

Erik Thum - 3794446

Paula Ewald - 3706225

Tim Schlemstedt - 3797524

①

L14

a.)

XY	0	1	2	Σ
0	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$
1	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{7}{16}$
Σ	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$	1

b.) $E(X) = 0 \cdot \frac{3}{16} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot \frac{7}{16} = \frac{5}{4}$

$E(Y) = 0 \cdot \frac{3}{16} + 1 \cdot \frac{3}{16} + 2 \cdot \frac{7}{16} = \frac{5}{4}$

$E(XY) = \cancel{0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{16}} + \cancel{0 \cdot 1 \cdot 0} + \cancel{0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{8}} + \cancel{0 \cdot 1 \cdot \frac{1}{8}} + 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{16} + 0 \cdot 1 \cdot 0 + 0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{8} + 0 \cdot 1 \cdot \frac{1}{8} + 0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{16} = \frac{11}{8}$

c.) $\text{Cov}(XY) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$
 $\text{Cov}(XY) = \frac{11}{8} - \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} \right) = \frac{88}{64} - \frac{100}{64} = -\frac{12}{64} = -\frac{3}{16}$

Damit X und Y unabhängig sind muss gelten: $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$

$\Leftrightarrow \frac{88}{64} \neq \frac{100}{64}$

\hookrightarrow sie sind nicht unabhängig.

Bzw. siehe Markierung nach Produktregel müsste gelten: $\frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} = \frac{1}{16}$

114

- ② Für eine Verteilung muss nach Def. 1 gelten:
- a.)
- $p_x \geq 0 \quad \forall x$ und (1)
 - $\sum_x p_x = 1$ (2)

Für (1) wir die Elemente unserer Formel:

- λ ist nach Aufgabenstellung immer positiv
 - $k = X$ und da X nur \mathbb{N}_0 betrachtet ist auch k immer ≥ 0 positiv
 - $e^{-\lambda}$ befindet sich im Intervall $[0; 1]$ und ist somit auch > 0 .
- (1) ist somit erfüllt



b.)

3.

414

a.) $P(X=0, Y=0, Z=0) = P((0,0)) = \frac{4}{9}$

$P(X=0, Y=0, Z=1) = P((0,0) \cap (1,0)) = 0$

gilt auch für $z=2, z=3, x=1, x=2, y=1$ und $y=2$ ()*

$P(X=1, Y=1, Z=1) = P((1,0)) = \frac{2}{9}$

$P(X=1, Y=2, Z=2) = P((0,1)) = \frac{2}{9}$

$P(X=2, Y=1, Z=3) = P((1,1)) = \frac{1}{9}$

Für alle anderen Kombinationen gibt es kein Ergebnis, wobei alle Werte unserer Zufallsvariablen erfüllt, damit ist:

$$D_{xyz} = \{ ((0,0,0), \frac{4}{9}), ((0,0,1), 0), ((0,1,0), 0), ((0,1,1), 0), ((1,0,0), 0), ((1,0,1), 0), ((1,1,0), 0), ((1,1,1), \frac{2}{9}), ((0,1,2), 0), ((0,2,1), 0), ((0,1,3), 0), ((0,2,2), 0), ((0,2,3), 0), ((1,0,2), 0), ((2,0,1), 0), ((1,0,3), 0), ((2,0,2), 0), ((2,0,3), 0), ((1,2,0), 0), ((2,1,0), 0), ((2,2,0), 0), ((1,1,2), 0), ((1,2,1), 0), ((1,2,2), \frac{2}{9}), ((1,2,3), 0), ((2,1,1), 0), ((2,1,2), 0), ((2,1,3), \frac{1}{9}), ((2,2,1), 0), ((2,2,2), 0), ((2,2,3), 0) \}$$

b)

XY	0	1	2	Σ
0	$\frac{4}{9}$	0	0	$\frac{4}{9}$
1	0	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$
2	0	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{9}$
Σ	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{8}{9}$

XZ	0	1	2	3	Σ
0	$\frac{4}{9}$	0	0	0	$\frac{4}{9}$
1	0	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{4}{9}$
2	0	0	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
Σ	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{8}{9}$

YZ	0	1	2	3	Σ
0	$\frac{4}{9}$	0	0	0	$\frac{4}{9}$
1	0	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{9}$
2	0	0	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{2}{9}$
Σ	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{8}{9}$

④

414

b r g
(2, 2, 1)

2/5
1/5

(3, 2, 1)

(2, 3, 1)

(2, 2, 2)

3/6
2/6
1/6

2/6
3/6
1/6

2/6
2/6
2/6

(4, 2, 1) = $\frac{3}{15}$
(3, 3, 1) = $\frac{2}{15}$
(3, 2, 2) = $\frac{1}{15}$
(3, 3, 1) = $\frac{2}{15}$
(2, 4, 1) = $\frac{3}{15}$
(2, 3, 2) = $\frac{1}{15}$
(3, 2, 2) = $\frac{1}{15}$
(2, 3, 2) = $\frac{1}{15}$
(2, 2, 3) = $\frac{1}{15}$

$$P((3, 3, 1)) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{15}$$

$$P((3, 2, 2)) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{15}$$

$$P((2, 3, 2)) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{15}$$

$$P((4, 2, 1)) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{15}$$

$$P((2, 4, 1)) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{15}$$

$$P((2, 2, 3)) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{15}$$

$$D_{xyz} = \left\{ (3, 3, 1)_{\frac{4}{15}}, (3, 2, 2)_{\frac{2}{15}}, (2, 3, 2)_{\frac{2}{15}}, (4, 2, 1)_{\frac{3}{15}}, (2, 4, 1)_{\frac{3}{15}}, (2, 2, 3)_{\frac{1}{15}} \right\}$$