

Übungsblatt 6

- 1) a) Sei

$$a_n = \frac{(1001/1000)^n - 1}{n^3} \text{ und } b_n = 1 + \frac{n^2}{(1002/1000)^n}.$$

Bestimmen Sie (gerne unter Verwendung einer "Rechenhilfe") a_n und b_n für $n = 1, 2, 5, 10, 100, 1000$. Was lässt sich daraus über das Verhalten von a_n und b_n für $n \rightarrow \infty$ ableiten?

- b) Finden Sie für jede der nachstehenden Folgen (a_n) und jedes $\varepsilon > 0$ ein $N \in \mathbb{N}$ oder in \mathbb{R} (nicht notwendigerweise das kleinste), das Sie mit den bisher definierten Funktionen ausdrücken können, so dass $|a_n| < \varepsilon$ wenn $n \geq N$:

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_{n=1}^{\infty}, \left(\frac{1}{n(n-\sqrt{2})}\right)_{n=1}^{\infty}, ((-1/2)^n)_{n=1}^{\infty}.$$

- c) Untersuchen Sie, ob die nachstehenden Folgen konvergent sind:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{n-3}}\right)_{n=4}^{\infty}, \left(\frac{(n-3)^2}{(n+2)}\right)_{n=1}^{\infty}.$$

Begründen Sie Ihre Aussagen in b),c) sorgfältig.

1 + 3 + 2 Punkte

- 2) Berechnen Sie folgende Grenzwerte unter Benutzung der "Algebra für Grenzwerte" und mit ausreichender Begründung.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5}{n^3 + 7n - 3}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^3 + n}{2n^4 + 100n - 35}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^7}{(n+1)^4(n+2)^3}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n n^3 + 5^n(n+1)}{5^n n + n^5}.$$

5 Punkte

Wie immer, begründen Sie Ihre Aussagen sorgfältig! Skizzen können und sollen der Lösungsfindung dienen, sind aber keine Beweise.

Bitte geben Sie pro Lösungsteam nur EINE Lösung ab !!!, die Korrekturen verzögern sich sonst unnötig. Danke.

Abgabe am 28.11.2024 11:00 online(Moodlekurs) oder 17:15 HS2 zur Vorlesung.