = \delta^{(1)} \wedge g$$

De façon récursive:

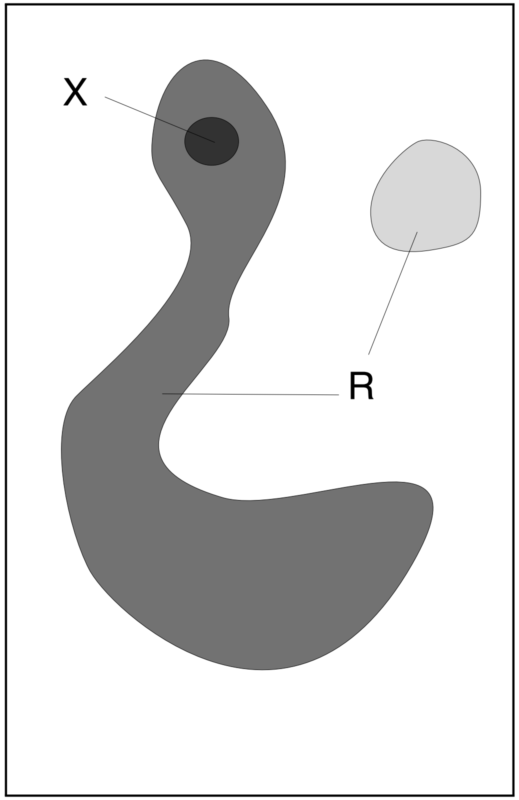
$$\delta_g^{(n)} = \delta_g^{(1)}[\delta_g^{(n-1)}]$$

Note: notion de distance géodésique, toujours plus grande que la distance non-géodésique, et peut-être infinie.

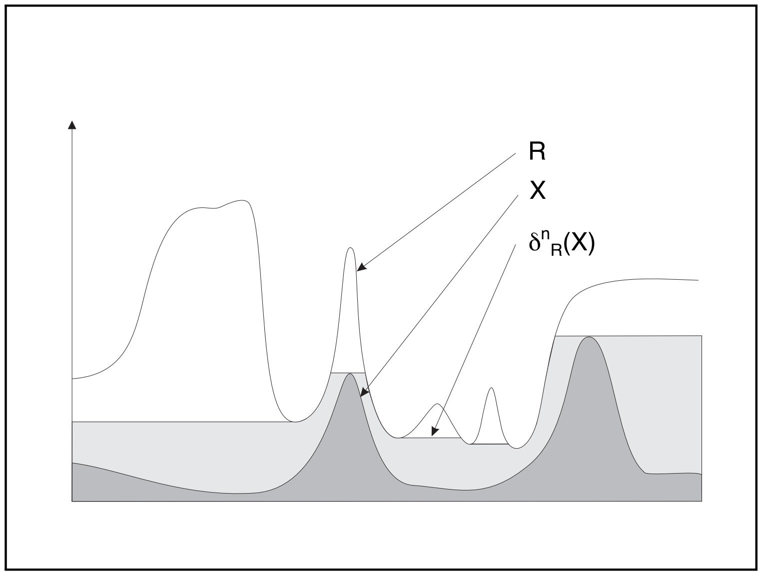
Reconstruction

La reconstruction est une opération morphologique itérée jusqu'à idempotence:

$$R_g(f) = \delta_g^{(i)}(f)$$

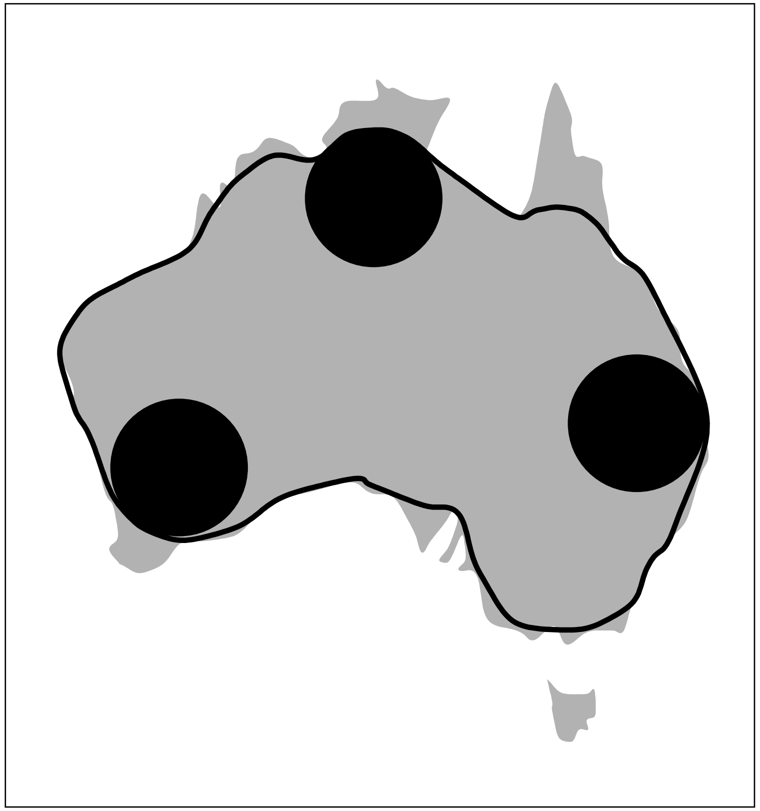


(a)

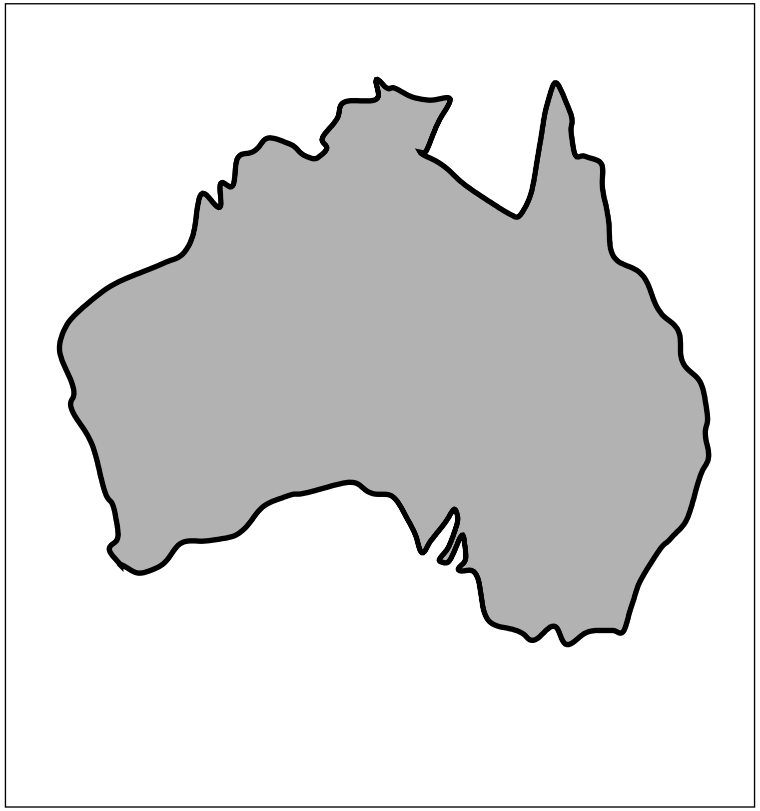


(b)

Exemple de reconstruction



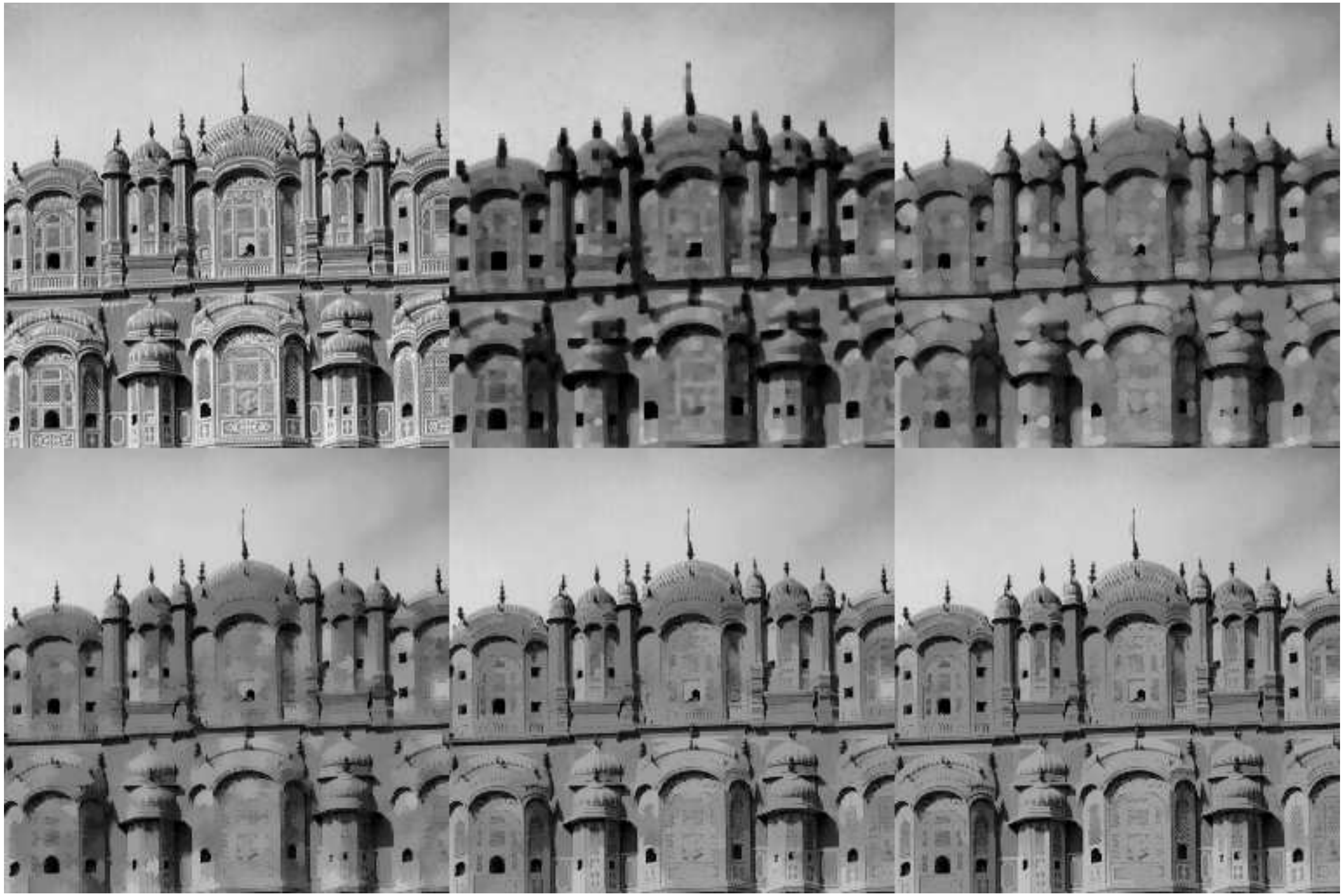
Ouverture par disques



Reconstruction

Notez qu'on a pas récupéré la Tasmanie.

Reconstruction pour les fonctions



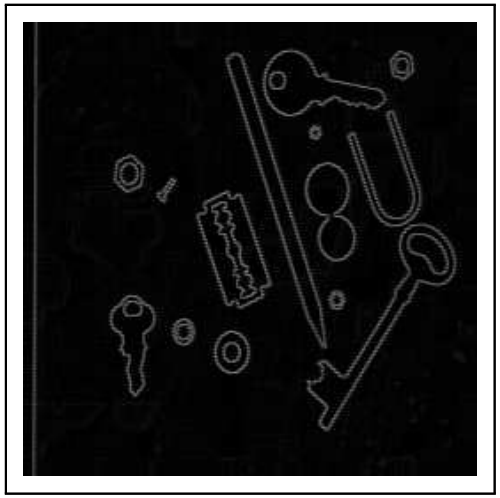
Notions de résidus

Lorsque toutes les propriétés vues auparavant deviennent utiles.

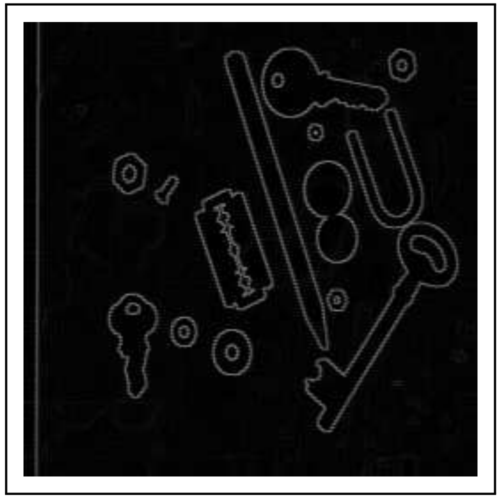
- Du fait que $\gamma \leq I \leq \phi$, CB $= I - \gamma$ and CN $= \phi - I$ ont de bonnes propriétés et se comportent bien. On appelle ces transformations "Chapeaux haut-de-forme".
- De façon similaire D$_e = \delta - \epsilon$, D$_i = I - \epsilon$ and D$_o = \delta - I$ sont toutes des gradients.
- Au coeur de la méthode morphologique : On enlève ce qu'on ne veut pas, on garde ce qu'on veut. On décrit ce qu'on souhaite garder ou enlever par des critères géométriques.

Exemples de gradients

$\delta - \varepsilon$



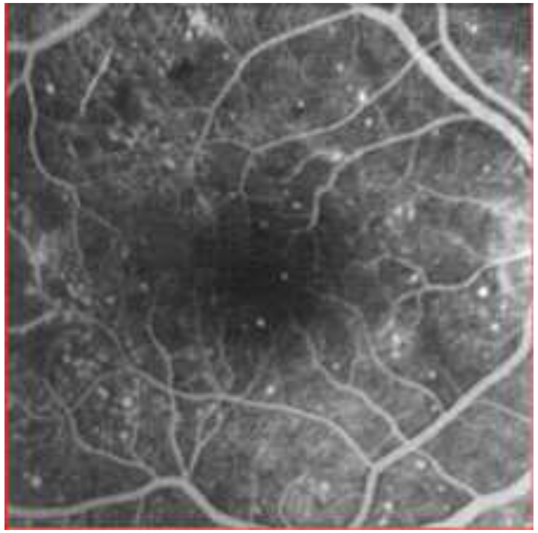
$I - \epsilon$



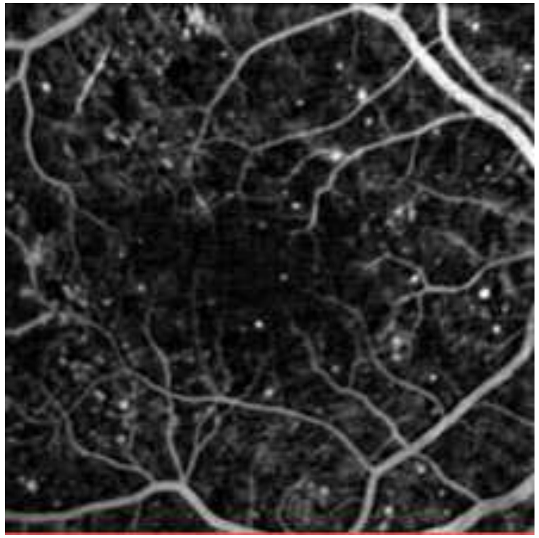
$\delta - I$

Le gradient morphologique ne se compose que de sa magnitude. On perd la direction.

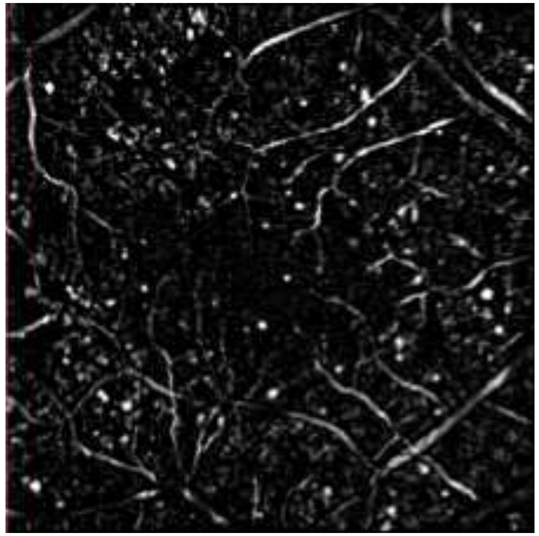
Exemples de chapeaux



Original



Chapeau ES carré



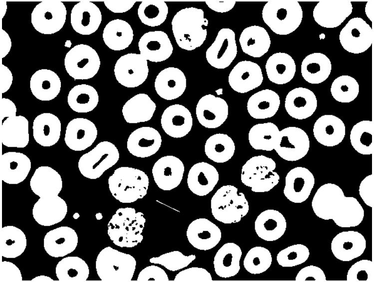
Chapeau par lignes

Dans cet exemple, le premier chapeau est obtenu en utilisant une ouverture morphologique par carré de taille 3. Le second utilise un sup d'ouvertures par lignes de longueur 15.

Autres résidus

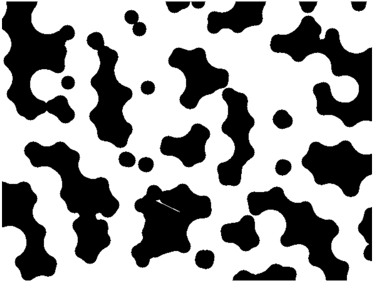
- Laplacien morphologique (dérivée seconde) : $\mathrm{D}_o - \mathrm{D}_i$
- squelettes, fonction d'extinction, fonction bissectrice.
- Érodés ultimes
- Transformées en tout-ou-rien

Introduction : retour sur un exercice du TP



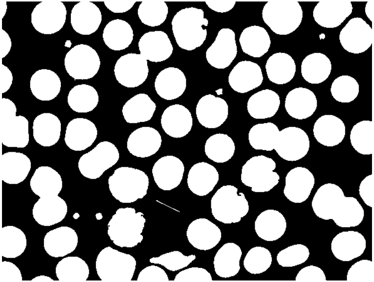
- Problème : boucher les trous des cellules blanches

Introduction : retour sur un exercice du TP



- Problème : boucher les trous des cellules blanches
- Fermeture par un élément structurant,
  - Les trous sont bouchés
  - Les contours ont "bougés"

Introduction : retour sur un exercice du TP



- Problème : boucher les trous des cellules blanches
- Fermeture par un élément structurant,
  - Les trous sont bouchés
  - Les contours ont "bougés"
- Une fermeture connexe par reconstruction

Plan de la séance

Connexité

- E désigne un ensemble
- $G = (E, \Gamma)$ désigne un graphe

Composante connexes d'un ensemble

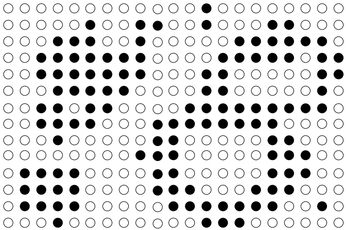
Définition

- *Soit* $X \subseteq E$
- *Le* sous-graphe de G induit par X *est le graphe* (X, Γ_X) *tel que*
  - $\overrightarrow{\Gamma_X} = \{(x, y) \in \overrightarrow{\Gamma} \mid x \in X, y \in X\}$

Composante connexes d'un ensemble

Définition

- *Soit* $X \subseteq E$
- *Le* sous-graphe de G induit par X *est le graphe* (X, Γ_X) *tel que*
  - $\overrightarrow{\Gamma_X} = \{(x, y) \in \overrightarrow{\Gamma} \mid x \in X, y \in X\}$
- *Une composante connexe du sous-graphe de* G *induit par* X *est simplement appelée une* composante connexe de X



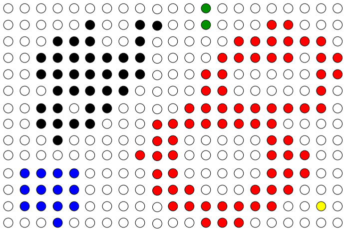
$X \subseteq E$ (en noir)

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Composante connexes d'un ensemble

Définition

- *Soit* $X \subseteq E$
- *Le* sous-graphe de G induit par X *est le graphe* (X, Γ_X) *tel que*
  - $\overrightarrow{\Gamma_X} = \{(x,y) \in \overrightarrow{\Gamma} \mid x \in X, y \in X\}$
- *Une composante connexe du sous-graphe de* G *induit par* X *est simplement appelée une* composante connexe de X



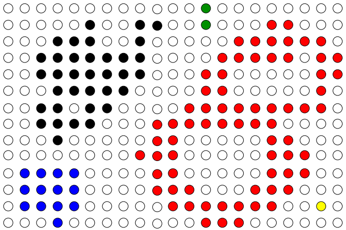
Partition de X en composantes connexes

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Composante connexes d'un ensemble

Définition

- *Soit* $X \subseteq E$
- *Le* sous-graphe de G induit par X *est le graphe* (X, Γ_X) *tel que*
  - $\overrightarrow{\Gamma_X} = \{(x, y) \in \overrightarrow{\Gamma} \mid x \in X, y \in X\}$
- *Une composante connexe du sous-graphe de* G *induit par* X *est simplement appelée une* composante connexe de X
- $\mathcal{C}_X$ *désigne l'ensemble de toutes les composantes connexes de* X



$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Ouverture/fermeture connexe

Définition

- *Un filtre γ sur E est une* ouverture connexe *si*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E), \mathcal{C}_{\gamma(X)} \subseteq \mathcal{C}_X$
- *Un filtre φ sur E est une* fermeture connexe *si*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E), \mathcal{C}_{\overline{\gamma(X)}} \subseteq \mathcal{C}_{\overline{X}}$

Ouverture/fermeture connexe

Définition

- *Un filtre γ sur E est une* ouverture connexe *si*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\mathcal{C}_{\gamma(X)} \subseteq \mathcal{C}_X$
- *Un filtre φ sur E est une* fermeture connexe *si*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\mathcal{C}_{\overline{\gamma(X)}} \subseteq \mathcal{C}_{\overline{X}}$

Propriété

- *Une ouverture connexe γ est une ouverture*
  - $\forall X, Y \in \mathcal{P}(E), X \subseteq Y \implies \gamma(X) \subseteq \gamma(Y)$ *(croissance)*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E), \gamma(\gamma(X)) = \gamma(X)$ *(idempotence)*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E), \gamma(X) \subseteq X$ *(anti-extensivité)*

Ouverture/fermeture connexe

Définition

- *Un filtre γ sur E est une* ouverture connexe *si*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\mathcal{C}_{\gamma(X)} \subseteq \mathcal{C}_X$
- *Un filtre φ sur E est une* fermeture connexe *si*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\mathcal{C}_{\overline{\gamma(X)}} \subseteq \mathcal{C}_{\overline{X}}$

Propriété

- *Une fermeture connexe φ est une fermeture*
  - $\forall X, Y \in \mathcal{P}(E), X \subseteq Y \implies \varphi(X) \subseteq \varphi(Y)$ *(croissance)*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\varphi(\varphi(X)) = \varphi(X)$ *(idempotence)*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $X \subseteq \varphi(X)$ *(extensivité)*

Exemple : ouverture connexe par aire

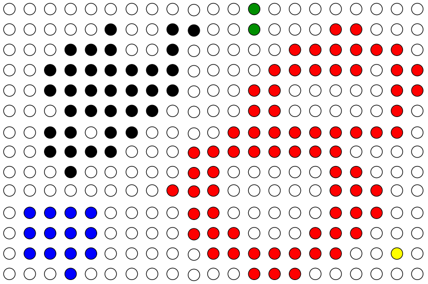
Définition

- *Soit* $\lambda \in \mathbb{N}$
- *L'*ouverture par aire de paramètre λ *est l'opérateur* γ_λ^α *sur* E *défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E),\ \gamma_\lambda^\alpha(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid |C| \geq \lambda\}$

Exemple : ouverture connexe par aire

Définition

- *Soit* $\lambda \in \mathbb{N}$
- *L'*ouverture par aire de paramètre λ *est l'opérateur* γ_λ^α *sur* E *défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma_\lambda^\alpha(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid |C| \geq \lambda\}$



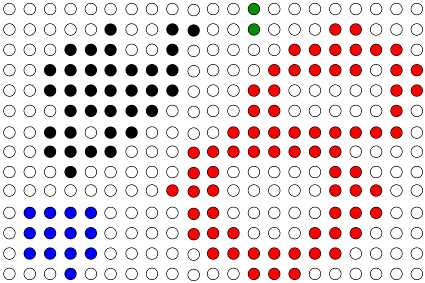
$X \subseteq E$

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Exemple : ouverture connexe par aire

Définition

- *Soit $\lambda \in \mathbb{N}$*
- *L'ouverture par aire de paramètre λ est l'opérateur γ_λ^α sur E défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma_\lambda^\alpha(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid |C| \geq \lambda\}$



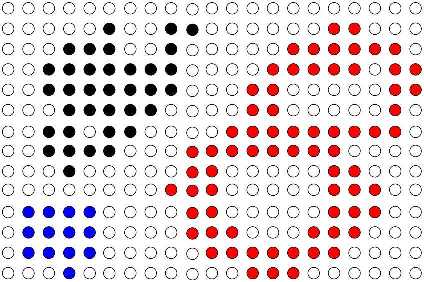
$\gamma_1^\alpha(X)$

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Exemple : ouverture connexe par aire

Définition

- *Soit* $\lambda \in \mathbb{N}$
- *L'*ouverture par aire de paramètre λ *est l'opérateur* γ_λ^α *sur* E *défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma_\lambda^\alpha(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid |C| \geq \lambda\}$



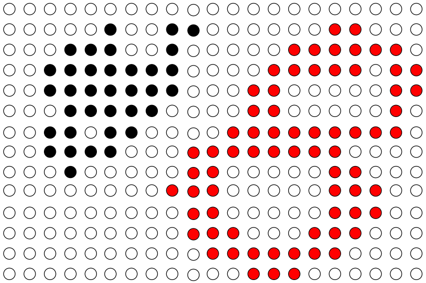
$\gamma_2^\alpha(X)$

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Exemple : ouverture connexe par aire

Définition

- *Soit* $\lambda \in \mathbb{N}$
- *L'*ouverture par aire de paramètre λ *est l'opérateur* γ_λ^α *sur* E *défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma_\lambda^\alpha(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid |C| \geq \lambda\}$



$\gamma_{13}^\alpha(X)$

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Exemple : ouverture connexe par reconstruction

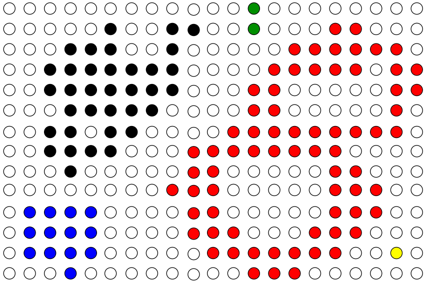
Définition

- *Soit $M \subseteq E$*
- *L'ouverture par reconstruction de marqueur M est l'opérateur γ^M sur E défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E),\ \gamma^M(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid M \cap C \neq \emptyset\}$

Exemple : ouverture connexe par reconstruction

Définition

- *Soit $M \subseteq E$*
- *L'*ouverture par reconstruction de marqueur *M* *est l'opérateur γ^M sur E défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma^M(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid M \cap C \neq \emptyset\}$



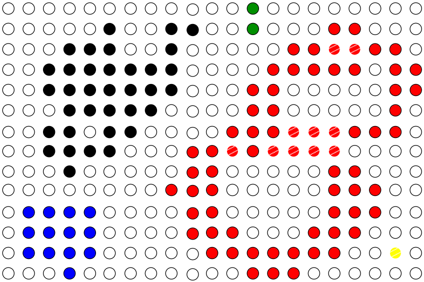
$X \subseteq E$

($E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4$)

Exemple : ouverture connexe par reconstruction

Définition

- *Soit $M \subseteq E$*
- *L'*ouverture par reconstruction de marqueur M *est l'opérateur γ^M sur E défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma^M(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid M \cap C \neq \emptyset\}$



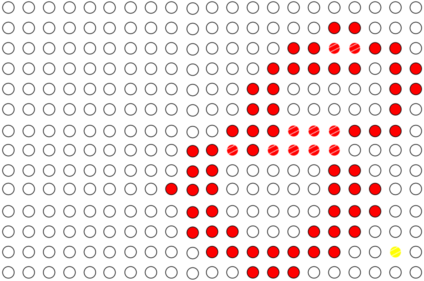
$X \subseteq E$ et M (points hachurés)

($E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4$)

Exemple : ouverture connexe par reconstruction

Définition

- *Soit* $M \subseteq E$
- *L'*ouverture par reconstruction de marqueur M *est l'opérateur* γ^M *sur* E *défini par*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\gamma^M(X) = \cup\{C \in \mathcal{C}_X \mid M \cap C \neq \emptyset\}$



$\gamma^M(X)$

$(E = \mathbb{Z}^2$ et $\Gamma = \Gamma_4)$

Propriétés des filtres connexes

Propriété

- γ *est une ouverture connexe* $\Leftrightarrow \gamma^\star$ *est une fermeture connexe*

Propriétés des filtres connexes

Propriété

- γ *est une ouverture connexe* $\Leftrightarrow$ $\gamma^\star$ *est une fermeture connexe*

Propriété (préservation des contours)

- *Si* ψ *est une ouverture ou une fermeture connexe, alors*
  - $\forall X \in \mathcal{P}(E)$, $\forall (x,y) \in \overrightarrow{\Gamma}$,
    $|\{x,y\} \cap \psi(X)| = 1 \implies |\{x,y\} \cap X| = 1$

Opérateur connexe en niveau de gris

- Dans la suite de la séance, le symbole I désigne une image en niveau de gris sur E, c'est-à-dire, $I \in \mathcal{I}$

Ouverture/Fermeture connexe à niveaux de gris

Définition (Ouverture connexe)

- *Un opérateur γ sur $\mathcal{I}$ est une* ouverture connexe (sur $\mathcal{I}$) *si*
  - $\forall F \in \mathcal{I}$, $\gamma(\gamma(F)) = \gamma(F)$ *(idempotence)*
  - $\forall F, H \in \mathcal{I}, \forall k \in \mathbb{Z}$, $F_k \subseteq H_k \implies \gamma(F)_k \subseteq \gamma(H)_k$ *(croissance)*
  - $\forall F \in \mathcal{I}$, $\forall k \in \mathbb{Z}$, $\mathcal{C}_{[\gamma(F)_k]} \subseteq \mathcal{C}_{[F_k]}$ *(anti-extensivité connexe)*

Ouverture/Fermeture connexe à niveaux de gris

Définition (Ouverture connexe)

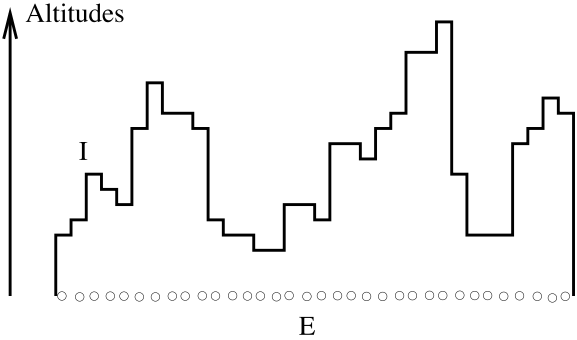
- *Un opérateur γ sur $\mathcal{I}$ est une* ouverture connexe (sur $\mathcal{I}$) *si*
  - $\forall F \in \mathcal{I},\ \gamma(\gamma(F)) = \gamma(F)$ *(idempotence)*
  - $\forall F, H \in \mathcal{I}, \forall k \in \mathbb{Z},\ F_k \subseteq H_k \implies \gamma(F)_k \subseteq \gamma(H)_k$ *(croissance)*
  - $\forall F \in \mathcal{I},\ \forall k \in \mathbb{Z},\ \mathcal{C}_{[\gamma(F)_k]} \subseteq \mathcal{C}_{[F_k]}$ *(anti-extensivité connexe)*

Définition (Fermeture connexe)

- *Un opérateur φ sur $\mathcal{I}$ est une* fermeture connexe (sur $\mathcal{I}$) *si*
  - $\forall F \in \mathcal{I},\ \varphi(\varphi(F)) = \varphi(F)$ *(idempotence)*
  - $\forall F, H \in \mathcal{I}, \forall k \in \mathbb{Z},\ F_k \subseteq H_k \implies \varphi(F)_k \subseteq \varphi(H)_k$ *(croissance)*
  - $\forall F \in \mathcal{I},\ \forall k \in \mathbb{Z},\ \mathcal{C}_{\overline{[\varphi(F)_k]}} \subseteq \mathcal{C}_{\overline{[F_k]}}$ *(anti-extensivité connexe)*

Exemples

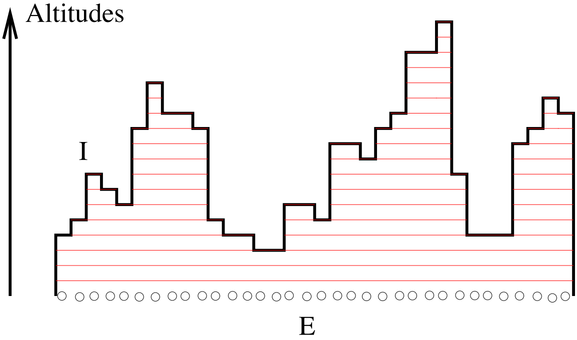
- L'extension de γ_λ^α à $\mathcal{I}$, (où $\lambda \in \mathbb{N}$) est une ouverture connexe



$$E = \mathbb{Z}, \forall x \in E, \Gamma(x) = \{x, x-1, x+1\}$$

Exemples

- L'extension de γ_λ^α à $\mathcal{I}$, (où $\lambda \in \mathbb{N}$) est une ouverture connexe

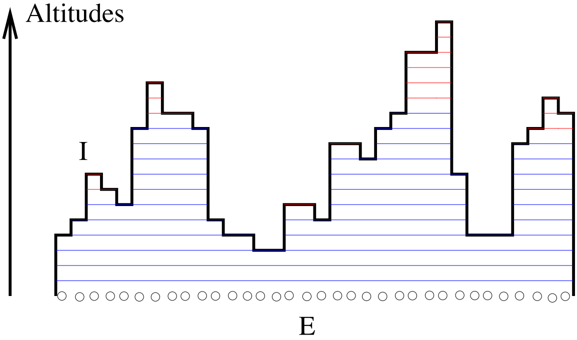


$$E = \mathbb{Z}, \forall x \in E, \Gamma(x) = \{x, x-1, x+1\}$$

Composantes connexes des ensembles de niveaux (rouge)

Exemples

- L'extension de γ_λ^α à $\mathcal{I}$, (où $\lambda \in \mathbb{N}$) est une ouverture connexe

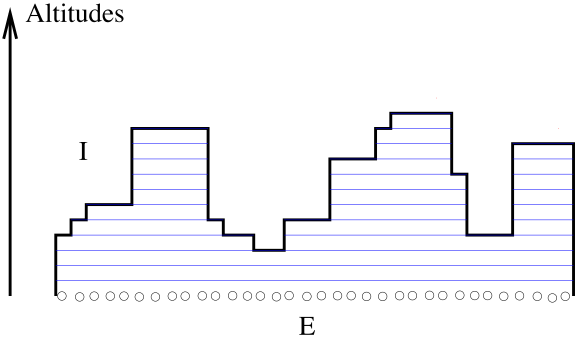


$$E = \mathbb{Z}, \forall x \in E, \Gamma(x) = \{x, x-1, x+1\}$$

Composantes connexes d'aire supérieure à 3 (bleu)

Exemples

- L'extension de γ_λ^α à $\mathcal{I}$, (où $\lambda \in \mathbb{N}$) est une ouverture connexe

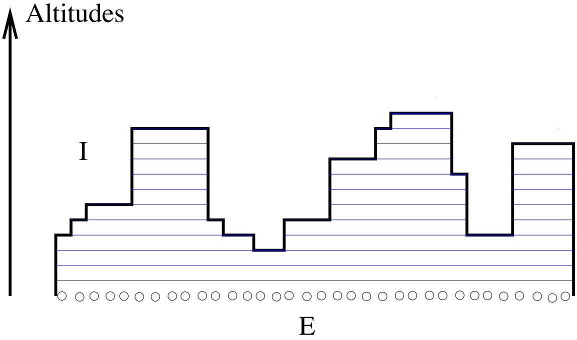


$$E = \mathbb{Z}, \forall x \in E, \Gamma(x) = \{x, x-1, x+1\}$$

$$\gamma_3^\alpha(I)$$

Exemples

- L'extension de γ_λ^α à $\mathcal{I}$, (où $\lambda \in \mathbb{N}$) est une ouverture connexe
- L'extension de γ^M à $\mathcal{I}$ (où $M \subseteq E$) est une ouverture connexe

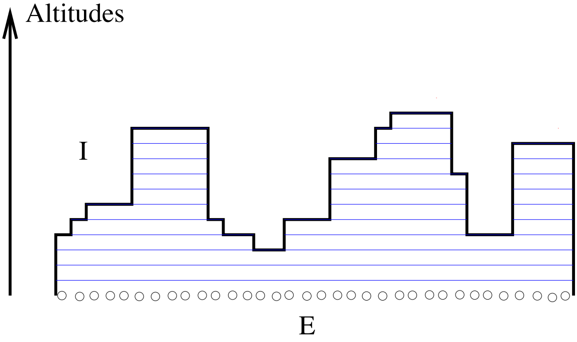


$$E = \mathbb{Z}, \forall x \in E, \Gamma(x) = \{x, x-1, x+1\}$$

$$\gamma_3^\alpha(I)$$

Exemples

- L'extension de γ_λ^α à $\mathcal{I}$, (où $\lambda \in \mathbb{N}$) est une ouverture connexe
- L'extension de γ^M à $\mathcal{I}$ (où $M \subseteq E$) est une ouverture connexe
- L'extension à $\mathcal{I}$ de toute ouverture connexe sur E est une ouverture connexe sur $\mathcal{I}$



$$E = \mathbb{Z}, \forall x \in E, \Gamma(x) = \{x, x-1, x+1\}$$

$$\gamma_3^\alpha(I)$$

Ouverture par reconstruction à niveaux de gris

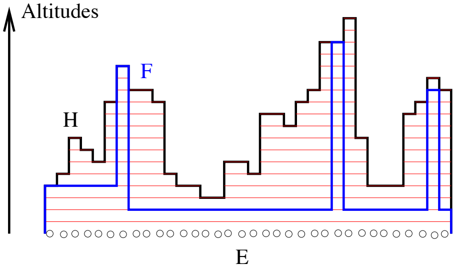
Définition

- *Soit* $F \in \mathcal{I}$
- *L'*ouverture par reconstruction de marqueur F *est l'opérateur* γ^F *sur* $\mathcal{I}$ *défini par*
  - $\forall H \in \mathcal{I}, \forall k \in \mathbb{Z}, [\gamma^F(H)]_k = \gamma^{[F_k]}(H_k)$

Ouverture par reconstruction à niveaux de gris

Définition

- *Soit* $F \in \mathcal{I}$
- *L'*ouverture par reconstruction de marqueur F *est l'opérateur* γ^F *sur* $\mathcal{I}$ *défini par*
  - $\forall H \in \mathcal{I}, \forall k \in \mathbb{Z}, [\gamma^F(H)]_k = \gamma^{[F_k]}(H_k)$

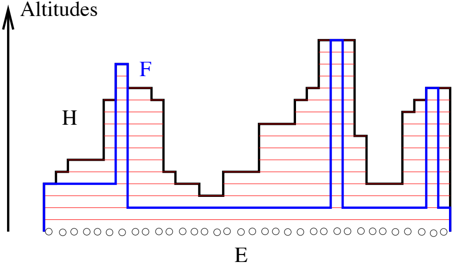


H en noir, F en bleu

Ouverture par reconstruction à niveaux de gris

Définition

- *Soit* $F \in \mathcal{I}$
- *L'ouverture par reconstruction de marqueur* F *est l'opérateur* γ^F *sur* $\mathcal{I}$ *défini par*
  - $\forall H \in \mathcal{I}, \forall k \in \mathbb{Z}, [\gamma^F(H)]_k = \gamma^{[F_k]}(H_k)$



$\gamma^F(H)$ (en noir)

Propriétés

Propriété (dualité)

- *Un opérateur* φ *est une fermeture connexe sur* $\mathcal{I}$ *si et seulement si son dual* $\varphi^\star$ *est une ouverture connexe sur* $\mathcal{I}$*, où*
  - $\forall F \in \mathcal{I}$, $\varphi^\star(F) = -\varphi(-F)$

Propriétés

Propriété (dualité)

- *Un opérateur φ est une fermeture connexe sur $\mathcal{I}$ si et seulement si son dual $\varphi^\star$ est une ouverture connexe sur $\mathcal{I}$, où*
  - $\forall F \in \mathcal{I}$, $\varphi^\star(F) = -\varphi(-F)$

Propriété (préservation des contours)

- *Si ψ est une ouverture ou une fermeture connexe sur $\mathcal{I}$, alors*
  - $\forall F \in \mathcal{I}, \forall (x, y) \in \overrightarrow{\Gamma}, \psi(F)(x) \neq \psi(F)(y) \implies F(x) \neq F(y)$

Arbre de composantes

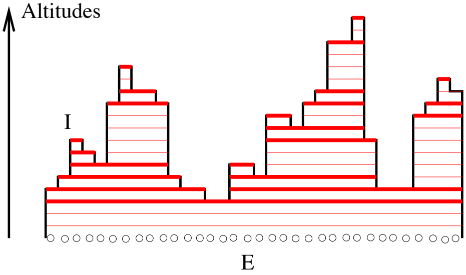
Problème

- *Comment implémenter un opérateur connexe ?*
  - *Structure de données : arbre de composantes*
- *Comment bâtir d'autres opérateurs connexes ?*
  - *Critère sur les noeuds de l'arbre des composantes*

Composante connexe d'une image

Définition

- *On désigne par $\mathcal{C}_I$ l'union des ensembles de composantes connexes de chaque ensemble de niveau de I*
  - $\mathcal{C}_I = \cup\{\mathcal{C}_{[I_k]} \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- *Chaque élément de $\mathcal{C}_I$ est appelé une* composante connexe de I

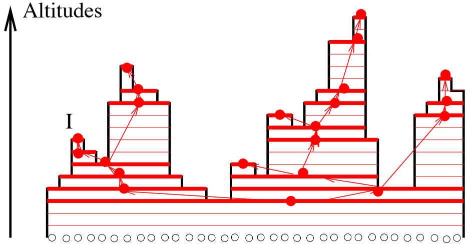


Composantes de I (traits rouges épais)

Arbre de composantes

Définition

- *Soient deux composantes connexes distinctes* C_1 *et* C_2 *dans* $\mathcal{C}_I$
- *On dit que* C_1 est une fille de C_2 (pour I) *si*
  - $C_1 \subseteq C_2$
  - $\forall C' \in \mathcal{C}_I$, *si* $C_1 \subseteq C' \subseteq C_2$ *alors* $C' = C_2$ *ou* $C' = C_1$

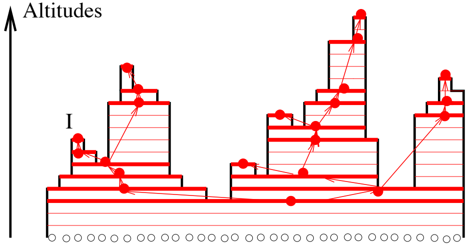


Relation “est fille de” représentée par des flèches rouges

Arbre de composantes

Définition

- *Soient deux composantes connexes distinctes C_1 et C_2 dans $\mathcal{C}_I$*
- *On dit que* C_1 est une fille de C_2 (pour I) *si*
  - $C_1 \subseteq C_2$
  - $\forall C' \in \mathcal{C}_I$, *si* $C_1 \subseteq C' \subseteq C_2$ *alors* $C' = C_2$ *ou* $C' = C_1$
- *L'*arbre des composantes de I *est le graphe* $A_I = (\mathcal{C}_I, \Gamma_I)$ *tel que*
  - $(C_1, C_2) \in \Gamma_I$ *si* C_2 *est une fille de* C_1

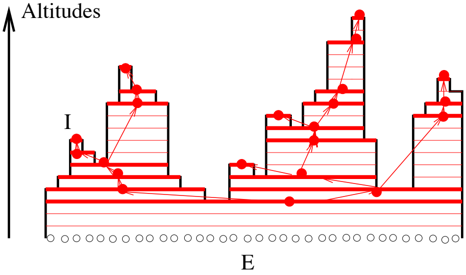


Relation “est fille de” représentée par des flèches rouges

Arborescence

Propriété

- *Si le graphe (E, Γ) est connexe, alors l'arbre des composantes de I est une arborescence de racine E*

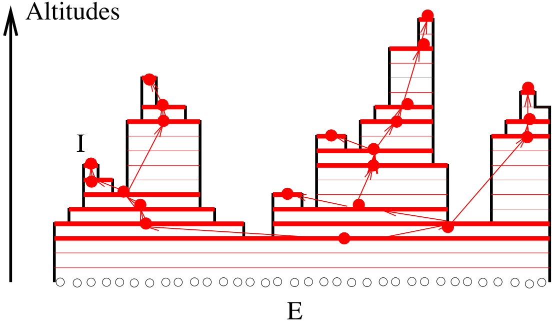


Simplifier une image par arasement

- Une feuille de l'arbre de composantes A_I de I est appelée
  - un *maximum régional de I*
- Une feuille de l'arbre de composantes A_{-I} de $-I$ est appelée
  - un *minimum régional de I*

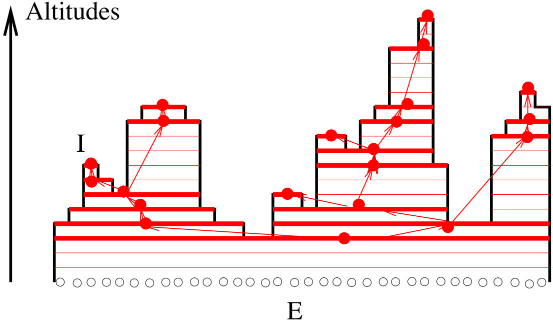
- Selon un critère donnée, il est possible de supprimer itérativement les feuilles de l'arbre A_I
- Une telle suppression est appelée un *arasement*

Arasement : intuition



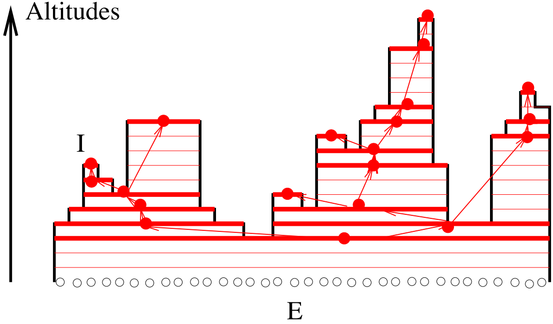
Etapes successives d'un arasement

Arasement : intuition



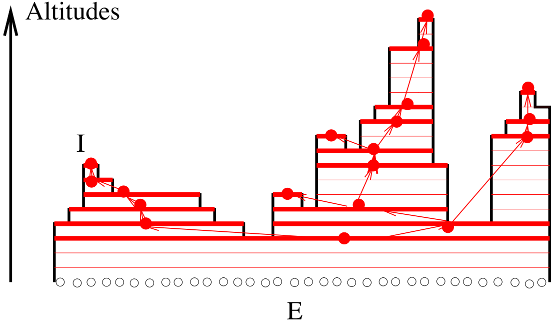
Etapes successives d'un arasement

Arasement : intuition



Etapes successives d'un arasement

Arasement : intuition



Etapes successives d'un arasement
Un maximum a été supprimé

Arasement : définition formel

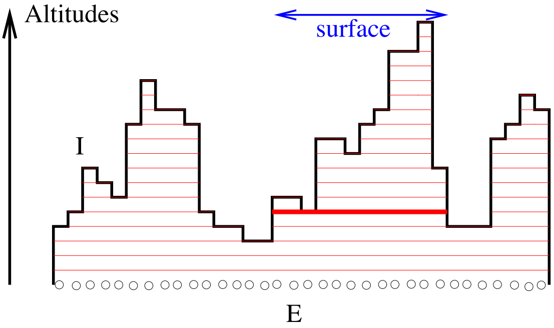
Définition

- *Soit $x \in E$*
- *L'arasement élémentaire ν_x de I en x est défini par*
  - $[\nu_x(I)](y) = I(y) - 1$ *si x et y appartiennent au même maximum de I*
  - $[\nu_x(I)](y) = I(y)$ *sinon*
- *Une image obtenue à partir de I par composition d'arasement élémentaire est appelée un arasement de I*

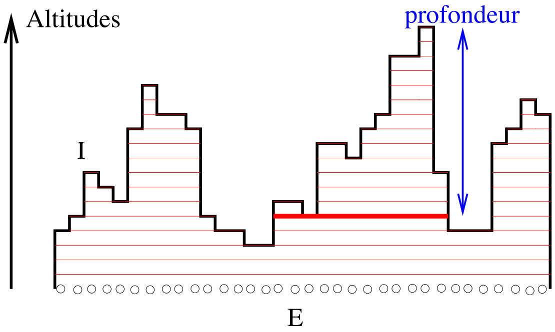
Simplifier une image par arasement

- Quel critère (attribut) pour choisir les maxima à araser ?

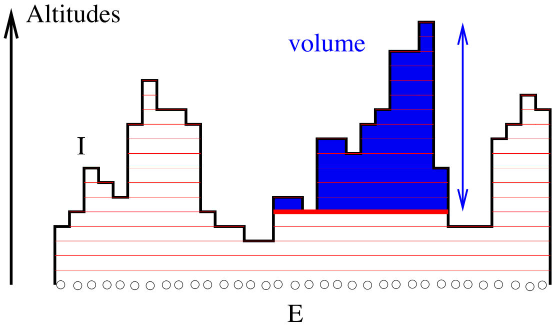
Arasement par critère de surface



Arasement par critère de profondeur



Arasement par critère de volume volume



Inondation

- La transformation duale d'un arasement est appelée une *inondation*
- Une inondation supprime des minima par augmentation itérative de leur valeur

Inondation

- La transformation duale d'un arasement est appelée une *inondation*
- Une inondation supprime des minima par augmentation itérative de leur valeur

Propriété (préservation des contours)

- *Si F est un arasement ou une inondation de I, alors*
  - $\forall (x, y) \in \overrightarrow{\Gamma}, F(x) \neq F(y) \implies I(x) \neq I(y)$

Inondation

- La transformation duale d'un arasement est appelée une *inondation*
- Une inondation supprime des minima par augmentation itérative de leur valeur

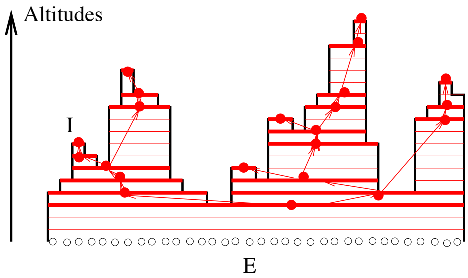
Propriété (préservation des contours)

- *Si F est un arasement ou une inondation de I, alors*
  - $\forall (x, y) \in \overrightarrow{\Gamma}, F(x) \neq F(y) \implies I(x) \neq I(y)$

Remarque. Un opérateur qui permet d'obtenir un arasement n'est pas nécessairement une ouverture (contre-exemple : arasements par dynamique ou volume)

Exercice

- Dessinez l'image F obtenue par arasement en supprimant toutes les composantes dont la profondeur est inférieure à 12
- Comparez le nombre de maxima de F à celui de I



Exercice

- Dessinez l'image H obtenue par la transformation duale de la précédente, c'est-à-dire par l'inondation qui supprime toutes les composantes dont la profondeur est inférieure à 12
- *Indications*
  1. Dessinez $-I$
  2. Appliquer un arasement à -I
  3. Inverser le résultat obtenu
- Comparez le nombre de minima de H à celui de I