Übungsblatt 12B

1) a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $x \mapsto \sin(4x)e^{2x}$, wo existiert diese überall. *[Hinweis: Ein wenig Geduld beim partiellen Integrieren bis die Wunder aus Bsp 6.5 und 6.8 wieder erscheinen.]*

b) Bestimmen Sie eine Stammfunktionen von

$$x \mapsto \frac{2x-4}{x^2-4x-5},$$

mit maximalem Definitionsbereich. Wieviele Konstanten können Sie frei wählen?

c) Finden Sie eine Stammfunktion von

$$x \mapsto e^{2x}\log(1+e^x),$$

mit maximalem (welchen?) Existenzbereich.

Begründen Sie Ihre Rechnungen sorgfältigst. $1+2+2$ Punkte

2) Benutzen Sie die Summationsformel für die geometrische Reihe um das Regelintegral

$$(\mathrm{R})\int_0^1 e^x\,dx$$

zu berechnen. 4^* Punkte

3) Sei $\alpha > 0$. Finden Sie auf (e^2,∞) die Stammfunktionen F_1, F_2 und F_3 für

$$f_1(x) = \frac{1}{x^\alpha}, \quad f_2(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{(\log(x))^\alpha} \quad \text{und} \quad f_3(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{(\log(x))}\frac{1}{(\log(\log(x)))^\alpha}.$$

Zeigen Sie, dass $\lim_{x\to\infty} F_1(x) = \infty$ genau dann wenn $\lim_{x\to\infty} F_2(x) = \infty$ gdw $\lim_{x\to\infty} F_3(x) = \infty$ gdw $\alpha \le 1$.

Vergleichen Sie die Funktionen f_j mit geeigneten Treppenfunktionen und zeigen Sie, dass alle drei Reihen

$$\sum_{k=10}^{\infty}\frac{1}{k^\alpha}, \sum_{k=10}^{\infty}\frac{1}{k(\log(k))^\alpha} \text{ und } \sum_{k=10}^{\infty}\frac{1}{k\log(k)(\log(\log(k)))^\alpha}$$

konvergieren genau dann wenn $\alpha > 1$ gilt. $3^* + 3^*$ Punkte

Wie immer, begründen Sie Ihre Aussagen sorgfältig! Skizzen können und sollen der Lösungsfindung dienen, sind aber keine Beweise.

Bitte geben Sie pro Lösungsteam nur EINE Lösung ab !!!, die Korrekturen verzögern sich sonst unnötig. Danke.

Nach der Vorlesung, bzw 17:30 abgegebene Lösungen werden nicht voll bewertet

---

Abgabe am 30.1.2025 11:00 online(Moodlekurs) oder 17:15 HS2 zur Vorlesung.