UNIVERSITÄT LEIPZIG

Vorlesung 7 - Funktionen und Ordnungsrelationen

Diskrete Strukturen (WS 2024-25)

Łukasz Grabowski

Mathematisches Institut

1. Wiederholung

2. Invertierung von Funktionen

3. Einseitege Inversen

4. Ordnungsrelationen

5. Schranken, Maxima und Minima

6. Infima und Suprema

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M,

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt,

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben,

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren,

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich,

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$,

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.

- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.

- $f : M \to N$ ist injektiv gdw

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f : M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M :$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f: M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M: \; x \neq y$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f : M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M : \; x \neq y \to f(x) \neq f(y)$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f\colon M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M\colon\; x \neq y \to f(x) \neq f(y)$
- $f\colon M \to N$ ist surjektiv gdw

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f: M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M: \ x \neq y \to f(x) \neq f(y)$
- $f: M \to N$ ist surjektiv gdw $\forall b \in N$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f : M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M : \; x \neq y \to f(x) \neq f(y)$
- $f : M \to N$ ist surjektiv gdw $\forall b \in N \exists a \in M \mid$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f : M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M: \; x \neq y \to f(x) \neq f(y)$
- $f : M \to N$ ist surjektiv gdw $\forall b \in N \exists a \in M \mid f(a) = b$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f : M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M: \; x \neq y \to f(x) \neq f(y)$
- $f : M \to N$ ist surjektiv gdw $\forall b \in N \exists a \in M \mid f(a) = b$
- $f : M \to N$ ist bijektive gdw

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M, dann ist $M/\equiv$ eine Zerlegung von M. Umgekehrt, wenn wir eine Zerlegung $\mathcal{K}$ von M haben, dann können wir eine Äquivalenzrelation definieren, sodass die Äquivalenzklassen gleich zu $\mathcal{K}$ sind.
- Funktionen sind spezielle Relationen. Nähmlich, $f \subset M \times N$ ist eine Funktion gdw für jedes $m \in M$ existiert genau ein Element $n \in M$ so dass $(m, n) \in f$. Wir schreiben $f(m) = n$, oder $m \mapsto n$.
- $f: M \to N$ ist injektiv gdw $\forall x, y \in M: \; x \neq y \to f(x) \neq f(y)$
- $f: M \to N$ ist surjektiv gdw $\forall b \in N \exists a \in M \mid f(a) = b$
- $f: M \to N$ ist bijektive gdw f ist injektiv und surjektiv.

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren.

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren.

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f;g(x) = g(f(x))$.

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f;g(x) = g(f(x))$.
- Komposition ist assoziativ:

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f;g(x) = g(f(x))$.
- Komposition ist assoziativ: $(f;g);h =$

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f;g(x) = g(f(x))$.
- Komposition ist assoziativ: $(f;g);h = f;(g;h)$.

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f: M \to N, g: N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f; g: M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f; g(x) = g(f(x))$.
- Komposition ist assoziativ: $(f; g); h = f; (g; h)$.
- Wenn f, g beide injektiv

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f;g(x) = g(f(x))$.
- Komposition ist assoziativ: $(f;g);h = f;(g;h)$.
- Wenn f, g beide injektiv (bzw. surjektiv oder bijektiv) sind,

- Funktionen sind Relationen, und Relation können wir komponieren. Deswegen können wir auch Funktionen komponieren. Wir haben bewiesen dass wenn $f\colon M \to N, g\colon N \to P$ sind zwei Funktionen dann $f;g\colon M \to P$ ist auch eine Funktion.
- Es gilt $f;g(x) = g(f(x))$.
- Komposition ist assoziativ: $(f;g);h = f;(g;h)$.
- Wenn f, g beide injektiv (bzw. surjektiv oder bijektiv) sind, dann hat auch $f;g$ die entsprechende Eigenschaft.

1. Wiederholung

2. Invertierung von Funktionen

3. Einseitege Inversen

4. Ordnungsrelationen

5. Schranken, Maxima und Minima

6. Infima und Suprema

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist

- Eine Funktion $f: M \to N$ ist invertierbar

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert,

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass

$$f \mathbin{;} g$$

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass

$$f \,;\, g = \mathrm{id}_M$$

und

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass

$$f\ ;g = \mathrm{id}_M$$

und

$$g\ ;f = \mathrm{id}_N.$$

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass

$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$$

  und

$$g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$

- Äquivalent gesagt:

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass
$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$$
und
$$g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$
- Äquivalent gesagt: für alle $m \in M$

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass
$$f \,;\, g = \mathrm{id}_M$$
und
$$g \,;\, f = \mathrm{id}_N.$$
- Äquivalent gesagt: für alle $m \in M$ gilt

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass

$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$$

und

$$g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$

- Äquivalent gesagt: für alle $m \in M$ gilt $g(f(m)) = m$

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass
$$f\,;g = \mathrm{id}_M$$
und
$$g\,;f = \mathrm{id}_N.$$
- Äquivalent gesagt: für alle $m \in M$ gilt $g(f(m)) = m$ und für alle $n \in N$

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass
$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$$
und
$$g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$
- Äquivalent gesagt: für alle $m \in M$ gilt $g(f(m)) = m$ und für alle $n \in N$ gilt

- Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. eine Funktion $g\colon N \to M$ existiert, so dass
$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$$
und
$$g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$
- Äquivalent gesagt: für alle $m \in M$ gilt $g(f(m)) = m$ und für alle $n \in N$ gilt $f(g(n)) = n$.

- Kandidat für die inverse Funktion:

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f: M \to N$ eine Funktion.

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f: M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist,

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$,

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f \colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, (a, x)

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a))$

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$.

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$,

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$, dann existiert $m \in M$

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$, dann existiert $m \in M$ mit $(m, n) \in f$.

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$, dann existiert $m \in M$ mit $(m, n) \in f$. Dann auch $(n, m) \in f^{-1}$,

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$, dann existiert $m \in M$ mit $(m, n) \in f$. Dann auch $(n, m) \in f^{-1}$, und deswegen

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$, dann existiert $m \in M$ mit $(m, n) \in f$. Dann auch $(n, m) \in f^{-1}$, und deswegen $(n, n) \in f^{-1}; f$. Das zeigt dass

- Kandidat für die inverse Funktion: Die inverse Relation f^{-1}

Lemma. Sei $f\colon M \to N$ eine Funktion. Für alle $m \in M$ und $n \in N$ gelten

- $(m, m) \in f; f^{-1}$
- $(f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$. Wenn f surjektiv ist, dann $(f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$.

Beweis.

- $(m, f(m)) \in f$, $(f(m), m) \in f^{-1}$. Deswegen $(m, m) \in f; f^{-1}$.
- Sei $(n, x) \in f^{-1}; f$. Dann $(n, a) \in f^{-1}$, $(a, x) = (a, f(a)) \in f$. Weil $(n, a) \in f^{-1}$, schließen wir $f(a) = n$. Das zeigt dass $f^{-1}; f \subset \mathrm{id}_N$.

  Wenn f surjektiv ist und $n \in N$, dann existiert $m \in M$ mit $(m, n) \in f$. Dann auch $(n, m) \in f^{-1}$, und deswegen $(n, n) \in f^{-1}; f$. Das zeigt dass $\mathrm{id}_N \subset f^{-1}; f$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar

Satz. Eine Funktion $f : M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis.

Satz. Eine Funktion $f: M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. $(\to)$

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. $(\to)$ Sei f invertierbar.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. $(\to)$ Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \,;\, g = \mathrm{id}_M$ und $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f:

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \,;\, g = \mathrm{id}_M$ und $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$ und $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x =$$

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. $(\to)$ Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$ und $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) =$$

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M$ und $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) =$$

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \,;\, g = \mathrm{id}_M$ und $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) = y.$$

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) = y.$$

- Surjektivität von f.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) = y.$$

- Surjektivität von f. Sei $n \in N$ beliebig.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. $(\to)$ Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) = y.$$

- Surjektivität von f. Sei $n \in N$ beliebig. Dann ist $f(g(n)) = n$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. $(\to)$ Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f \,;\, g = \mathrm{id}_M$ und $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) = y.$$

- Surjektivität von f. Sei $n \in N$ beliebig. Dann ist $f(g(n)) = n$. Also existiert ein $m \in M$, so dass $f(m) = n$,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

Beweis. ($\to$) Sei f invertierbar. Dann existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f\,;g = \mathrm{id}_M$ und $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Injektivität von f: Seien $x, y \in M$ mit $f(x) = f(y)$. Zu zeigen: $x = y$. Es gilt

$$x = g(f(x)) = g(f(y)) = y.$$

- Surjektivität von f. Sei $n \in N$ beliebig. Dann ist $f(g(n)) = n$. Also existiert ein $m \in M$, so dass $f(m) = n$, nämlich $m := g(n)$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}:

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.

- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir $f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir $f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$, und $\mathrm{id}_N \subset f; f^{-1}$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.

- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir $f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$, und $\mathrm{id}_N \subset f; f^{-1}$. Da $f; f^{-1}$ ist eine Funktion,

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.

- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir $f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$, und $\mathrm{id}_N \subset f; f^{-1}$. Da $f; f^{-1}$ ist eine Funktion, folgt aus der Eindeutigkeit

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.
- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir $f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$, und $\mathrm{id}_N \subset f; f^{-1}$. Da $f; f^{-1}$ ist eine Funktion, folgt aus der Eindeutigkeit $\mathrm{id}_N = f; f^{-1}$.

Satz. Eine Funktion $f\colon M \to N$ ist invertierbar gdw. sie bijektiv ist.

$\leftarrow$ Sei f bijektiv. Wir zeigen, dass f^{-1} eine Funktion ist.

- Totalität von f^{-1}: Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $(n, m) \in f^{-1}$.

- Eindeutigkeit. Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$. Da f injektiv ist, folgt $x = y$.

Aus dem Lemma wissen wir $f^{-1}; f = \mathrm{id}_N$, und $\mathrm{id}_N \subset f; f^{-1}$. Da $f; f^{-1}$ ist eine Funktion, folgt aus der Eindeutigkeit $\mathrm{id}_N = f; f^{-1}$.

$\square$

Satz.

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion)

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f : M \to N$ und seien $g, g' : N \to M$ mit

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f \,;\, g = \mathrm{id}_M,$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f : M \to N$ und seien $g, g' : N \to M$ mit

$$f \,;\, g = \mathrm{id}_M, \quad g \,;\, f = \mathrm{id}_N,$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M, \quad g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f \mathbin{;} g' = \mathrm{id}_M,$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f : M \to N$ und seien $g, g' : N \to M$ mit

$$f \,;\, g = \mathrm{id}_M, \quad g \,;\, f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f \,;\, g' = \mathrm{id}_M, \quad g' \,;\, f = \mathrm{id}_N.$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f \colon M \to N$ und seien $g, g' \colon N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M, \quad g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f \mathbin{;} g' = \mathrm{id}_M, \quad g' \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f : M \to N$ und seien $g, g' : N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g =$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g = g\,;\mathrm{id}_M =$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g = g\,;\mathrm{id}_M = g\,;(f\,;g') =$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f \,;\, g = \mathrm{id}_M, \quad g \,;\, f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f \,;\, g' = \mathrm{id}_M, \quad g' \,;\, f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g = g \,;\, \mathrm{id}_M = g \,;\, (f \,;\, g') = (g \,;\, f) \,;\, g' =$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g = g\,;\mathrm{id}_M = g\,;(f\,;g') = (g\,;f)\,;g' = \mathrm{id}_N\,;g' =$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f\colon M \to N$ und seien $g, g'\colon N \to M$ mit

$$f\,;g = \mathrm{id}_M, \quad g\,;f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f\,;g' = \mathrm{id}_M, \quad g'\,;f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g = g\,;\mathrm{id}_M = g\,;(f\,;g') = (g\,;f)\,;g' = \mathrm{id}_N\,;g' = g'.$$

Satz. (Eindeutigkeit der inversen Funktion) Sei $f: M \to N$ und seien $g, g': N \to M$ mit

$$f \mathbin{;} g = \mathrm{id}_M, \quad g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N,$$

und

$$f \mathbin{;} g' = \mathrm{id}_M, \quad g' \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N.$$

Dann gilt $g = g'$.

Beweis. Wegen der Assoziativität der Komposition gilt

$$g = g \mathbin{;} \mathrm{id}_M = g \mathbin{;} (f \mathbin{;} g') = (g \mathbin{;} f) \mathbin{;} g' = \mathrm{id}_N \mathbin{;} g' = g'.$$

$\square$

1. Wiederholung

2. Invertierung von Funktionen

3. Einseitege Inversen

4. Ordnungsrelationen

5. Schranken, Maxima und Minima

6. Infima und Suprema

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$,

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f; g = \mathrm{id}_M$.

Beweis.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total,

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f; g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion).

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f; g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher:

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) =$

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n =$

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv,

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt:

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$,

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

Zu zeigen:

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

Zu zeigen: wenn $m \in m$ dann $f;g(m) = g(f(m)) = m$,

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f; g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

Zu zeigen: wenn $m \in m$ dann $f; g(m) = g(f(m)) = m$, Da $f(m) \in f(M)$,

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

Zu zeigen: wenn $m \in m$ dann $f;g(m) = g(f(m)) = m$, Da $f(m) \in f(M)$, folgt $g(f(m)) =$

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f; g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n, x) \in f^{-1}$ und $(n, y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

Zu zeigen: wenn $m \in m$ dann $f; g(m) = g(f(m)) = m$, Da $f(m) \in f(M)$, folgt $g(f(m)) = f^{-1}(f(m)) = m$.

In Anwendungen wie zum Beispiel die Verschlüsselung sind die Funktionen, mit denen wir arbeiten, häufig nicht bijektiv, sondern nur injektiv. In diesem Fall spricht man von einer einseitigen Inverse.

Satz. Für jede injektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $f;g = \mathrm{id}_M$.

Beweis. Die Relation f^{-1} ist eindeutig (doch generell nicht total, also keine Funktion). Wir zeigen es wie früher: Seien $(n,x) \in f^{-1}$ und $(n,y) \in f^{-1}$. Folglich gilt $f(x) = n = f(y)$ und da f ist injektiv, folgt $x = y$.

Sei $m_0 \in M$ beliebig. Wir definieren $g\colon N \to M$ wie folgt: wenn $n \in f(M)$ dann $g(n) := f^{-1}(n)$, und sonst $g(n) := m_0$.

Zu zeigen: wenn $m \in m$ dann $f;g(m) = g(f(m)) = m$, Da $f(m) \in f(M)$, folgt $g(f(m)) = f^{-1}(f(m)) = m$. $\square$

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist,

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f : M \to N$

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f: M \to N$ existiert eine Funktion $g: N \to M$,

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist,

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1}

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse "auf der anderen Seite" ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig,

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig, also auch keine Funktion.

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig, also auch keine Funktion.
- Der Beweis folgt nun einer simplen Idee:

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig, also auch keine Funktion.
- Der Beweis folgt nun einer simplen Idee: Wir wählen für jedes Element $n \in N$

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f: M \to N$ existiert eine Funktion $g: N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig, also auch keine Funktion.
- Der Beweis folgt nun einer simplen Idee: Wir wählen für jedes Element $n \in N$ ein beliebiges Urbild

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig, also auch keine Funktion.
- Der Beweis folgt nun einer simplen Idee: Wir wählen für jedes Element $n \in N$ ein beliebiges Urbild $m_n \in f^{-1}(\{n\})$,

Einseitige Inversen haben wir auch für surjektive Funtionen (doch zu bemerken ist dass die Inverse “auf der anderen Seite” ist, im Vergleich zu surjektiven Funtionen)

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

- Da die Funktion f nicht immer injektiv ist, ist unser Kandidat f^{-1} im Allgemeinen nicht eindeutig, also auch keine Funktion.
- Der Beweis folgt nun einer simplen Idee: Wir wählen für jedes Element $n \in N$ ein beliebiges Urbild $m_n \in f^{-1}(\{n\})$, und bauen so aus f^{-1} die gesuchte Funktion g.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist,

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Zu zeigen: $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Zu zeigen: $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$. Für alle $n \in N$ gilt

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g\,;f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Zu zeigen: $g\,;f = \mathrm{id}_N$. Für alle $n \in N$ gilt

$$f(g(n)) =$$

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Zu zeigen: $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$. Für alle $n \in N$ gilt

$$f(g(n)) = f(m_n) =$$

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt “Auswahlaxiom”) Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Zu zeigen: $g \,;\, f = \mathrm{id}_N$. Für alle $n \in N$ gilt

$$f(g(n)) = f(m_n) = n.$$

Satz. Für jede surjektive Funktion $f\colon M \to N$ existiert eine Funktion $g\colon N \to M$, so dass $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$.

Beweis. (nutzt "Auswahlaxiom") Sei $n \in N$ beliebig. Da f surjektiv ist, existiert $m \in M$ mit $f(m) = n$. Also $f^{-1}(\{n\}) \neq \emptyset$.

Wähle ein $m_n \in f^{-1}(\{n\})$ für jedes $n \in N$. Wir definieren die Funktion $g\colon N \to M$ durch $g(n) := m_n$.

Zu zeigen: $g \mathbin{;} f = \mathrm{id}_N$. Für alle $n \in N$ gilt

$$f(g(n)) = f(m_n) = n.$$

□

Im Allgemeinen ist es nicht möglich,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit (“algorithmish”) zu definieren.

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich -

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit (“algorithmish”) zu definieren. Die Urbilde von Elementen können “ununterscheidbar” sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben.

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.
- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.
- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit (“algorithmish”) zu definieren. Die Urbilde von Elementen können “ununterscheidbar” sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle “ersten Prinzipien” (so-genannte “Axiome”), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904)

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit (“algorithmish”) zu definieren. Die Urbilde von Elementen können “ununterscheidbar” sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle “ersten Prinzipien” (so-genannte “Axiome”), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$ mit $c(M) \in M$

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$ mit $c(M) \in M$ für alle $M \in \mathcal{X}$.

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$ mit $c(M) \in M$ für alle $M \in \mathcal{X}$.

- In der Konstruktion der einseitigen Inverse,

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$ mit $c(M) \in M$ für alle $M \in \mathcal{X}$.

- In der Konstruktion der einseitigen Inverse, nehmen wir

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

> (Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$ mit $c(M) \in M$ für alle $M \in \mathcal{X}$.

- In der Konstruktion der einseitigen Inverse, nehmen wir $\mathcal{X} :=$

Im Allgemeinen ist es nicht möglich, die Funktion g im vorherigen Beweis explizit ("algorithmish") zu definieren. Die Urbilde von Elementen können "ununterscheidbar" sein.

- In vielen konkreten Situationen ist dies möglich - zum Beispiel können wir eine surjektive Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ haben. In diesem Fall könnten wir die einseitige Inverse $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definieren, indem wir das kleinste Element im Vorbild wählen.

- Aber im Allgemeinen, wenn wir die gesamte Mathematik aufbauen würden, indem wir alle "ersten Prinzipien" (so-genannte "Axiome"), die wir verwenden, sorgfältig angeben, müssten wir auch das Auswahlaxiom explizit aufnehmen.

(Auswahlaxiom, Zermelo 1904) Für jede Menge $\mathcal{X}$ von nicht-leeren Mengen gibt es eine Auswahlfunktion, d.h. Funktion $c\colon \mathcal{X} \to \bigcup \mathcal{X}$ mit $c(M) \in M$ für alle $M \in \mathcal{X}$.

- In der Konstruktion der einseitigen Inverse, nehmen wir $\mathcal{X} := \{f^{-1}(n)\colon n \in N\}$

1. Wiederholung

2. Invertierung von Funktionen

3. Einseitege Inversen

4. Ordnungsrelationen

5. Schranken, Maxima und Minima

6. Infima und Suprema

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine **Ordnungsrelation** gdw. sie reflexiv,

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge,

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig,

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge,

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge oder eine Kette.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge oder eine Kette.
- Die Schreibweise $(M, \preceq)$ bedeutet

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge oder eine Kette.
- Die Schreibweise $(M, \preceq)$ bedeutet dass wir uns die Menge M

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge oder eine Kette.
- Die Schreibweise $(M, \preceq)$ bedeutet dass wir uns die Menge M nun geordnet vorstellen.

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge oder eine Kette.
- Die Schreibweise $(M, \preceq)$ bedeutet dass wir uns die Menge M nun geordnet vorstellen. Das ist ein Beispiel von einer

Wir haben die Relationen $\leq$ auf $\mathbb{Z}$ und $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$, wo M eine beliebige Menge ist. Diese sind Beispiele von Ordnungsrelationen. Die algemeine Definition ist wie folgt.

Eine Relation $\preceq$ auf M ist eine Ordnungsrelation gdw. sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist.

- Das Paar $(M, \preceq)$ heißt dann eine geordnete Menge, oder auch eine teilweise geordnete Menge.
- Ist $\preceq$ auch vollständig, dann heißt $(M, \preceq)$ auch total geordnete Menge, linear geordnete Menge oder eine Kette.
- Die Schreibweise $(M, \preceq)$ bedeutet dass wir uns die Menge M nun geordnet vorstellen. Das ist ein Beispiel von einer mathematischen Struktur

Beispiele

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation,

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:**

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $\mid = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst,

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
    - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:**

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$,

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
    - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
    - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
    - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$.

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
    - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
    - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
    - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$,

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
  - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$, so dass $kx = y$

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
    - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
    - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
    - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$, so dass $kx = y$ und $ny = z$. Also

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $\mid\; = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
  - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$, so dass $kx = y$ und $ny = z$. Also $z =$

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
    - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
    - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
    - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$, so dass $kx = y$ und $ny = z$. Also $z = ny =$

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n \text{ teilt } n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
  - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$, so dass $kx = y$ und $ny = z$. Also $z = ny = n(kx) = (nk)x$,

Beispiele

- Die Identität id_M ist eine Ordnungsrelation, aber nicht vollständig.
- $(\mathbb{N}, \leq)$ ist eine total geordnete Menge.
- Für jede Menge M ist $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ eine teilweise geordnete Menge.
- Die Teilbarkeitsrelation $| = \{(n, n') \in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \mid n$ teilt $n'\}$ ist eine Ordnungsrelation.
  - **Reflexivität:** Für alle $x \in \mathbb{N}_+$ teilt x sich selbst, also $x \mid x$.
  - **Antisymmetrie:** Seien $x \mid y$ und $y \mid x$. Dann gelten $x \leq y$ und $y \leq x$, womit $x = y$.
  - **Transitivität:** Seien $x \mid y$ und $y \mid z$. D. h. es existieren $k, n \in \mathbb{N}_+$, so dass $kx = y$ und $ny = z$. Also $z = ny = n(kx) = (nk)x$, womit auch $x \mid z$ gilt.

Teilweise geordnete Mengen lassen sich durch Hasse-Diagramme visualisieren.

Teilweise geordnete Mengen lassen sich durch Hasse-Diagramme visualisieren.

Hasse-Diagramm für $(\mathbb{N}, \leq)$:

Teilweise geordnete Mengen lassen sich durch Hasse-Diagramme visualisieren.

Hasse-Diagramm für $(\mathbb{N}, \leq)$:

$$\begin{tikzcd}[arrows=-]
\vdots \arrow[d, dotted] \\
3 \arrow[d] \\
2 \arrow[d] \\
1 \arrow[d] \\
0
\end{tikzcd}$$

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.
- Kanten aus id_M

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.
- Kanten aus id_M (Schleifen)

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.
- Kanten aus id_M (Schleifen) werden nicht dargestellt

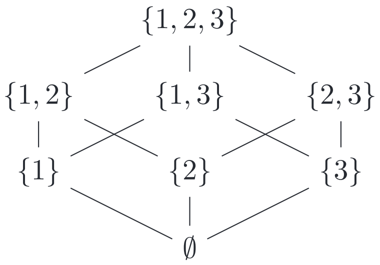
- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.
- Kanten aus id_M (Schleifen) werden nicht dargestellt
- Ebenso Kanten,

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.
- Kanten aus id_M (Schleifen) werden nicht dargestellt
- Ebenso Kanten, die sich vermittels Transitivität

- Alle Kanten sind per Konvention nach oben gerichtet.
- Eine Kante von x nach y bedeutet dass (x, y) ist in der Ordnungsrelation also $x \preceq x$.
- Kanten aus id_M (Schleifen) werden nicht dargestellt
- Ebenso Kanten, die sich vermittels Transitivität aus anderen Kanten ergeben.

Hasse-Digramm für $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$:

Hasse-Digramm für $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$:



Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

Beispiele

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

Beispiele

- Die Menge $\mathbb{N}$ ist eine Teilkette

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

Beispiele

- Die Menge $\mathbb{N}$ ist eine Teilkette von $(\mathbb{Z}, \leq)$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

Beispiele

- Die Menge $\mathbb{N}$ ist eine Teilkette von $(\mathbb{Z}, \leq)$
- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{2, 3\}\}$ ist eine Teilkette

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

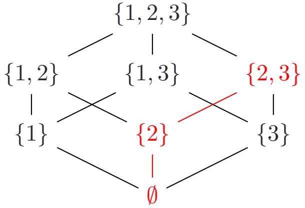
Beispiele

- Die Menge $\mathbb{N}$ ist eine Teilkette von $(\mathbb{Z}, \leq)$
- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Eine Teilmenge $X \subseteq M$ ist eine Teilkette von $(M, \preceq)$ gdw. $x \preceq y$ oder $y \preceq x$ für alle $x, y \in X$.

Beispiele

- Die Menge $\mathbb{N}$ ist eine Teilkette von $(\mathbb{Z}, \leq)$
- Die Menge $\{\emptyset,\ \{2\},\ \{2,\ 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}), \subseteq)$



Beispiele

Beispiele

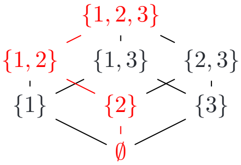
- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette

Beispiele

- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$

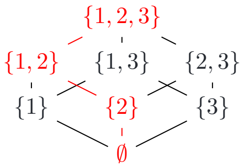
Beispiele

- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$



Beispiele

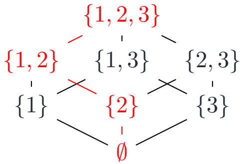
- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$



- Die Menge $\{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3\}\}$ ist <u>keine</u> Teilkette

Beispiele

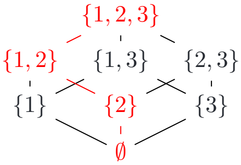
- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$



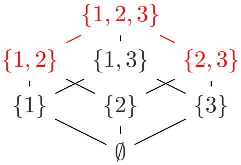
- Die Menge $\{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3\}\}$ ist <u>keine</u> Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$.

Beispiele

- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$

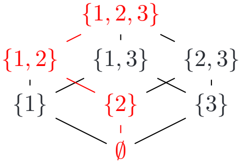


- Die Menge $\{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3\}\}$ ist <u>keine</u> Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$.

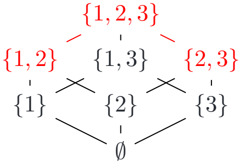


Beispiele

- Die Menge $\{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ist eine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$



- Die Menge $\{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3\}\}$ ist keine Teilkette von $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$.



- Wir dürfen jedoch die geordnete Menge $(\{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3\}\}, \subseteq)$ betrachten.

1. Wiederholung

2. Invertierung von Funktionen

3. Einseitege Inversen

4. Ordnungsrelationen

5. Schranken, Maxima und Minima

6. Infima und Suprema

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$;

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$; d. h. es gibt keine echt größeren Elemente,

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$; d. h. es gibt keine echt größeren Elemente,
- minimal gdw. $m \not\preceq x$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$; d. h. es gibt keine echt größeren Elemente,
- minimal gdw. $m \not\preceq x$ für alle $m \in M$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$; d. h. es gibt keine echt größeren Elemente,
- minimal gdw. $m \not\preceq x$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$;

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge. Ein Element $x \in M$ ist

- maximal gdw. $x \not\preceq m$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$; d. h. es gibt keine echt größeren Elemente,
- minimal gdw. $m \not\preceq x$ für alle $m \in M$ mit $m \neq x$; d. h. es gibt keine echt kleineren Elemente.

Beispiele

Beispiele

- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element

Beispiele

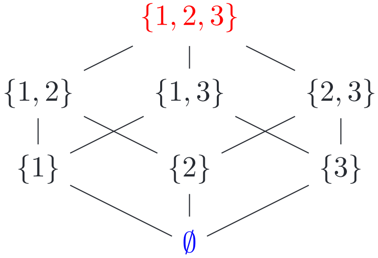
- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.

Beispiele

- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.
- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}), \subseteq)$

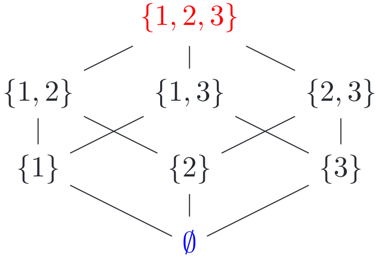
Beispiele

- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.
- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}), \subseteq)$



Beispiele

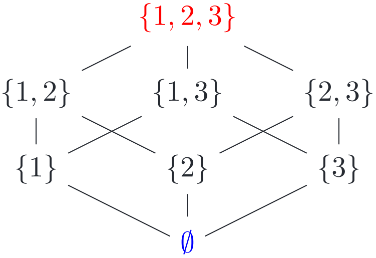
- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.
- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}), \subseteq)$



maximale Elemente:

Beispiele

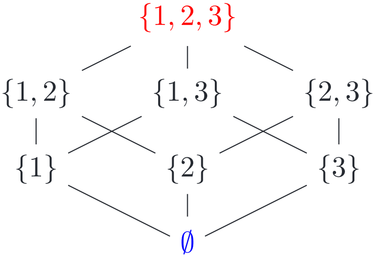
- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.
- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}), \subseteq)$



maximale Elemente: $\{1,\ 2,\ 3\}$

Beispiele

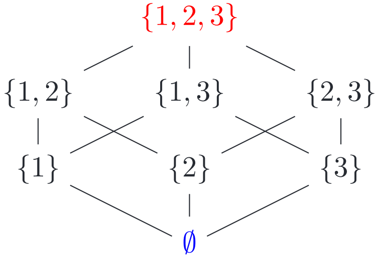
- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.
- $(\mathcal{P}(\{1,\,2,\,3\}), \subseteq)$



maximale Elemente: $\{1,\,2,\,3\}$ minimale Elemente:

Beispiele

- In $(\mathbb{N}, \leq)$ haben wir 0 als einziges minimales Element und keine maximalen Elemente.
- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}), \subseteq)$



maximale Elemente: $\{1,\ 2,\ 3\}$ minimale Elemente: $\emptyset$

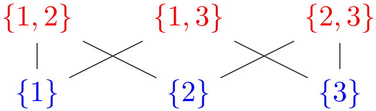
Beispiele

Beispiele

- $(\mathcal{P}(\{1,\, 2,\, 3\}) \setminus \{\emptyset,\, \{1,\, 2,\, 3\}\}, \subseteq)$

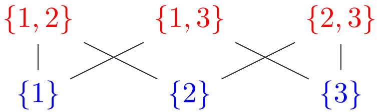
Beispiele

- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}) \setminus \{\emptyset,\ \{1,\ 2,\ 3\}\}, \subseteq)$



Beispiele

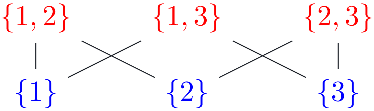
- $(\mathcal{P}(\{1,\ 2,\ 3\}) \setminus \{\emptyset,\ \{1,\ 2,\ 3\}\}, \subseteq)$



maximale Elemente:

Beispiele

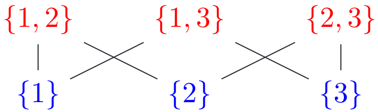
- $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) \setminus \{\emptyset, \{1, 2, 3\}\}, \subseteq)$



maximale Elemente: $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ und $\{2, 3\}$,

Beispiele

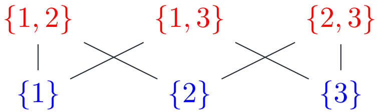
- $(\mathcal{P}(\{1,\, 2,\, 3\}) \setminus \{\emptyset,\, \{1,\, 2,\, 3\}\}, \subseteq)$



maximale Elemente: $\{1,\, 2\}$, $\{1,\, 3\}$ und $\{2,\, 3\}$, minimale Elemente:

Beispiele

- $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) \setminus \{\emptyset, \{1, 2, 3\}\}, \subseteq)$



maximale Elemente: $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ und $\{2, 3\}$, minimale Elemente: $\{1\}$, $\{2\}$ und $\{3\}$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$;

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente,

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils die Menge der oberen

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils die Menge der oberen und unteren Schranken.

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils die Menge der oberen und unteren Schranken. Mit $\max X$ und $\min X$

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils die Menge der oberen und unteren Schranken. Mit $\max X$ und $\min X$ bezeichnen wir jeweils das größte

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils die Menge der oberen und unteren Schranken. Mit $\max X$ und $\min X$ bezeichnen wir jeweils das größte and das kleinste Element von X

Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$. Ein Element $m \in M$ ist

- eine obere Schranke für X gdw. $x \preceq m$ für alle $x \in X$; d. h. größer als alle Elemente aus X,
- das größte Element von X gdw. $m \in X$ und m obere Schranke für X ist;
- Die Begriffe untere Schranke und kleinstes Element werden analog definiert. Ein element m ist eine untere Schranke falls $\forall x \in X$ gilt $m \preceq m$. Und m ist das kleinste Element von X wenn $m \in X$ und m ist eine untere Schranke.
- Es gibt höchstens ein größtes (bzw. kleinstes) Element von X. Wenn m, n sind beide die größten Elemente, dann $m \preceq n$ und $n \preceq m$, also $m = n$.
- Wir bezeichnen mit $\uparrow X$ und $\downarrow X$ jeweils die Menge der oberen und unteren Schranken. Mit $\max X$ und $\min X$ bezeichnen wir jeweils das größte and das kleinste Element von X (wenn sie existieren).

Beispiele

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken:

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element:

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken:

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
    - obere Schranken: keine
    - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
    - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
    - größtes Element:

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$
  - obere Schranken:

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$
  - obere Schranken: $\{1, 2\}$ und $\{1, 2, 3\}$

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$
  - obere Schranken: $\{1, 2\}$ und $\{1, 2, 3\}$
  - größtes Element:

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$
  - obere Schranken: $\{1, 2\}$ und $\{1, 2, 3\}$
  - größtes Element: keins,

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$
  - obere Schranken: $\{1, 2\}$ und $\{1, 2, 3\}$
  - größtes Element: keins, maximale Elemente

Beispiele

- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat die Mengen $\mathbb{N}$
  - obere Schranken: keine
  - größtes Element: keins
- In $(\mathbb{Z}, \leq)$ hat $\{-1, 2\}$
  - obere Schranken: $\{z \in \mathbb{Z} \mid z \geq 2\}$
  - größtes Element: 2
- In $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ hat $\{\{1\}, \{2\}\}$
  - obere Schranken: $\{1, 2\}$ und $\{1, 2, 3\}$
  - größtes Element: keins, maximale Elemente $\{1\}, \{2\}$.

1. Wiederholung

2. Invertierung von Funktionen

3. Einseitege Inversen

4. Ordnungsrelationen

5. Schranken, Maxima und Minima

6. Infima und Suprema

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$.

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$. Also die kleinste obere Schranke für X.

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$. Also die kleinste obere Schranke für X.
- Das Infimum

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$. Also die kleinste obere Schranke für X.
- Das Infimum $\inf X$

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$. Also die kleinste obere Schranke für X.
- Das Infimum $\inf X$ von X

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$. Also die kleinste obere Schranke für X.
- Das Infimum $\inf X$ von X ist das größte Element von $\downarrow X$.

- Sei $(M, \preceq)$ eine teilweise geordnete Menge und $X \subseteq M$.
- Das Supremum $\sup X$ von X ist das kleinste Element von $\uparrow X$. Also die kleinste obere Schranke für X.
- Das Infimum $\inf X$ von X ist das größte Element von $\downarrow X$. Also die größte untere Schranke für X.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$.
  - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}),\subseteq)$.
  - Das Supremum von $\big\{\{2\}\big\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\big\{\{2\}\big\} = \{2\}$.
  - Es gilt $\sup\big\{\{1\},\ \{2\}\big\} = \{1,\ 2\}$.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$.
    - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
    - Es gilt $\sup\{\{1\}, \{2\}\} = \{1, 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$.
  - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
  - Es gilt $\sup\{\{1\},\ \{2\}\} = \{1,\ 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer. Als Beispiel betrachten wir $\mathbb{R}$ mit üblicher Ordnungsrelation. Dann $\mathbb{R}$ selbst hat kein Supremum und kein Infimum.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$.
    - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
    - Es gilt $\sup\{\{1\}, \{2\}\} = \{1, 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer. Als Beispiel betrachten wir $\mathbb{R}$ mit üblicher Ordnungsrelation. Dann $\mathbb{R}$ selbst hat kein Supremum und kein Infimum.
- Supremum von $[0,1)$ in $(\mathbb{R}, \leq)$ ist 1.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$.
  - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
  - Es gilt $\sup\{\{1\},\ \{2\}\} = \{1,\ 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer. Als Beispiel betrachten wir $\mathbb{R}$ mit üblicher Ordnungsrelation. Dann $\mathbb{R}$ selbst hat kein Supremum und kein Infimum.
- Supremum von $[0,1)$ in $(\mathbb{R}, \leq)$ ist 1.
- Sei $M \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ die Menge von allen endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$,

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}),\subseteq)$.
  - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
  - Es gilt $\sup\{\{1\},\, \{2\}\} = \{1,\, 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer. Als Beispiel betrachten wir $\mathbb{R}$ mit üblicher Ordnungsrelation. Dann $\mathbb{R}$ selbst hat kein Supremum und kein Infimum.
- Supremum von $[0,1)$ in $(\mathbb{R},\leq)$ ist 1.
- Sei $M \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ die Menge von allen endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$, mit der Teilmengerelation $\subseteq$.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \subseteq)$.
    - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
    - Es gilt $\sup\{\{1\}, \{2\}\} = \{1, 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer. Als Beispiel betrachten wir $\mathbb{R}$ mit üblicher Ordnungsrelation. Dann $\mathbb{R}$ selbst hat kein Supremum und kein Infimum.
- Supremum von $[0, 1)$ in $(\mathbb{R}, \leq)$ ist 1.
- Sei $M \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ die Menge von allen endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$, mit der Teilmengerelation $\subseteq$. Dann hat M kein Supremum in M.

- Wir betrachten $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}),\subseteq)$.
  - Das Supremum von $\{\{2\}\}$ ist $\{2\}$, es gilt $\sup\{\{2\}\} = \{2\}$.
  - Es gilt $\sup\{\{1\},\ \{2\}\} = \{1,\ 2\}$.
- Suprema/Infima existieren nicht immer. Als Beispiel betrachten wir $\mathbb{R}$ mit üblicher Ordnungsrelation. Dann $\mathbb{R}$ selbst hat kein Supremum und kein Infimum.
- Supremum von $[0,1)$ in $(\mathbb{R},\leq)$ ist 1.
- Sei $M \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ die Menge von allen endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$, mit der Teilmengerelation $\subseteq$. Dann hat M kein Supremum in M. Jedoch M hat ein Supremum als eine Teilmenge von $\mathcal{P}(\mathbb{N})$.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$,

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$,

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$,

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation:

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge,

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$,

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$, $x \wedge y := \inf(\{x, y\})$.

> **Satz.** Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$, $x \wedge y := \inf(\{x, y\})$.
- $(M, \subseteq)$ heißt Verband

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$, $x \wedge y := \inf(\{x, y\})$.
- $(M, \subseteq)$ heißt Verband gdw. für alle $x, y \in M$ wir haben dass $x \vee y$ und $x \wedge y$ existieren.

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. □

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$, $x \wedge y := \inf(\{x, y\})$.
- $(M, \subseteq)$ heißt Verband gdw. für alle $x, y \in M$ wir haben dass $x \vee y$ und $x \wedge y$ existieren.
- $(M, \subseteq)$ heißt vollständiger Verband

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. $\square$

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$, $x \wedge y := \inf(\{x, y\})$.
- $(M, \subseteq)$ heißt Verband gdw. für alle $x, y \in M$ wir haben dass $x \vee y$ und $x \wedge y$ existieren.
- $(M, \subseteq)$ heißt vollständiger Verband gdw. für alle $X \subseteq M$ wir haben

Satz. Sei M eine Menge, und sei $X \subset \mathcal{P}(\mathcal{M})$. Dann X hat Supremum und Infimum in $\mathcal{P}(M)$, und es gilt $\sup X = \bigcup X$, $\inf X = \bigcap X$.

Beweis. Z.B. zeigen wir $\sup X = \bigcup X$. Wir zeigen zunächst, dass $\bigcup X$ eine obere Schranke für X ist. Sei $Y \in X$ beliebig. Dann gilt $Y \subseteq \bigcup X$, womit $\bigcup X$ obere Schranke ist.

Jetzt zeigen wir das $\bigcup X$ die kleinste obere Schranke ist. Sei S irgenwelche andere obere Schranke. Dann für jede $Y \in X$ gilt $Y \subset S$, wobei auch $\bigcup X \subset X$. □

- Dieser Satz motiviert die folgende Notation: Sei $(M, \subseteq)$ eine geordnete Menge, und $x, y \in M$. Dann schreiben wir $x \vee y := \sup(\{x, y\})$, $x \wedge y := \inf(\{x, y\})$.
- $(M, \subseteq)$ heißt Verband gdw. für alle $x, y \in M$ wir haben dass $x \vee y$ und $x \wedge y$ existieren.
- $(M, \subseteq)$ heißt vollständiger Verband gdw. für alle $X \subseteq M$ wir haben dass $\sup X$ und $\inf X$ existieren.

UNIVERSITÄT
LEIPZIG

VIELEN DANK FÜR IHRE AUFMERKSAMKEIT!

Łukasz Grabowski
Mathematisches Institut

grabowski@math.uni-leipzig.de