Diskrete Strukturen (WS 2024-25) - Halbserie 4

4.1 **[5]**

Bitte direkt auf Moodle als Quiz antworten.

4.2 **[1]**

Geben Sie zwei **Relationen** R_1 und R_2 jeweils auf der Menge $\mathbb{N}$ an, sodass

1. R_1 reflexiv, symmetrisch, und nicht transitiv ist,
2. R_2 symmetrisch, nicht transitiv, und nicht reflexiv ist,

4.3 **[4]**

(Alternives geordnetes Paar) Seien A, B, C, D vier beliebige Objekte. Zeigen Sie dass

$$\Big\{\{\{A\}, \emptyset\}, \{\{B\}\}\Big\} = \Big\{\{\{C\}, \emptyset\}, \{\{D\}\}\Big\}$$

genau dann wenn $A = C$ und $B = D$.

4.4 Wir definieren für jedes $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ eine Relation $\equiv_n$ auf der Menge $\mathbb{Z}$ durch

$$(a, b) \in \equiv_n \text{ genau dann, wenn } n \text{ ist ein Teiler von } a - b.$$

1. Zeigen Sie, dass $\equiv_n$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ eine **Äquivalenzrelation** ist.
2. Geben Sie für $n = 5$ alle **Äquivalenzklassen** von $\equiv_n$ an.

4.5 Gegeben sei die Menge $M = \{1, 2, 3, 4\}$ und die folgende **Relation** $R \subseteq M \times M$:

$$R := \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 1), (3, 2), (4, 3)\}.$$

1. Geben Sie die **Komposition** $R;R$ an.
2. Welche der folgenden **Eigenschaften** besitzt $R;R$? Beweisen Sie Ihre Antwort.
   (a) reflexiv
   (b) antisymmetrisch
   (c) vollständig

4.6 Gegeben sei die Menge $M = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$ und folgende **Relation** $R \subseteq M \times M$:

$$R = \Big\{ \Big((n_1, z_1), (n_2, z_2) \Big) \in M \times M \;\Big|\; n_1 \cdot z_2 = n_2 \cdot z_1 \Big\}$$

Zeigen Sie, dass R eine **Äquivalenzrelation** ist.

4.7 Gegeben sei die Menge $M = \{\{1, 2\}, (a, b), \emptyset\}$.
Geben Sie alle **Zerlegungen** von M an.