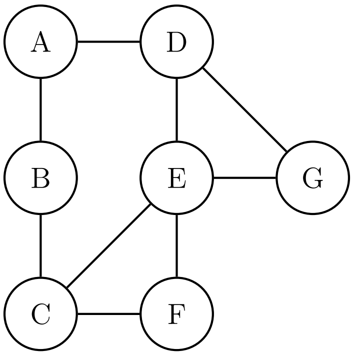
Universität Leipzig Institut für Informatik Bioinformatik/IZBI	**Algorithmen und Datenstrukturen II** SoSe 2024 – Freiwillige Serie 6		
P.F. Stadler, T. Gatter	Ausgabe am 07.05.2024	Lösung am 14.05.2024	Seite 1/3

Algorithmen und Datenstrukturen II
SoSe 2024 – Serie 6

1 Matching

Gegeben sei der folgende ungerichtete Graph G:



Geben Sie in einer Tabelle mit ja oder nein an, ob es sich bei den in a), b) und c) gegebenen Kantenmengen um ein Matching, ein Maximales Matching und/oder ein Perfektes Matching handelt.

a) {{B,A}, {D,E}, {F,C}}

b) {{G,E}, {A,D}, {B,C}, {F,E}}

c) {{A,B}, {G,D}}

Lösung:

	Matching	Perfekt	Maximal
a)	Ja	Nein[1]	Ja
b)	Nein[2]	Nein[3]	Nein[3]
c)	Ja	Nein[4]	Nein[5]

[1] nicht perfekt da G fehlt

[2] ist kein Matching weil jeder Knoten nur in einer Kante vorkommen darf und E mehrfach vorkommt

[3] da [2] kann es auch nicht perfekt oder maximal sein

[4] nicht perfekt da E,C und F fehlen

[5] man kann noch eine Kante, z.B. {C,F} oder {C,E}, hinzufügen und erhält immer noch ein Matching

d) Ermöglicht der Graph ein Perfektes, aber nicht Maximales Matching. Begründen Sie Ihre Antwort bzw. geben Sie das Matching an.

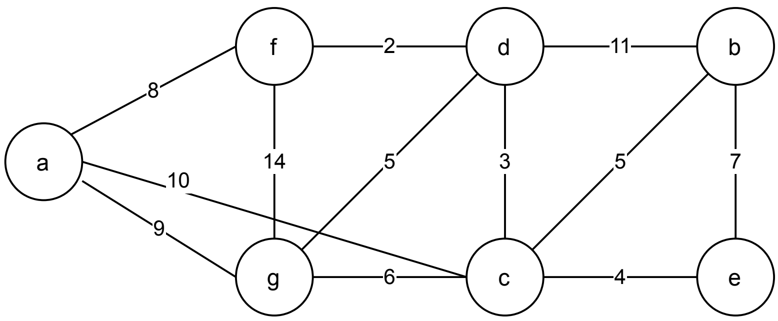
e) Ist der Graph bipartit? Begründen Sie die Antwort.

Lösung:

d) Nein. Jedes Perfekte Matching ist Maximal und die ungerade Knotenzahl verhindert ein perfektes Matching.
e) Nein. Die Dreiecke C–E–F und D–E–G lassen sich nicht bipartit auflösen und damit G auch nicht.

2 Gomory - Hu

Gegeben ist folgender ungerichteter Graph:



Wenden Sie den Gomory-Hu Algorithmus wie in der Vorlesung an. Wählen Sie für den nächsten Schnitt jeweils den (Teil-)Graphen mit $|V| \geq 2$ aus, der das alphabetisch kleinste Element enthält und wählen Sie innerhalb dieses (Teil-)Graphen die alphabetisch kleinsten Elemente als s und t aus. Notieren Sie in einer Tabelle für jeden rekursiven Aufruf des Algorithmus die jeweilige Knotenmenge V des (Teil-)Graphen, die Buchstaben der gewählten s und t Knoten, sowie den Wert des minum-cut(s, t). Zeichnen Sie den resultierenden Gomory-Hu Baum.

Lösung:

V	s	t	min-cut(s,t)
{a,b,c,d,e,f,g}	a	b	19
{a,c,f,g}	a	c	23
{a,f,g}	a	f	24
{a,g}	a	g	27
{b,d,e}	b	d	20
{b,e}	b	e	11

Schrittweise Berechnung (hier mit expliziten Kontraktionen). In der Visualisierung wird die Rekursion parallel ausgeführt um Platz zu sparen. Grün: s,t; Rot: min-cut.