UNIVERSITÄT
LEIPZIG

Praktikum Computergrafik

Vorstellung des 3. Aufgabenblattes

Sommersemester 2024

Sichtbarkeit

Ziel:

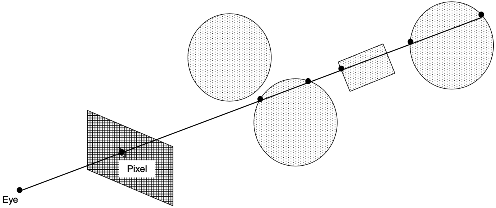
- Möglichst exakte Bestimmung der vom Blickpunkt aus sichtbaren bzw. unsichtbaren Teile der Szene

Problem:

Durch Projektion werden unterschiedliche Objektteile auf dieselbe (x,y)-Koordinate abgebildet

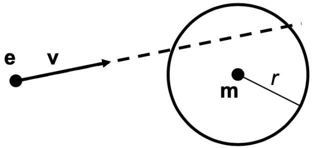
Raycasting

- Strahl: vom Augpunkt (Kamera) durch Pixel
- Schnittberechnung eines Strahls mit allen Objekten der Szene (Kugeln, Dreiecke, usw...)
- Objekt mit geringster Distanz zwischen Augpunkt und Schnittpunkt ist im Pixel sichtbar



Schnitt mit Kugel

- **e**: Augpunkt
- **v**: Sichtrichtung normalisiert(Pixel - e)
- t: Stahlparameter
- Strahl: $R(t) = \mathbf{e} + t\mathbf{v}$
- Kugel: $|\mathbf{x} - \mathbf{m}|^2 - r^2 = 0$

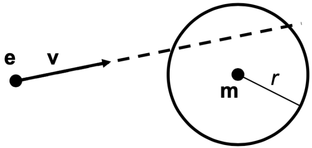


Schnitt mit Kugel

Einsetzen des Strahls R für x:

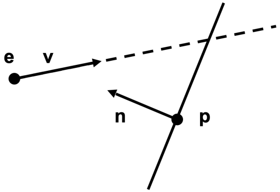
- $|\mathbf{e} + t\mathbf{v} - \mathbf{m}|^2 - r^2 = 0$
- $|t\mathbf{v} + (\mathbf{e} - \mathbf{m})|^2 = 0$
- $(\mathbf{vv}) \cdot t^2 + (2\mathbf{v}(\mathbf{e} - \mathbf{m})) \cdot t + ((\mathbf{e} - \mathbf{m})(\mathbf{e} - \mathbf{m}) - r^2) = 0$

Lösen der quadratischen Gleichung: $t_{1,2}$ und anschließende Berechnung der Schnittpunkte $\mathbf{s}_{1,2} = \mathbf{e} + t_{1,2}\mathbf{v}$



Schnitt mit Ebene

- **e**: Augpunkt
- **v**: Sichtrichtung normalisiert(Pixel - e)
- t: Stahlparameter
- Strahl: $R(t) = \mathbf{e} + t\mathbf{v}$
- Ebene: $(\mathbf{x} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} = 0$

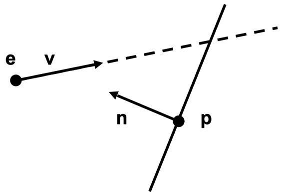


Schnitt mit Ebene

Einsetzen des Strahls R für x:

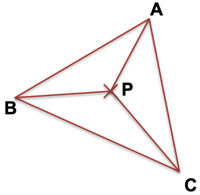
- $(R(t) - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{e} + t\mathbf{v} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} = 0$
- $\mathbf{en} + t\mathbf{vn} - \mathbf{pn} = 0$
- $t = \frac{\mathbf{pn} - \mathbf{en}}{\mathbf{vn}} = \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{e})\mathbf{n}}{\mathbf{vn}}$

Berechnung der Schnittpunkte $\mathbf{s} = \mathbf{e} + t\mathbf{v}$



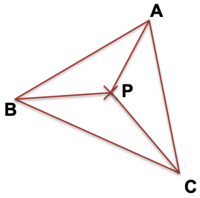
Dreieck

- Gegeben: Dreieck (A, B, C)
- Gesucht: Koordinaten von P bezüglich des Dreiecks
- Ansatz: $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$
- Nebenbedingung: $\alpha + \beta + \gamma = 1$ (Normalisierung)



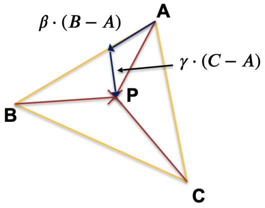
Dreieck

- $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$
- Folgerung: $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$
- $\alpha = 0, \beta + \gamma = 1$: Kante $B - C$
- $\beta = 0, \alpha + \gamma = 1$: Kante $A - C$
- $\gamma = 0, \alpha + \beta = 1$: Kante $A - B$
- $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$: P ist innerhalb des Dreiecks



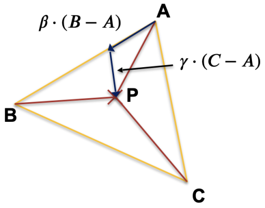
Dreieck

- $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$
- $P = (1 - \beta - \gamma)A + \beta B + \gamma C$
- $P = A + \beta(B - A) + \gamma(C - A)$
- berechne (α, β, γ)



Dreieck: Flächeninhaltsmethode

- $\alpha = \frac{\Delta(P,B,C)}{\Delta(A,B,C)}, \beta = \frac{\Delta(A,P,C)}{\Delta(A,B,C)} \gamma = \frac{\Delta(A,P,B)}{\Delta(A,B,C)}$
- Bsp. $\Delta(A, B, C) = 0.5\|(B - A) \times (C - A)\|$
- Normale $\mathbf{n} = \frac{(B-A)\times(C-A)}{\|(B-A)\times(C-A)\|}$
- Bsp. $\alpha = \frac{((B-P)\times(C-P))\mathbf{n}}{((B-A)\times(C-A))\mathbf{n}}$
- vorzeichen beachten!



Literaturhinweis

Effizientere Berechnung und Algorithmen:
Christer Ericson,
Real Time Collision Detection.
Morgan Kaufman – Elsevier, 2005.