

Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	Algorithmen und Datenstrukturen II SoSe 2024 – Freiwillige Serie 8		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 21.05.2024	Lösung am 28.05.2024	Seite 1/7

Algorithmen und Datenstrukturen II

SoSe 2024 – Serie 8

1 Travelling Sales Person

Gegeben sei die folgende Entfernungsmatrix:

	1	2	3	4
1	0	4	1	7
2	5	0	2	6
3	2	1	0	3
4	7	5	2	0

Bestimmen Sie unter Verwendung des in der Vorlesung angegebenen Algorithmus die Länge der kürzesten Rundreise $g[1, \{2, \dots, n\}]$ mittels Dynamic Programming. Geben Sie genau an wie alle ermittelten Zwischenwerte $g[i, S]$ berechnet wurden. Geben Sie außerdem alle kürzesten Rundreise an.

Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	Algorithmen und Datenstrukturen II SoSe 2024 – Freiwillige Serie 8		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 21.05.2024	Lösung am 28.05.2024	Seite 2/7

Lösung:

$g(2, \{\}) = d(2, 1) = 5$
 $g(3, \{\}) = d(3, 1) = 2$
 $g(4, \{\}) = d(4, 1) = 7$

$|S| = 1$

$g(3, \{2\}) = d(3, 2) + g(2, \{\}) = 6$
 $g(4, \{2\}) = d(4, 2) + g(2, \{\}) = 10$
 $g(2, \{3\}) = d(2, 3) + g(3, \{\}) = 4$
 $g(4, \{3\}) = d(4, 3) + g(3, \{\}) = 4$
 $g(2, \{4\}) = d(2, 4) + g(4, \{\}) = 13$
 $g(3, \{4\}) = d(3, 4) + g(4, \{\}) = 10$

$|S| = 2$

$g(4, \{2, 3\}) = \min[d(4, 2) + g(2, \{3\}) = 9, d(4, 3) + g(3, \{2\}) = 8] = 8$
 $g(3, \{2, 4\}) = \min[d(3, 2) + g(2, \{4\}) = 14, d(3, 4) + g(4, \{2\}) = 13] = 13$
 $g(2, \{3, 4\}) = \min[d(2, 3) + g(3, \{4\}) = 12, d(2, 4) + g(4, \{3\}) = 10] = 10$

$|S| = 3$

$g(1, \{2, 3, 4\}) = \min[d(1, 2) + g(2, \{3, 4\}) = 14, \\ d(1, 3) + g(3, \{2, 4\}) = 14, \\ d(1, 4) + g(4, \{2, 3\}) = 15] = 14$

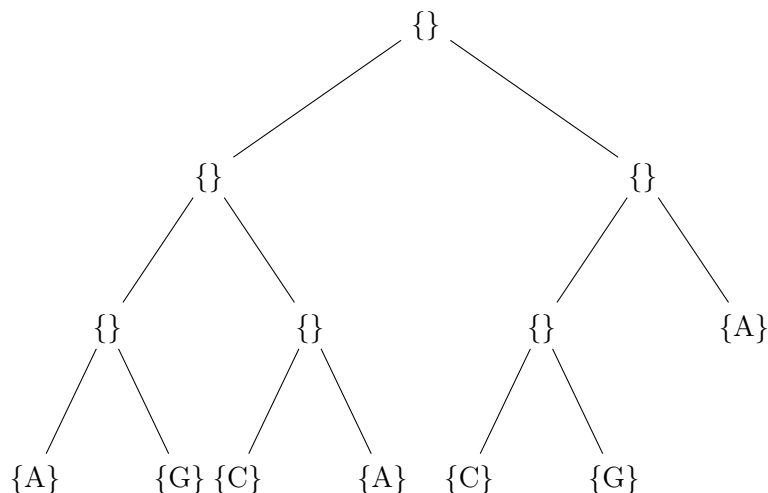
Länge des kürzesten Weges: $g(1, \{2, 3, 4\}) = 14$

kürzeste Rundreisen: 1-3-4-2-1 oder 1-2-4-3-1

2 Parsimony - Optimierung

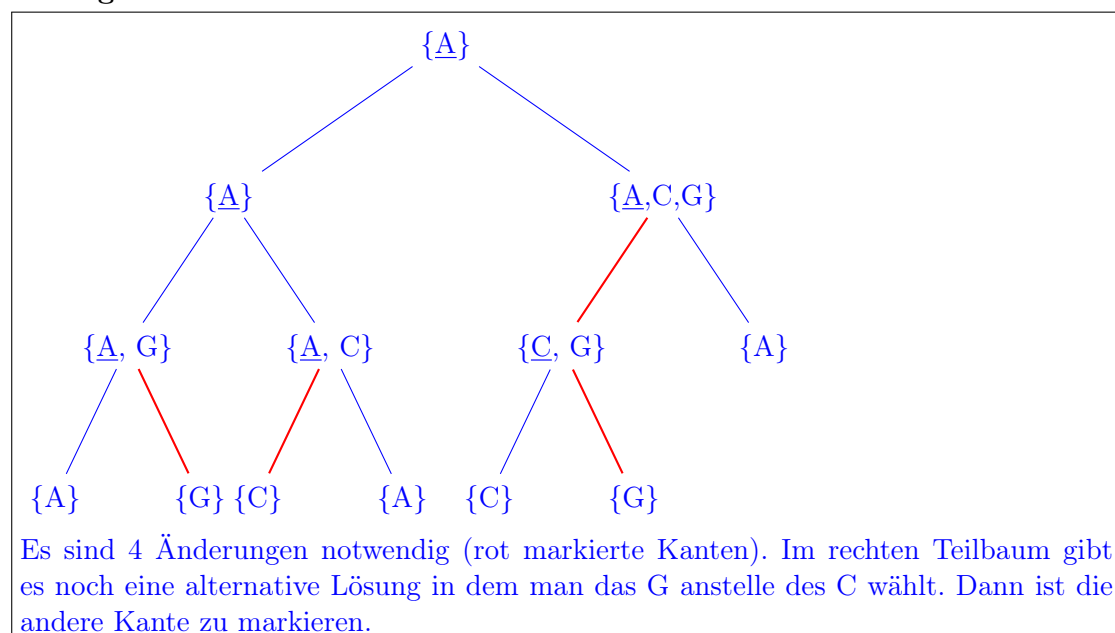
Gegeben ist folgender an den Blättern mit Daten belegter Baum

Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	Algorithmen und Datenstrukturen II SoSe 2024 – Freiwillige Serie 8		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 21.05.2024	Lösung am 28.05.2024	Seite 3/7



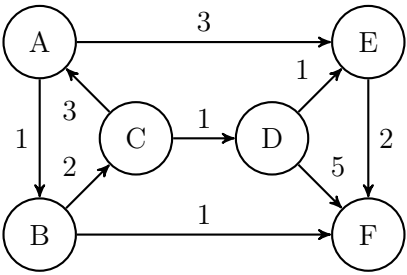
Verwenden sie den Fitch Algorithmus um die möglichen Belegungen der inneren Knoten zu bestimmen (Vorwärts-Rekursion), markieren sie eine der möglichen Belegungen (Rückwärts-Rekursion) und geben sie die Anzahl der nötigen Änderungen an. Heben sie die jeweiligen Kanten die zu einer Änderung führen hervor.

Lösung:



3 Dijkstra

Gegeben sei der folgende gewichtete gerichtete Graph $G = (V, E, w)$.



Benutzen Sie den Dijkstra-Algorithmus wie in der Vorlesung beschrieben, um die Längen der kürzesten Pfade von Knoten C zu allen anderen Knoten zu berechnen. Geben Sie direkt nach jeder Extraktion eines Knotens aus der Queue die aktuellen Werte $D[A], \dots, D[F]$ an. Geben Sie dann noch diese Werte nach Abschluss der Berechnung an. Ergeben sich mehrere Optionen bei der Knotenauswahl wählen Sie den lexikographisch kleinsten aus. Verwenden Sie folgende tabellarische Darstellung:

$D[A]$	$D[B]$	$D[C]$	$D[D]$	$D[E]$	$D[F]$	v

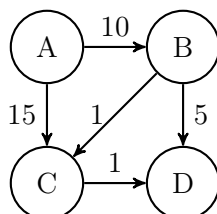
Lösung:

$D[A]$	$D[B]$	$D[C]$	$D[D]$	$D[E]$	$D[F]$	v
∞	∞	0	∞	∞	∞	<i>C</i>
3	∞	0	1	∞	∞	<i>D</i>
3	∞	0	1	2	6	<i>E</i>
3	∞	0	1	2	4	<i>A</i>
3	4	0	1	2	4	<i>B</i>
3	4	0	1	2	4	<i>F</i>
3	4	0	1	2	4	–

Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	Algorithmen und Datenstrukturen II SoSe 2024 – Freiwillige Serie 8		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 21.05.2024	Lösung am 28.05.2024	Seite 5/7

4 Warshall für Distanzen

Gegeben sei der folgende gewichtete gerichtete Graph $G = (V, E, w)$.



- (a) Wenden Sie den Warshall-Algorithmus wie in der Vorlesung beschrieben an, um die kürzesten Distanzen zwischen allen Knoten zu berechnen. Arbeiten Sie die Knoten in lexikographischer Reihenfolge ab. Geben Sie die aktuellen Distanzen direkt nach jedem äußeren Schleifendurchlauf an, also sobald sich j erhöht. Verwenden Sie folgende tabellarische Darstellung:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>				
<i>B</i>				
<i>C</i>				
<i>D</i>				

Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	Algorithmen und Datenstrukturen II SoSe 2024 – Freiwillige Serie 8		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 21.05.2024	Lösung am 28.05.2024	Seite 6/7

Lösung:

Notation für 1-basierte Arrays. Wir geben Triple, die Veränderungen im der Tabelle erzeugen, als $(i \rightarrow j \rightarrow k)$ an.

Initialisierung:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	10	15	∞
<i>B</i>	∞	0	1	5
<i>C</i>	∞	∞	0	1
<i>D</i>	∞	∞	∞	0

j=1 Knoten A:

Keine Änderungen, da keine Belegung von i eine Distanz $< \infty$ finden kann.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	10	15	∞
<i>B</i>	∞	0	1	5
<i>C</i>	∞	∞	0	1
<i>D</i>	∞	∞	∞	0

j=2 Knoten B:

$(A \rightarrow B \rightarrow C)$ und $(A \rightarrow B \rightarrow D)$

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	10	11	15
<i>B</i>	∞	0	1	5
<i>C</i>	∞	∞	0	1
<i>D</i>	∞	∞	∞	0

j=3 Knoten C:

$(A \rightarrow C \rightarrow D)$ und $(B \rightarrow C \rightarrow D)$

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	10	11	12
<i>B</i>	∞	0	1	2
<i>C</i>	∞	∞	0	1
<i>D</i>	∞	∞	∞	0

j=4: Knoten D: Keine Änderungen, da keine Belegung von k eine Distanz $< \infty$ finden kann.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	10	11	12
<i>B</i>	∞	0	1	2
<i>C</i>	∞	∞	0	1
<i>D</i>	∞	∞	∞	0

Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	Algorithmen und Datenstrukturen II SoSe 2024 – Freiwillige Serie 8		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 21.05.2024	Lösung am 28.05.2024	Seite 7/7

(b) Warum verbleiben Initialwerte (∞) in der Tabelle?

Lösung:

b) Da der Graph keine starke Zusammenhangskomponente darstellt, kann nicht von jedem Knoten aus jeder andere erreicht werden. Entsprechend können hier keine kürzesten Distanzen gefunden werden.