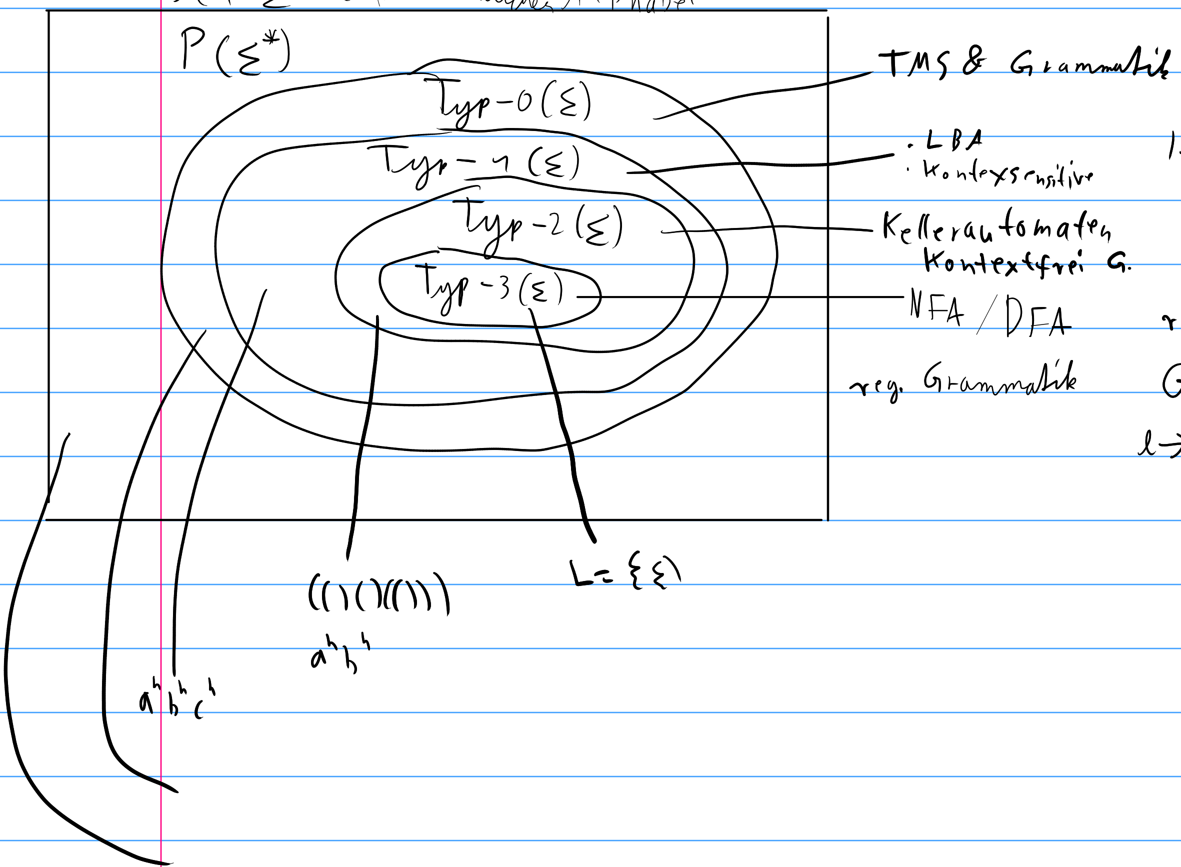
Sei $\Sigma$ ein endliches Alphabet




$|l| \leq |r|$

$l \in N \quad r \neq \varepsilon$

reg Ausdrücke

$G = (N, \Sigma, S, P)$

$l \to r \qquad l \in N$

$r \in ((N \times \Sigma) \cup \Sigma)$

Ü 1.1 $S \to x \quad S \to S+S \quad S \to S-S$

a) regulär: Nein: $S \to S+S$
es darf aus S nur

kontextfrei: Ja

b) $S \Rightarrow_G S-S \Rightarrow_G S+S-S \Rightarrow_G S+S-S+S \Rightarrow_G^4 x+x-x+x$

c) $L(G) = L(x \cdot \underbrace{(\{+,-\} \cdot x)^*)}_{E}$

d) Typ 3

e) 20,1,0,2,0,2,3,2,0,2,0,2,5,2

§ 1.12. Jede unendliche Menge $M$ ist abzählbar gdw. eine Bijektion $f: \mathbb{N} \to M$ existiert

injektiv $\wedge$ surjektiv

$M$ ist abz. $:\Longleftrightarrow \exists$ injektiv $M \to \mathbb{N}$

$\forall m_1, m_2 \in M: g(m_1) = g(m_2) \Rightarrow m_1 = m_2$

$m_1 \neq m_2 \Rightarrow g(m_1) \neq g(m_2)$

$\forall m \in M \; \exists n \in \mathbb{N} \; f(n) = m$

$\Leftarrow$ Ang. es existiert Bijektion $f: \mathbb{N} \to M$

$f$ ist inj + surj

$g := f^{-1}$ ist bijektiv, also injektiv

$\Rightarrow$ abzählbar

$M$ ist unendlich:

Ang. $M = \{m_1, \dots, m_k\}$ ist endlich

Betrachte $f(0), f(1), \dots, f(k)$. Dann existiert $0 \leq i \leq j \leq k$

mit $f(i) = f(j)$ $\lightning$ zu injektiv

$\Rightarrow$ Ang. $M$ ist unendlich und abzählbar $\Rightarrow \exists g: M \to \mathbb{N}$ injektiv da abzählbar

Fall a) $g$ ist bijektiv $\Rightarrow$ setze $f = g^{-1}$ ✓

b) $g$ -"- nicht bijektiv, also insbesondere nicht surjektiv

$\forall n \in \mathbb{N} \quad M_n = \{m \in M \mid g(m) = n\}$

(1) $|M_n| \leq 1$

(2) $\forall m \in M \quad \exists n \in \mathbb{N}$ sodass $m \in M_n$

Sei $0 \leq i_0 \leq i_1 \leq \dots$ die Folge aller Indizes sodass $M_{i_j} \neq \emptyset$

Dann ist $m_{i_0}, m_{i_1}, m_{i_2}, \dots$ mit $m_{i_j} \in M_{i_j}$ eine Folge aller Elemente in $M$ und kein $m$ kommt doppelt vor in dieser Sequenz

$f: \mathbb{N} \to M$

$n \mapsto m_{i_n}$

Die Menge M = { f | f : ℕ → ℕ} ist nicht abzählbar.

Widerspruchsbeweis: Angenommen $M$ ist abzählbar

$\exists$ bijektive Funktion $g: \mathbb{N} \to M$ (nach § 1.12) ($M$ muss unendlich sein)

Definiere $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$$n \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } (g(n))(n) \neq 1 \\ 0 & \text{falls } (g(n))(n) = 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$f \in M$

Da $g$ bijektiv (insbesondere surjektiv), muss es $N \in \mathbb{N}$ geben sodass $g(N) = f$

Angenommen $\overset{\text{Fall 1}}{}$ $f(N) = 1 \overset{\text{Def}}{\underset{\text{von } f}{\Longrightarrow}} g(N)(N) \neq 1 \Rightarrow f(N) \neq 1$ ↯

Fall 2 $f(N) = 0 \Rightarrow g(N)(N) = 1 \Rightarrow f(N) = 1$ ↯