

Berechenbarkeit

Vorlesung 2: Grundlagen Turingmaschinen

17. April 2025

Termine — Modul Berechenbarkeit

ÜBUNGEN	VORLESUNG
15.4. Übung 1 B-Woche	17.4. Turingmaschine I
22.4. Übung 1 A-Woche (Montag Feiertag)	24.4. Turingmaschine II (Übungsblatt 2)
29.4. Übung 2 B-Woche	1.5. _____
6.5. Übung 2 A-Woche	8.5. Loop-Programme (Übungsblatt 3)
13.5. Übung 3 B-Woche	15.5. While-Programme
20.5. Übung 3 A-Woche	22.5. Rekursion I (Übungsblatt 4)
27.5. Übung 4 B-Woche	29.5. _____

ÜBUNGEN	VORLESUNG
3.6. Übung 4 A-Woche	5.6. Rekursion II (Übungsblatt 5)
10.6. Übung 5 B-Woche (Montag Feiertag)	12.6. Entscheidbarkeit
17.6. Übung 5 A-Woche	19.6. Unentscheidbarkeit (Übungsblatt 6)
24.6. Übung 6 B-Woche	26.6. Spez. Probleme
1.7. Übung 6 A-Woche	3.7. Klasse P
8.7. Abschlussübung beide Wochen	10.7. NP-Vollständigkeit

§2.1 Definition (partielle Funktion; *partial function*)

Seien A, B Mengen. Relation $\rho \subseteq A \times B$ ist **partielle Funktion**, geschrieben $\rho: A \dashrightarrow B$, falls für jedes $a \in A$ höchstens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in \rho$ existiert.

§2.1 Definition (partielle Funktion; *partial function*)

Seien A, B Mengen. Relation $\rho \subseteq A \times B$ ist **partielle Funktion**, geschrieben $\rho: A \dashrightarrow B$, falls für jedes $a \in A$ höchstens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in \rho$ existiert.

Notizen

- Übliche Funktionsschreibweisen auch für partielle Funktionen
- Jede Funktion ist partielle Funktion

§2.1 Definition (partielle Funktion; *partial function*)

Seien A, B Mengen. Relation $\rho \subseteq A \times B$ ist **partielle Funktion**, geschrieben $\rho: A \dashrightarrow B$, falls für jedes $a \in A$ höchstens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in \rho$ existiert.

Notizen

- Übliche Funktionsschreibweisen auch für partielle Funktionen
- Jede Funktion ist partielle Funktion
- **Definitionsbereich** partieller Funktion $f: A \dashrightarrow B$ ist $f^{-1}(B)$ (Elemente des Vorbereiches A , für die f definiert ist)

$$f^{-1}(B) = \{a \in A \mid \exists b \in B: f(a) = b\}$$

- $f^{-1}(B) = A$ für jede Funktion $f: A \rightarrow B$

Kodierungen

Vereinbarungen

- Beschränkung auf partielle Funktionen

$$f: \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \quad \text{und} \quad g: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^* \quad (\text{für Alphabete } \Sigma, \Delta)$$

- 2 Kodierungen für natürliche Zahlen

Kodierungen

Vereinbarungen

- Beschränkung auf partielle Funktionen

$$f: \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \quad \text{und} \quad g: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^* \quad (\text{für Alphabete } \Sigma, \Delta)$$

- 2 Kodierungen für natürliche Zahlen

- Unäre** Kodierung: $n \in \mathbb{N}$ repräsentiert durch $a^n = \underbrace{a \cdots a}_{n \text{ mal}}$

$$\text{Aus } f: \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \text{ wird } g: \{a, \#\}^* \dashrightarrow \{a\}^* \text{ mit}$$
$$g(a^{n_1} \# a^{n_2} \# \cdots \# a^{n_k}) = a^{f(n_1, \dots, n_k)}$$

Kodierungen

Vereinbarungen

- Beschränkung auf partielle Funktionen

$$f: \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \quad \text{und} \quad g: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^* \quad (\text{für Alphabete } \Sigma, \Delta)$$

- 2 Kodierungen für natürliche Zahlen

- **Unäre** Kodierung: $n \in \mathbb{N}$ repräsentiert durch $a^n = \underbrace{a \cdots a}_{n \text{ mal}}$

$$\text{Aus } f: \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \text{ wird } g: \{a, \#\}^* \dashrightarrow \{a\}^* \text{ mit}$$
$$g(a^{n_1} \# a^{n_2} \# \cdots \# a^{n_k}) = a^{f(n_1, \dots, n_k)}$$

- **Binäre** Kodierung: $n \in \mathbb{N}$ repräsentiert durch $\text{bin}(n) \in \{0, 1\}^*$

$$\text{Aus } f: \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \text{ wird } g: \{0, 1, \#\}^* \rightarrow \{0, 1\}^* \text{ mit}$$
$$g(\text{bin}(n_1) \# \text{bin}(n_2) \# \cdots \# \text{bin}(n_k)) = \text{bin}(f(n_1, \dots, n_k))$$

Kodierungen

Kodierung von $f(3, 4) = 7$

- Unäre Kodierung

$$g(\underbrace{aaa}_3 \# \underbrace{aaaa}_4) = \underbrace{aaaaaaaa}_7$$

- Binäre Kodierung

$$g(\underbrace{11}_{2+1} \# \underbrace{100}_{4+0+0}) = \underbrace{111}_{4+2+1}$$

Kodierungen

Kodierung von $f(3, 4) = 7$

- Unäre Kodierung

$$g(\underbrace{aaa}_3 \# \underbrace{aaaa}_4) = \underbrace{aaaaaaaa}_7$$

- Binäre Kodierung

$$g(\underbrace{11}_{2+1} \# \underbrace{100}_{4+0+0}) = \underbrace{111}_{4+2+1}$$

- Andere berechenbare Kodierungen auch möglich

Dezimalkodierung: $g: \{0, 1, \dots, 9, \#\}^* \dashrightarrow \{0, 1, \dots, 9\}^*$

Kodierung von Sprachen

§2.2 Definition (Sprachenkodierung)

Für jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist $\text{id}_L: \Sigma^* \dashrightarrow \Sigma^*$ gegeben durch

$$\text{id}_L = \{(w, w) \mid w \in L\}$$

Kodierung von Sprachen

§2.2 Definition (Sprachenkodierung)

Für jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist $\text{id}_L: \Sigma^* \dashrightarrow \Sigma^*$ gegeben durch

$$\text{id}_L = \{(w, w) \mid w \in L\}$$

Notizen

- ‘undef’ (oder \perp) steht für nicht definierte Funktionswerte
- Alternative Definition

$$\text{id}_L(w) = \begin{cases} w & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

- Also $\text{id}_L^{-1}(\Sigma^*) = L$

Intuitive Berechenbarkeit

Algorithmus = endliche & eindeutige Handlungsbeschreibung

§2.3 Definition (intuitive Berechenbarkeit; *computability*)

Funktion $f: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$ **intuitiv berechenbar** (*computable*),
falls Algorithmus A_f existiert, so dass für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$

- A_f produziert Ergebnis nach endlicher Zeit gdw. $w \in f^{-1}(\Delta^*)$
- A_f produziert Ergebnis $f(w)$ falls $w \in f^{-1}(\Delta^*)$

Intuitive Berechenbarkeit

Algorithmus = endliche & eindeutige Handlungsbeschreibung

§2.3 Definition (intuitive Berechenbarkeit; *computability*)

Funktion $f: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$ **intuitiv berechenbar** (*computable*), falls Algorithmus A_f existiert, so dass für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$

- A_f produziert Ergebnis nach endlicher Zeit gdw. $w \in f^{-1}(\Delta^*)$
- A_f produziert Ergebnis $f(w)$ falls $w \in f^{-1}(\Delta^*)$

Notizen

- $w \in f^{-1}(\Delta^*)$ bedeutet “ $f(w)$ definiert”
- A_f muss bei Eingabe $w \in f^{-1}(\Delta^*)$ Ergebnis $f(w)$ liefern
- A_f darf bei Eingabe $w \in \Sigma^* \setminus f^{-1}(\Delta^*)$ kein Ergebnis liefern (Endlosschleife, Absturz, Exception, etc.)

Intuitive Berechenbarkeit

Weitere Notizen

- Mathematische Existenz ausreichend
(kann Funktion 2 Formen annehmen, also $f = f_1$ oder $f = f_2$,
dann reicht intuitive Berechenbarkeit von f_1 und f_2)
- Beschreibungssprache beliebig (C++, Java, Pseudocode, etc.)
- Hardware irrelevant (Architektur, Ablaufmechanismus, etc.)
- Keine Zeit- oder Speicherbeschränkung
(aber A_f muss bei Eingabe $w \in f^{-1}(\Delta^*)$ letztlich terminieren)

Intuitive Berechenbarkeit

Erklärungsversuch

- E sei Eigenschaft der Welt und $f: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$
(z.B. E = Gültigkeit der Goldbachschen Vermutung)
- Weiterhin gelten $E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)$ und $\neg E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)$

Intuitive Berechenbarkeit

Erklärungsversuch

- E sei Eigenschaft der Welt und $f: \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$
(z.B. E = Gültigkeit der Goldbachschen Vermutung)
- Weiterhin gelten $E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)$ und $\neg E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)$

$$\begin{aligned} & (E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)) \wedge (\neg E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)) \\ \equiv & (\neg E \vee \text{Berechenbar}(f)) \wedge (E \vee \text{Berechenbar}(f)) \\ \equiv & (\neg E \wedge E) \vee \text{Berechenbar}(f) \\ \equiv & \text{Berechenbar}(f) \end{aligned}$$

- Also gilt $\text{Berechenbar}(f)$

Intuitive Berechenbarkeit

- Addition: Funktion $+: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ intuitiv berechenbar
 - Schulmethode
 - x_1 mal Erhöhung von x_2 für $x_1 + x_2$

Intuitive Berechenbarkeit

- Addition: Funktion $+: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ intuitiv berechenbar
 - Schulmethode
 - x_1 mal Erhöhung von x_2 für $x_1 + x_2$
- Format-Prüfung: Funktion $\text{id}_L: \{0, 1, \#\}^* \dashrightarrow \{0, 1, \#\}^*$ mit

$$L = \underbrace{1 (0 \mid 1)^* (\# 1 (0 \mid 1)^*)^*}_{(1, \text{beliebig viele } 0 \text{ und } 1, \# \text{ und weitere solche Blöcke)}}$$

(1, beliebig viele 0 und 1, # und weitere solche Blöcke)

intuitiv berechenbar

(L regulär)

Intuitive Berechenbarkeit

$\pi[n]$ = erste n Stellen in Dezimalbruchdarstellung von π für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\pi[3] = 314$$

$$\pi[6] = 314159$$

$$\pi[1] = 3$$

Intuitive Berechenbarkeit

$\pi[n]$ = erste n Stellen in Dezimalbruchdarstellung von π für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\pi[3] = 314$$

$$\pi[6] = 314159$$

$$\pi[1] = 3$$

- Approximation π : Funktion $\pi: \{a\}^* \rightarrow \{0, 1, \dots, 9\}^*$ mit

$$\pi(a^n) = \pi[n] \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

Intuitive Berechenbarkeit

$\pi[n]$ = erste n Stellen in Dezimalbruchdarstellung von π für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\pi[3] = 314$$

$$\pi[6] = 314159$$

$$\pi[1] = 3$$

- Approximation π : Funktion $\pi: \{a\}^* \rightarrow \{0, 1, \dots, 9\}^*$ mit

$$\pi(a^n) = \pi[n] \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

intuitiv berechenbar

- Approximationsalgorithmus für π
- Ausgabe erste n Stellen sobald ausreichende Genauigkeit

Intuitive Berechenbarkeit

- Teilstrings von π : Funktion $\text{sub}_\pi: \{0, 1, \dots, 9\}^* \longrightarrow \{0, 1\}^*$ mit

$$\text{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0, \dots, 9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit

Beispiele

$$\text{sub}_\pi(314) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(15) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(41) = 1$$

Intuitive Berechenbarkeit

- Teilstrings von π : Funktion $\text{sub}_\pi: \{0, 1, \dots, 9\}^* \longrightarrow \{0, 1\}^*$ mit

$$\text{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0, \dots, 9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit **unklar**

Beispiele

$$\text{sub}_\pi(314) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(15) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(41) = 1$$

Intuitive Berechenbarkeit

- Teilstrings von π : Funktion $\text{sub}_\pi: \{0, 1, \dots, 9\}^* \dashrightarrow \{0, 1\}^*$ mit

$$\text{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0, \dots, 9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit

Beispiele

$$\text{sub}_\pi(314) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(15) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(41) = 1$$

Intuitive Berechenbarkeit

- Teilstrings von π : Funktion $\text{sub}_\pi: \{0, 1, \dots, 9\}^* \dashrightarrow \{0, 1\}^*$ mit

$$\text{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0, \dots, 9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit intuitiv berechenbar

Beispiele

$$\text{sub}_\pi(314) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(15) = 1$$

$$\text{sub}_\pi(41) = 1$$

Intuitive Berechenbarkeit

- Länge von Nichtteilstrings von π : Funktion $\ell_\pi: \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\ell_\pi(n) = \begin{cases} n & \text{falls Sequenz der Länge } n \text{ existiert,} \\ & \text{die nicht in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$

Intuitive Berechenbarkeit

Intuitive Berechenbarkeit

- Länge von Nichtteilstrings von π : Funktion $\ell_\pi: \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\ell_\pi(n) = \begin{cases} n & \text{falls Sequenz der Länge } n \text{ existiert,} \\ & \text{die nicht in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$

Intuitive Berechenbarkeit intuitiv berechenbar

Intuitive Berechenbarkeit

- Länge von Nichtteilstrings von π : Funktion $\ell_\pi: \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\ell_\pi(n) = \begin{cases} n & \text{falls Sequenz der Länge } n \text{ existiert,} \\ & \text{die nicht in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$

Intuitive Berechenbarkeit intuitiv berechenbar

- Falls alle Sequenzen in π vorkommen, (Eigenschaft E)
dann ℓ_π überall undefiniert & intuitiv berechenbar
- Sonst existiert kürzeste Sequenz der Länge k , die nicht in π
vorkommt & ℓ_π intuitiv berechenbar, da

$$\ell_\pi(n) = f_k(n) = \begin{cases} n & \text{falls } n \geq k \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

$(\neg E \rightarrow \exists k((\ell_\pi = f_k) \wedge \text{Berechenbar}(f_k)))$ also
 $\neg E \rightarrow \text{Berechenbar}(\ell_\pi)$

Intuitive Berechenbarkeit

- Wortproblem Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\chi_L: \Sigma^* \rightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv:

Intuitive Berechenbarkeit

- Wortproblem Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\chi_L: \Sigma^* \rightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv: **intuitiv berechenbar**

Intuitive Berechenbarkeit

- Wortproblem Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\chi_L: \Sigma^* \rightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L :

Intuitive Berechenbarkeit

- Wortproblem Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\chi_L: \Sigma^* \rightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L : unklar/nicht intuitiv berechenbar

Intuitive Berechenbarkeit

- Aufzählung Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\rho_L: \Sigma^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\rho_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv:
- Typ-0-Sprache L :

Intuitive Berechenbarkeit

- Aufzählung Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\rho_L: \Sigma^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\rho_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L :

Intuitive Berechenbarkeit

- Aufzählung Sprache $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\rho_L: \Sigma^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\rho_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L : intuitiv berechenbar

Intuitive Berechenbarkeit

Problem

- Wie argumentiert man “nicht intuitiv berechenbar”?
(muss für beliebige Algorithmen funktionieren)

Intuitive Berechenbarkeit

Problem

- Wie argumentiert man “nicht intuitiv berechenbar”?
(muss für beliebige Algorithmen funktionieren)

Ansatz der modellbezogenen Berechenbarkeit

- Festlegung Berechnungsmodell (Grammatik, Turingmaschine, etc.)
- Klärt Begriff ‘Algorithmus’

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$S \rightarrow S'E$$

$$S' \rightarrow aS'a$$

$$S' \rightarrow bS'b$$

$$S' \rightarrow E$$

$$Ea \rightarrow EA$$

$$Aa \rightarrow aA$$

$$Ab \rightarrow bA$$

$$AE \rightarrow Ea$$

$$Eb \rightarrow EB$$

$$Ba \rightarrow aB$$

$$Bb \rightarrow bB$$

$$BE \rightarrow Eb$$

$$EE \rightarrow \varepsilon$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEb aE \\ &\Rightarrow_G abEB aE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & \textcolor{red}{BE} \rightarrow \textcolor{red}{Eb} \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEa\textcolor{red}{BE} \Rightarrow_G abEa\textcolor{red}{Eb} \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ \textcolor{red}{Ea} \rightarrow \textcolor{red}{EA} & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G ab\textcolor{red}{Ea}Eb \Rightarrow_{\textcolor{red}{G}} ab\textcolor{red}{EA}Eb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow S'E & S' \rightarrow aS'a & S' \rightarrow bS'b & S' \rightarrow E \\ Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & \textcolor{red}{AE} \rightarrow \textcolor{red}{Ea} \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \\ EE \rightarrow \varepsilon & & & \end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abE\textcolor{red}{AE}b \\ &\Rightarrow_G abE\textcolor{red}{Ea}b \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$S \rightarrow S'E$$

$$S' \rightarrow aS'a$$

$$S' \rightarrow bS'b$$

$$S' \rightarrow E$$

$$Ea \rightarrow EA$$

$$Aa \rightarrow aA$$

$$Ab \rightarrow bA$$

$$AE \rightarrow Ea$$

$$Eb \rightarrow EB$$

$$Ba \rightarrow aB$$

$$Bb \rightarrow bB$$

$$BE \rightarrow Eb$$

$$EE \rightarrow \varepsilon$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\ &\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\ &\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab \end{aligned}$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Analyse der Funktionsweise

- Ziel ww mit $w \in \{a, b\}^*$
- Erzeuge zunächst wEw^RE

$$S \rightarrow S'E \quad S' \rightarrow aS'a \quad S' \rightarrow bS'b \quad S' \rightarrow E$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Analyse der Funktionsweise

- Ziel ww mit $w \in \{a, b\}^*$
- Erzeuge zunächst wEw^RE

$$S \rightarrow S'E \quad S' \rightarrow aS'a \quad S' \rightarrow bS'b \quad S' \rightarrow E$$

- Symbol hinter linkem E direkt hinter rechtes E bewegen

$$\begin{array}{llll} Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \end{array}$$

- Invertiert w^R ; liefert w und Satzform $wEEw$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Analyse der Funktionsweise

- Ziel ww mit $w \in \{a, b\}^*$
- Erzeuge zunächst wEw^RE

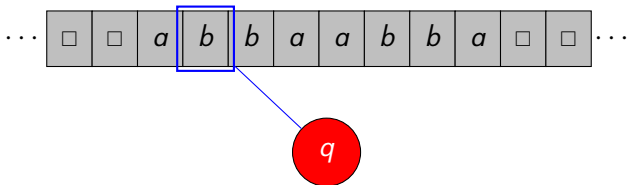
$$S \rightarrow S'E \quad S' \rightarrow aS'a \quad S' \rightarrow bS'b \quad S' \rightarrow E$$

- Symbol hinter linkem E direkt hinter rechtes E bewegen

$$\begin{array}{llll} Ea \rightarrow EA & Aa \rightarrow aA & Ab \rightarrow bA & AE \rightarrow Ea \\ Eb \rightarrow EB & Ba \rightarrow aB & Bb \rightarrow bB & BE \rightarrow Eb \end{array}$$

- Invertiert w^R ; liefert w und Satzform $wEEw$
- Löschen Begrenzer EE mit Produktion $EE \rightarrow \varepsilon$

Turingmaschine

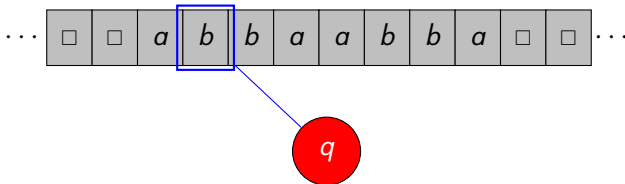


Notizen

- Beidseitig unbeschränktes Arbeitsband
- Endliche Kontrolle

(zustandsgesteuert)

Turingmaschine



Notizen

- Beidseitig unbeschränktes Arbeitsband
- Endliche Kontrolle
- Mobiler Lese- & Schreibkopf
- Eingabe auf Band; Symbole überschreibbar

(zustandsgesteuert)

(Speicher)

Alan Turing (* 1912; † 1954)

- Engl. Informatiker
- Brach dtsh. Enigma-Verschlüsselung
- Verurteilt wegen Homosexualität;
akzeptierte Kastration; 2013 offiziell rehabilitiert



Turingmaschine

§2.4 Definition (Turingmaschine; *Turing machine*)

Turingmaschine ist Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

- endl. Menge Q von **Zuständen** (*states*) mit $Q \cap \Gamma = \emptyset$
- endl. Menge Σ von **Eingabesymbolen** (*input symbols*)
- endl. Menge Γ von **Arbeitssymbolen** (*work symbols*) mit $\Sigma \subseteq \Gamma$
- **Übergangsrelation** (*transition relation*)
$$\Delta \subseteq \left((Q \setminus \{q_+, q_-\}) \times \Gamma \right) \times \left(Q \times \Gamma \times \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\} \right)$$
- **Leersymbol** (*blank*) $\square \in \Gamma \setminus \Sigma$ ($\Gamma_M = \Gamma \setminus \{\square\}$)
- **Startzustand** (*initial state*) $q_0 \in Q$
- **Akzeptierender Zustand** (*accepting state*) $q_+ \in Q$
- **Ablehnender Zustand** (*rejecting state*) $q_- \in Q$

\triangleleft = gehe nach links; \triangleright = gehe nach rechts; \diamond = keine Bewegung

Turingmaschine

Damit programmieren?

- Einfaches Modell (vereinfacht Beweise Nichtberechenbarkeit)
- Gleichmächtig wie gebräuchliche Programmiersprachen (C++, Java, Perl, Python, etc.)
- Nicht komfortabel

Turingmaschine

Damit programmieren?

- Einfaches Modell (vereinfacht Beweise Nichtberechenbarkeit)
- Gleichmächtig wie gebräuchliche Programmiersprachen (C++, Java, Perl, Python, etc.)
- Nicht komfortabel
- Übergangsrelation $\hat{=}$ Programm
- Arbeitsband $\hat{=}$ Speicher (kein Direktzugriff)

Turingmaschine

Notation: $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', d) \in \Delta$ statt $((q, \gamma), (q', \gamma', d)) \in \Delta$

§2.5 Beispiel (Turingmaschine = TM)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$
mit den Übergängen Δ

$$\begin{array}{lll} (q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond) \\ (q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft) \\ (q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft) \\ (q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft) & (q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft) & \\ (q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft) & (q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright) \end{array}$$

Turingmaschine

Notizen

- Übergang $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', d)$
 - Vorbedingungen
 1. Aktueller Zustand q
 2. Zeichen γ in Bandzelle, auf der der Kopf steht

Turingmaschine

Notizen

- Übergang $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', d)$
 - Vorbedingungen
 1. Aktueller Zustand q
 2. Zeichen γ in Bandzelle, auf der der Kopf steht
 - Konsequenzen
 1. TM wechselt in Zustand q'
 2. γ' überschreibt Inhalt aktueller Bandzelle (ersetzt γ)
 3. Kopf bewegt sich Richtung $d \in \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\}$

\triangleleft = gehe nach links; \triangleright = gehe nach rechts; \diamond = keine Bewegung

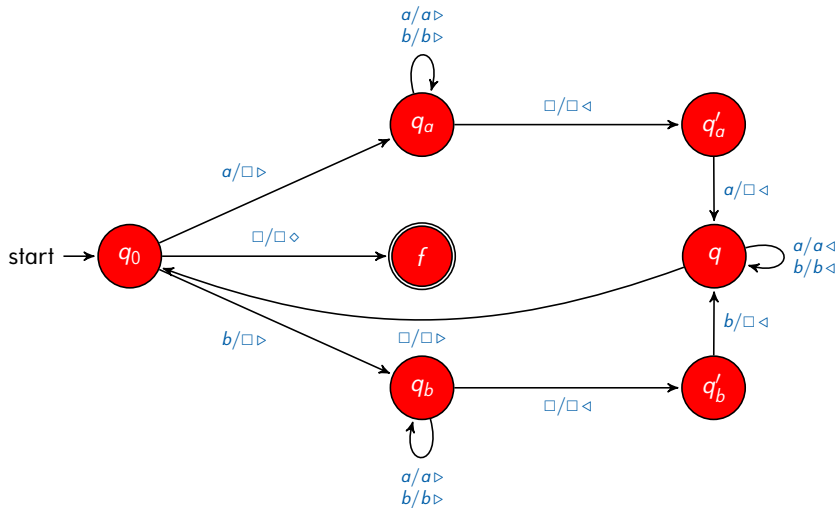
Turingmaschine

Notizen

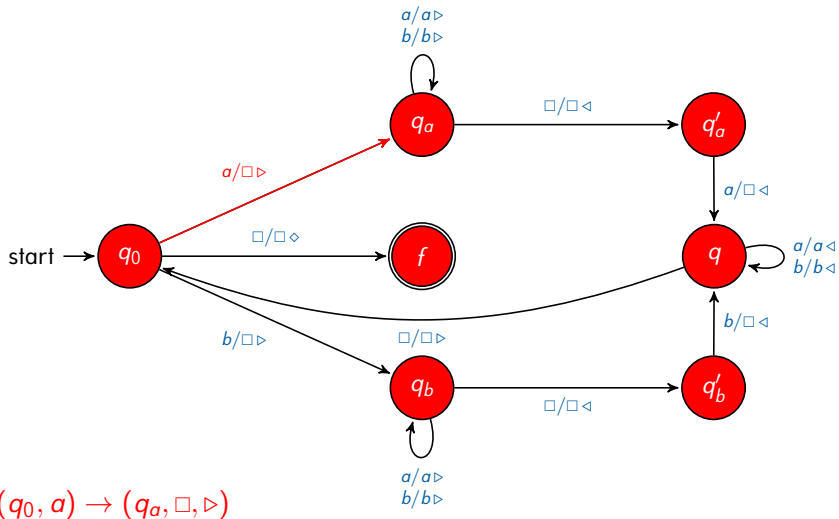
- Übergang $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', d)$
 - Vorbedingungen
 1. Aktueller Zustand q
 2. Zeichen γ in Bandzelle, auf der der Kopf steht
 - Konsequenzen
 1. TM wechselt in Zustand q'
 2. γ' überschreibt Inhalt aktueller Bandzelle (ersetzt γ)
 3. Kopf bewegt sich Richtung $d \in \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\}$
- Übergänge mit aktuellem Zustand $q \in \{q_+, q_-\}$ verboten
(Übergänge aus Finalzustand heraus nicht erlaubt)

\triangleleft = gehe nach links; \triangleright = gehe nach rechts; \diamond = keine Bewegung

Turingmaschine



Turingmaschine



Turingmaschine

1. Ausgangssituation

- Eingabe auf Band (andere Zellen \square)
- TM in Startzustand q_0
- Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf \square falls Eingabe leer)

Turingmaschine

1. Ausgangssituation

- Eingabe auf Band (andere Zellen \square)
- TM in Startzustand q_0
- Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf \square falls Eingabe leer)

2. Übergänge gemäß Δ

Turingmaschine

1. Ausgangssituation

- Eingabe auf Band (andere Zellen \square)
- TM in Startzustand q_0
- Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf \square falls Eingabe leer)

2. Übergänge gemäß Δ

3. Haltebedingung

- Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
- Kein passender Übergang \rightarrow TM hält nicht ordnungsgemäß (Ausnahme)

Turingmaschine

1. Ausgangssituation

- Eingabe auf Band (andere Zellen \square)
- TM in Startzustand q_0
- Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf \square falls Eingabe leer)

2. Übergänge gemäß Δ

3. Haltebedingung

- Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
- Kein passender Übergang \rightarrow TM hält nicht ordnungsgemäß (Ausnahme)

Akzeptanz Eingabe

Existenz Übergänge von Ausgangssituation in akzeptierenden Zustand

Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

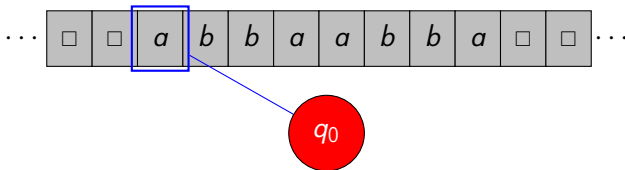
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

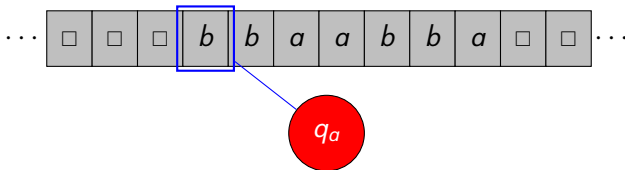
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

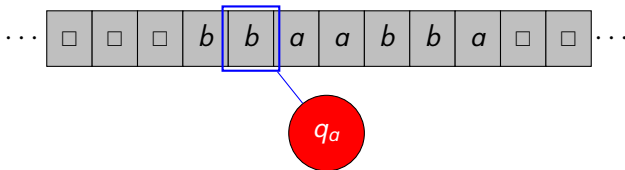
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

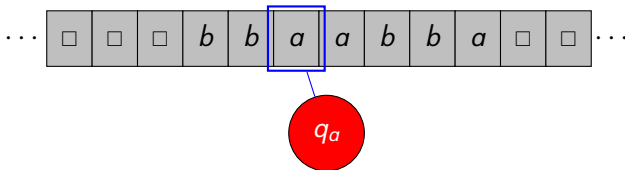
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

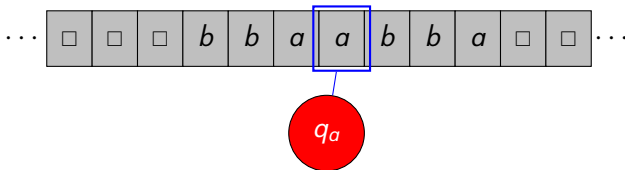
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

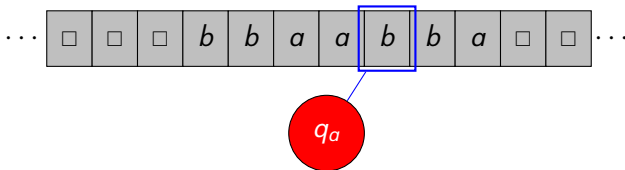
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

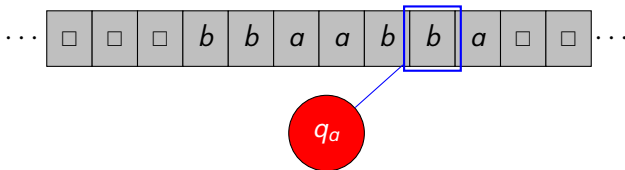
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

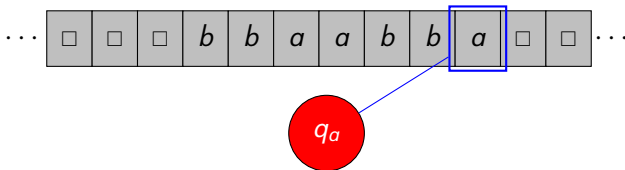
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$

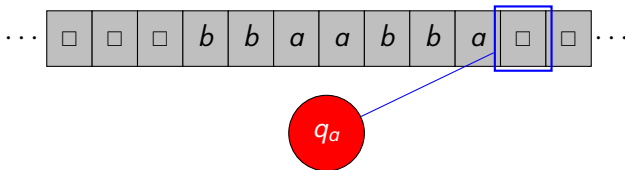


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$
$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$	$(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$	
$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$	$(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$	$(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

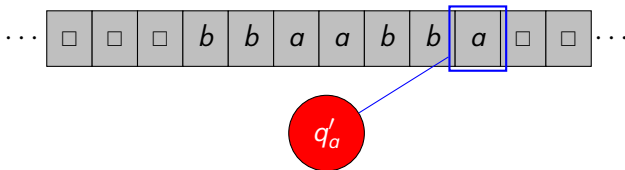
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

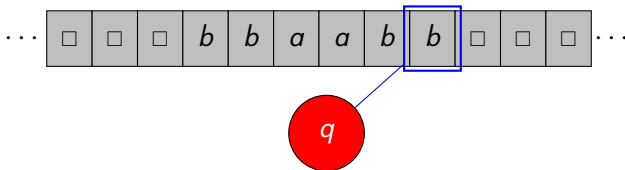
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

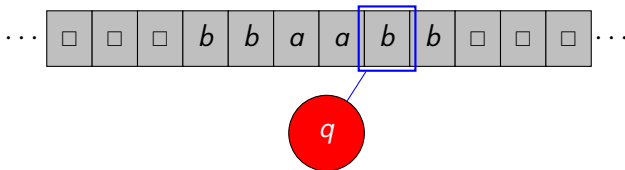
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

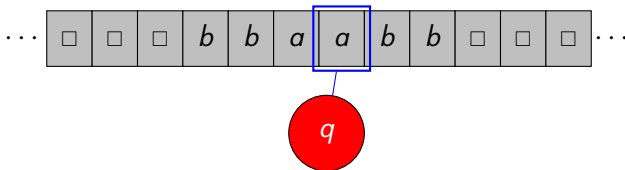
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

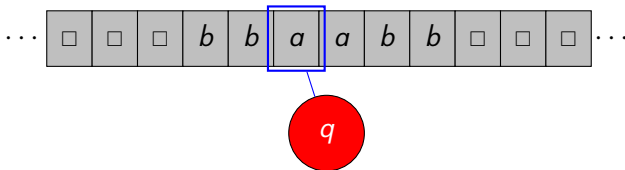
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

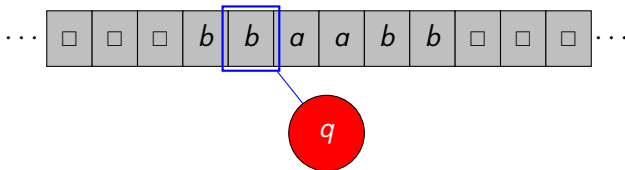
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

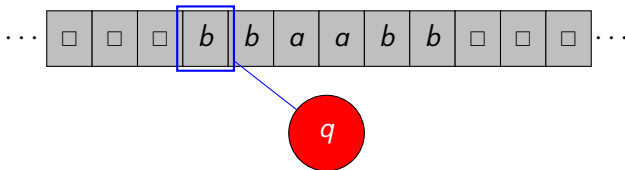
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

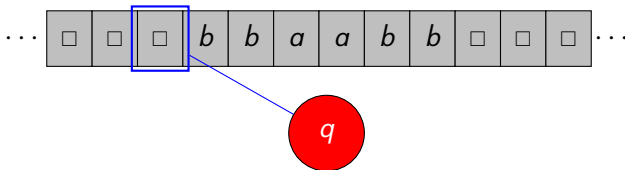
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

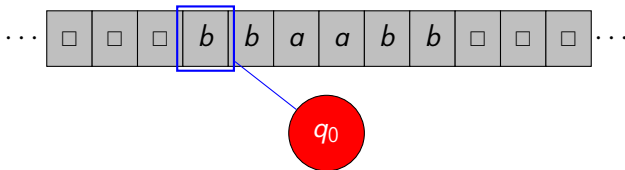
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

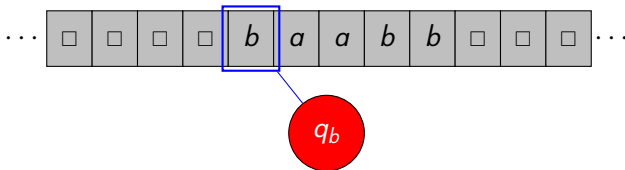
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

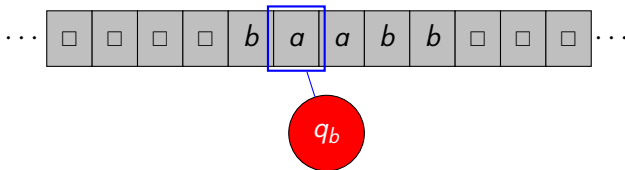
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

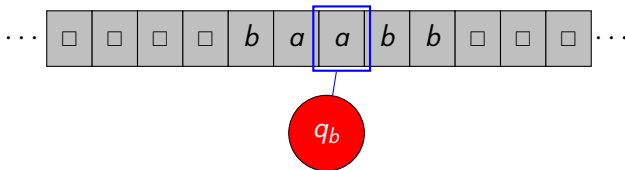
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

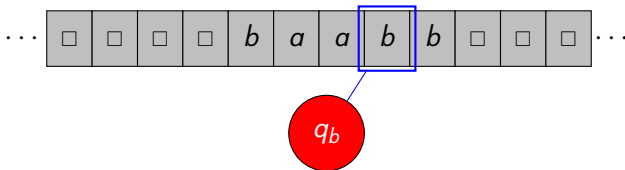
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

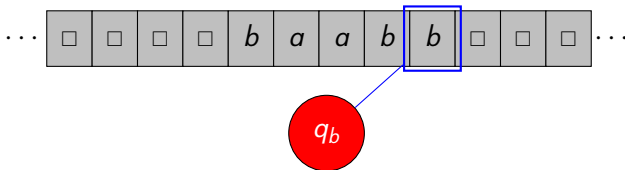
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

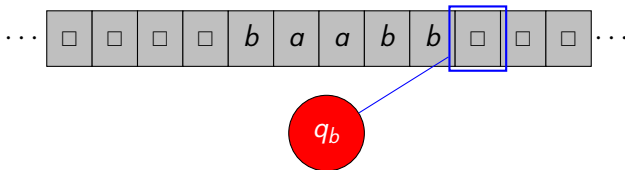
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

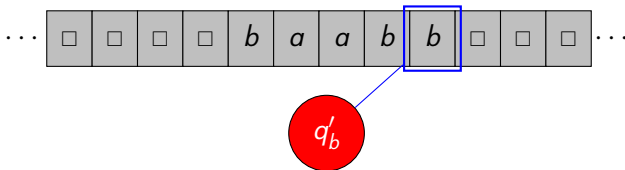
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

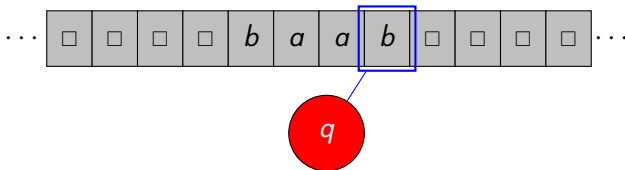
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

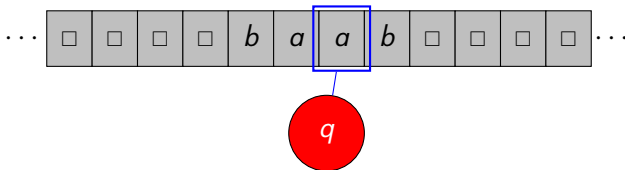
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

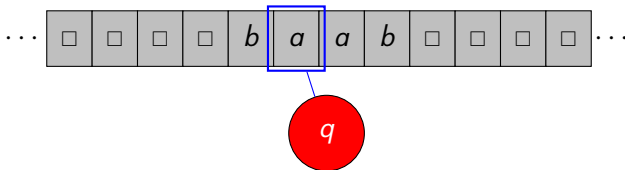
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

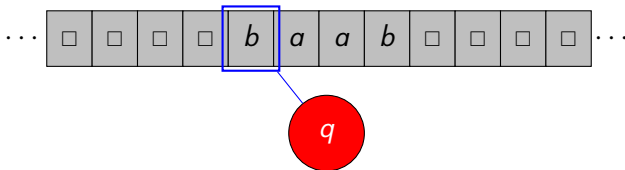
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

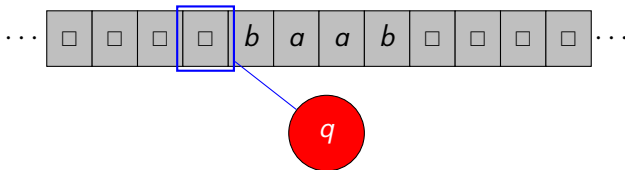
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

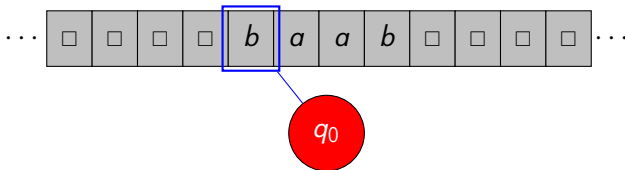
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

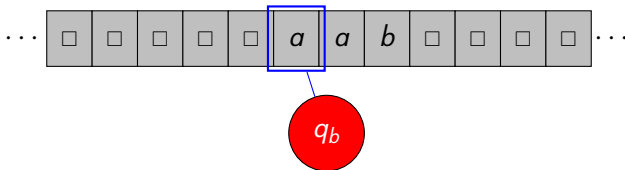
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

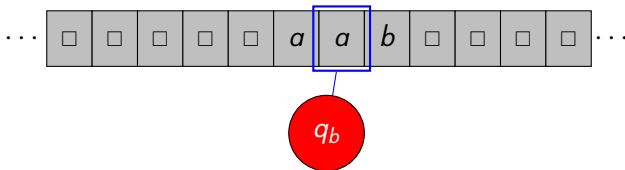
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

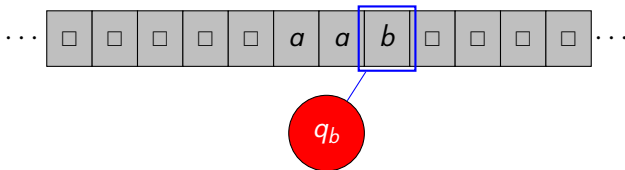
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

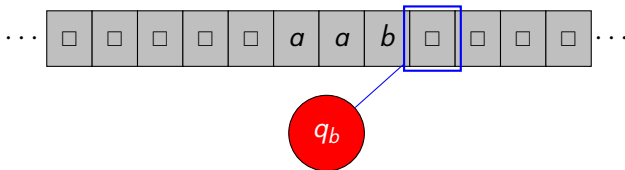
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

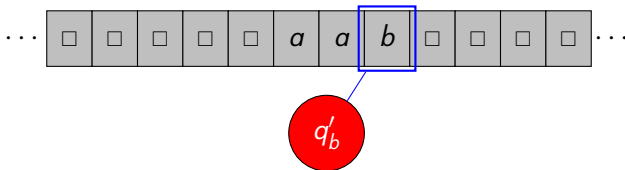
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

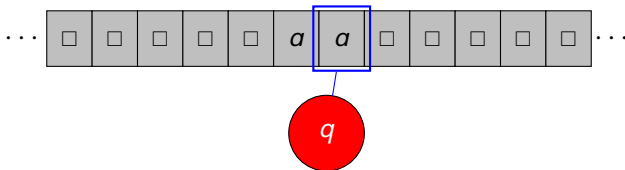
$$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright) \quad (q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright) \quad (q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$$

$$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright) \quad (q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright) \quad (q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright) \quad (q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright) \quad (q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft) \quad (q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$$

$$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft) \quad (q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft) \quad (q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

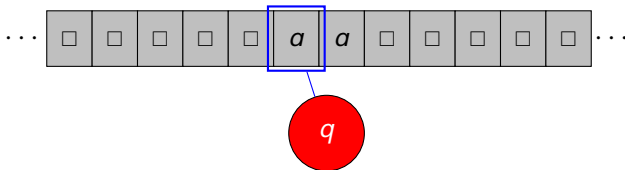
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

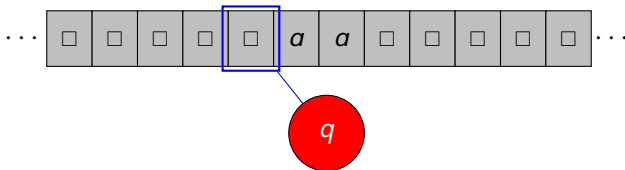
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

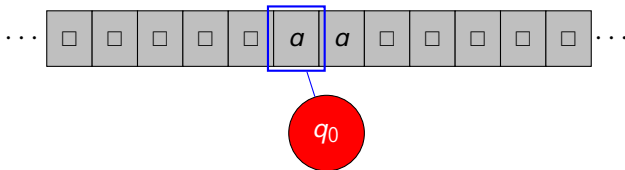
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

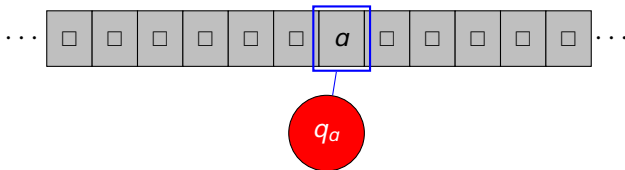
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

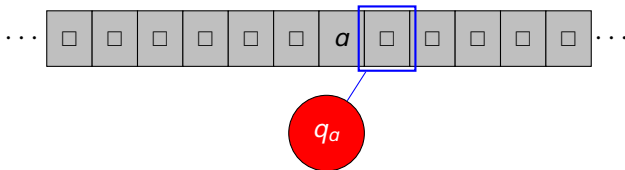
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

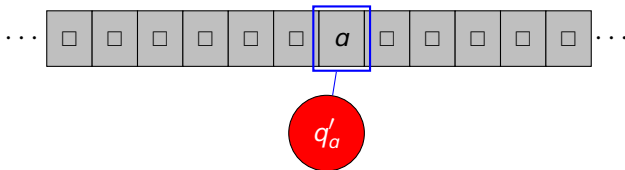
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

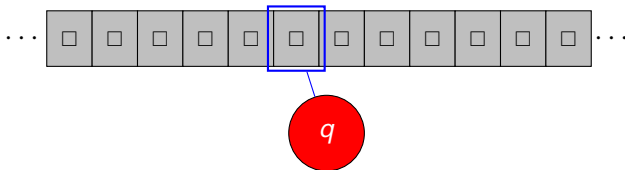
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

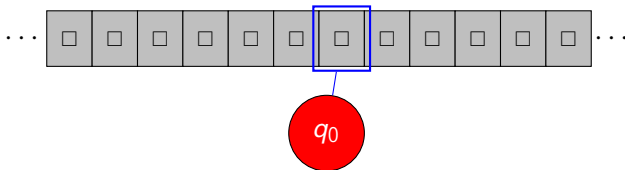
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

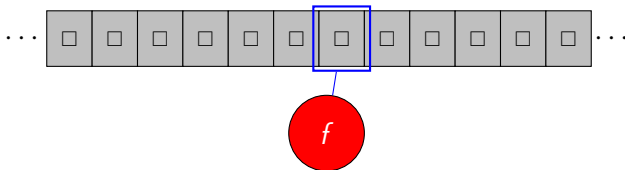
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

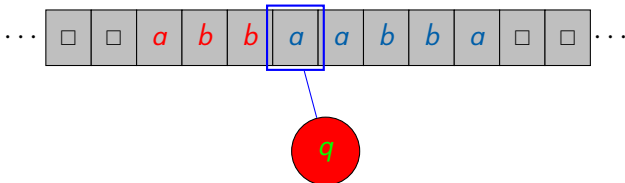
Satzform

- Globale Systemsituation als Wort
(Arbeitsband, Position des Kopfes und interner Zustand)
- Kürzen von □ vom linken und rechten Rand, aber nicht unter Kopf

Turingmaschine

Satzform

- Globale Systemsituation als Wort
(Arbeitsband, Position des Kopfes und interner Zustand)
- Kürzen von \square vom linken und rechten Rand, aber nicht unter Kopf
- Satzform ist $u q w$
 1. Arbeitsbandbereich $u \in \Gamma^*$ links des Kopfes
 2. Zustand $q \in Q$
 3. Arbeitsbandbereich $w \in \Gamma^+$ unter und rechts des Kopfes
- Situation $abb \text{ } q \text{ } aabba$

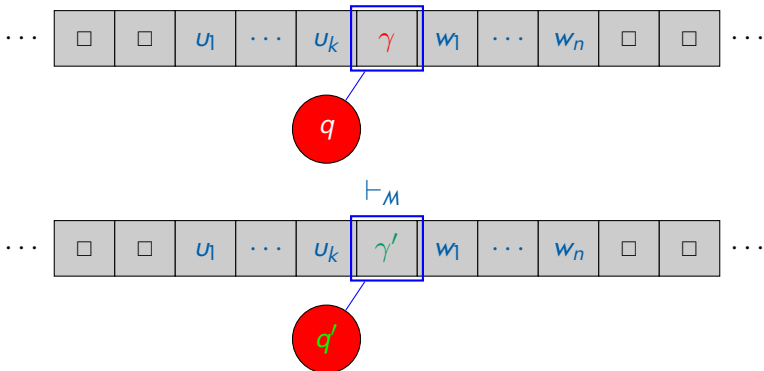


Turingmaschine

§2.6 Definition (Ableitungsrelation — keine Bewegung)

$$u q \gamma w \vdash_M u q' \gamma' w$$

falls $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', \diamond) \in \Delta$

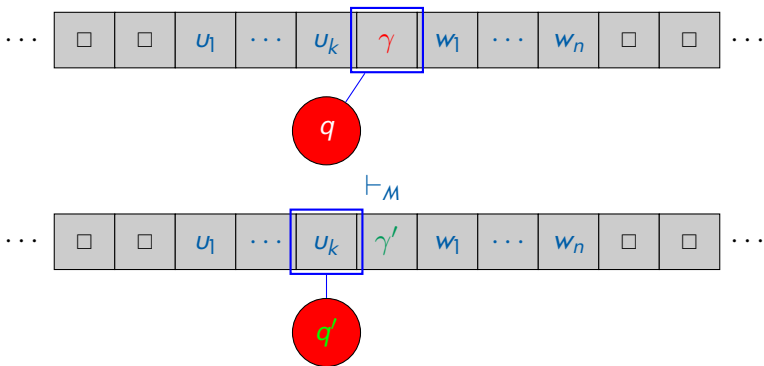


Turingmaschine

§2.6 Definition (Ableitungsrelation — Schritt nach links)

$$u \textcolor{red}{q} \textcolor{red}{\gamma} w \vdash_M \begin{cases} \varepsilon \textcolor{red}{q}' \square \textcolor{red}{\gamma}' w & \text{falls } u = \varepsilon \\ u' \textcolor{red}{q}' \textcolor{red}{\gamma}'' \textcolor{red}{\gamma}' w & \text{falls } u = u' \textcolor{red}{\gamma}'' \text{ mit } \textcolor{red}{\gamma}'' \in \Gamma \end{cases}$$

falls $(\textcolor{red}{q}, \textcolor{red}{\gamma}) \rightarrow (\textcolor{red}{q}', \textcolor{red}{\gamma}', \triangleleft) \in \Delta$

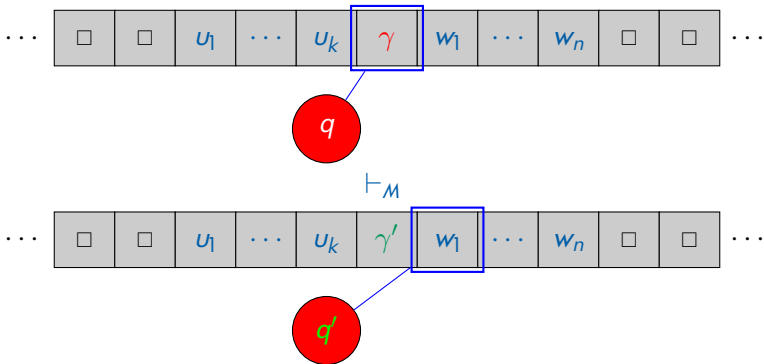


Turingmaschine

§2.6 Definition (Ableitungsrelation — Schritt nach rechts)

$$u \text{ } q \text{ } \gamma w \vdash_M \begin{cases} u\gamma' q' \square & \text{falls } w = \varepsilon \\ u\gamma' q' w & \text{sonst} \end{cases}$$

falls $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', \triangleright) \in \Delta$



§2.7 Definition (akzeptierte Sprache; *accepted language*)

Akzeptierte Sprache von TM $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ ist

$$L(\mathcal{M}) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Gamma^* : \varepsilon q_0 w \square \vdash_{\mathcal{M}}^* u q_+ v\}$$

§2.7 Definition (akzeptierte Sprache; *accepted language*)

Akzeptierte Sprache von TM $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ ist

$$L(\mathcal{M}) = \{ w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Gamma^* : \varepsilon q_0 w \square \vdash_{\mathcal{M}}^* u q_+ v \}$$

Akzeptanz Eingabe

- Ausgangssituation $\varepsilon q_0 w$ für Eingabe w
- TM **akzeptiert** Eingabe w falls Übergänge von Ausgangssituation $\varepsilon q_0 w$ in akzeptierenden Zustand q_+ existieren

Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

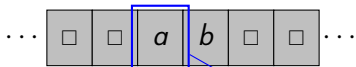
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

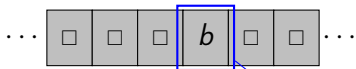
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

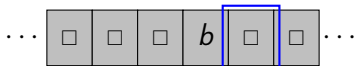
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

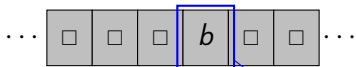
$(q_0, a) \rightarrow (q_a, \square, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_b, \square, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (f, \square, \diamond)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q'_a, \square, \triangleleft)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q'_b, \square, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$ $(q'_b, b) \rightarrow (q, \square, \triangleleft)$

$(q, a) \rightarrow (q, a, \triangleleft)$ $(q, b) \rightarrow (q, b, \triangleleft)$ $(q, \square) \rightarrow (q_0, \square, \triangleright)$



Zusammenfassung

- Intuitive Berechenbarkeit
- Grundlagen Turingmaschinen

Erste Übungsserie bereits im Moodle