水题讨论

huhao

August 9, 2020

1.1 AGC040F Two Pieces

你有两个棋子，若某时刻棋子位置为：(a, b) $(a \leq b)$，那么你可以让它们位置变为：$(b, b), (a+1, b), (a, b+1)$。

问 t 时刻后棋子位置为 (x, y) 的方案。

两方案不同当且仅当某时刻棋子位置不同，棋子不作区分，即，(x, y) 和 (y, x) 认为是相同的。

$1 \leq t \leq 10^7, 0 \leq x \leq y \leq t$

Sample Input 1 Copy

```
5 1 3
```

Sample Output 1 Copy

```
4
```

Shown below are the four ways to move the pieces, where (x, y) represents the state where the two pieces are at coordinates x and y.

- $(0,0) \to (0,0) \to (0,1) \to (0,2) \to (0,3) \to (1,3)$
- $(0,0) \to (0,0) \to (0,1) \to (0,2) \to (1,2) \to (1,3)$
- $(0,0) \to (0,0) \to (0,1) \to (1,1) \to (1,2) \to (1,3)$
- $(0,0) \to (0,1) \to (1,1) \to (1,1) \to (1,2) \to (1,3)$

1.2 AGC040F solution

记状态 (a, b) 表示位置 $(a, a-b)$，那么每一次可以变为:
$(a+1, b+1), (a, b-1), (a, 0)$

为了去重，第二个操作要求 $b \geq 2$

1.2 AGC040F solution

记状态 (a, b) 表示位置 $(a, a-b)$，那么每一次可以变为:
$(a+1, b+1), (a, b-1), (a, 0)$

为了去重，第二个操作要求 $b \geq 2$

于是我们可以记一个由 $\{1, 2, 3\}$ 组成的操作序列，表示第 i 次的操作

那么操作序列长为 t，且 1 出现 y 次

1.2 AGC040F solution

记状态 (a,b) 表示位置 $(a,a-b)$，那么每一次可以变为:
$(a+1,b+1),(a,b-1),(a,0)$

为了去重，第二个操作要求 $b\geq 2$

于是我们可以记一个由 $\{1,2,3\}$ 组成的操作序列，表示第 i 次的操作

那么操作序列长为 t，且 1 出现 y 次

于是可以只考虑 b 的值，考虑枚举 3 出现次数 t_0

1.2 AGC040F solution

记状态 (a, b) 表示位置 $(a, a-b)$，那么每一次可以变为：$(a+1, b+1), (a, b-1), (a, 0)$

为了去重，第二个操作要求 $b \geq 2$

于是我们可以记一个由 $\{1, 2, 3\}$ 组成的操作序列，表示第 i 次的操作

那么操作序列长为 t，且 1 出现 y 次

于是可以只考虑 b 的值，考虑枚举 3 出现次数 t_0

若 $t_0 = 0$，则是一个经典的格路计数题：求由 $(0, 0)$ 走到 $(t-y, y-x)$，每一次可以走向量 $(1, -1)$ 或 $(1, 1)$，不经过 $y = 0, x > 0$ 的方案数

1.2 AGC040F solution

记状态 (a, b) 表示位置 $(a, a-b)$，那么每一次可以变为：$(a+1, b+1), (a, b-1), (a, 0)$

为了去重，第二个操作要求 $b \geq 2$

于是我们可以记一个由 $\{1, 2, 3\}$ 组成的操作序列，表示第 i 次的操作

那么操作序列长为 t，且 1 出现 y 次

于是可以只考虑 b 的值，考虑枚举 3 出现次数 t_0

若 $t_0 = 0$，则是一个经典的格路计数题：求由 $(0, 0)$ 走到 $(t-y, y-x)$，每一次可以走向量 $(1, -1)$ 或 $(1, 1)$，不经过 $y = 0, x > 0$ 的方案数

考虑推广，不考虑 3 的话会是一个到 $(t, y-(t-y-t_0))$ 的路径，只要在纵坐标为 $y-(t-y-t_0)-(y-x)$ 时执行一次 3 操作即可

1.2 AGC040F solution

记状态 (a, b) 表示位置 $(a, a-b)$，那么每一次可以变为：$(a+1, b+1), (a, b-1), (a, 0)$

为了去重，第二个操作要求 $b \geq 2$

于是我们可以记一个由 $\{1, 2, 3\}$ 组成的操作序列，表示第 i 次的操作

那么操作序列长为 t，且 1 出现 y 次

于是可以只考虑 b 的值，考虑枚举 3 出现次数 t_0

若 $t_0 = 0$，则是一个经典的格路计数题：求由 $(0, 0)$ 走到 $(t-y, y-x)$，每一次可以走向量 $(1, -1)$ 或 $(1, 1)$，不经过 $y = 0, x > 0$ 的方案数

考虑推广，不考虑 3 的话会是一个到 $(t, y-(t-y-t_0))$ 的路径，只要在纵坐标为 $y-(t-y-t_0)-(y-x)$ 时执行一次 3 操作即可

另外如果一个位置可以插入 3 当且仅当后面的纵坐标都比它大，所以转化为：一共 $y-(t-y-t_0)-(y-x)+1$ 个位置，且最后一个必须放，前面的可放可不放，问方案数

Thanks for listening!