Berechenbarkeit

Nikita Emanuel John Fehér, 3793479

12. Mai 2024
Mittwoch f 09:15-10:45 Maurice Funk

Hausaufgabe 2.4 (Mächtigkeit)

Beweisen Sie das folgende Theorem.
Für jeden endlichen Automaten $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ *existiert eine normierte 1-Band Turingmaschine* M_A *mit* $L(M_A) = L(A)$.
In Ihrem Beweis geben Sie bitte für einen beliebigen Automaten A eine *direkte* Konstruktion von M_A an, das heißt, vermeiden Sie die Verwendung von bereits bekannten Zusammenhängen zwischen Automaten und Grammatiken.

Hausaufgabe 2.5 (Turing-Berechenbarkeit)
Sei $f : \{1\}^* \dashrightarrow \{0, \#\}^*$ die partielle Funktion definiert durch

$$f(1'') = \begin{cases} 0^{\frac{n}{2}} \# 0^{\frac{n}{2}} & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ \perp & \text{sonst,} \end{cases}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass f Turing-berechenbar ist, d.h., dass es eine deterministische TM M mit $T(M) = f$ gibt. Geben Sie kurz und prägnant die Idee der Funktionsweise Ihrer TM an.

$$\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1, q_-, q_3, q_4, q_n, q_+\} \\
\Sigma &= \{1\} \\
\Gamma &= \{0, 1, \Box, \#\} \\
\lambda &\in \Sigma \cup \Gamma \\
\alpha &\in (\Sigma \cup \Gamma) \setminus \{\Box\} \\
(q_0, < \lambda, \lambda >) &\to (q_1, < (\lambda, \diamond), (\lambda, \diamond) >) \\
(q_1, < \Box, \Box >) &\to (q_3, < (\Box, \triangleleft), (\#, \triangleleft) >) \\
(q_1, < \Box, 1 >) &\to (q_-, < (\Box, \triangleright), (\Box, \triangleright) >) \\
(q_1, < 1, \Box >) &\to (q_1, < (1, \triangleright), (1, \diamond) >) \\
(q_1, < 1, 1 >) &\to (q_1, < (1, \triangleright), (\Box, \diamond) >) \\
(q_-, < \lambda, \lambda >) &\to (q_-, < (\Box, \triangleright), (\Box, \triangleright) >) \\
(q_3, < \Box, \lambda >) &\to (q_n, < (\Box, \diamond), (\lambda, \diamond) >) \\
(q_3, < 1, \Box >) &\to (q_4, < (1, \triangleleft), (0, \triangleright) >) \\
(q_3, < 1, 0 >) &\to (q_3, < (1, \diamond), (0, \triangleleft) >) \\
(q_3, < 1, \# >) &\to (q_3, < (1, \diamond), (\#, \triangleleft) >) \\
(q_4, < \Box, \lambda >) &\to (q_n, < (\Box, \triangleright), (\lambda, \diamond) >) \\
(q_4, < 1, \Box >) &\to (q_3, < (1, \triangleleft), (0, \triangleleft) >) \\
(q_4, < 1, 0 >) &\to (q_4, < (1, \diamond), (0, \triangleright) >) \\
(q_4, < 1, \# >) &\to (q_4, < (1, \diamond), (\#, \triangleright) >) \\
(q_n, < \lambda, \alpha >) &\to (q_n, < (\lambda, \diamond), (\alpha, \triangleleft) >) \\
(q_n, < \lambda, \Box >) &\to (q_+, < (\lambda, \diamond), (\Box, \diamond) >)
\end{aligned}$$

Meine Turingmaschine Überprüft zuerst ob die Anzahl der "Einsen" Gerade oder ungerade ist indem sie zwischen zwei zwischen auf dem zweiten band wechselt für jede eins die gelesen wird auf band eins. Je nachdem welches Zeichen auf Band 2 steht wenn alle "Einsen" gelesen wurden geht sie in die endlos schleife über oder in q_3.
Hier wird ein # geschrieben und für jede 1 die gelesen wird einmal nach links oder rechts bis zum ende aller nicht $\Box$ gegangen um dort eine 0 zu schreiben und umzukehren, dabei bewegt sich die Turingmaschine auf dem ersten band eins nach links, solange bis alle "Einsen" gelesen wurden.

Hausaufgabe 2.6 (LOOP-Programme)

Geben Sie ein LOOP-Programm an, das die Funktion $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, definiert durch

$$f(n_1, n_2) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n_1 = n_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet.

```
x_a = n_1; x_b = n_2; x_z = 1; x_1 = 0;
LOOP(n_1){
    x_b = x_b -1;
};
LOOP(x_b){
    x_z = 0;
};
LOOP(x_z){
    LOOP(n_2){
        x_a=x_a-1;
    };
    x_z = 1;
    LOOP(x_a){
        x_z=0;
    };
    LOOP(x_z){
        x_1=1;
    };
};
```