

Def.:

Seien $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ und sei $c \in \mathbb{N}$.

c heißt größter gemeinsamer Teil von a und b , falls gilt:

(1) $c \mid a \wedge c \mid b$

(2) $\forall d \in \mathbb{N}: d \mid a \wedge d \mid b \Rightarrow d \mid c$

c ist eindeutig bestimmt. Schreibweise $c = \text{ggT}(a, b)$

Wie berechnet man $\text{ggT}(a, b)$? \rightarrow Euklidischer Algorithmus (Sukzessive Division mit Rest)

Bsp:

$\text{ggT}(84, 32) = 4$

$84 = 2 \cdot 32 + 20 \quad (1)$

$32 = 1 \cdot 20 + 12 \quad (2)$

$20 = 1 \cdot 12 + 8 \quad (3)$

$12 = 1 \cdot 8 + 4 \quad (4)$

$8 = 2 \cdot 4 + 0 \quad (5)$

(5)
 $\Rightarrow 4 \mid 8$

(4)
 $\Rightarrow 4 \mid 12 \quad (\text{denn } 4 \mid 4 \wedge 4 \mid 8)$

(3)
 $\Rightarrow 4 \mid 20 \quad (\text{denn } 4 \mid 8 \wedge 4 \mid 12)$

(2)
 $\Rightarrow 4 \mid 32 \quad (\text{denn } 4 \mid 12 \wedge 4 \mid 20)$

(1)
 $\Rightarrow 4 \mid 84 \quad \checkmark \quad (\text{denn } 4 \mid 20 \wedge 4 \mid 32)$

Sei $d \in \mathbb{N}$ und gelte $d \mid 84 \wedge d \mid 32$

(1)
 $\Rightarrow d \mid 20$

(2)
 $\Rightarrow d \mid 12 \quad (\text{denn } d \mid 32 \wedge d \mid 20)$

(3)
 $\Rightarrow d \mid 8 \quad (\text{denn } d \mid 20 \wedge d \mid 12)$

(4)
 $\Rightarrow d \mid 4 \quad \checkmark \quad (\text{denn } d \mid 12 \wedge d \mid 8)$