

# CTT2021 部分题水讲

---

huhao

December 12, 2021

支持 3 个操作：全体对某一个数取  $\min$ ，全体加下标，求一段区间和。

求每一个点第一次被取 min 时间即可。

令一个长度为  $n$  的 01 序列的  $f$  值为:  $f(A) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i p_i 2^i$ 。

保证  $p_{n-1} = 1, p_{n-2} = -1$ , 其它  $p$  都是  $-1$  或  $1$ 。

你可以询问两个序列  $A, B$ , 会返回一个序列  $C$ , 满足  $f(A) + f(B) \equiv f(C) \pmod{2^n}$ 。

$\log^2 n$  次询问求出  $p$ 。

$$f(1111111\dots) + f(100100100\dots) = ?$$

一个  $n$  个点的有向图，初始  $i$  向  $i+1$  连边，加  $m$  条边，可以有重边自环，求 1 到  $n$  随机游走期望步数最大值。

显然向 1 连边。

求求导，发现后面的点连的边数  $j$  和前面连的边数  $i$  满足：  
 $i \leq j \leq i + 2$ 。

再求求导，发现恰有一个比最后一个连的边少 2。

等比数列求和即可。

一棵 1 为根的树，给定一个排列  $p: [2, n] \rightarrow [2, n]$ ，每一个点都是白的。

按照排列顺序依次给  $[2, n]$  染黑。

如果某一个时刻对于任意一个黑色的节点，子树内所有点都是黑的，那么就称这个时间是好的。

求所有好的时刻，黑色连通块个数和。

动态修改（加删边）这棵树。



1 所在连通块数？

给定一个序列  $a_1 \dots a_n$ ,  $a_i \in [-1000, 1001]$ , 且随机生成。

询问若干  $[l, r]$ , 求  $[l', r'] \subseteq [l, r]$  下式最大值:

$$\frac{1}{r' - l' + 1} \left( \sum_{i=l'}^{r'} a_i \right)^2$$

对于一个  $l$ ,  $[l, r_1], [l, r_2], \dots$  且依次递增的不会很多。

给定  $n, p$ , 求最小的  $k$ , 使得  $n^{k+1} + 1 \bmod p = 0$

求阶即可。

一个  $n$  个点的树，每个点上有若干个棋子，每次可以将一个点上面的一个棋子移到它的子树内。

动态加棋子，每次询问一个点和和它相邻的点，有几个满足即使在任意一个点上放一个棋子，依然满足先手必胜。

考虑换根贡献即可。