Präsenzaufgabenblatt 1

Analysis für Informatik

Aufgabe 1.

(a) Geben Sie alle Teilmengen der Menge $\{3, 6, 9, 10\}$ an.

(b) Es seien $M_1 := \{1, 3, 5, 7\}$ und $M_2 := \{1, 2, 3, 4\}$. Veranschaulichen Sie die beiden Mengen in einem Diagramm und geben Sie $M_1 \cup M_2$, $M_1 \cap M_2$ sowie $M_1 \setminus M_2$ an.

a) $\{3\}, \{6\}, \{9\}, \{10\},$
$\{3,6\}, \{3,9\}, \{3,10\}, \{6,9\}, \{6,10\}, \{9,10\},$
$\{3,6,9\}, \{3,6,10\}, \{3,9,10\}, \{6,9,10\},$
$\{3,6,9,10\}$

b) $M_1 \cup M_2 = \{1,2,3,4,5,7\}$
$M_1 \cap M_2 = \{1,3\}$
$M_1 \setminus M_2 = \{1,5,7\}$

Aufgabe 2.

Die Mengen

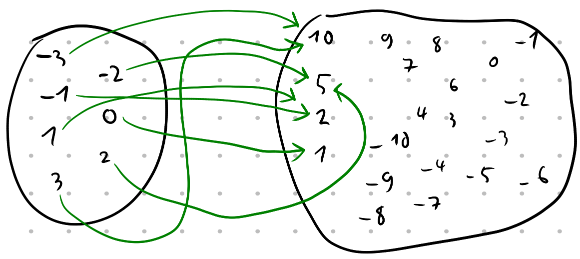
$$A := \{-3, -2, ..., 2, 3\} \text{ und } B := \{-10, -9, ..., 9, 10\}$$

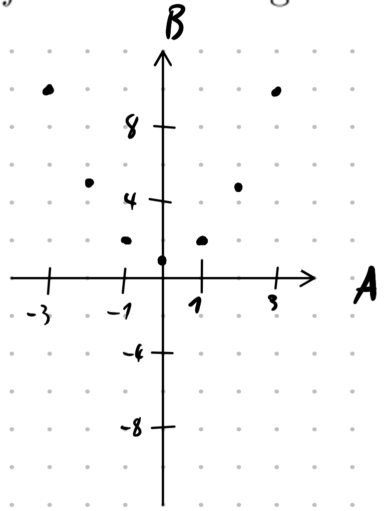
seien gegeben. Wir betrachten außerdem eine Abbildung $f : A \to B$, die durch

$$f(-3) = 10, f(-2) = 5, f(-1) = 2, f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 5, f(3) = 10$$

gegeben ist

(a) Veranschaulichen Sie die Abbildung f in einem Diagramm.





(b) Können Sie eine *Vorschrift* finden, um $f(x) = ...$ kompakter zu beschreiben?

$f(x) = x^2 + 1$

(c) Finden Sie $f(\{-1, 0, 1\})$, $f^{-1}(\{2\})$ und $f^{-1}(\{0\})$.

$f(\{-1,0,1\}) = \{2,1\}$

$f^{-1}(\{2\}) = \{-1, 1\}$

$f^{-1}(\{0\}) = \{i\}$

Aufgabe 3.

Sei $f : X \to Y$ eine beliebige Abbildung und seien $Y_1, Y_2 \subset Y$ beliebig. Zeigen Sie, dass

$$f^{-1}(Y_1 \cup Y_2) = f^{-1}(Y_1) \cup f^{-1}(Y_2).$$

„$\subset$":

$x \in f^{-1}(Y_1 \cup Y_2) \Rightarrow \exists y \in Y_1 \cup Y_2,\ x = f^{-1}(y)$

$\Rightarrow y \in Y_1$ oder $y \in Y_2$

<u>Fall $y \in Y_1$:</u>

$\Rightarrow x \in f^{-1}(Y_1)$

<u>Fall $y \in Y_2$:</u>

$\Rightarrow x \in f^{-1}(Y_2)$

$\Rightarrow x \in f^{-1}(Y_1)$ oder $x \in f^{-1}(Y_2)$

$\Rightarrow x \in f^{-1}(Y_1) \cup f^{-1}(Y_2)$

„$\supset$": $x \in f^{-1}(Y_1) \cup f^{-1}(Y_2) \Rightarrow x \in f^{-1}(Y_1)$ oder $x \in f^{-1}(Y_2)$

<u>Fall $x \in f^{-1}(Y_1)$:</u>

$\Rightarrow \exists y \in Y_1$

<u>Fall $x \in f^{-1}(Y_2)$:</u>

$\Rightarrow \exists y \in Y_2$

$\Rightarrow \exists y \in Y_1$ oder $\exists y \in Y_2$

$\Rightarrow \exists y \in Y_1 \cup Y_2$

$\Rightarrow x \in f^{-1}(Y_1 \cup Y_2)$

Aufgabe 4.

Es seien A, B und C beliebige Mengen. Zeigen Sie, dass $A \subset B \cap C$ genau dann, wenn $A \subset B$ und $A \subset C$, d.h., zeigen Sie, dass

$$A \subset B \cap C \Leftrightarrow (A \subset B \text{ und } A \subset C).$$

Hinweis: Hier soll gezeigt werden, dass die Aussage $A \subset B \cap C$ dann und nur dann gültig ist, wenn auch $A \subset B$ und $A \subset C$ gelten. Um solch eine *Äquivalenz* zu zeigen, müssen Sie je eine Bedingung voraussetzen und zeigen, dass unter dieser Annahme die andere Bedingung gilt.

„$\Rightarrow$": $A \subset B \cap C \Rightarrow \forall a \in A,\ a \in B \cap C$

$\Rightarrow a \in B$ und $a \in C$

$\Rightarrow A \subset B$ und $A \subset C$

„$\Leftarrow$": $A \subset B$ und $A \subset C$

$A \subset B \Rightarrow \forall a \in A,\ a \in B$

$A \subset C \Rightarrow \forall a \in A,\ a \in C$

$\Rightarrow a \in B$ und $a \in C$

$\Rightarrow a \in B \cap C$

$\Rightarrow A \subset B \cap C$