Wahrscheinlichkeitstheorie für Inf. & Lehramt  Prof. Dr. Max von Renesse
Wintersemester 2024/2025  Dr. S. Kliem, M. Hehl, A. Weiß

# Übungsblatt 6

---

**Aufgabe 1.** Fluggesellschaften haben festgestellt, dass Passagiere, die einen Flug gebucht haben, unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% nicht einchecken. Deshalb werden normalerweise mehr Tickets verkauft als es Sitzplätze im Flugzeug gibt.

Eine Fluggesellschaft hat für ein Flugzeug mit 18 Sitzen 20 Flugtickets verkauft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sitzplätze nicht ausreichen? Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit einmal exakt und einmal mit Hilfe der Poissonapproximation.

**Aufgabe 2.** Wir betrachten den Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} \mathrm{e}^{-n}.$$

Betrachten Sie eine Folge von Zufallsvariablen $X_n = \sum_{k=1}^n Y_k$, wobei $Y_1, Y_2, \ldots$ unabhängig identisch und Poisson-verteilte Zufallsvariablen mit Parameter 1 sind. Nutzen Sie den Zentralen Grenzwertsatz um den obigen Grenzwert zu berechnen.

Hinweis: Sie dürfen benutzen, falls $Z_i$, $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, unabhängig und identisch Poisson-verteilt mit Parametern $\lambda_i$ sind, so ist $\sum_{i=1}^n Z_i$ Poisson-verteilt mit Parameter $\sum_{i=1}^n \lambda_i$.

**Aufgabe 3.** Wir untersuchen den radioaktiven Zerfall eines $^{237}$U-Isotops von Uran. Dieses Isotop besitzt eine Halbwertszeit von 6,75 Tagen. Unter der Halbwertszeit versteht man den Median der Zerfallszeit. Der Median einer (reellwertigen) Zufallsvariablen $X$ ist diejenige Zahl $m \in \mathbb{R}$, so dass

$$\mathbb{P}(X \le m) \ge \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \mathbb{P}(X \ge m) \ge \frac{1}{2}$$

gilt. Mit Blick auf das Hausaufgabenblatt 6 ist der Median also genau das 0,5-Quantil.

(a) Sei $X$ eine exponentialverteilte Zufallsgröße mit Parameter $\lambda > 0$. Berechnen Sie den Median von $X$.

(b) Wir nehmen an, dass die Zeitdauer bis zum Zerfall eines $^{237}$U-Isotops exponentialverteilt mit Paramter $\lambda > 0$ ist. Wie groß ist $\lambda$?

(c) Bestimmen Sie die Zeitdauer, so dass mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit das Atom zerfallen ist.