# Übungsblatt 4

1) a) Zeigen Sie, direkt aus der Def 2.28 (und FU), dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $x^2 = |x|^2$.

   b) Beweisen Sie nun (nur unter Nutzung der Behauptungen vor Bemerkung 2.32), dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$ die Identität $|xy| = |x||y|$ gilt. (FU eigentlich unnötig)

   c) Beweisen Sie auch, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$ immer

$$||x| - |y|| \leq |x - y|$$

   gilt, nutzen Sie nur Lemma 2.30 und die Dreiecksungleichung. (FU is unnötig, obige Ungleichung gilt auch für Abstände in Ebene & Raum(wenn $|z|$ Abstand $z$ zum Ursprung 0), wo positiv/negativ FU klar unmöglich).

$2 + 1 + 2$ Punkte

2) a) Sei $M \subset \mathbb{R}$, dann ist (siehe VL) $-M = \{m : -m \in M\}$ und $OS(M)$ bzw $US(M)$ die Menge der oben und unteren Schranken von $M$. Zeigen Sie, wenn $M$ von unten beschränkt, dann

$$OS(-M) = -US(M) \text{ und } -\sup(-M) = \inf(M).$$

   b) Seien $\emptyset \neq M \subset N \subset \mathbb{R}$ beschränkte Mengen. Zeigen Sie, dass $\sup(M) \leq \sup(N)$.

   c) Beweisen Sie (direkt aus Def 2.42 und Satz 2.43, dh ohne Benutzung späterer Resultate): wenn $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ dann $n \geq 2(= 1 + 1)$! Wenn Sie hierfür Mengen(Beispiele) aus der Vorlesung nutzen, zeigen Sie deren dort nur behaupteten entscheidenden Eigenschaften vollständig!

$2 + 1 + 2$ Punkte

Wie immer, begründen Sie Ihre Aussagen sorgfältig! Skizzen können und sollen der Lösungsfindung dienen, sind aber keine Beweise.

**Bitte geben Sie pro Lösungsteam nur EINE Lösung ab**, die Korrekturen verzögern sich sonst unnötig. Danke.

---

**Abgabe** am 14.11.2024 11:00 online(Moodlekurs) oder 17:15 HS2 zur Vorlesung.