Berechenbarkeit Übung 1

Lennox Heimann, Paula Ewald

April 17, 2024

Matrikelnummer: 3776050
Übungstermin: Mittwoch (B) 11:15 - 12:45
Übungsleiter: Karin Quaas

Matrikelnummer: 3706225
Übungstermin: Mittwoch (B) 11:15 - 12:45
Übungsleiter: Karin Quaas

1. Unendlichkeit von M:
   $\forall n \in \mathbb{N} : \{n\} \in M$
   $|\mathbb{N}| = \aleph_0 \implies |M| \geq \aleph_0$ Wir nehmen an: M ist abzählbar.
   Zusammen mit der unendlichkeit von M folgt, dass es eine Bijektion $g : \mathbb{N} \to M$ existieren muss
   Wir definieren $g(n) = A_n$.
   $B := \{n \in \mathbb{N} | n \notin g(n)\}$
   Wir fixieren $k \in \mathbb{N}$, dass $g(k) = B$.
   Für ein beliebige $n \in \mathbb{N}$ unterscheiden wir nun folgende Fälle:

$$n \in A_k : n \in A_k \implies n \in g(k) \implies n \notin B \ \lightning$$

$$n \notin A_k : n \notin A_k \implies n \notin g(k) \implies n \in B \ \lightning$$

   Aus dem Widerspruch folgt, dass die ursprüngliche Annahme, dass M abzählbar ist, falsch ist. $\square$

2. (a) f_1 ist intuitiv berechenbar, denn Wörter sind immer endlich, daher lässt sich jedes Wort, gehandhabt als Zahl in Basis 2, in endlicher Zeit in eine natürliche Zahl konvertieren. Sollte dieser Prozess fehlschlagen, würde das ebenfalls in endlicher Zeit passieren.
   (b) f_2 ist intuitiv berechenbar, denn man kann ein endliches Wort in endlicher Zeit umdrehen und dann wieder in endlicher Zeit prüfen ob das ursprüngliche Wort ein Präfix des entstandenen Wortes ist. Wenn dieser Prozess fehlschlägt passiert das ebenfalls in endlicher Zeit.
   (c) f_3 ist eine konstante Funktion und damit intuitiv berechenbar.

(d) f_4 ist intuitiv berechnebar. Wir benennen das bestehen der Berechenbarkeitsklausur als Eigenschaft E. Wenn in unserer Welt E gilt, dann ist f_4 konstant 1 und somit intuitiv berechenbar. Falls E in unserer Welt nicht gilt, so ist f_4 konstant 0 und somit intuitiv berechenbar. Es ergibt sich, dass f_4 unabhängig von der Gültigkeit der Eigenschaft E berechnbar ist.

3. (a) $\epsilon :$ $q_0 \,\square$, es existiert für diese Satzform keine Transition, das Wort wird nicht angenommen.

   $11 :$ $q_0\ 11 \vdash_M 1\ q_1\ 1 \vdash_M 1\ q_+\ 1$
   alternativer Pfad: $1\ q_1\ 1 \vdash_M 11\ q_1\ \square \vdash_M 1\ q_-\ 1$

   $01 :$ $q_0\ 01 \vdash_M 1\ q_2\ 1 \vdash_M 11\ q_1\ \square \vdash_M 1\ q_-\ 1$
   alternaativer Pfad: $1\ q_2\ 1 \vdash_M 11\ q_2\ \square$, es existiert für diese Satzform keine Transition, das Wort wird nicht angenommen.

   (b) Es folgt: 11 wird akzeptiert, ϵ und 01 nicht.

   (c) $L(M) = \{u \cdot 1 \cdot v \cdot 1 \cdot w | u, v, w \in \Sigma^*\}$