



多边形 讲题

NOI 2018 D2T3

北京大学 吉如一

题目描述

- 给出一颗 n 个节点的树 T
 - 把相邻的叶子连成一个环（包括头尾）
 - 在环上距离不超过 K 的所有叶子之间连上边
 - 求不同的哈密尔顿回路数量
-
- $n \leq 1000$ $K \leq 3$

一些有趣的赛前聊(du)天(nai)



613

还有



613

吉利题



613

一定是能乱搞的

WuYou

WuYou

day2是不是dwj出题啊



烟台二中 金皓宇

月9日

出题组不是说D2简单

B

dwjsh

我出了个10k题啊

WuYou



太强大了

得分分布

- 赛前的出题人问卷调查：
 - 100分: 0
 - 70~99 分: 3
 - 50~69 分: 30
 - 30~49 分: 20
 - 10~29 分: 200
- 真实的得分分布：
 - 100分: 0
 - 70~99 分: 0
 - 50~69 分: 25
 - 30~49 分: 14
 - 10~29 分: 249
- 平均分: 13.7

这题的前世今生

- 本来出了一个计算几何题被毙了
- 灵感来自于 MSU 的一道 ACM 题
- 本来出的是 $K=1$ ，定位是 T1
- 后来题目自己变成了 $K \leq 3$
- 可能是它想当 T3 了吧



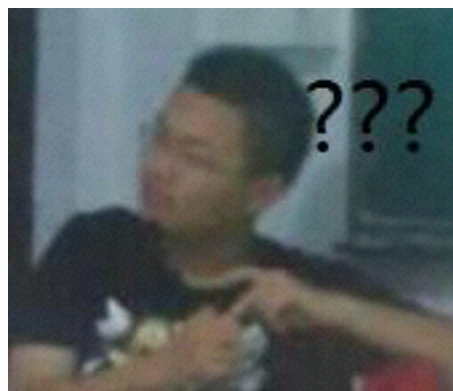
简单的吐槽环节



可怜 无助 又肥胖

暴力

- 状压 DP $O(2^n n^2)$ 期望得分 20
- 裸搜 + 牛逼剪枝 期望得分 15~35 分



K=1 二叉树的小性质

- 答案只可能是 0/1/2
- 实际的数据里 0/1/2 各有一个



$K = 1$ 的小性质

- 树上的路径只可能在相邻的叶子之间走
- 如果存在一条第 i 个叶子到第 j 个叶子的树上的路径
- 中间的叶子节点就和外面隔开了
- 不可能再连出哈密尔顿回路

K=1 二叉树的小性质的证明

- 网友：不会有人听你讲题的
- 大家感兴趣的话可以回去想一下
- Hint: 考虑根节点的状态

K = 1 的动态规划

- 一个子树只有根节点，最左边的叶子，最右边的叶子能连出去
- $dp[i][j][k]$ 表示：
 - 以 i 为根的子树
 - j : 最左边的叶子是否走树上到达更左边
 - k : 最右边的叶子是否走树上到达更右边
- 这些树上的路径一定经过根，因此可以简单的转移
- 时间复杂度 $O(n)$

K 更大的情况

- 回忆网格图的情况：插头 DP
 - 只有轮廓线上的点能和外界相连
 - 内部的点必须都和轮廓线上的点串成线
 - 只要记轮廓线上点的连通性与度数就行
- 这题的情况：
 - 每个子树只有根，前 K 个叶子，后 K 个叶子能和外界相连
 - 内部的点必须和这些点串成线
 - 只要记这些点的连通性与度数！

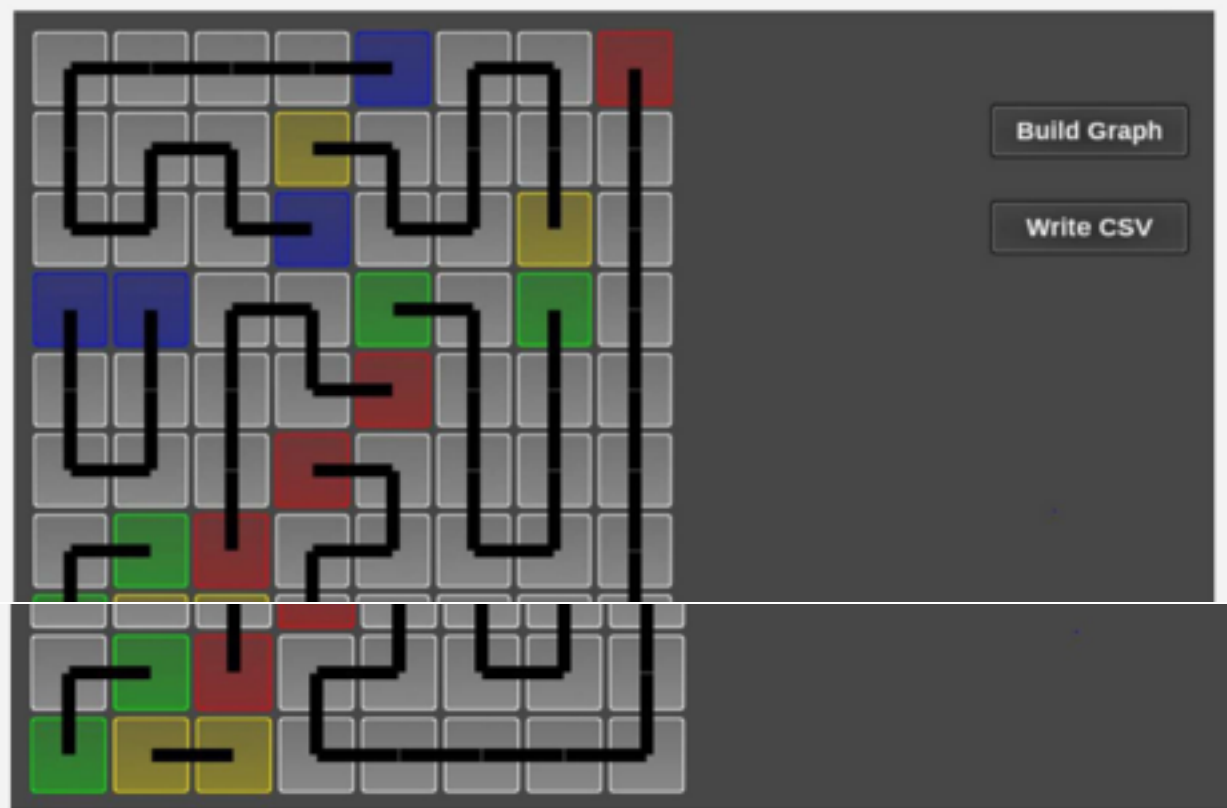
一些有趣的赛前聊(du)天(nai)



吉老师吉老师 请教您一道题



给你一个8*8的网格图 图上有四种不同颜色的格子 每种颜色各4个 每个格子的起始位置给你 其他格子均没有颜色 每次你可以选择一个有颜色的格子出发 沿着网格走向另一个相同颜色的格子 走到之后再选择另一个没有走过的格子出发 继续同样操作 每个格子只能经过一次 请给出一个方案使得经过格子最多



00:37



如果写插头dp的话不是还要记录每个插头是从哪个颜色过来的吗? 这样的话每个位置不就会有20种插头吗?

DP 框架

- $dp[i][S]$ 表示以 i 为根的子树连通性/度数状态为 S 的方案数
- 转移:
 - 枚举两侧的状态
 - 枚举中间的边怎么连
 - 计算得到合并后的状态
- 太慢了:
 - $K=2$ 有 149 个有效状态
 - $K=3$ 有 2297 个有效状态

某活雷锋

7月11日 01:06

我看一下啊



你要跑多久啊



没优化过

一分钟吧

我从6点

撸这个题

7月11日 01:

撸到现在

我就不信有人过。。

这复杂度谁敢写。。

需要有坚定的信念这题是能跑 $K = 3$ 的

- 转移和有效状态可以预处理
 - 从初始状态和初始状态的合并出发
 - 每当产生新状态，就计算和所有已有状态的合并
 - 直到合并状态封闭为止
- 得到了很多个 (i,j,k,w) 四元组
 - 状态 i 和状态 j 合并可以以 w 的权值转移到状态 k
- 尽管状态很多，四元组数量规模在 10^5 级别

需要注意的地方

- 如果采用预处理转移的方法
- 根节点最后一个孩子并进来的时候要重新计算转移
 - 平时的转移时不允许环出现的
 - 最后一次合并需要并成环
- 实践表明预处理是瓶颈
 - 能跑多快各凭本事
- 现场这题的满分大概就是 80 了吧



总结

- 相信放一道一眼看上去就写不出来的题
 - 可以让选手避开这道题
 - 用更多的时间花在前两题上
 - 削弱比赛策略对成绩的影响
-
- （事实证明不管放多不可做的题都有很多人刚一整场

总结

- 本题作为一道防 AK 题
 - 覆盖面广
 - 难度适中
 - 码量稍高
 - 解法自然
- 你可以利用这道题目，为你的 NOI 之旅画上圆满句号。
- 出题人相信，这道美妙的题目，可以给即将踏入清华集训**题战场上的你，提供一个有力的帮助



THANK YOU