

# Automaten und Sprachen

## Übungsblatt 1

Übungsaufgaben werden in den Übungen besprochen. Übungszeitraum:

27.10. – 07.11.

Hausaufgaben werden bewertet. Abgabe über Moodle bis:

12:00 Uhr am 10.11.2025

Schreiben Sie die Namen beider Gruppenmitglieder auf Ihre Abgabe.

Gestalten Sie Ihre Lösungen nachvollziehbar und referenzieren Sie verwendete Resultate aus der Vorlesung.

**Übungsaufgabe 1** Gegeben sind folgende Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \text{ ist gerade}\}$$

$$L_3 = (\{a\} \cdot \{b\})^* \cdot \{a\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_b \text{ ist gerade}\}$$

$$L_4 = \{x_1 \cdots x_n \in \Sigma^* \mid n \geq 1, x_1 = x_n\}$$

Beschreiben Sie folgende Sprachen informal (in natürlicher Sprache) und formal (wie die Sprachen  $L_1, \dots, L_4$  in der Aufgabenstellung).

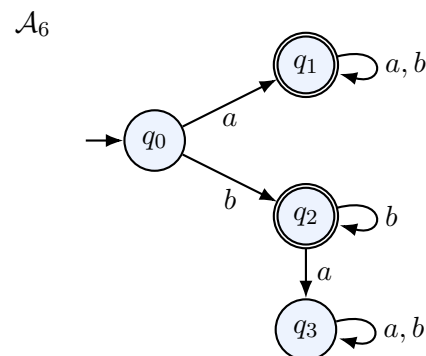
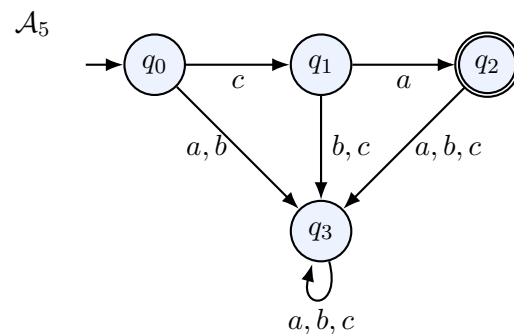
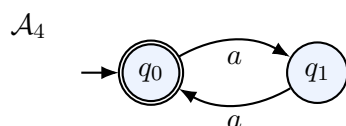
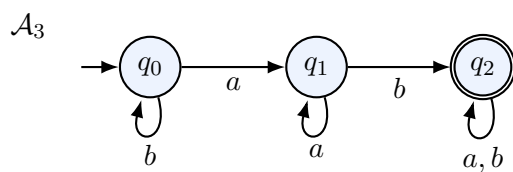
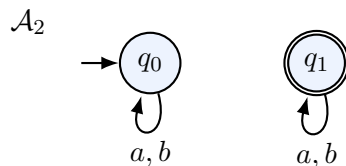
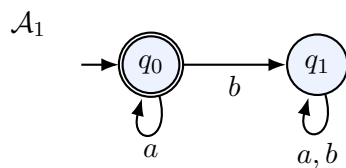
(a)  $\overline{L_1}$

(b)  $(\overline{L_1})^*$

(c)  $L_3 \cup L_4$

(d)  $L_1 \cap L_2 \cap L_3$

**Übungsaufgabe 2** Gegeben sind folgende DEA:



Geben Sie  $L(\mathcal{A}_i)$  jeweils informal und formal (siehe Übungsaufgabe 1) an.

**Übungsaufgabe 3** Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen. Für alle Sprachen  $L_1, L_2$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  gilt

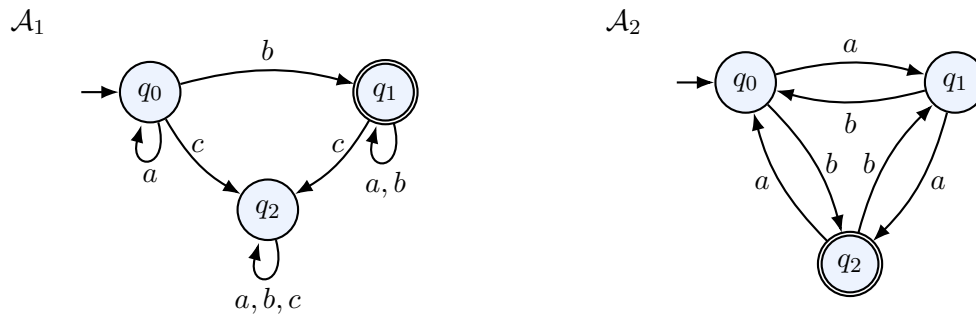
(a)  $L_1^* \cup L_1 = L_1^*$ .

(b)  $\overline{L_1 \cdot L_2} = \overline{L_1} \cdot \overline{L_2}$ .

**Hausaufgabe 4**

(2 + 2 + 6)

Gegeben sind folgende DEA:



Geben Sie für  $i \in \{1, 2\}$  jeweils

- (a) ein Wort an, das von  $\mathcal{A}_i$  akzeptiert wird.
- (b) ein Wort an, das von  $\mathcal{A}_i$  nicht akzeptiert wird.
- (c)  $L(\mathcal{A}_i)$  formal (siehe Übungsaufgabe 1) an.

**Hausaufgabe 5**

(4 + 4 + 4 + 4)

Gegeben sind folgende Sprachen:

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ hat Suffix } bb\}$$

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{auf jedes } a \text{ in } w \text{ folgt direkt ein } b\}$$

$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ ist durch } 4 \text{ teilbar}\}$$

$$L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ hat Suffix } bb \text{ und auf jedes } a \text{ folgt direkt ein } b\}$$

Geben Sie jeweils einen DEA  $\mathcal{A}_i$  mit maximal sechs Zuständen und  $L(\mathcal{A}_i) = L_i$  grafisch an.

**Hausaufgabe 6**

(12)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen.

- (a)  $\{a, b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^* = \overline{\{a, b\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a, b\}^*}$ .
- (b) Für alle Sprachen  $L_1, L_2, L_3$  gilt  $(L_1 \setminus L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \setminus (L_2 \cdot L_3)$ .
- (c) Für jede Sprache  $L_1$  gilt  $\overline{(L_1^*)} = (\overline{L_1})^*$ .

**Hausaufgabe 7**

(3 + 3 + 3 + 3)

Geben Sie an welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind. Begründen Sie Ihre Antworten kurz.

- (a) Für alle DEA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  mit  $F = \{q_0\}$  ist  $L(\mathcal{A}) = \{\varepsilon\}$ .
- (b) Für alle DEA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  mit  $F = Q$  ist  $L(\mathcal{A}) = \Sigma^*$ .
- (c) Für alle DEA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  mit  $L(\mathcal{A}) = \Sigma^*$  ist  $F = Q$ .
- (d) Es gibt eine Sprache  $L$ , so dass jeder DEA, der  $L$  erkennt, mindestens 2 akzeptierende Zustände hat.