Diskrete Strukturen (WS 2023-24) - Problem sheet 0

Bitte nur Probleme 0.1, 0.2 und 0.3 einreichen. Halbserie 0 wird nicht benotet.

0.1 **[0]**

(bitte direkt auf moodle als Quiz-Frage antworten.)

0.2 **[0]**

Gegeben sei folgende aussagenlogische Formel F:

$$(A \iff B) \wedge (\neg(C \Rightarrow A))$$

Erstellen Sie für F eine Wahrheitswertetabelle, und entscheiden Sie ob F erfüllbar ist (begründen Sie Ihre Antwort).

0.3 **[0]**

Ähnlich wie in der Vorlesung, schreiben Sie einige elementare Aussagen, die für das folgende Gesetz relevant sind (BGB 90a Tiere). Bilden Sie einige komplexere Aussagen unter Verwendung von Junktoren, die der Bedeutung des Gesetzes entsprechen.

“Tiere sind keine Sachen. Sie werden durch besondere Gesetze geschützt. Auf sie sind die für Sachen geltenden Vorschriften entsprechend anzuwenden, soweit nicht etwas anderes bestimmt ist.”

0.4 Sei A die Aussage “Die Kamera funktioniert”. Schreiben Sie die folgenden Sätze als logische Aussagen. Entscheiden Sie dann ob Sie wahr oder falsch sind, abhángig davon ob A wahr oder falsch ist..

- Wenn die Kamera funktioniert, dann funktioniert die Kamera genau dann nicht, wenn sie nicht funktioniert.

- Wenn die Kamera funktioniert, dann funktioniert die Kamera genau dann nicht, wenn sie funktioniert.

- Wenn die Kamera nicht funktioniert, dann wenn sie funktioniert, dann funktioniert sie nicht.

0.5 Beweisen Sie mitte Wahrheitstabelle die folgenden Äquivalenzen. (In der Übungseinheiten bitte eine Kommutativität, eine Distributivität, und beide De-Morgan-Gesetze besprechen)

$A \wedge B$	$B \wedge A$	Kommutativität von $\wedge$
$A \vee B$	$B \vee A$	Kommutativität von $\vee$
$(A \wedge B) \wedge C$	$A \wedge (B \wedge C)$	Assoziativität von $\wedge$
$(A \vee B) \vee C$	$A \vee (B \vee C)$	Assoziativität von $\vee$
$A \wedge (B \vee C)$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	Distributivität von $\wedge$
$A \vee (B \wedge C)$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	Distributivität von $\vee$
$A \wedge A$	A	Idempotenz von $\wedge$
$A \vee A$	A	Idempotenz von $\vee$
$\neg\neg A$	A	Involution $\neg$
$A \vee \neg A$	1	Ausgeschlossenes Drittes
$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \vee \neg B$	De-Morgan-Gesetz für $\wedge$
$\neg(A \vee B)$	$\neg A \wedge \neg B$	De-Morgan-Gesetz für $\vee$
$A \wedge (A \vee B)$	A	Absorptionsgesetz für $\wedge$
$A \vee (A \wedge B)$	A	Absorptionsgesetz für $\vee$
$A \Rightarrow B$	$\neg A \vee B$	Elimination von $\Rightarrow$
$A \iff B$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	Elimination von $\iff$

0.6 Beweisen Sie mit Hilfe einer Äquivalenzkette und, dass die Formeln $A \Rightarrow B$ und $\neg B \Rightarrow \neg A$ äquivalent sind. Geben Sie für jeden Schritt an, welche Umformungsregel angewendet wurde.

0.7 Beweisen Sie mit Hilfe einer Äquivalenzkette, dass die Formeln $(A \vee \neg B) \Rightarrow B$ und B äquivalent sind. Geben Sie für jeden Schritt an, welche Umformungsregel angewendet wurde.

Zu besprechen in der 2. Woche

0.8 Formulieren Sie für jede der folgenden Aussagen die jeweilige **Kontraposition**.

1. Ist eine natürliche Zahl durch 6 teilbar, so ist sie auch durch 2 und durch 3 teilbar.
2. Wenn n gerade ist, dann ist $n^2 + 2n - 4$ gerade.

0.9 Es seien die folgenden ‘Prädikate gegeben:

- $M(x)$ drückt aus, dass x ein Mond ist.
- $K(x)$ drückt aus, dass x Käse ist.
- $T(x, y)$ drückt aus, dass x durch y teilbar ist.

1. **Formalisieren** Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik:
   (a) Alle Monde sind Käse.
   (b) Es gibt keinen Mond, der Käse ist.
   (c) Es gibt zwei Monde, die durch denselben Käse teilbar sind.
2. Formulieren Sie die folgenden Aussagen in natürlicher Sprache:
   (iv) $\forall z(K(z) \vee \neg K(z))$
   (v) $\exists x \forall y(K(x) \wedge (M(y) \Rightarrow T(x, y)))$

0.10 Es seien die folgenden Prädikate gegeben:

- $F(x)$ drückt aus: “x ist ein Fenster”.
- $D(x)$ drückt aus: “x ist doppelt verglast”.
- $S(x)$ drückt aus: “x ist eine Schule’.
- $B(x, y)$ drückt aus: “x befindet sich in y”.

1. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik:
   (a) Es existiert eine Schule.
   (b) Es existiert ein Fenster, das nicht doppelt verglast ist.
   (c) Es existiert eine Schule, in der alle Fenster doppelt verglast sind.
2. Formulieren Sie die folgende Aussage in natürlicher Sprache:
   (iv) $\forall z \ \big(F(z) \wedge D(z) \ \Rightarrow \ (\exists x \ S(x) \wedge B(z, x))\big)$

0.11 Führen Sie die folgenden Divisionen mit Rest durch.

(a) $112 : 34$

(b) $97 : 23$

0.12 Führen Sie den Euklidischen Algorithmus für die folgenden Paare durch. Nutzen Sie es in jedem Fall um ggT zu berechnen.

(a) 123 und 39

(b) 60 und 156