3 and dim (4, 142) = 1 4
	(1-5)
4 - 1 = 6 > 5 = div	м (IR³) г
	<u> </u>
, Uz ⊆ V Unterräume	von V.
	3 and dim (4, 142)

Aufgabe

Sei $n \geq 2$ und V ein n-dimensionaler K-Vektorraum sowie $W_1 \neq W_2$ Untervektorräume von V mit dim $W_1 = \dim W_2 = n - 1$.

- a) Zeigen Sie, dass $V = W_1 + W_2$
- b) Zeigen Sie, dass $W_1 \cap W_2 = \{0\}$ genau dann, wenn n = 2.

Lösung:

a) Entweder ist $\dim(W_1 + W_2) = n$ oder = n - 1. Wäre $\dim(W_1 + W_2) = n - 1$, dann wäre nach Dimensionsformel für Unterräume

$$\dim(W_1 \cap W_2) = 2n - 2 - (n - 1) = n - 1$$

und damit $W_1 = W_2$, was im Widerspruch zur Voraussetzung steht. Damit ist $\dim(W_1 + W_2) = n$ und $W_1 + W_2 = V$.

- b) Dimensionsformel für Unterräume impliziert, dass $n = \dim V = 2n 2 \dim(W_1 \cap W_2)$, d.h. $\dim(W_1 \cap W_2) = n 2$. Dann ist $\dim W_1 \cap W_2 = \{0\}$ genau dann, wenn n = 2.
- (a) $W_1 \subseteq W_1 + W_2 =$ y = 0 y = 0 y = 0 y = 0 y = 0 y = 0 y = 0 y = 0
 - \Rightarrow dim $(W_1 + W_2) \in \{n-1, n\}$
 - $\dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = \dim(\mathcal{W}_1) + \dim(\mathcal{W}_2) \dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 2n 2 \dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2)$ (*)

Angenommen: dim(W1+W2) = 11-1

=> $\dim(\omega_1 \cap \omega_2) = u - 1 = \dim(\omega_1)$.

Win Wz ist ein U.R. von Wi. Wegen dim (Win Wz) = dim (Wi), folgt Win Wz = Win

Analog folgt: Wn n Wz = Wz.

- $\Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \, \mathcal{L} \quad \Rightarrow \quad \dim(\omega_1 + \omega_2) = \omega = \dim(U) \Rightarrow \omega_1 + \omega_2 = U.$
- (l) Wesen (x) und (a) silt:

 $\dim(W_1 \cap W_2) \stackrel{(*)}{=} 2n - 2 - \dim(W_1 + W_2) \stackrel{(a)}{=} 2n - 2 - n = n - 2$

 $\Rightarrow W_1 \cap W_2 = \{0\} \iff \dim(W_1 \cap W_2) = 0 \iff u - 2 = 0 \iff u = 2.$

Satz (Dimensionsformel für Unterräume) Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum und seien Uz, Uz \(\) \(\) Unterräume von V. Dann zill: dim(Uz+Uz) = dim(Uz) + dim(Uz) - dim (Uz n Uz) Satz: Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum und sei U \(\) \(\) \(\) ein Unterraum. Dann zill: i) \(\) \(•		•																									
Dann gilt: $dim(U_1+U_2) = dim(U_1) + dim(U_2) - dim(U_1 \cap U_2)$ Satz: $Sei \ V \ ein \ endlich \ dimensionaler \ K-Vektorraum \ und \ sei \ U \subseteq V \ ein \ Unterraum. \ Dann gilt:$ $i) \ U \ ist \ endlich \ dimensional \ und \ dim(U) \subseteq dim(V).$)a.	1	Di	mei	n Sid	ons.	for	ne	l f	ür	Uı	nte	rri	iuv	ne.)																		
$dim(U_1+U_2) = dim(U_1) + dim(U_2) - dim(U_1 \cap U_2)$ Satz: Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorranm und sei $U \subseteq V$ ein Unterranm. Dann gilt: i) U ist endlich dimensional und dim(U) \subseteq dim(V).	Se	i V	ein	end	llid	eh,	dim	eu	sio	nal	er	K-	Ve	ekt	or	rah	m	hn	d s	eieu	, (11	,uz	ے	V	U	nte	rr	äuv	ne	Vov	·ν		
$dim(U_1+U_2) = dim(U_1) + dim(U_2) - dim(U_1 \cap U_2)$ Satz: Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorranm und sei $U \subseteq V$ ein Unterranm. Dann gilt: i) U ist endlich dimensional und dim(U) \subseteq dim(V).	Λ.		. 01																															
Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorranm und sei U = V ein Unterranm. Dann gilt: i) U ist endlich dimensional und dim(U) = dim(V).	Va	hh g	iet	:																														
Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorranm und sei U = V ein Unterranm. Dann gilt: i) U ist endlich dimensional und dim(U) = dim(V).	di	m(U	1+1	12)) =	- di	im(Иı) +	di	n(l	(2)	-	div	n (u,	n U	(ر)																
Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorranm und sei U = V ein Unterranm. Dann gilt: i) U ist endlich dimensional und dim(U) = dim(V).																																		
i) U ist endlich dimensional und dim(U) < dim(V).	Sat	7 :																																
i) U ist endlich dimensional und dim(U) < dim(V).	c	1,			•	0 1	•			0			١,						•					1	,	•						41		
	Sei	V e	in e	nd	(ic	k d	lim	eus	iou	ıale	?r	K -	Ve	κŧσ	rr	ahr	n C	nnd	l se	i U	رد	V	eiv	, l	ln	ler	rau	1M	. [)an	NG)i <i>lt</i>	:	
	į)	U	is.	ł e	nd	lich	di	me	n si	oue	l	un	J	din	را) ا	()	<u>८</u>	div	n (1	IJ.														
	٠,			1.7				1.				0.	1	(,)																				
	١J	U	_	V	((=)	- 1	Kiv	h(l	A)	=	Kiv	n(VI.																				

ufgabe:																							
sei V cin endl	ich - din	neusion	aler	٠ K-۱	lek:	lorv	GUM	u	nd .	seie	n l	اء,د	۸z,	Иz	۷	V	U	ntev	räu	me	vo	in L	1.
eiten Sic ein	e Form	el hei	- fü	r div	n (U	(1+1	uz t	Uz,) .														
 0 รหทร:																							
Jende die Di	meusiou	sform	el f	är U	ntei	rräu	ame	Gh i	anf	(L	ınt L	(z)	uhi	Įί	lз								
> dim(U1+1	uz+43)	= 0	lim (((U ₁ -	⊦U _z	·) +	U3)	=	di	m (l	1 ₁ + (12)	+	di	m (Иz) –	di	m((u,	+ U	2)/	ηŲ.
				(U ₁).																			
				(U ₁)																			
		_ (A I M	(01)	† U	ım (u ₂ ,	+	aiv	n (W	31-	VIV	n (l	/ / ₁ /	7 4	21	_	MIN	11(1)	17+	u z	101	13,
Satz (Dimer	nsionsfo	rmel.	lür 1	Unte	rrä	um	()																
Sei V ein eno								n M	hna	l se	ien	u,	, Uz	, د	V	U	nte	rrä	ium	el	lou	V	
)ann gilt:									-							-							
dim(Uz+Uz)) = din	ر (الم) ا	· diu	n(Uz)	-	dim	(Ua	n U	(ر)														
																							_
																						+	
																							_
																						_	_

Au	fgab	е																															
	ot es U																													onki	retes		
Bei	spiel :	solc	her J	₹äu	me	U_1 ,	U_2 ,	U_3 ,	U_4 :	an (keir	ie v	veite	ere .	Beg	rün	dun	g no	otwe	endi	g).	Wei	nn 1	nein	, b∈	grü	nde:	n Si	е.				
lö	shng	:																															
An	geno	mw	ien,	So	િ	دل	lut	err	Ä'nI	me	 چ۾	вe	es	1.)an	ი ე	ilł	•															
3	= di	m(ر ³]) >	di	in l	λų	>	di	m U	13 >	· J	im	lιz)	div	n U	1 2	2 0														
=>	din	رار		7	_	S (d i u	.lı.		1		> 4	diu	. (<i>a</i> .		0		=>	diu	U.		O	.9										
			* -				,,,,,,		, -	•			,,,,,,		<i>L</i> –						_												
=)	Nei	Λ [!]																															
Sa	tz:																																
	i V	ein	end	llic	e.	din	neu	sio	nal	?er	K-	Ve	ĸŧ	ori	۲۵۲	m ('n'n	J s	ei l	U <u>c</u>	· V	ei	n	Un	le.	rrai	иm	. [)av	ın (gi <i>l</i> ł	:	
(i)	u	i	>t	end	llic	h o	lim	en s	iou	al	uv	nd	di	m(l	J)	<u>८</u>	di	m (V).														
()			1.				1					,	\																				
(ii)	u	=	V		<i>(=)</i>	>	di	m(1	U)	=	di	m(V)																				
																																	+