Corrigé des exercices de révisions

Exercice 1: Solution :

1. (a) $S \Rightarrow cA \Rightarrow cc$
   $S \Rightarrow cA \Rightarrow cbA \Rightarrow cbbA \Rightarrow cbbc$
   $S \Rightarrow abS \Rightarrow ababS \Rightarrow abababS \Rightarrow abababcA \Rightarrow abababcbA \Rightarrow abababcbbA \Rightarrow abababcbbc$
   $S \Rightarrow abS \Rightarrow ababS \Rightarrow abababS \Rightarrow abababcA \Rightarrow abababcc$
   (b) $L(G) = \{(ab)^n c\, b^p c / n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}\}$
2. $$\begin{array}{rc} S \to & abSc \mid A \\ A \to & dA \mid \wedge \end{array}$$
3. La grammaire de la question 1. est régulière car toutes ses productions sont de la forme $A \to\ xB$ ou $A \to\ x$, avec $x \in \Sigma^*$.
   Par contre la grammaire de la question 2. n'est pas régulière car la production $S \to\ abSc$ n'est d'aucune des deux formes ci-dessus.

Exercice 2: Solution :

La table des transitions est la suivante :

1.

$Q \backslash \Sigma$	a	b	c	d
q_0		q_1	q_2	
q_1	q_1, q_4			
q_2	q_0			q_3
q_3		q_4		
q_4	q_5			
q_5				

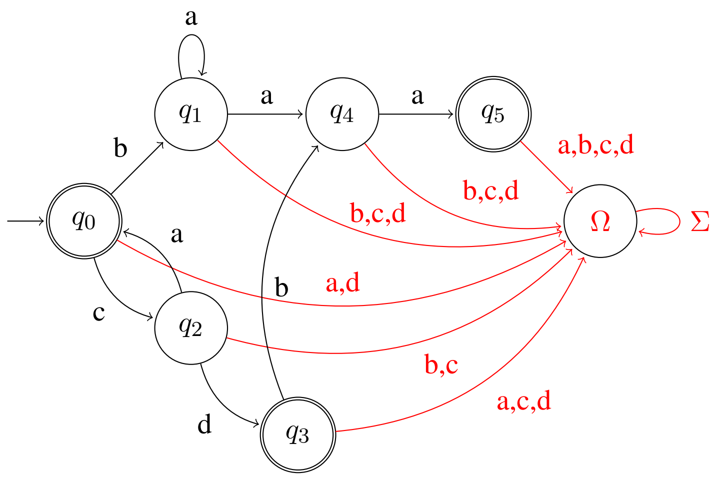
L'ensemble des états de départ est $D = \{q_0\}$ et celui des états d'acceptation est $A = \{q_0, q_3, q_5\}$.

2. Grammaire engendrant le langage reconnu par l'automate :
$$\begin{array}{rc} S \to & bA \mid cB \mid \wedge \\ A \to & aA \mid aD \\ B \to & aS \mid dC \\ C \to & bD \mid \wedge \\ D \to & a \end{array}$$
3. $L(\mathcal{A}) = \{(ca)^n / n \in \mathbb{N}\} \cup \{(ca)^n b\, a^{p+2} / n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}\} \cup \{(ca)^n c\, d\, (b\, a)^p /\ n \in \mathbb{N}, p \in \{0, 1\}\}$, ou encore :
   $L(\mathcal{A}) = \{(ca)^n (b\, a^{p+2})^q / n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}, q \in \{0, 1\}\} \cup \{(ca)^n c\, d\, (b\, a)^p / n \in \mathbb{N}, p \in \{0, 1\}\}$.
4. Dans la table des transitions de l'automate l'une des cases contient plus d'un état donc l'automate n'est pas déterministe.
5. Il y a des cases vides dans la table des transitions donc l'automate n'est pas complet.
   On construit un automate complet déterministe équivalent à $\mathcal{A}$ en créant un état supplémentaire Ω dans lequel l'automate va passer au lieu de bloquer.

La table des transitions de cet automate est la suivante :

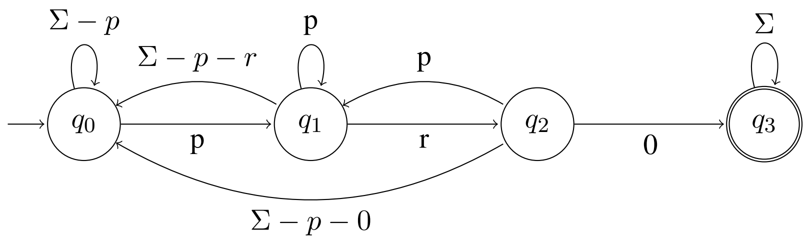
Q \ Σ	a	b	c	d
q_0	Ω	q_1	q_2	Ω
q_1	q_1, q_4	Ω	Ω	Ω
q_2	q_0	Ω	Ω	q_3
q_3	Ω	q_4	Ω	Ω
q_4	q_5	Ω	Ω	Ω
q_5	Ω	Ω	Ω	Ω
Ω	Ω	Ω	Ω	Ω

On complète le graphe de $\mathcal{A}$:

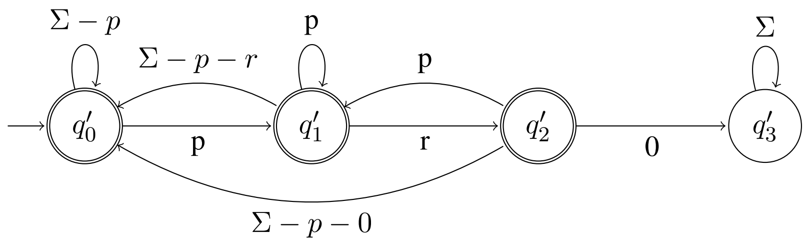


Exercice 3: Solution :

1. Automate déterministe complet dédié au langage L des mots de Σ^* qui comportent au moins une fois la séquence "pro" :

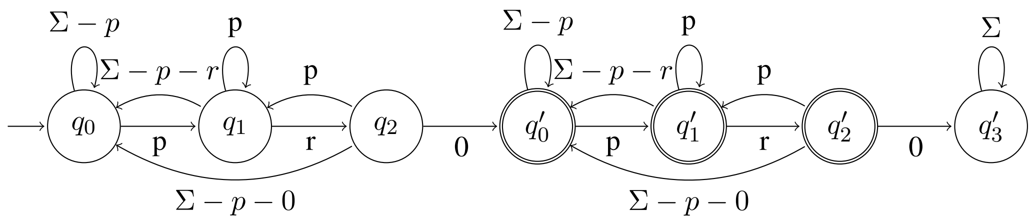


2. Automate déterministe complet dédié au langage L' des mots de Σ^* qui ne comportent pas la séquence "pro" :



Méthode : dans l'automate précédent, il suffit de transformer en états d'acceptation les états qui ne le sont pas, et vice-versa. L'automate obtenu accepte les mots rejetés par le précédent, et rejette les mots acceptés par le précédent.

3. Automate déterministe complet dédié au langage $L"$ des mots de Σ^* qui comportent exactement une fois la séquence "pro" : il suffit de mettre bout à bout les deux automates précédents :



Exercice 4: Solution :

1. La table des transitions de cet automate est la suivante :

$Q \backslash \Sigma$	a	b	c
q_0	q_0, q_1, q_2	q_0, q_3	
q_1			q_3
q_2		q_3	
q_3			q_4
q_4	q_3		

2. Automate déterministe complet équivalent :