

Übungsblatt 5

- 1) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$,
- a) $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$,
- b) $\sqrt{n} \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 2\sqrt{n} - 1$. [Hinweis: nutzen Sie die 2.Binomische Formel um $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ als Bruch darzustellen.]

5 Punkte

- 2) a) Gegeben seien die komplexen Zahlen $z = 1 - i$ und $w = 2 + 3i$. Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ dar:

$$z + w, zw \text{ \& } \bar{z}\bar{w}, z/w, w/z, z^2 \text{ \& } z^{20}$$

- b) Bestimmen Sie Menge

$$M_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| \frac{z+3}{z-3} \right| = 2 \right\},$$

das heißt, leiten Sie eine exakte Beschreibung (auch im Sinne der Schulmathematik) her.

3+3 Punkte

Wie immer, begründen Sie Ihre Aussagen sorgfältig! Skizzen können und sollen der Lösungsfindung dienen, sind aber keine Beweise.

Bitte geben Sie pro Lösungsteam nur EINE Lösung ab !!!, die Korrekturen verzögern sich sonst unnötig. Danke.

Abgabe am 21.11.2024 11:00 online(Moodlekurs) oder 17:15 HS2 zur Vorlesung.