2.2

Betrachten Sie folgende Mengen:

$$\begin{aligned} M_1 &= \{0, 2, 4, 6, 8\} \\ M_2 &= \{0, 2, 4, 6\} \cup \{10, 8, 6\} \\ M_3 &= \{x \in \mathbb{N} : 2 | x, x < 10\} \\ M_4 &= \{\{0, 2\}, \{4, 6, 8\}\} \end{aligned}$$

1. Beweisen Sie $M_1 = M_3$.

$$\begin{split} M_1 &= M_3\\ \iff M_1 \subseteq M_3 \text{ und } M_3 \subseteq M_1\\ \iff \forall x \in M_1 : x \in M_3 \text{ und } \forall x \in M_3 : x \in M_1\\ 0 \in M_1 \text{ und } 0 \in M_3\\ 2 \in M_1 \text{ und } 2 \in M_3\\ 4 \in M_1 \text{ und } 4 \in M_3\\ 6 \in M_1 \text{ und } 6 \in M_3\\ 8 \in M_1 \text{ und } 8 \in M_3 \end{split}$$

2. Widerlegen Sie $M_3 = M_4$.

$$\begin{aligned} M_3 &\neq M_4 \\ &\iff M_3 \not\subseteq M_4 \text{ oder } M_4 \not\subseteq M_3 \\ &\iff \exists x \in M_3 : x \not\in M_4 \text{ oder } \exists x \in M_4 : x \not\in M_3 \\ \{0,2\} \in M_4, \{0,2\} \not\in M_3 \end{aligned}$$

3. Widerlegen Sie $M_2 \subseteq M_3$.

$$M_2 \not\subseteq M_3$$

$$\iff \exists x \in M_2 : x \in M_3$$

$$10 \in M_2, 10 \not\in M_3$$