UNIVERSITÄT LEIPZIG

Vorlesung 5 - Relationen

Diskrete Strukturen (WS 2024-25)

Łukasz Grabowski

Mathematisches Institut

Mengenlehre

Mengenlehre

- Für eine Menge M

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein.

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein. Für endliche Mengen M

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein. Für endliche Mengen M bezeichnen wir mit $|M|$

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein. Für endliche Mengen M bezeichnen wir mit $|M|$ die Anzahl ihrer Elemente,

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein. Für endliche Mengen M bezeichnen wir mit $|M|$ die Anzahl ihrer Elemente, auch Kardinalität genannt.

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein. Für endliche Mengen M bezeichnen wir mit $|M|$ die Anzahl ihrer Elemente, auch Kardinalität genannt.
- $$|\mathcal{P}(M)| =$$

Mengenlehre

- Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M
- Jede Menge kann entweder endlich oder unendlich sein. Für endliche Mengen M bezeichnen wir mit $|M|$ die Anzahl ihrer Elemente, auch Kardinalität genannt.
- $$|\mathcal{P}(M)| = 2^{|M|}.$$

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus,

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist (Induktionshypothese).

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist (Induktionshypothese).
- Dann

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist (Induktionshypothese).
- Dann zeigen wir

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist (Induktionshypothese).
- Dann zeigen wir die Induktionsbehauptung

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist (Induktionshypothese).
- Dann zeigen wir die Induktionsbehauptung - die Bahauptung fúr den Fall $n + 1$

Vollständige Induktion und Induktionsbeweise

- Zunächst zeigen wir die Behauptung für den Fall $n = 0$ (Induktionsanfang).
- Anschließend wählen wir eine beliebige natürliche Zahl n und setzen voraus, dass die Behauptung für n bereits gezeigt ist (Induktionshypothese).
- Dann zeigen wir die Induktionsbehauptung - die Bahauptung fúr den Fall $n + 1$ unter Rückgriff auf die Induktionshypothese.

- Beispiel:

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang:

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese:

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung:

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.

- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - Nach der Induktionshypothese,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - ▶ Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.

- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \ldots p_l$,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.

- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - ▶ Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \ldots p_l$, $b = q_1, \ldots, q_k$

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \ldots p_l$, $b = q_1, \ldots, q_k$ für einige Primzahlen $p_1, \ldots, p_l, q_1, \ldots, q_k$.

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.

- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - ▶ Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \ldots p_l$, $b = q_1, \ldots, q_k$ für einige Primzahlen $p_1, \ldots, p_l, q_1, \ldots, q_k$.
  - ▶ Dann ist

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \ldots p_l$, $b = q_1, \ldots, q_k$ für einige Primzahlen $p_1, \ldots, p_l, q_1, \ldots, q_k$.
  - Dann ist $n + 1 = p_1 \ldots p_l q_1 \ldots q_k$,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.
- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.
- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.
- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - ▶ Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \dots p_l$, $b = q_1, \dots, q_k$ für einige Primzahlen $p_1, \dots, p_l, q_1, \dots, q_k$.
  - ▶ Dann ist $n + 1 = p_1 \dots p_l q_1 \dots q_k$, was bedeutet,

- Beispiel: Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat eine Primzahlzerlegung

  Beweis. Wir verwenden die Induktion über die natürlichen Zahlen n, beginnend mit 2

- Induktionsanfang: Die Behauptung ist wahr, wenn $n = 2$, da 2 eine Primzahl ist.

- Induktionshypothese: jede natürliche Zahl m mit $2 \leq m \leq n$ hat eine Primzahlzerlegung.

- Induktionsbehauptung: Wir müssen zeigen, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Beweis der Induktionsbehauptung:
  - ▶ Wenn $n + 1$ eine Primzahl ist, dann hat insbesondere $n + 1$ eine Primzahlzerlegung.
  - ▶ Wenn nicht, dann können wir $n + 1 = ab$ schreiben, mit $a, b \leq n$.
  - ▶ Nach der Induktionshypothese, haben a und b eine Primzahlzerlegung, d.h. $a = p_1, \ldots p_l$, $b = q_1, \ldots, q_k$ für einige Primzahlen $p_1, \ldots, p_l, q_1, \ldots, q_k$.
  - ▶ Dann ist $n + 1 = p_1 \ldots p_l q_1 \ldots q_k$, was bedeutet, dass $n + 1$ eine Primzahlzerlegung hat.

- Wir haben

- Wir haben unsere grundlegende Einführung

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden.

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen,

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken,

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern:

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es,

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$,

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert.

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten,

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten, im Internet surfen

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten, im Internet surfen oder Musik auf dem Computer hören.

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten, im Internet surfen oder Musik auf dem Computer hören.
- Neue Struktur:

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten, im Internet surfen oder Musik auf dem Computer hören.
- Neue Struktur: geordnetes Paar.

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten, im Internet surfen oder Musik auf dem Computer hören.
- Neue Struktur: geordnetes Paar. Gegeben sind zwei Objekte A und B,

- Wir haben unsere grundlegende Einführung in die Mengenlehre abgeschlossen.
- Alle mathematischen Strukturen können mit Hilfe von Mengen definiert werden. Doch wenn wir über Strukturen wie Zahlen, Graphen usw. nachdenken, gehen wir fast nie bis zu den Mengen zurück.
- Dies ist sehr analog zu der Situation mit modernen Computern: Einerseits stimmt es, dass jeder Computer in seinem Kern $0/1$-Variablen mit den Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ manipuliert. Wir brauchen uns damit aber nicht zu befassen wenn wir ein Dokument bearbeiten, im Internet surfen oder Musik auf dem Computer hören.
- Neue Struktur: geordnetes Paar. Gegeben sind zwei Objekte A und B, Wir können das geordnete Paar (A, B).

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht für das geordnete Paar.

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht für das geordnete Paar. Z.B. Wir können die geordnete Paare

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht für das geordnete Paar. Z.B. Wir können die geordnete Paare $(2, 2)$,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht für das geordnete Paar. Z.B. Wir können die geordnete Paare $(2, 2)$, $(3, 3)$,

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht für das geordnete Paar. Z.B. Wir können die geordnete Paare $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, usw.

Unterschiede von (A, B) im Vergleich zur Menge $\{A, B\}$.

- Wenn $A \neq B$, dann spielt die Reihenfolge eine Rolle, d.h. $(A, B) \neq (B, A)$,
- Wenn $A = B$, dann $\{A, B\} = \{A\}$, Nichts ähnliches gescheht für das geordnete Paar. Z.B. Wir können die geordnete Paare $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, usw. betrachten.

- Mit Mengen als Bausteinen:.

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”:

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann,

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen.

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff,

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig.

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist:

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen,

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal,

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal, welchen Webbrowser wir benutzen

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal, welchen Webbrowser wir benutzen und wie genau sein Quellcode aussieht,

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A,B) := \{\{A\},\{A,B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A,B) = (C,D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal, welchen Webbrowser wir benutzen und wie genau sein Quellcode aussieht, solange

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal, welchen Webbrowser wir benutzen und wie genau sein Quellcode aussieht, solange er uns den Zugriff

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal, welchen Webbrowser wir benutzen und wie genau sein Quellcode aussieht, solange er uns den Zugriff auf die für uns wichtigen Webdienste

- Mit Mengen als Bausteinen:. “Kuratowskis geordnetes Paar”: Bei gegebenen Objekten A und B definieren wir $(A, B) := \{\{A\}, \{A, B\}\}$.
- Schlüsseleigenschaft: $(A, B) = (C, D)$, genau dann, wenn $A = C$ und $B = D$.
- Es gibt auch andere mögliche mengentheoretische Definitionen. Manchmal betrachtet man das geordnete Paar als ein Grundbegriff, ähnlich wie die Mengen.
- Aber das ist uns nicht wichtig. Die Analogie zur Informatik ist: Wenn wir im Internet surfen, ist es uns ziemlich egal, welchen Webbrowser wir benutzen und wie genau sein Quellcode aussieht, solange er uns den Zugriff auf die für uns wichtigen Webdienste ermöglicht.

- Kartesisches Produkt

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen.

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m,n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- **Kartesisches Produkt** Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \;.$$

- $M \times N$

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- $M \times N$ ist die Menge

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von einem Element m aus M

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \enspace .$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von einem Element m aus M gefolgt von

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von einem Element m aus M gefolgt von einem Element n aus N.

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m,n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von einem Element m aus M gefolgt von einem Element n aus N.
- Wir betonen

- **Kartesisches Produkt** Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \;.$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von einem Element m aus M gefolgt von einem Element n aus N.
- Wir betonen dass wenn $M \neq N$

- Kartesisches Produkt Seien M und N zwei Mengen. Dann

$$M \times N := \{(m, n) \mid m \in M,\, n \in N\} \ .$$

- $M \times N$ ist die Menge aller geordneten Paare von einem Element m aus M gefolgt von einem Element n aus N.
- Wir betonen dass wenn $M \neq N$ dann auch $M \times N \neq N \times M$.

- Beispiel:

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$,

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

$$M \times N =$$

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

$$M \times N = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}.$$

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

$$M \times N = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3)\}.$$

- Beispiel: $M_1 = [2,3]$,

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

$$M \times N = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3)\}.$$

- Beispiel: $M_1 = [2,3]$, $M_2 = [6,7]$,

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

$$M \times N = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}.$$

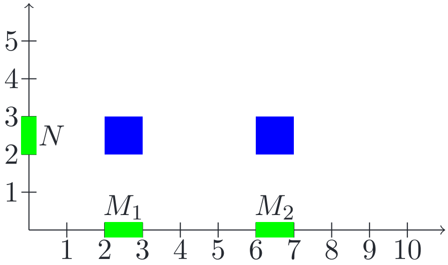
- Beispiel: $M_1 = [2, 3]$, $M_2 = [6, 7]$, $N = [2, 3]$.

- Beispiel: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 3\}$

$$M \times N = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3)\}.$$

- Beispiel: $M_1 = [2,3]$, $M_2 = [6,7]$, $N = [2,3]$.

$(M_1 \cup M_2) \times N =$



- Seien M und N zwei Mengen

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$).

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \, R \, n$

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$.

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R \; n$

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m\ R\ n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m\ \not R\ n$ oder $m \not\sim_R n$

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R \; n$ oder $m \not\sim_R n$ wenn $(m, m) \notin R$.

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m\ R\ n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R\ n$ oder $m \not\sim_R n$ wenn $(m, m) \notin R$.
- Relationszeichen bindet stärker als die logischen Junktoren:

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R \; n$ oder $m \not\sim_R n$ wenn $(m, m) \notin R$.
- Relationszeichen bindet stärker als die logischen Junktoren:

$$(x \sim y \;\wedge\; y \sim x) \;\rightarrow\; x = y \quad \text{heißt} \quad \big((x \sim y) \wedge (y \sim x)\big) \rightarrow (x = y).$$

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R \; n$ oder $m \not\sim_R n$ wenn $(m, m) \notin R$.
- Relationszeichen bindet stärker als die logischen Junktoren:

$$(x \sim y \;\; \wedge \;\; y \sim x) \;\; \rightarrow \;\; x = y \qquad \text{heißt} \qquad \big((x \sim y) \wedge (y \sim x)\big) \rightarrow (x = y).$$

- Relationen sind sehr nützlich,

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \; R \; n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R \; n$ oder $m \not\sim_R n$ wenn $(m, m) \notin R$.
- Relationszeichen bindet stärker als die logischen Junktoren:

$$(x \sim y \; \wedge \; y \sim x) \; \rightarrow \; x = y \quad \text{heißt} \quad \big((x \sim y) \wedge (y \sim x)\big) \rightarrow (x = y).$$

- Relationen sind sehr nützlich, um andere mathematische Strukturen zu definieren,

- Seien M und N zwei Mengen (möglicherweise mit $M = N$). Eine Relation R von M nach N ist eine Teilmenge $R \subseteq M \times N$.
- Ist $M = N$, so heißt R auch Relation auf M.
- Statt $(m, n) \in R$ schreiben wir auch $m \, R \, n$ oder $R(m, n)$ oder $m \sim_R n$. Analog $m \not R \, n$ oder $m \not\sim_R n$ wenn $(m, m) \notin R$.
- Relationszeichen bindet stärker als die logischen Junktoren:

$$(x \sim y \ \wedge \ y \sim x) \ \rightarrow \ x = y \quad \text{heißt} \quad \big((x \sim y) \wedge (y \sim x)\big) \rightarrow (x = y).$$

- Relationen sind sehr nützlich, um andere mathematische Strukturen zu definieren, und um die Strukturen der realen Welt zu modellieren.

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger.

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p, n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p,n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

ist eine Relation

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p,n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

ist eine Relation von B nach $\mathbb{N}$.

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p, n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

  ist eine Relation von B nach $\mathbb{N}$.
- Die Menge

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p, n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

  ist eine Relation von B nach $\mathbb{N}$.
- Die Menge $\{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid n \leq n'\}$

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p, n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

  ist eine Relation von B nach $\mathbb{N}$.
- Die Menge $\{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid n \leq n'\}$ ist eine Relation auf $\mathbb{N}$.

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

$$\{(p, n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

  ist eine Relation von B nach $\mathbb{N}$.
- Die Menge $\{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid n \leq n'\}$ ist eine Relation auf $\mathbb{N}$.
- Die Teilmengerelation $\subseteq$

- Die leere Relation $\emptyset \subseteq M \times N$ und $M \times N$ selbst sind Relationen von M nach N.
- Sei B die Menge der Bundesbürger. Die Menge

  $$\{(p, n) \in B \times \mathbb{N} \mid p \text{ hat Identifikationsnummer } n\}$$

  ist eine Relation von B nach $\mathbb{N}$.
- Die Menge $\{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid n \leq n'\}$ ist eine Relation auf $\mathbb{N}$.
- Die Teilmengerelation $\subseteq$ ist eine Relation auf $\mathcal{P}(M)$.

- Die Freund-Relation

- Die Freund-Relation auf der Menge F

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

ist eine Relation.

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.
- Für jede Menge M

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.

- Für jede Menge M ist die Identität

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.

- Für jede Menge M ist die Identität $\mathrm{id}_M =$

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x,y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.
- Für jede Menge M ist die Identität $\mathrm{id}_M = \{(m,m) \mid m \in M\}$

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.
- Für jede Menge M ist die Identität $\mathrm{id}_M = \{(m, m) \mid m \in M\}$ eine Relation auf M.

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

ist eine Relation.

- Für jede Menge M ist die Identität $\mathrm{id}_M = \{(m, m) \mid m \in M\}$ eine Relation auf M. Gewöhnlich schreibt man

- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.

- Für jede Menge M ist die Identität $\mathrm{id}_M = \{(m, m) \mid m \in M\}$ eine Relation auf M. Gewöhnlich schreibt man $x = y$

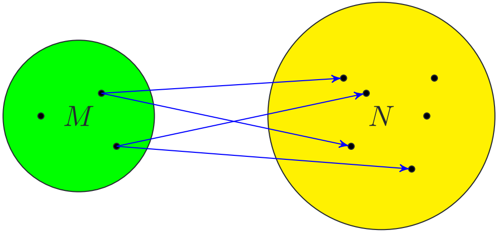
- Die Freund-Relation auf der Menge F der Facebook-Nutzer

$$\{(x, y) \in F \times F \mid x \text{ ist Facebook-Freund von } y\}$$

  ist eine Relation.
- Für jede Menge M ist die Identität $\mathrm{id}_M = \{(m, m) \mid m \in M\}$ eine Relation auf M. Gewöhnlich schreibt man $x = y$ statt $x \sim_{\mathrm{id}_M} y$.

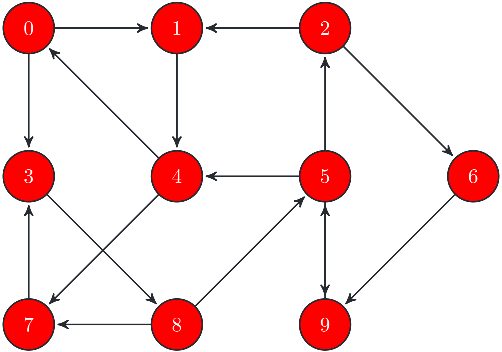
Relation von M nach N

Relation von M nach N



Relation auf $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Relation auf $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M.

Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

- reflexiv, falls

Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

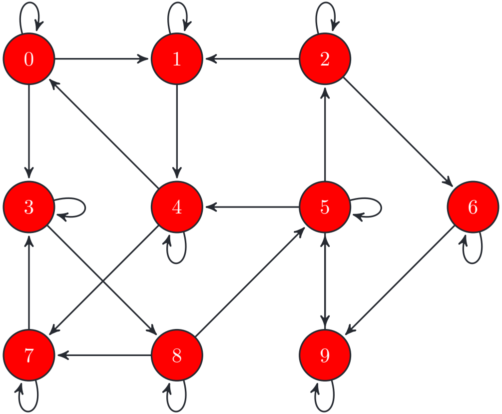
- reflexiv, falls jedes Element x von M

Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

- reflexiv, falls jedes Element x von M steht in Relation zu sich selbst.

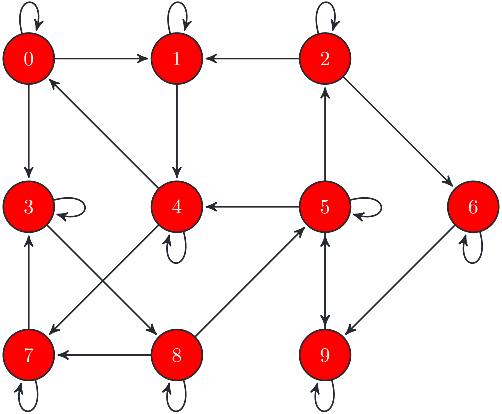
Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

- reflexiv, falls jedes Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x (x \in M \to (x, x) \in R)$,



Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

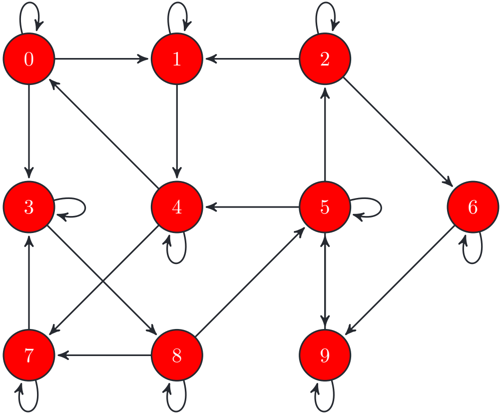
- reflexiv, falls jedes Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x(x \in M \to (x,x) \in R)$,



- Reflexivität: Alle Elemente haben Schleifen.

Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

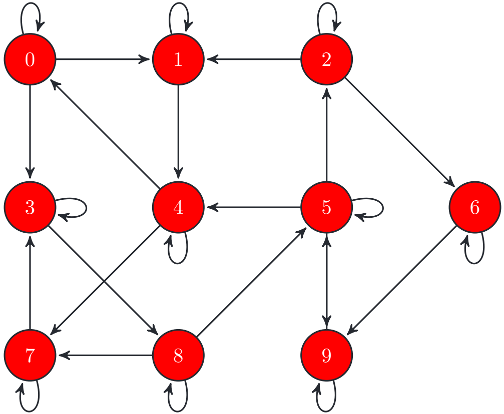
- reflexiv, falls jedes Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x(x \in M \to (x,x) \in R)$,



- Reflexivität: Alle Elemente haben Schleifen. z. B. $=$ ist reflexiv,

Sei $R \subseteq M \times M$ ein Relation auf M. R heißt

- reflexiv, falls jedes Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x (x \in M \rightarrow (x, x) \in R)$,



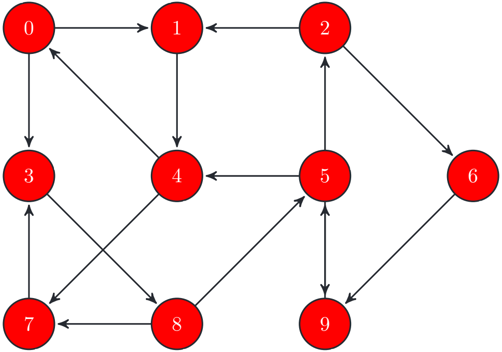
- Reflexivität: Alle Elemente haben Schleifen. z. B. $=$ ist reflexiv, $<$ ist nicht reflexiv, $\subseteq$ ist reflexiv,

- irreflexiv, falls

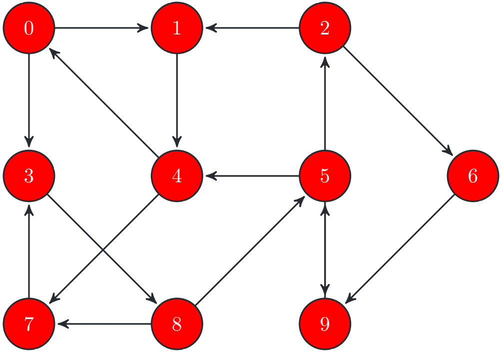
- irreflexiv, falls kein Element x von M steht in Relation zu sich selbst.

- irreflexiv, falls kein Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x(x \in M \to (x,x) \notin R)$,

- irreflexiv, falls kein Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x(x \in M \rightarrow (x,x) \notin R)$,

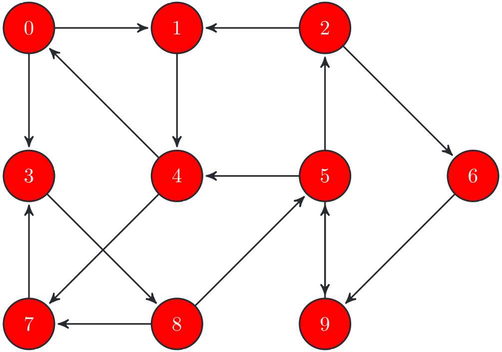


- irreflexiv, falls kein Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x(x \in M \rightarrow (x,x) \notin R)$,



- Irreflexivität: Kein Element hat Schleifen.

- irreflexiv, falls kein Element x von M steht in Relation zu sich selbst.
  $\forall x(x \in M \to (x,x) \notin R)$,



- Irreflexivität: Kein Element hat Schleifen.
- z.B. $<$ is irreflexiv

- symmetrisch,

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht,

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.

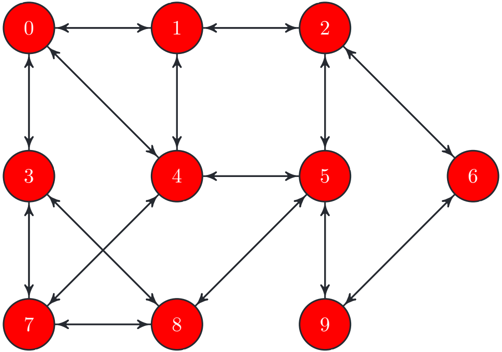
- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y$

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y\big((x, y) \in R$

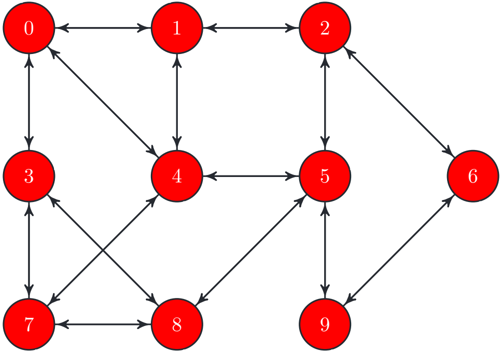
- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y\big((x, y) \in R \rightarrow$

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y\big((x, y) \in R \to (y, x) \in R\big)$,

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y\big((x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R\big)$,

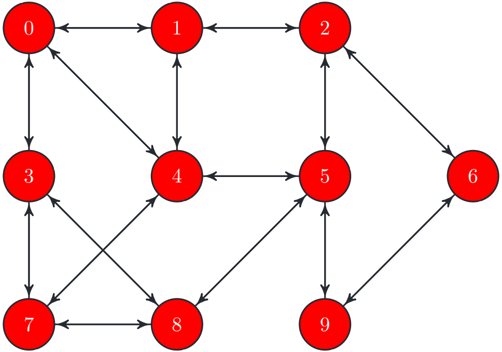


- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y\big((x, y) \in R \to (y, x) \in R\big)$,



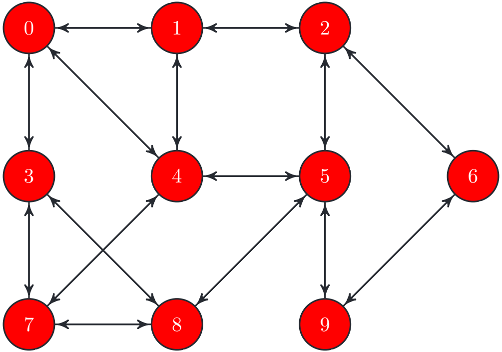
- Symmetrie: Jeder Pfeil ist beidseitig.

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x.
  $\forall x, y\big((x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R\big)$,



- Symmetrie: Jeder Pfeil ist beidseitig. Z.B. $=$ is symmetrisch,

- symmetrisch, falls wenn x in Relation zu y steht, dann steht auch y in Relation zu x. $\forall x, y\big((x,y) \in R \to (y,x) \in R\big)$,



- Symmetrie: Jeder Pfeil ist beidseitig. Z.B. $=$ is symmetrisch, Facebook-frenschaft ist symmetrisch.

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.

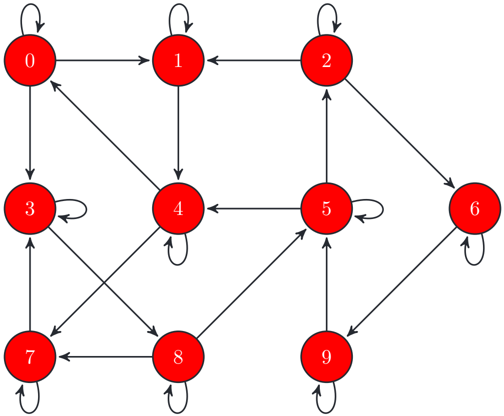
- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y$

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x, y) \in R \land (y, x) \in R\big)$

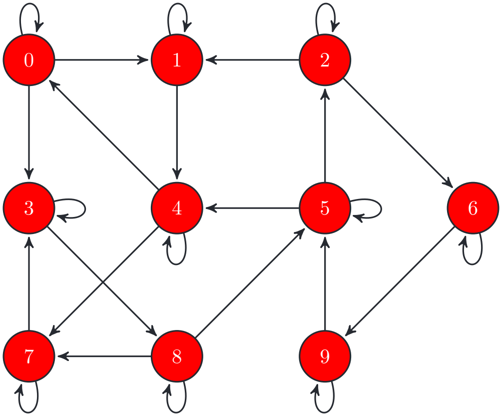
- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x, y) \in R \land (y, x) \in R\big) \rightarrow$

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y \Big(\big((x, y) \in R \land (y, x) \in R \big) \to x = y \Big)$,

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x, y) \in R \land (y, x) \in R\big) \to x = y\Big)$,

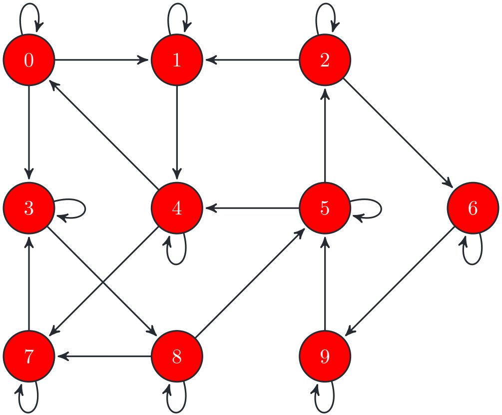


- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x,y) \in R \land (y,x) \in R\big) \to x = y\Big)$,



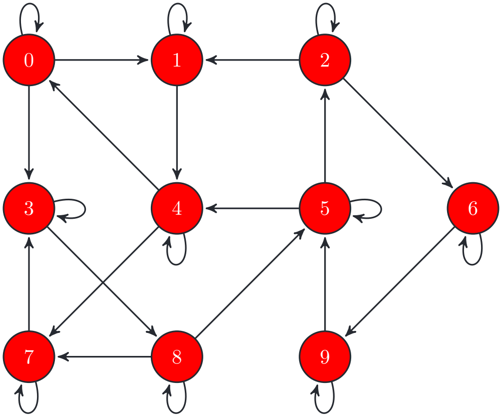
- Antisymmetrie: Kein Pfeil ist beidseitig,

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x, y) \in R \land (y, x) \in R\big) \rightarrow x = y\Big)$,



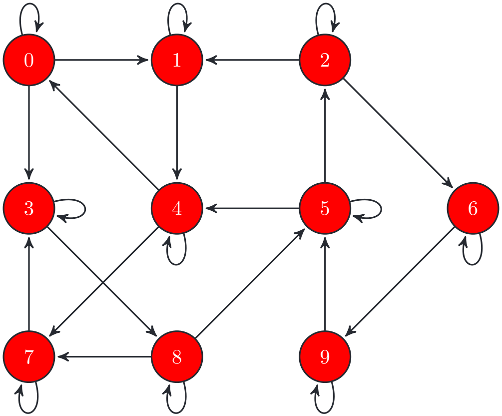
- Antisymmetrie: Kein Pfeil ist beidseitig, mit Ausnahme von Schleifen.

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x,y) \in R \land (y,x) \in R\big) \to x = y\Big)$,



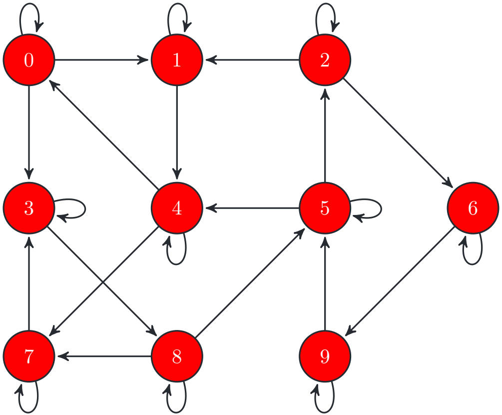
- Antisymmetrie: Kein Pfeil ist beidseitig, mit Ausnahme von Schleifen. Z.B. $<$,

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x, y) \in R \land (y, x) \in R\big) \to x = y\Big)$,



- Antisymmetrie: Kein Pfeil ist beidseitig, mit Ausnahme von Schleifen. Z.B. $<$, $\leq$ und $\subseteq$

- antisymmetrisch, falls wenn $x \sim y$ und $y \sim x$ dann $x = y$.
  $\forall x, y\Big(\big((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R\big) \rightarrow x = y\Big)$,



- Antisymmetrie: Kein Pfeil ist beidseitig, mit Ausnahme von Schleifen. Z.B. $<$, $\leq$ und $\subseteq$ sind antisymmetrisch.

- transitiv, falls

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.

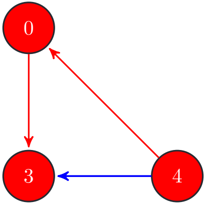
- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z$

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R\big)$

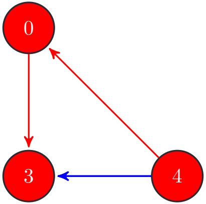
- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x, y) \in R \land (y, z) \in R\big) \rightarrow$

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x, y) \in R \land (y, z) \in R\big) \to (x, z) \in R\Big)$.

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x, y) \in R \land (y, z) \in R\big) \to (x, z) \in R\Big)$.

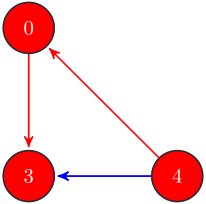


- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x,y) \in R \land (y,z) \in R\big) \to (x,z) \in R\Big)$.



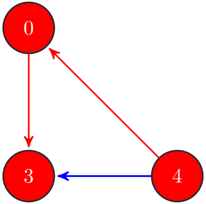
- Transitivität:

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x, y) \in R \land (y, z) \in R\big) \to (x, z) \in R\Big)$.



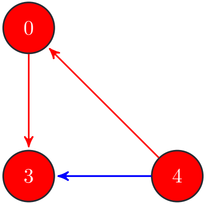
- Transitivität: “Für jeden Weg existiert auch der direkte Weg.”

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x,y) \in R \land (y,z) \in R\big) \to (x,z) \in R\Big)$.



- Transitivität: “Für jeden Weg existiert auch der direkte Weg.” Z.B .$<$ und $\leq$

- transitiv, falls $x \sim y$ und $y \sim z$ impliziert $x \sim z$.
  $\forall x, y, z\Big(\big((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R\big) \rightarrow (x, z) \in R\Big)$.



- Transitivität: “Für jeden Weg existiert auch der direkte Weg.” Z.B .$<$ und $\leq$ sind transitiv.

- vollständig,

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x $\forall x, y \in M$

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x $\forall x, y \in M (x, y) \in R$

- **vollständig**, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x $\forall x, y \in M (x, y) \in R \vee$

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x $\forall x, y \in M (x, y) \in R \vee (y, x) \in R$

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x $\forall x, y \in M (x, y) \in R \vee (y, x) \in R$
- Z.B. $\leq$ ist vollständig,

- vollständig, falls für alle verschiedene Elemente $x, y \in M$ steht x in Relation zu y oder y in Relation zu x $\forall x, y \in M (x, y) \in R \vee (y, x) \in R$
- Z.B. $\leq$ ist vollständig, $<$ is nicht vollständig.

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation.

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1}

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel:

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1),\ (1, 3),\ (2, 2),\ (2, 4),\ (3, 2)\}$.

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n,m) \in N \times M \mid (m,n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} =$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1,1),$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1,1), (3,1),$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2),$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2), (4, 2),$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2), (4, 2), (2, 3)\}.$$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2), (4, 2), (2, 3)\}.$$

- Beispiel:

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n,m) \in N \times M \mid (m,n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1,1),\ (3,1),\ (2,2),\ (4,2),\ (2,3)\}.$$

- Beispiel: Die inverse Relation

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2)\}$. Dann ist

$$R^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2), (4, 2), (2, 3)\}.$$

- Beispiel: Die inverse Relation von $<$

- Sei $R \subseteq M \times N$ eine Relation. Die inverse Relation R^{-1} von R:

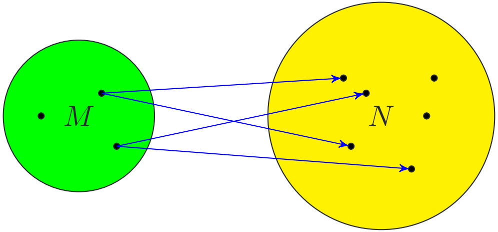
$$R^{-1} := \{(n, m) \in N \times M \mid (m, n) \in R\}.$$

- Die Inversion bewirkt also einen Tausch der Komponenten bzw. eine Umkehr der Pfeile.
- Beispiel: Sei $R := \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2)\}$. Dann ist

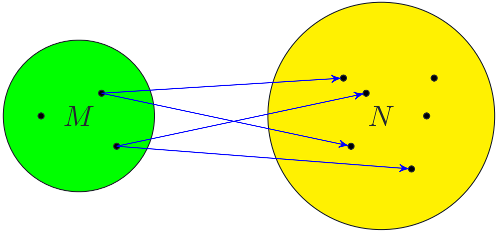
$$R^{-1} = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2), (4, 2), (2, 3)\}.$$

- Beispiel: Die inverse Relation von $<$ ist $>$.

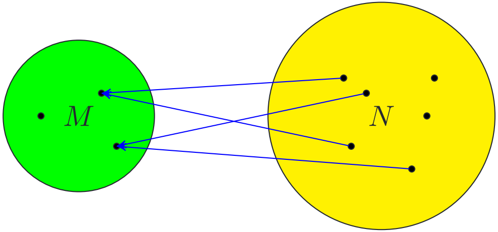
R - Relation von M nach N



R - Relation von M nach N



R^{-1} - Relation von N nach M



- Seien

- Seien $R \subseteq M \times N$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R',

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R'$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' :=$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R \,;\, R'$:

$$R \,;\, R' := \big\{ (m, p) \in M \times P :$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n)$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel.

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R \,;\, R'$:

$$R \,;\, R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N \; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R :=$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R \mathbin{;} R'$:

$$R \mathbin{;} R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\ R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R \,;\, R'$:

$$R \,;\, R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N \; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,; R' := \big\{(m,p) \in M \times P\colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

  und

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

 und

$$R' :=$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,; R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

und

$$R' := \{(1,2),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

  und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R \,;\, R'$:

$$R \,;\, R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N \; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

  und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R \,;\, R'$:

$$R \,;\, R' := \big\{(m, p) \in M \times P \colon \exists n \in N \; R(m, n) \wedge R'(n, p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,; R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\ R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

  und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

  Dann ist

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

 und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

 Dann ist

$$R\,;R' =$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

  und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

  Dann ist

$$R\,;R' = \{(1,2),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\ R(m,n) \wedge R'(n,p)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

Dann ist

$$R\,;R' = \{(1,2),\ (1,3),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\ R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

Dann ist

$$R\,;R' = \{(1,2),\ (1,3),\ (2,1),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

Dann ist

$$R\,;R' = \{(1,2),\ (1,3),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,1),$$

- Seien $R \subseteq M \times N$ und $R' \subseteq N \times P$ Relationen.
- Die Komposition von R gefolgt von R', geschrieben als $R\,;R'$:

$$R\,;R' := \big\{(m,p) \in M \times P \colon \exists n \in N\; R(m,n) \wedge R'(n,p)\big)\big\}.$$

- Beispiel. Seien

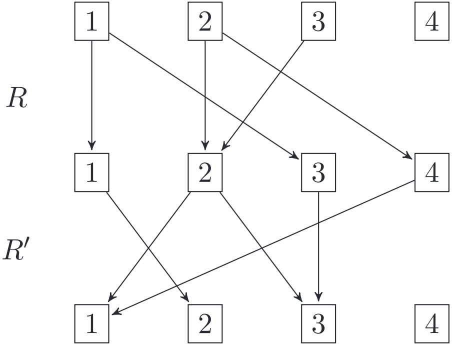
$$R := \{(1,1),\ (1,3),\ (2,2),\ (2,4),\ (3,2)\}$$

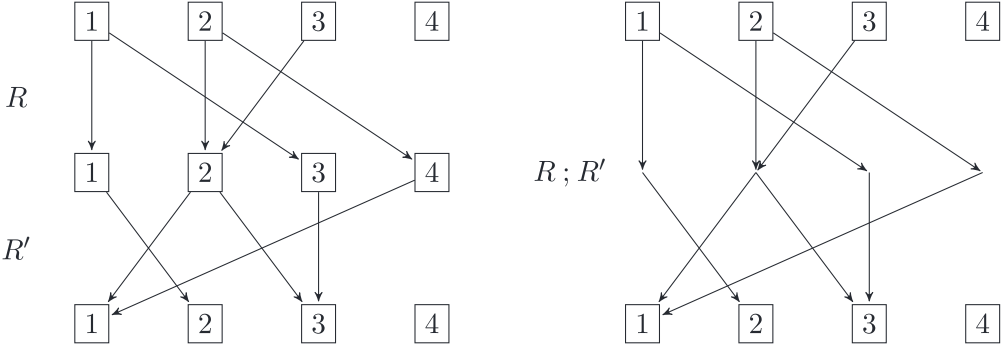
  und

$$R' := \{(1,2),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,3),\ (4,1)\}.$$

  Dann ist

$$R\,;R' = \{(1,2),\ (1,3),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,1),\ (3,3)\}.$$


1
2
3
4
R
1
2
3
4
R′
1
2
3
4


R
R'
R ; R'
1 2 3 4
1 2 3 4
1 2 3 4
1 2 3 4
1 2 3 4

- Motivation:

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte "gleich" sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - ▶ In einem Geschäft

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen,

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - ▶ In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - ▶ In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten:

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - ▶ In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.
- Wir könnten uns

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - ▶ In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.
- Wir könnten uns nur für die Anzahl der verschiedenen Primteiler

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.
- Wir könnten uns nur für die Anzahl der verschiedenen Primteiler einer natürlichen Zahl interessieren.

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - ▶ In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.
- Wir könnten uns nur für die Anzahl der verschiedenen Primteiler einer natürlichen Zahl interessieren. Dann wären 30 und 105

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
    - In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
    - In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.
- Wir könnten uns nur für die Anzahl der verschiedenen Primteiler einer natürlichen Zahl interessieren. Dann wären 30 und 105 voneinander

- Motivation: Häufig haben wir eine Menge von Objekten, zum Beispiel verschiedene Farbprodukte. Wir interessieren uns aber nur für eine bestimmte Eigenschaft, z. B. die Farbe.
  - ▶ In diesem Fall könnten wir sagen, dass zwei Farbprodukte “gleich” sind, wenn sie die gleiche Farbe haben.
  - ▶ In einem Geschäft könnte es 50 verschiedene Farbprodukte geben, aber wenn es nur zwei Farben gibt, rot und blau, dann könnten wir sagen, dass das Geschäft nur rote und blaue Farbprodukte verkauft.
- Wir könnten uns nur für die Parität einer gegebenen natürlichen Zahl interessieren. In diesem Fall gibt es natürliche Zahlen nur in zwei Arten: gerade und ungerade.
- Wir könnten uns nur für die Anzahl der verschiedenen Primteiler einer natürlichen Zahl interessieren. Dann wären 30 und 105 voneinander ununterscheidbar.

- Es gibt zwei

- Es gibt zwei gleichwertige

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen,

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten.

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M.

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen,

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist,

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als "gleich" betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.

- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:

  - reflexiv (Jedes Objekt a

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist,

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
    - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
    - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
    - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
    - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
    - transitiv

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
  - transitiv (Wenn a

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
  - transitiv (Wenn a ununterscheidbar von b

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
    - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
    - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
    - transitiv (Wenn a ununterscheidbar von b und

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
  - transitiv (Wenn a ununterscheidbar von b und b ununterscheidbar von c ist,

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
  - transitiv (Wenn a ununterscheidbar von b und b ununterscheidbar von c ist, dann

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
  - transitiv (Wenn a ununterscheidbar von b und b ununterscheidbar von c ist, dann ist auch

- Es gibt zwei gleichwertige mathematische Möglichkeiten zu sagen, dass wir bestimmte Objekte als “gleich” betrachten. Wir beginnen mit den Äquivalenzrelationen.
- Sei M eine Menge und sei $\sim$ eine Relation auf M. Wir sagen, dass M eine Äquivalenzrelation ist, wenn M hat die folgenden Eigenschaften:
  - reflexiv (Jedes Objekt a ist ununterscheidbar von a selbst),
  - symmetrisch (Wenn a ununterscheidbar von b ist, dann ist auch b ununterscheidbar von a), und
  - transitiv (Wenn a ununterscheidbar von b und b ununterscheidbar von c ist, dann ist auch a ununterscheidbar von c.

- Oft benutzen wir das Zeichen

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv}$$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv} :=$$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv} := \{x \in M :$$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_\equiv$ heißt

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m,

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_{\equiv}$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_{\equiv}$ ist.

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_{\equiv}$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt,

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_\equiv$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_\equiv$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_\equiv$ ist.
  Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_{\equiv}$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt $[m]_{\equiv}$.

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist

$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$

- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_{\equiv}$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt $[m]_{\equiv}$.
- Beispiel:

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_\equiv$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt $[m]_\equiv$.
- Beispiel: Identität ist eine Äquivalenzrelation.

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_{\equiv} := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_{\equiv}$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_{\equiv}$ ist. Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt $[m]_{\equiv}$.
- Beispiel: Identität ist eine Äquivalenzrelation.
- Keine Äquivalenzrelationen: $<$ auf $\mathbb{N}$,

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_\equiv$ ist.
  Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt $[m]_\equiv$.
- Beispiel: Identität ist eine Äquivalenzrelation.
- Keine Äquivalenzrelationen: $<$ auf $\mathbb{N}$, $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$

- Oft benutzen wir das Zeichen $\equiv$ für Equivalenzrelationen.
- Für $m \in M$ beliebig ist
$$[m]_\equiv := \{x \in M : m \equiv x\}$$
- $[m]_\equiv$ heißt die Äquivalenzklasse von m, (oder die $\equiv$-Äquivalenzklasse von m).
- Wir sagen auch dass m ein Vertreter oder Repräsentant von der Klasse $[m]_\equiv$ ist.
  Sofern $\equiv$ sich aus dem Kontext ergibt, schreiben wir einfach $[m]$ statt $[m]_\equiv$.
- Beispiel: Identität ist eine Äquivalenzrelation.
- Keine Äquivalenzrelationen: $<$ auf $\mathbb{N}$, $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(M)$ mit $M \neq \emptyset$.

- Beispiel:

- Beispiel: die Relation

- Beispiel: die Relation R_2

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}:$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität:

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$,

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie:

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$,

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Transitivität:

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$,

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$,

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n,n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x,x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x,y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y,x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x,y) \in R_2$ und $(y,z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z)$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$,

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$.

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\square$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\square$
- Äquivalenzklassen von R_2:

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N} \quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\square$

- Äquivalenzklassen von R_2:

$$[0]_{R_2}$$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\square$

- Äquivalenzklassen von R_2:

$$[0]_{R_2} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\;2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\square$
- Äquivalenzklassen von R_2:

$$[0]_{R_2} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

$$[1]_{R_2}$$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.
- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\square$
- Äquivalenzklassen von R_2:

$$[0]_{R_2} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

$$[1]_{R_2} = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n,n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}\quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x,x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x,y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y,x) \in R_2$.

- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x,y) \in R_2$ und $(y,z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x-y) + (y-z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x,z) \in R_2$. $\square$

- Äquivalenzklassen von R_2:

$$[0]_{R_2} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

$$[1]_{R_2} = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$$

$$[2]_{R_2}$$

- Beispiel: die Relation $R_2 := \{(n, n') \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \colon 2 \mid n - n'\}$ ist eine Äquivalenzrelation.

  Beweis.

- Reflexivität: Für alle $x \in \mathbb{N}$ $\quad 2 \mid x - x = 0$, also $(x, x) \in R_2$.

- Symmetrie: Seien $x, y \in \mathbb{N}$ mit $(x, y) \in R_2$. Also $2 \mid x - y$. Dann auch $2 \mid y - x$, womit auch $(y, x) \in R_2$.

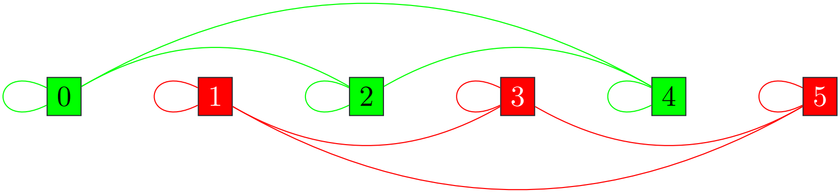
- Transitivität: Seien $x, y, z \in \mathbb{N}$, so dass $(x, y) \in R_2$ und $(y, z) \in R_2$. Daher $2 \mid x - y$, und $2 \mid y - z$. Dann $2 \mid (x - y) + (y - z) = x - z$. D.h. $2 \mid x - z$, womit auch $(x, z) \in R_2$. $\quad \square$

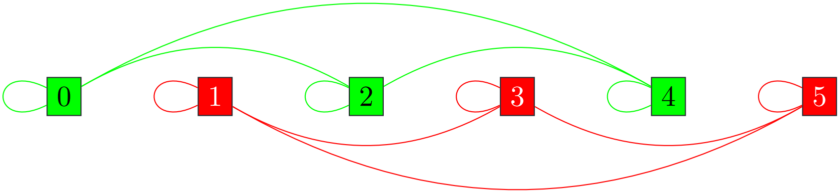
- Äquivalenzklassen von R_2:

$$[0]_{R_2} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

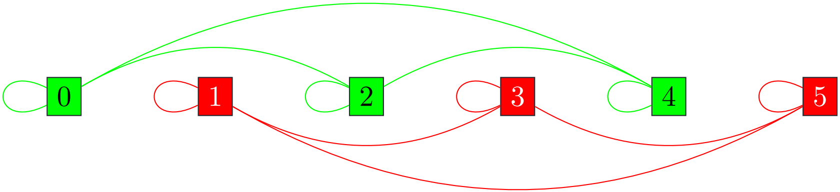
$$[1]_{R_2} = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$$

$$[2]_{R_2} = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

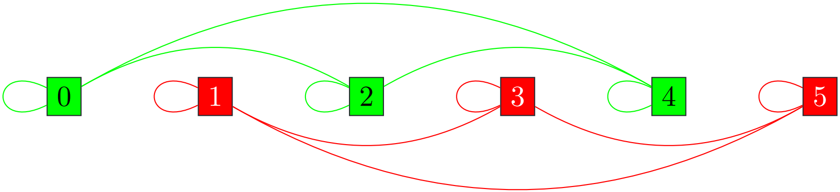

0
1
2
3
4
5



- Die Relation R_2



- Die Relation R_2 teilt die Zahlen



- Die Relation R_2 teilt die Zahlen in gerade und ungerade.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- ($\rightarrow$) Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\to)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - ($\subseteq$) Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - ($\subseteq$) Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - ($\supseteq$)

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität gilt

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität gilt $y \in [y]$

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität gilt $y \in [y] = [x]$,

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ *auf einer Menge* M *und Elemente* $x, y \in M$ *gilt*

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität gilt $y \in [y] = [x]$, also

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
    - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
    - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität gilt $y \in [y] = [x]$, also $x \equiv y$.

Theorem

Für jede Äquivalenzrelation $\equiv$ auf einer Menge M und Elemente $x, y \in M$ gilt

$$x \equiv y \iff [x] = [y].$$

Beweis.

- $(\rightarrow)$ Sei $x \equiv y$. Zu zeigen ist $[x] = [y]$. Wir zeigen zwei Teilmengenbeziehungen.
  - $(\subseteq)$ Sei $z \in [x]$. Dann gilt $x \equiv z$. Mit Symmetrie folgt aus $x \equiv y$ auch $y \equiv x$ und mit Transitivität gilt damit $y \equiv z$. Folglich $z \in [y]$.
  - $(\supseteq)$ Sei $z \in [y]$. Dann gilt $y \equiv z$. Mit Transitivität gilt $x \equiv z$. Folglich $z \in [x]$.
- $(\leftarrow)$ Sei $[x] = [y]$. Gemäß Reflexivität gilt $y \in [y] = [x]$, also $x \equiv y$. $\square$

- Sei $\equiv$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\!\equiv)$$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) :=$$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/{\equiv}) := \{[m]_{\equiv} :$$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_\equiv : m \in M\}.$$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/{\equiv}) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/{\equiv}$ is die Menge

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/{\equiv}) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/{\equiv}$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\!\equiv) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/\!\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\!\equiv$ wird auch Quotient von M

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel:

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/{\equiv}) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/{\equiv}$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/{\equiv}$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel: $(\mathbb{N}/{=}) =$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/{\equiv}) := \{[m]_{\equiv} : m \in M\}.$$

- Also $M/{\equiv}$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/{\equiv}$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel: $(\mathbb{N}/{=}) = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}, \ldots\}$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_\equiv : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel: $(\mathbb{N}/=) = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}, \ldots\}$
- Beispiel:

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_\equiv : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel: $(\mathbb{N}/=) = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}, \ldots\}$
- Beispiel: $(\mathbb{N}/R_2) =$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_\equiv : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel: $(\mathbb{N}/=) = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}, \ldots\}$
- Beispiel: $(\mathbb{N}/R_2) = \{\{0, 2, 4, 6, \ldots\},$

- Sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf M. Wir definieren

$$(M/\equiv) := \{[m]_\equiv : m \in M\}.$$

- Also $M/\equiv$ is die Menge aller Äquivalenzklassen von $\equiv$.
- $M/\equiv$ wird auch Quotient von M durch $\equiv$ genannt.
- Beispiel: $(\mathbb{N}/=) = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}, \ldots\}$
- Beispiel: $(\mathbb{N}/R_2) = \{\{0, 2, 4, 6, \ldots\}, \{1, 3, 5, 7, \ldots\}\}$

UNIVERSITÄT
LEIPZIG

VIELEN DANK FÜR IHRE AUFMERKSAMKEIT!

Łukasz Grabowski
Mathematisches Institut

grabowski@math.uni-leipzig.de