

同济大学 2010 年硕士研究生

科目代码

科目名称：

材料力学

命题单位：()

满分分值：150

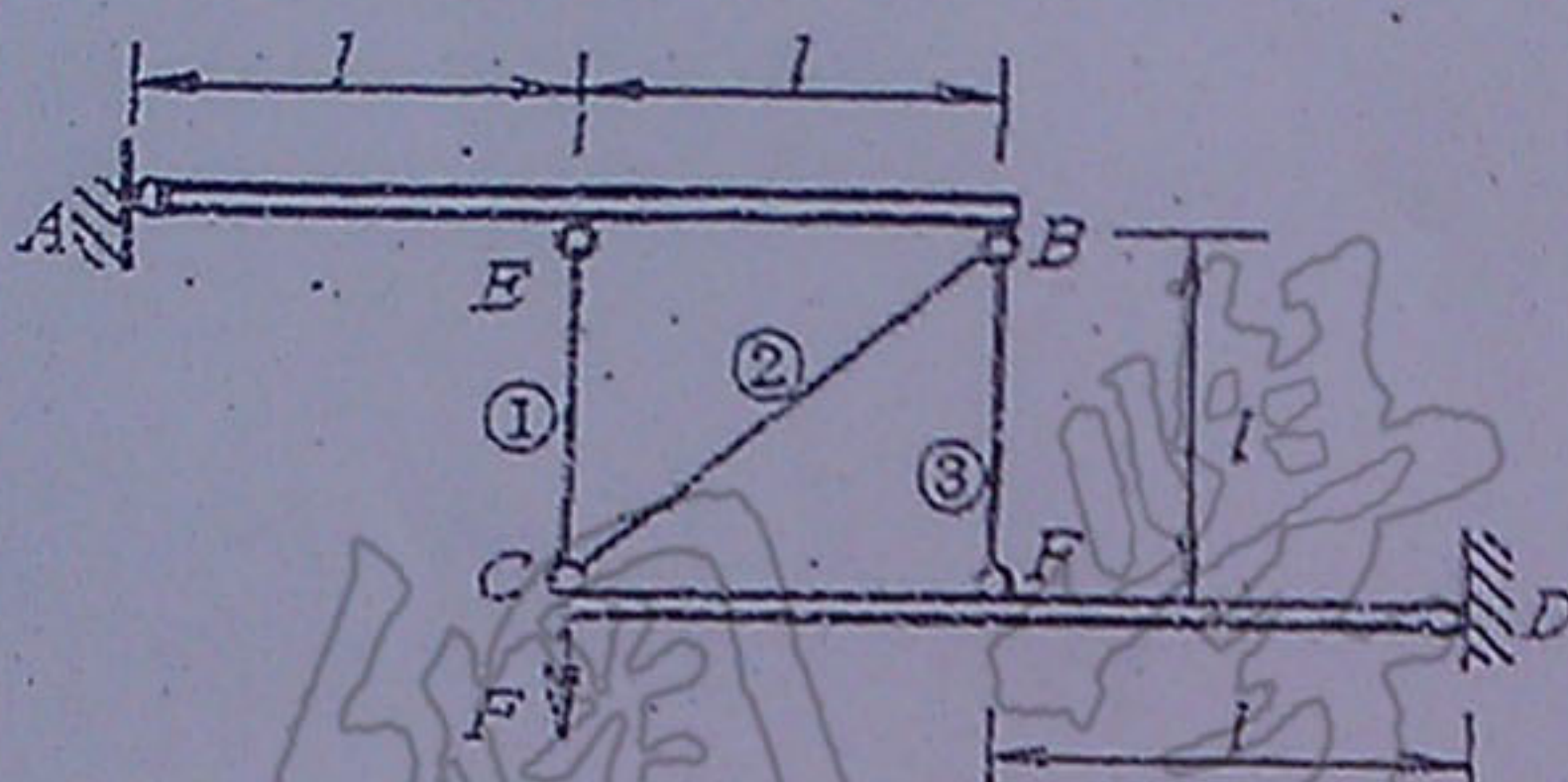
答题要求：

- 1 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。
- 2 考试时间 180 分钟。
- 3 本试卷不可带出考场，违反者作零分处理。

计算题 (共9题150分)

1. (20分) [本题得分]

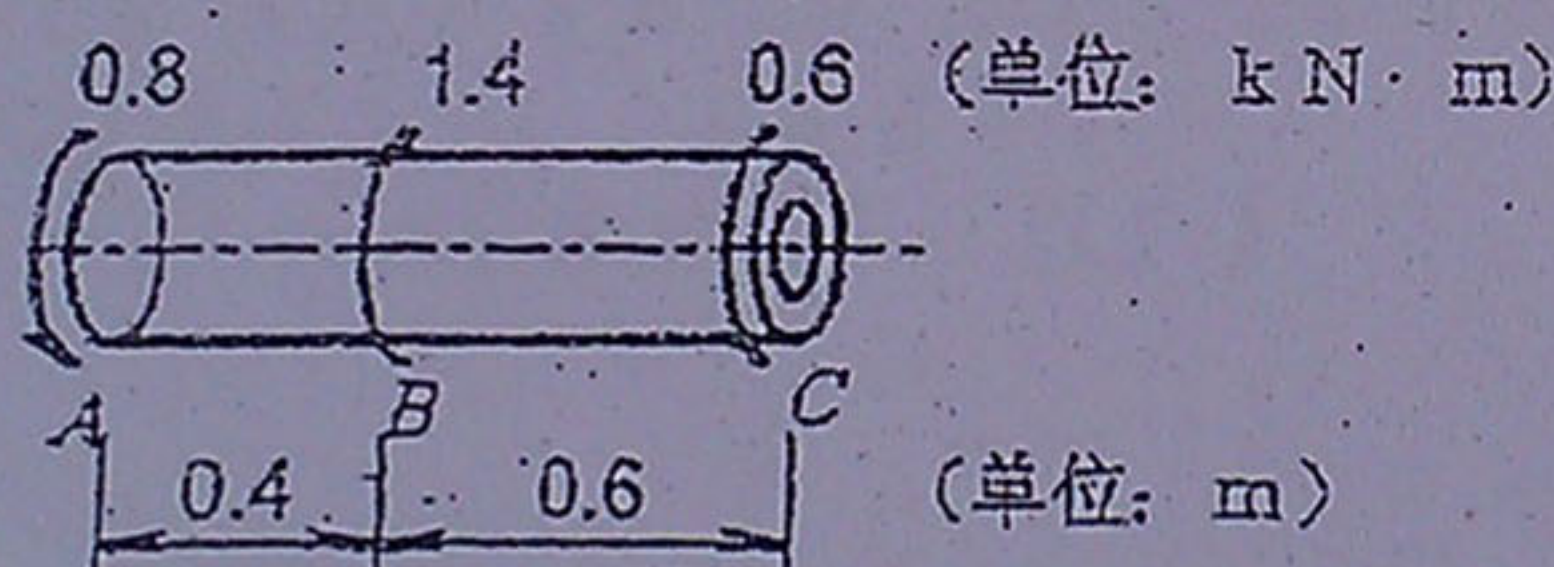
图示结构， AB 、 CD 为刚性杆，杆1，2，3的抗拉(压)刚度为 EA ，载荷 F 作用在 C 处，垂直向下，不考虑杆失稳，求杆1、2、3的内力。



[计算题-第1题图]

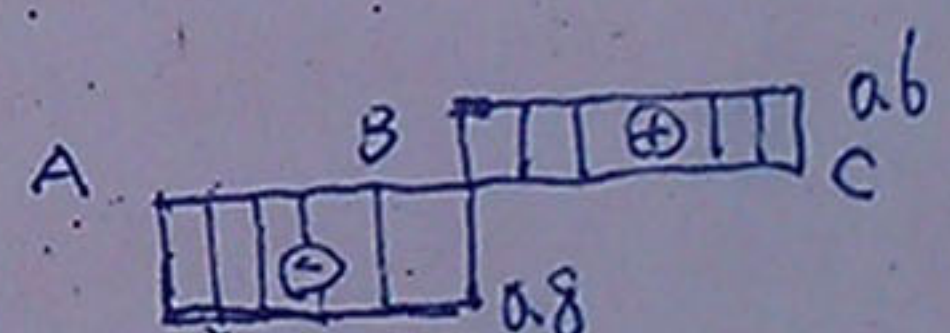
2. (15分) [本题得分]

内、外径分别为 d 和 D 的空心圆轴， $d/D = 0.8$ ， $[\tau] = 25 \text{ MPa}$ ， $G = 8.0 \text{ GPa}$ ， $[\theta] = 1^\circ/\text{m}$ ，求外径 D 。



[计算题-第2题图]

扭矩图



$$\tau = \frac{Tl}{GIp} = \tau \quad \tau = \frac{M_T}{W_p}$$

$$\text{由 } \frac{M_{TAB}}{W_p} \leq [\tau] \quad \frac{0.8 \times 10^6}{\frac{\pi}{16} D^3 [1 - (0.8)^4]} \leq 25$$

$$\frac{\pi}{16} D^3$$

$$D \geq 65$$

$$[\theta] \times \frac{\pi}{180} \geq \frac{M_{TAB}}{GIp}$$

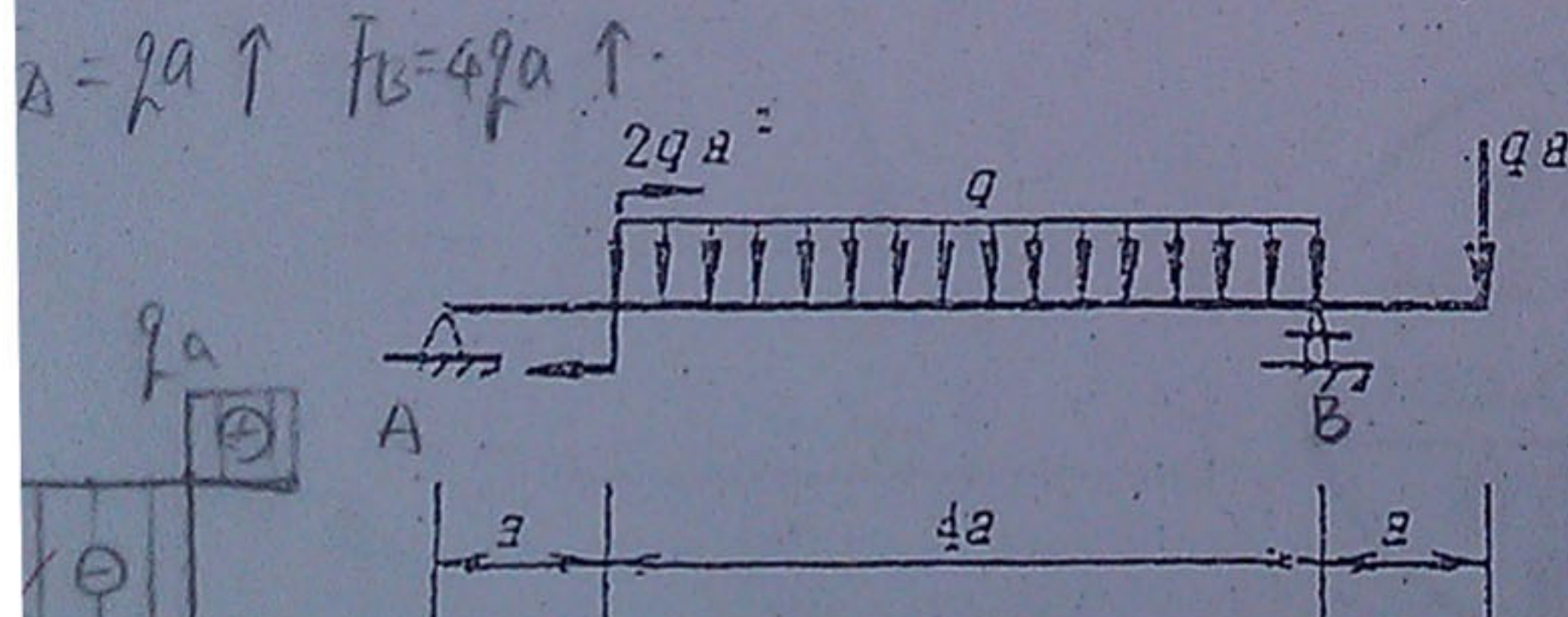
$$\frac{0.8 \times 10^6}{80 \times 10^3 \times \frac{\pi}{32} D^4 [1 - (0.8)^4]} \leq \frac{\pi}{180}$$

$$D \geq 56.07 \text{ mm}$$

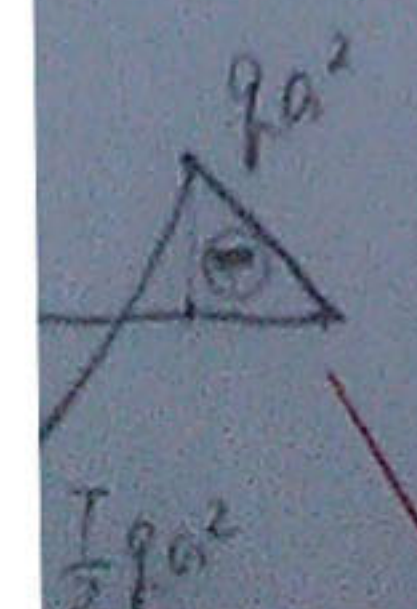
∴ 外径 D 应为 65.1 mm

3. (16分) [本题得分]

作梁的 F_s 、 M 图。

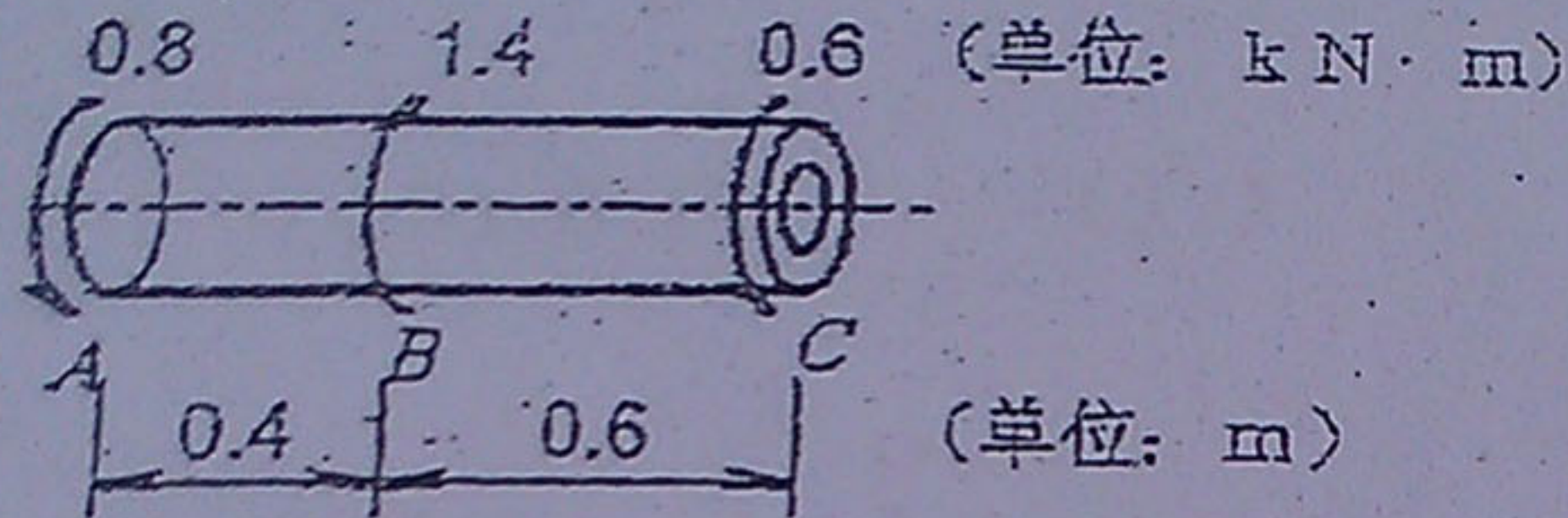


[计算题-第3题图]



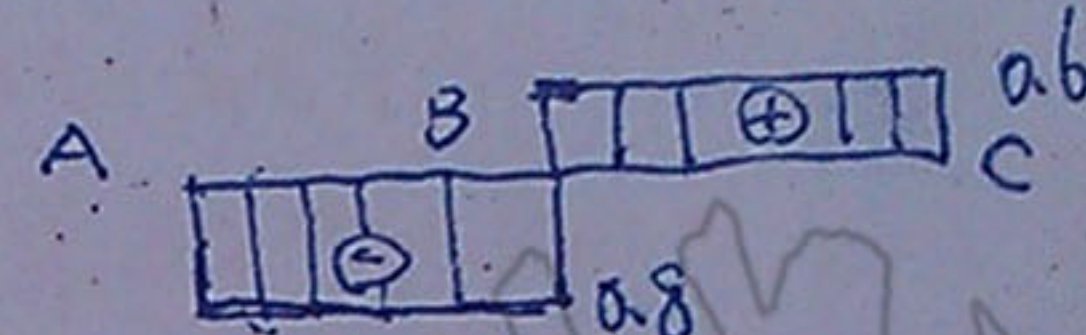
2. (15分) [本题得分 _____]

内、外径分别为 d 和 D 的空心圆轴， $d/D = 0.8$ ， $[\tau] = 25 \text{ MPa}$ ， $G = 8.0 \text{ GPa}$ ， $[\theta] = 1^\circ/\text{m}$ ，求外径 D 。



[计算题-第2题图]

扭矩图



$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{M_T}{W_p}$$

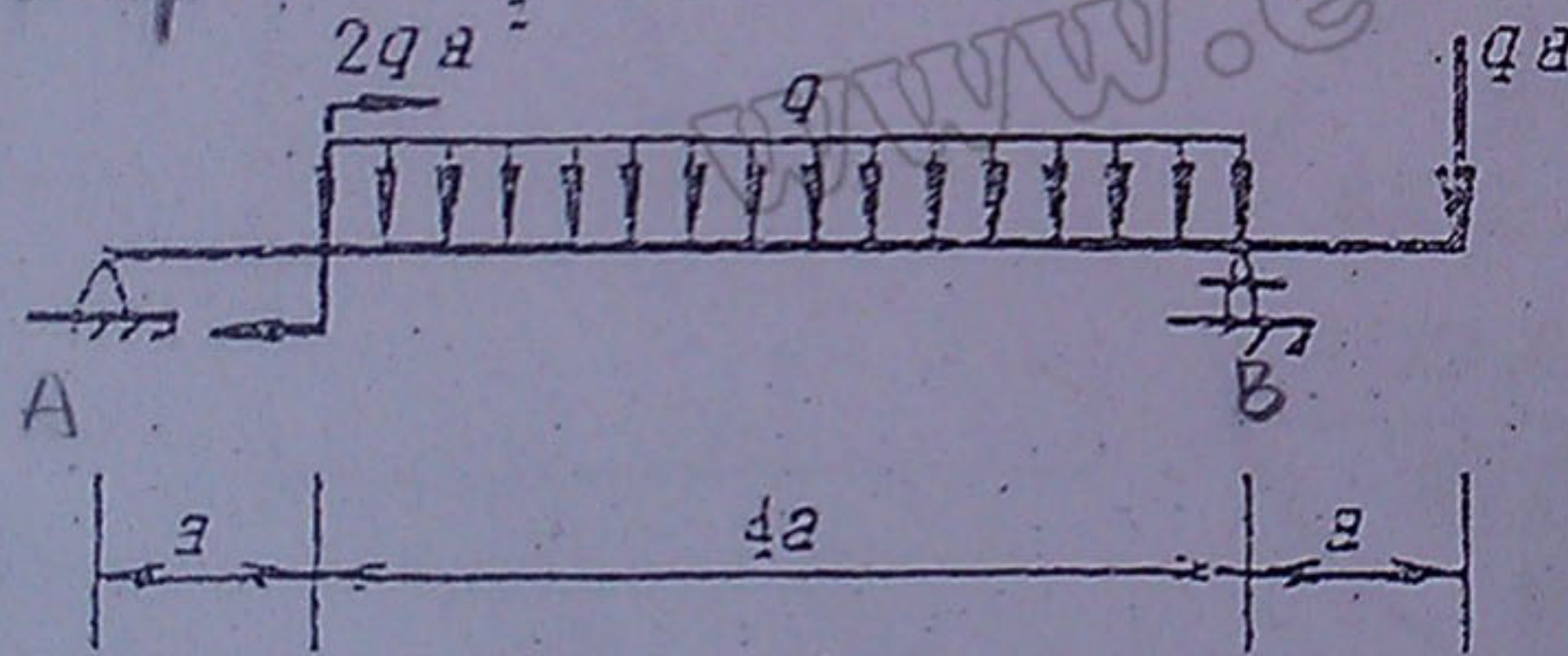
$$\frac{M_{TAB}}{W_p} \leq [\tau] \quad \frac{0.8 \times 10^6}{\frac{\pi}{16} D^3 [1 - (0.8)^4]} \leq 25$$

$$D \geq 65.1 \text{ mm}$$

3. (16分) [本题得分 _____]

作梁的 F_s 、 M 图。

求反力： $F_A = 2qa \uparrow$ $F_B = 4qa \uparrow$



[计算题-第3题图]

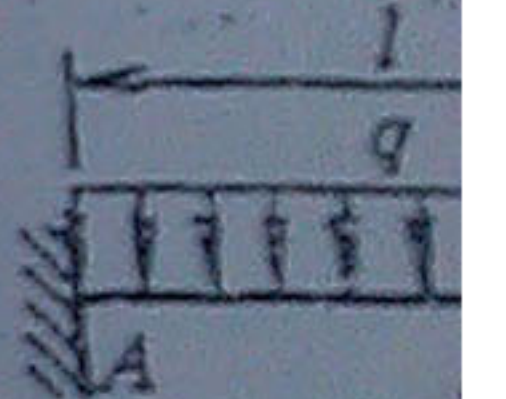
$$[\theta] \times \frac{\pi}{180} \geq \frac{M_{TAB}}{G I_p}$$

$$\frac{0.8 \times 10^6}{80 \times 10^3 \times \frac{\pi}{32} D^4 [1 - (0.8)^4]} \leq \frac{\pi}{180} \times 10^3$$

$$D \geq 56.07 \text{ mm}$$

∴ 外径 D 应为 65.1 mm

6. (15分) [本题得分 _____]
图示水平放
kN/m，



或程

$$\sigma_x = \frac{M y}{I_z}$$

$$\sigma_1 = \frac{M y_1}{I_z}$$

$$\sigma_3 = \frac{M y_3}{I_z}$$

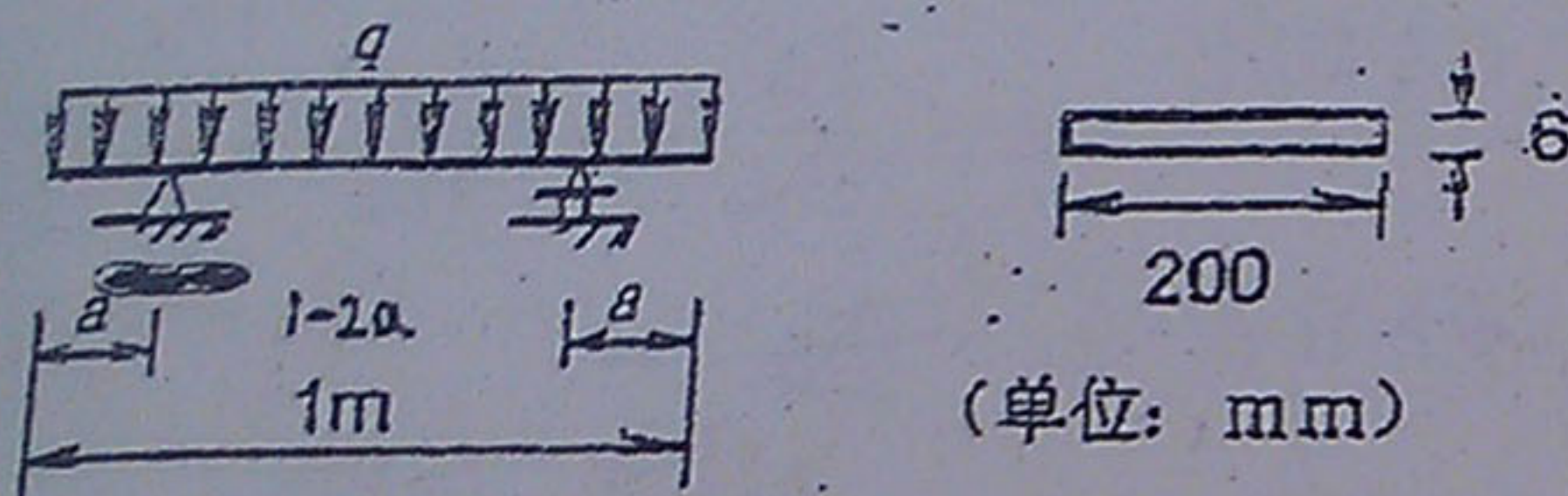
$$\sigma_3 = \frac{M y_3}{I_z}$$

4. (16分) [本题得分_____]

图示梁 $[\sigma] = 7.03 \text{ MPa}$ ，求

(1) 支承最佳位置 a ；

(2) 此时的 $[q]$ 。



[计算题-第4题图]

解: (1) $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} y_{\max}}{I_z} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$

$\therefore M_{\max} \leq 7.03 \times \frac{200 \times 36}{6} = 8436 \text{ N}\cdot\text{mm}$

由图: $\frac{1}{2}qa^2$ $\frac{q \times (1-2a)}{2} - \frac{1}{2}q(\frac{1}{2})^2$

令 $\frac{1}{2}qa^2 = \frac{q}{2} \cdot \frac{(1-2a)}{2} - \frac{1}{8}q$

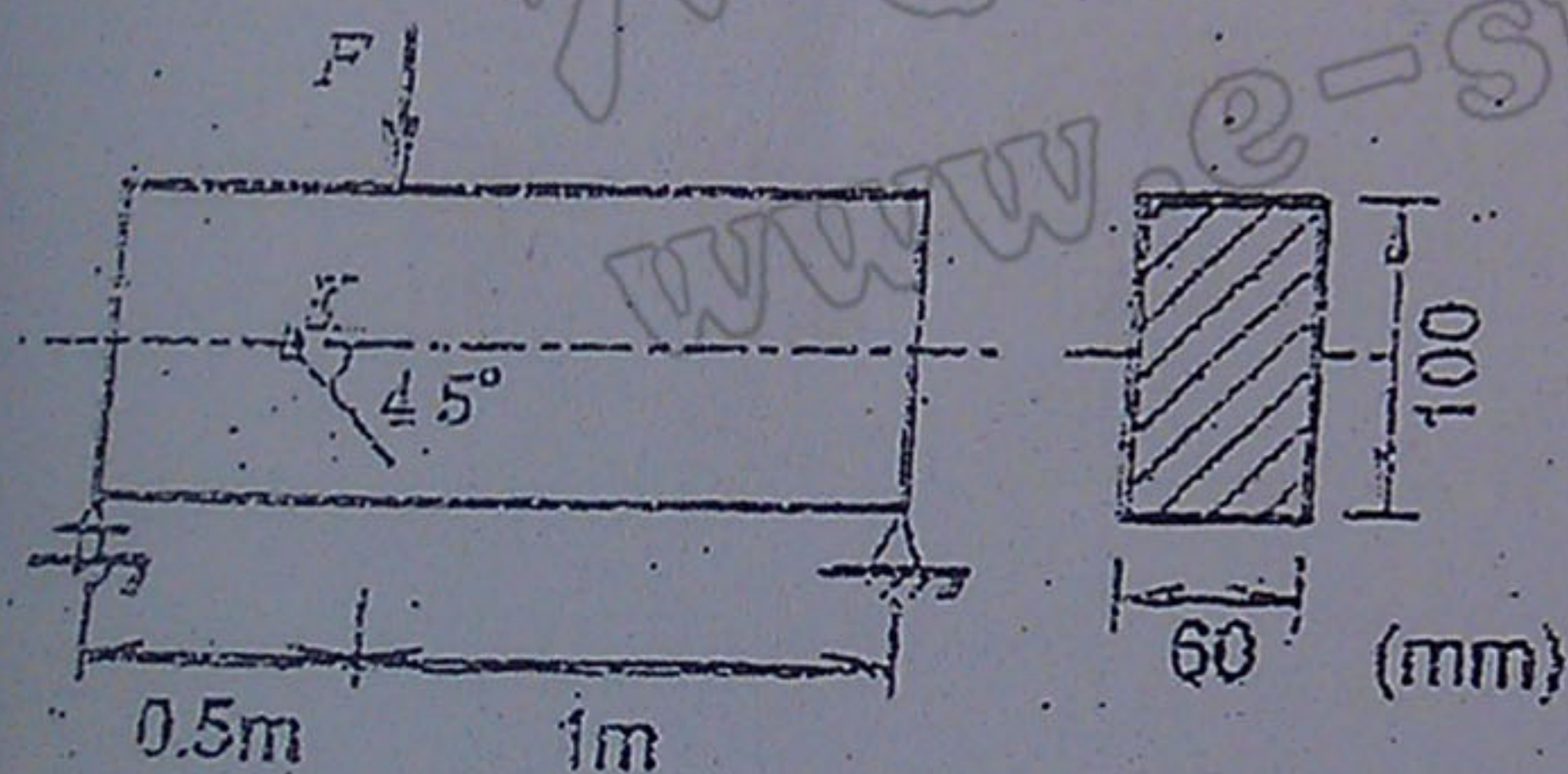
得最佳位置 a 为 $(\frac{\sqrt{2}-1}{2}) \text{ m}$ ✓

(2) 此时 $\frac{q}{2}(\frac{1-2a}{2}) - \frac{1}{8}q \leq M_{\max} = 8436 \text{ N}\cdot\text{mm}$

$[q] = 0.344 \text{ KN/m}$

5. (15分) [本题得分_____]

测得图示矩形截面梁表面 K 点处 $\varepsilon_x = 50 \times 10^{-6}$ ($\alpha = -45^\circ$)。材料 $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.25$ ，试求作用在梁上荷载 F 之值。



[计算题-第5题图]

解: 由题意, 在 K 点处梁处于纯剪状态。

故 $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3$

$\varepsilon_{\alpha=-45^\circ} = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu\sigma_1) = -\frac{\mu}{E}\tau$

$\therefore \tau = \frac{200 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-6}}{1.25} = 8 \text{ MPa}$

$\tau = \frac{3}{2} \frac{F_s}{A}$, $F_s = \frac{8 \times 2 \times 60 \times 100}{3 \times 10^3}$

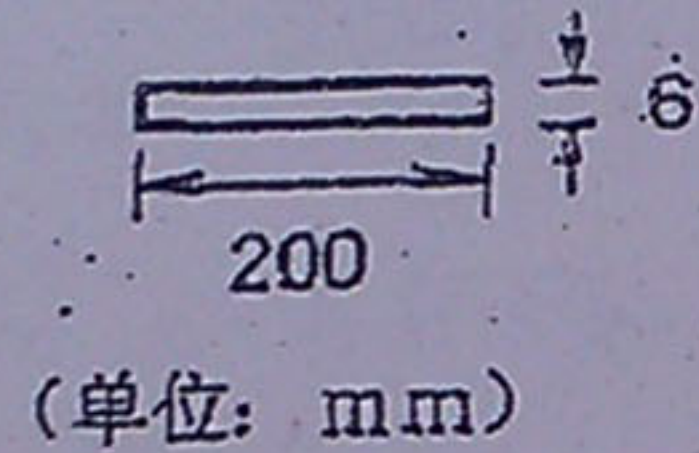
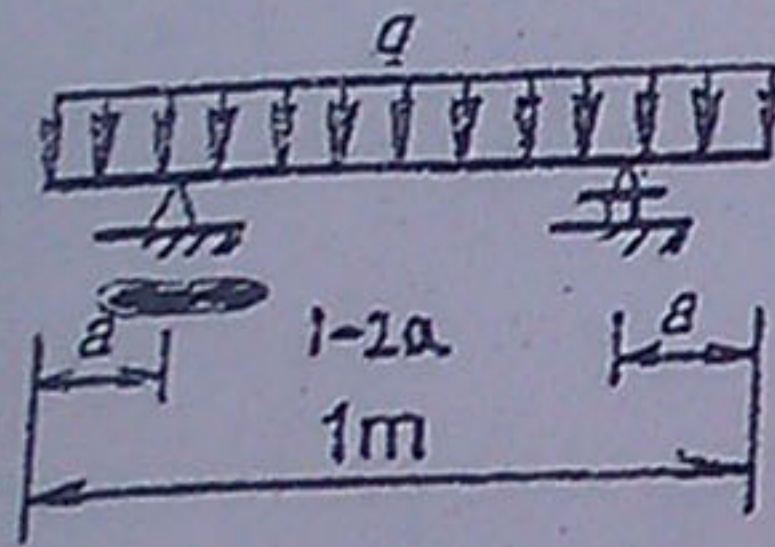
- 3 要小心!

$\tau = \frac{3}{2} \frac{F_s}{A}$ 非 F

4. (16分) [本题得分_____]

图示梁 $[\sigma] = 7.03 \text{ MPa}$ ，求

- (1) 支承最佳位置 a ；
- (2) 此时的 $[q]$ 。



[计算题-第4题图]

解：(1) $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} y_{\max}}{I_z} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$

$\therefore M_{\max} \leq 7.03 \times \frac{200 \times 36}{6} = 8436 \text{ N}\cdot\text{mm}$

弯矩图： $\frac{1}{2}qa^2$ $\frac{1}{2}qa^2$
 $\frac{q \times 1 \times (1-2a)}{2} - \frac{1}{2}q(\frac{1}{2})^2$

令 $\frac{1}{2}qa^2 = \frac{q}{2} \cdot \frac{(1-2a)}{2} - \frac{1}{8}q$

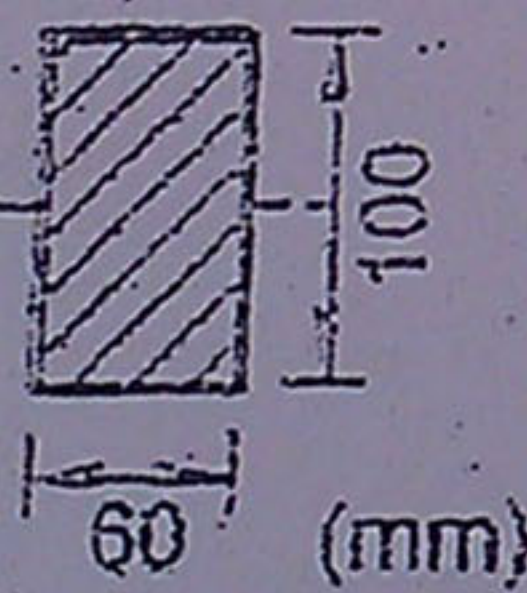
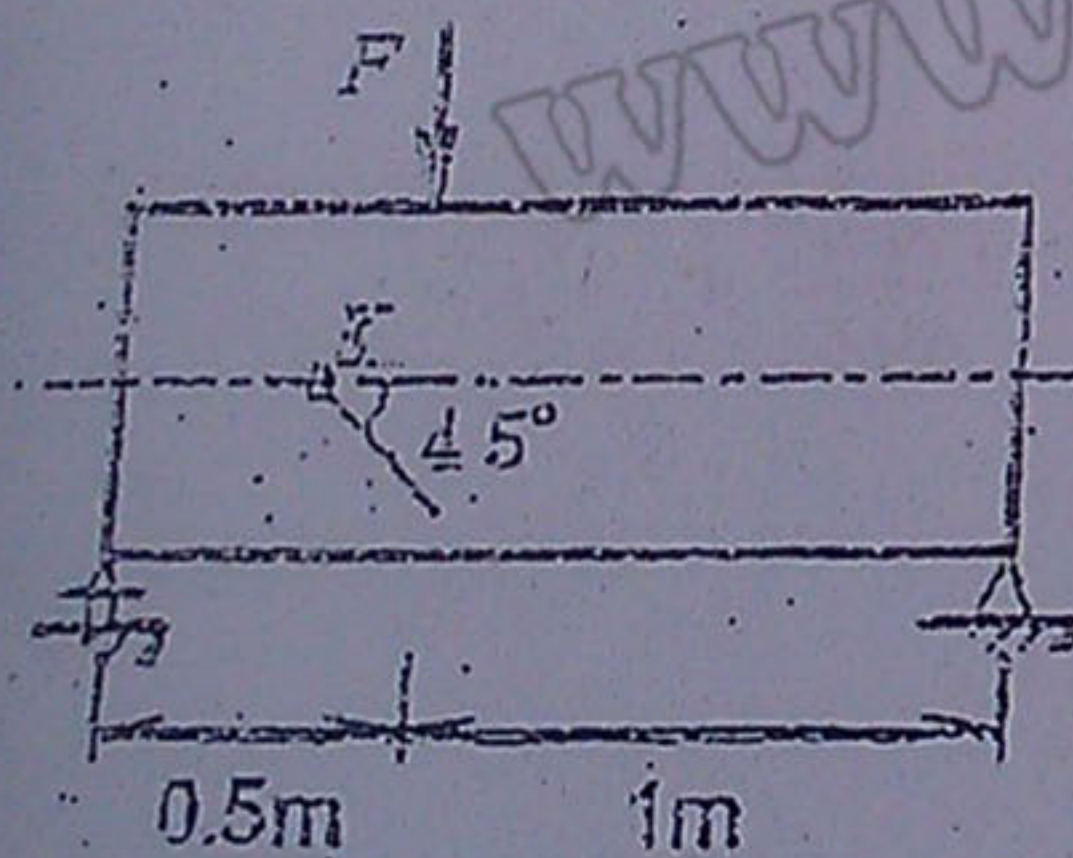
得最佳位置 a 为 $(2\sqrt{2}-2) \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{2} \text{ m}$ ✓

(2) 此时 $\frac{q}{2}(\frac{1-2a}{2}) - \frac{1}{8}q \leq M_{\max} = 8436 \text{ N}\cdot\text{mm}$

$[q] = 17.2 \text{ N/mm}$
 0.344 kN/m

5. (15分) [本题得分_____]

测得图示矩形截面梁表面 K 点处 $\varepsilon_x = 50 \times 10^{-6}$ ($\alpha = -45^\circ$)。材料 $E = 200 \text{ GPa}$ ， $\nu = 0.25$ ，试求作用在梁上荷载 F 之值。



[计算题-第5题图]

解：由题意，在 K 点处梁处于纯剪状态。

故 $\tau = \tau_1 = -\tau_2$

$\varepsilon_{\alpha=-45^\circ} = \frac{1}{E}(\tau_3 - \mu\tau_1) = -\frac{HM}{E}\tau$

$\therefore \tau = \frac{200 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-6}}{1.25} = 8 \text{ MPa}$

— 要小心！
 $\tau = \frac{3}{2} \frac{F_s}{A}$ 非 F

$\tau = \frac{3}{2} \frac{F_s}{A}$ ， $F_s = \frac{8 \times 2 \times 60 \times 100}{3 \times 10^3}$

$\therefore F = \frac{32 \times 1.5}{1} = 48 \text{ kN} = 32 \text{ kN}$

6. (15分) [本题得分_____]

图示水平放置的圆截面直轴钢轴，直径 $d = 100 \text{ mm}$ ，长度 $l = 2 \text{ m}$ ，

[计算题-第5题图]

一定要注意！

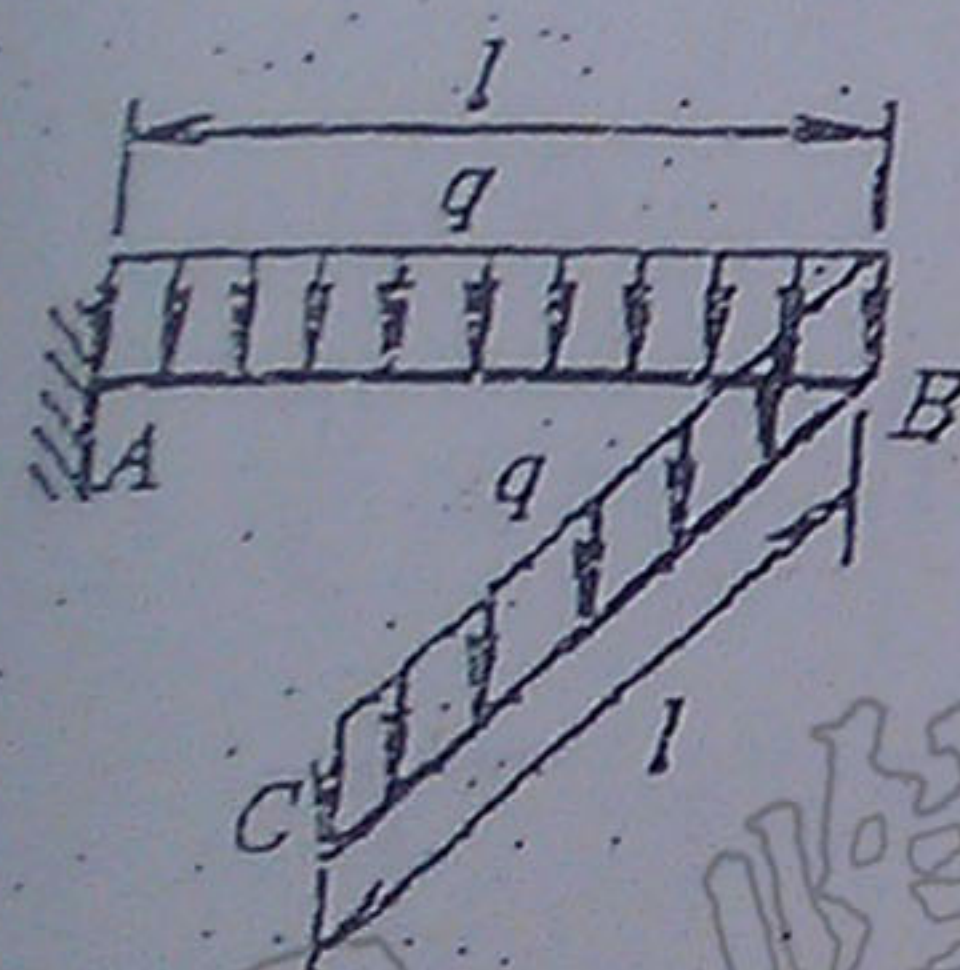
$$\tau = \frac{3}{2} \frac{F_s}{A} \text{ 非 } F$$

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{F_s}{A}$$

$$F_s = \frac{8 \times 2 \times 60 \times 100}{3 \times 10^3} = 8 \text{ MPa}$$

6. (15分) [本题得分_____]

图示水平放置的圆截面直角钢折杆，直径 $d = 100 \text{ mm}$ ， $l = 2 \text{ m}$ ， $q = 1 \text{ kN/m}$ ， $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ 。校核该杆的强度。



解：把CB杆上的分布荷载等效为集中力 ql ，并平移到BE。

$$\text{转角} \rightarrow \text{转向扭矩} \quad T = \frac{1}{2} ql^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{ql^2 + \frac{1}{2} ql^2}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{\frac{3}{2} \times 1 \times 10^6 \times 4 \times 32}{\pi \times 100^3} = 61.15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} = \frac{\frac{1}{2} ql^2}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times 10^6 \times 4 \times 16}{\pi \times 100^3} = 10.19 \text{ MPa}$$

校核 [计算题-第6题图]

$$\text{设 } \sigma_x = \sigma_{\max}, \tau = \tau_{\max}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_3$$

±

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3$$

则 ~~校核~~

应用第三强度理论进行强度校核

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 64.46 \text{ MPa} < [\sigma] = 160 \text{ MPa}$$

∴ 满足强度要求。

7. (20分) [本题得分_____]

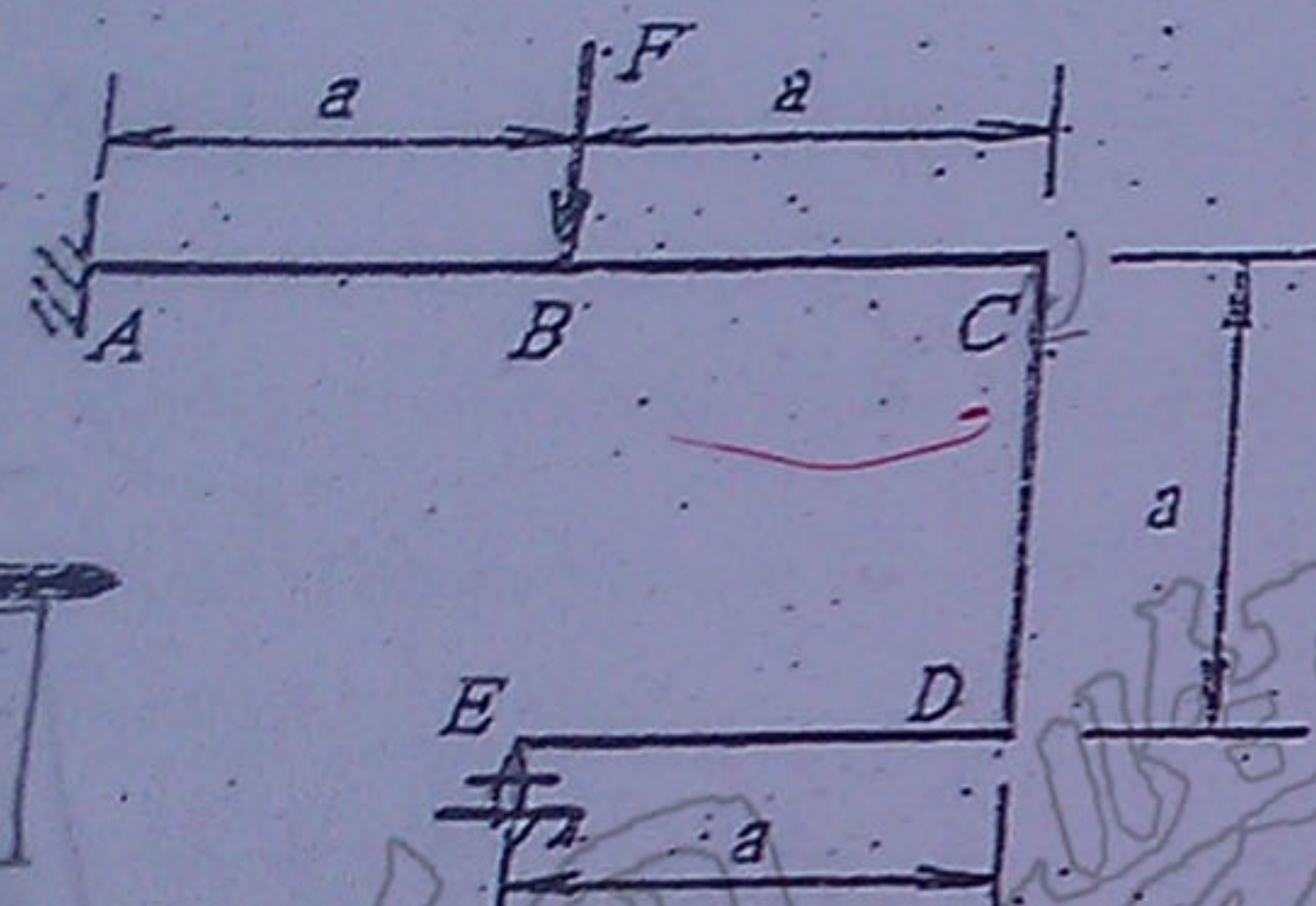
刚架受力如图所示。各杆的 E, I 相同。求最大弯矩及其作用位置。

整体受力分析

$F_E = F, M_A = 0$

地面

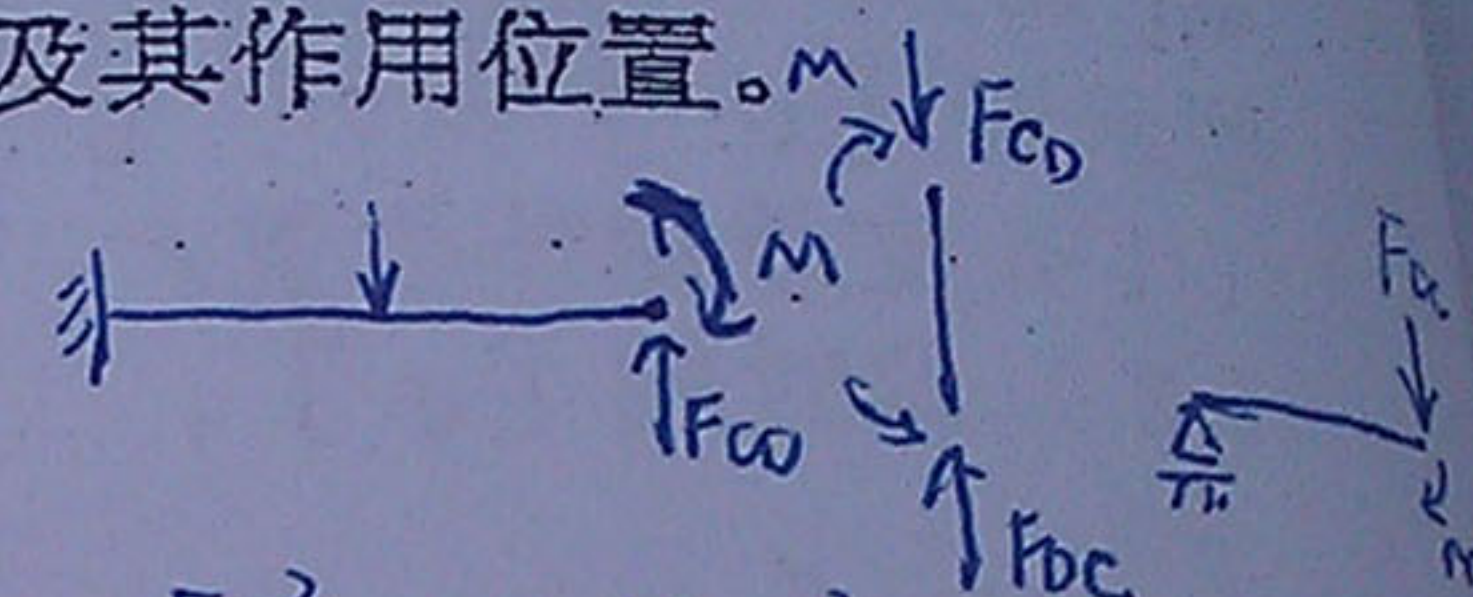
不对



[计算题-第7题图]

整体受力分析，无水平力。

断开 C、D 处。



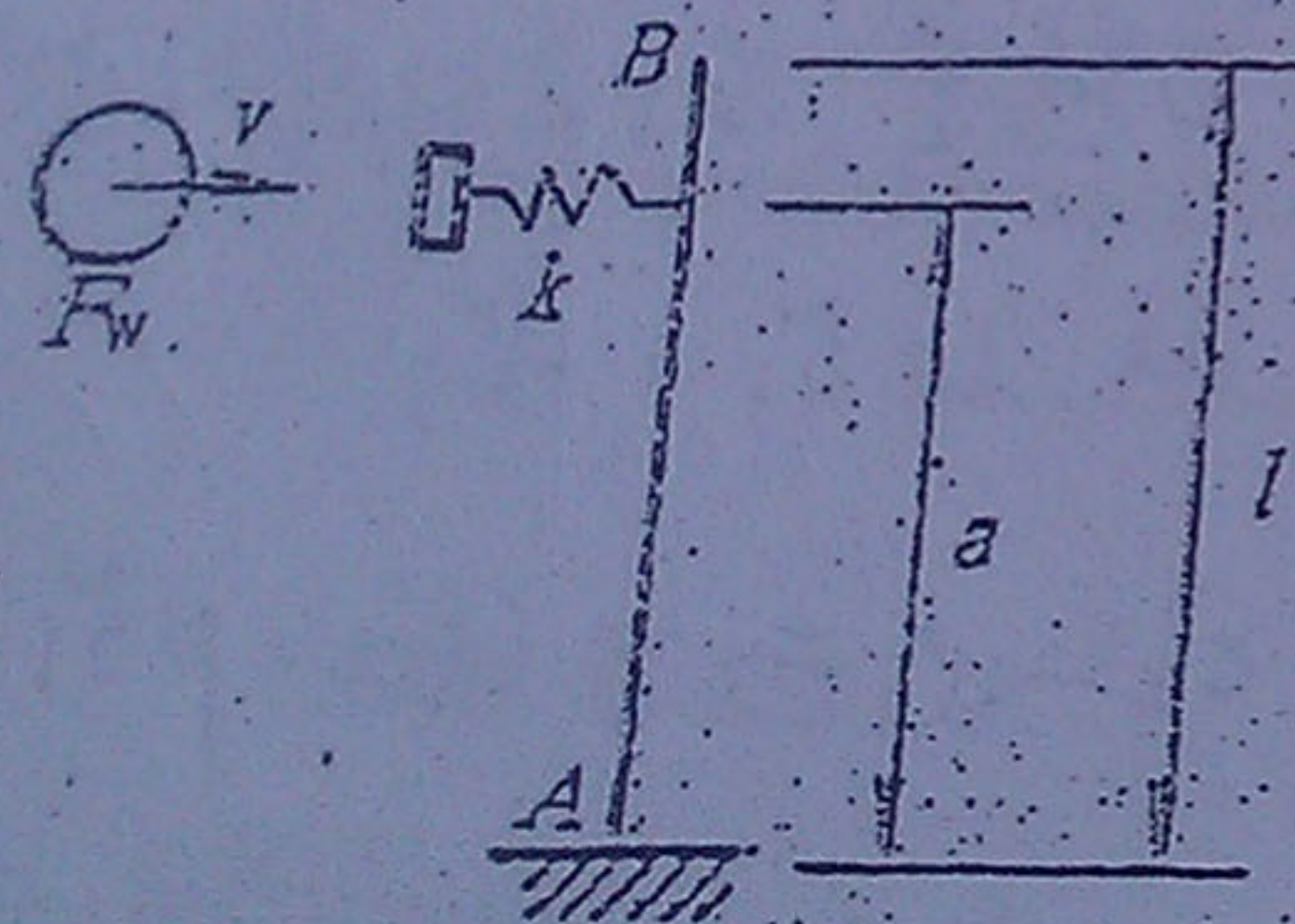
C 点转角: $\Delta_C = \frac{Fa^3}{3EI} - \frac{8Fcd a^3}{3EI} + \frac{4Ma^2}{2EI}$

D 点转角: $\Delta_D = \frac{Fa^3}{3EI}$

该题为一次超静定问题

8. (15分) [本题得分_____]

已知 AB 杆的 E, I, W ，弹簧刚度 k ，重物 F_w 与弹簧接触时的水平速度为 v ，求 AB 杆内最大正应力。



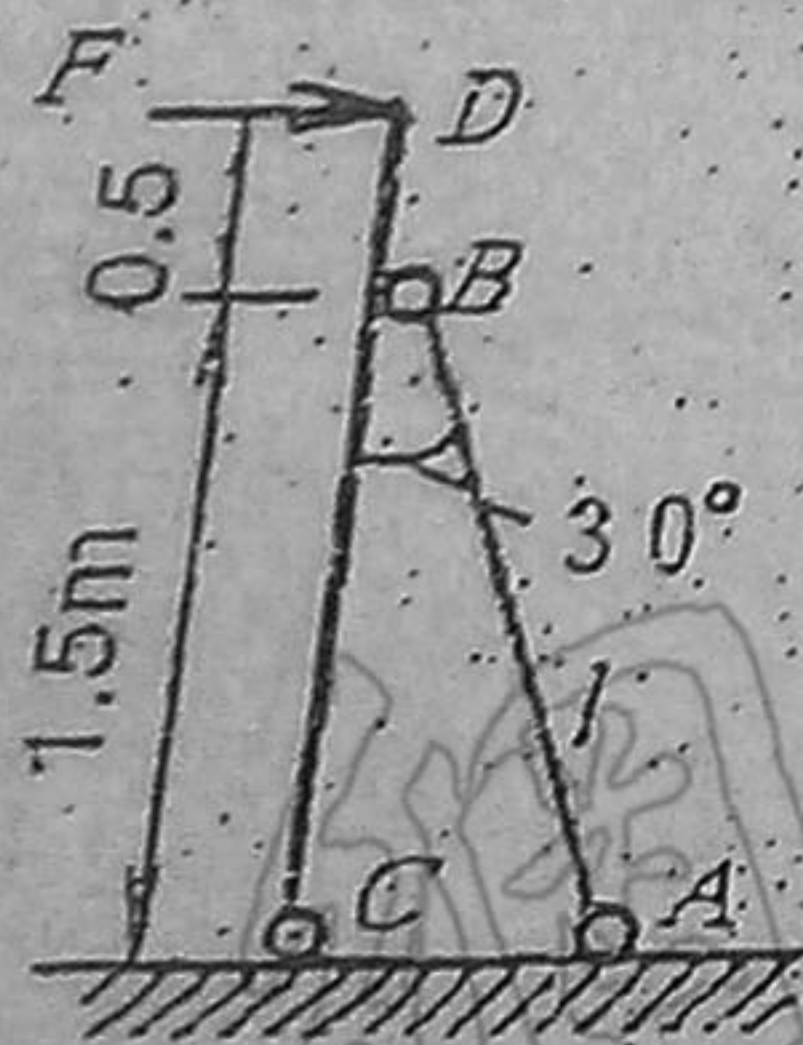
解:

为什么

$$\Delta t = \frac{F_w l^3}{3EI} + \frac{F_w}{k} ?$$

9. (18分) [本题得分_____]

设有一托架如图所示，在横杆端点D处受到一力 $F = 2.0 \text{ kN}$ 的作用。已知斜撑杆AB两端为柱形约束（柱形铰销钉垂直于托架平面），其截面为环形，外径 $D = 45 \text{ mm}$ ，内径 $d = 36 \text{ mm}$ ，材料为A3钢， $E = 200 \text{ GPa}$ ， $\sigma_p = 200 \text{ MPa}$ ，若稳定安全系数 $n_{st} = 2$ ，试校核杆AB的稳定性。



[计算题-第9题图]

对CD段分析， $\sum M_C = 0$ ，得 $F_{BA} = \frac{160}{3} \text{ kN}$

$$\sigma = \frac{F_{BA}}{A} = \frac{\frac{160}{3} \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(45^2 - 36^2)} = 93.2 \text{ MPa}$$

$$\lambda = \frac{\mu L}{i} = \frac{1 \times 1.5 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times 10^3}{\frac{D}{4} \sqrt{1 - \alpha^2}} = 120 > \lambda_p = \sqrt{\frac{\pi E}{\sigma_p}} = 100$$

\therefore 为大柔度杆，用欧拉公式计算其临界力

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\lambda^2} = 78.5 \text{ kN} \quad F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu L)^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3 \times \frac{\pi}{32} D^4 (1 - \alpha^4)}{(\frac{3}{\sqrt{3}} \times 10^3)^2}$$

$$\frac{F_{cr}}{F} = \frac{78.5}{53.3} = 1.47 < n_{st}$$

\therefore 稳定校核

tmjzks.taobao.com

第 29 页，共 217 页

$$\frac{F_{cr}}{F} = \frac{156.4}{53.3} = 2.9 > n_{st} = 2$$

\therefore AB 稳定性满足