Nikita Emanuel John Fehér 3793479
Tim Schlenstedt 3797524

Hausaufgabe 2.4 (Turingmaschinen: Satzform und Ableitungsrelation) (4)

Für alle $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, prüfen Sie, ob es möglich ist, die jeweils fehlende Komponente so zu vervollständigen, dass $u_i \vdash v_i$ durch Ausführen der Transition δ_i. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) $\delta_1 = (q, b) \rightarrow (q', a, \diamond)$, $u_1 = bqbb$, $v_1 = ?$

(b) $\delta_2 = (q, a) \rightarrow (q', a, \triangleright)$, $u_2 = baqa$, $v_2 = ?$

(c) $\delta_3 = ?$, $u_1 = bqbb$, $v_1 = bbq'b$

(d) $\delta_4 = (q, \square) \rightarrow (q', a, \triangleright)$, $u_4 = ?$, $v_4 = \varepsilon a q' \square$

a) $v_1 = b q' a b$

b) $v_2 = baaq' \square$

c) $\delta_3 = (q, b) \rightarrow (q', b, \triangleright)$

d) $u_4 = \varepsilon q \square$

Hausaufgabe 2.5 (Turingmaschinen: Akzeptierte Sprache)

(a) Betrachten Sie die folgende Aussage:

Für alle $p \in \mathbb{N}$, sind die beiden folgenden Aussagen äquivalent.

(i) *Eine Zahl p ist keine Primzahl.*

(ii) $p \in \{0, 1\}$, *oder es existieren $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \geq 2$, $n \geq 1$, n ist Vielfaches von m, und $p = m + n$.*

Beweisen Sie *eine* der beiden Implikationen, d.h. entweder (i)⇒(ii), oder (ii)⇒(i). (4)

ii) $\Rightarrow$ i)

Fall 1 $p = 0 \Rightarrow$ 0 ist keine Primzahl ✓

Fall 2 $p = 1 \Rightarrow$ 1 ist keine Primzahl ✓

Fall 3 $p \geq 2 \Rightarrow p = m + n$, $m \cdot x = n$ $\quad m, n, x \in \mathbb{N}$, $m \geq 2$, $n \geq 1$

Fall 3.1 $x = 0 \Rightarrow m \cdot 0 = n \Rightarrow n = 0$ $\lightning_{n \geq 1}$

Fall 3.2 $x \geq 1 \Rightarrow m \cdot x = n$

$\Rightarrow p = m + n = m + m \cdot x$

$\Rightarrow p = m(1 + x)$, $m \geq 2$, $1 + x \geq 2$

$\Rightarrow p$ ist keine Primzahl ✓

(b) Sei $\Sigma = \{0\}$ und $L \subseteq \Sigma^*$ definiert durch

$$L = \{0^p \mid p \text{ ist keine Primzahl}\}.$$

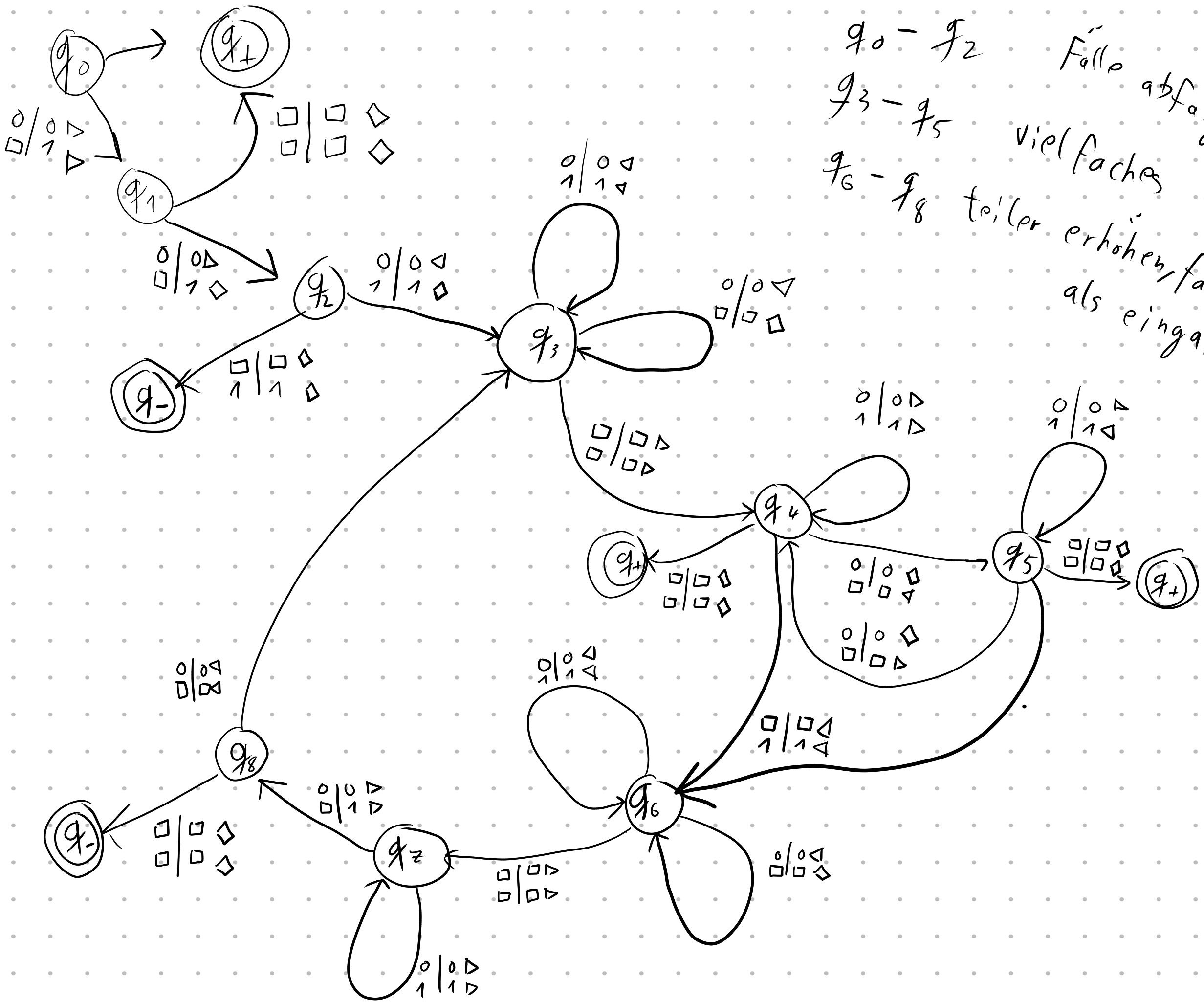
Geben Sie eine Turingmaschine an, welche L akzeptiert, d.h. $L(M) = L$. (8)

Hinweis: Ihre Turingmaschine darf selbstverständlich gemäss Vorlesung 3 aus mehreren Turingmaschinen mittels Verkettung, Iteration oder Vereinigung zusammengesetzt werden. Sie dürfen aus Übung oder Vorlesung bekannte Turingmaschinen verwenden.

$q_0 - q_2$ Fälle abfangen

$q_3 - q_5$ vielfaches überprüfen

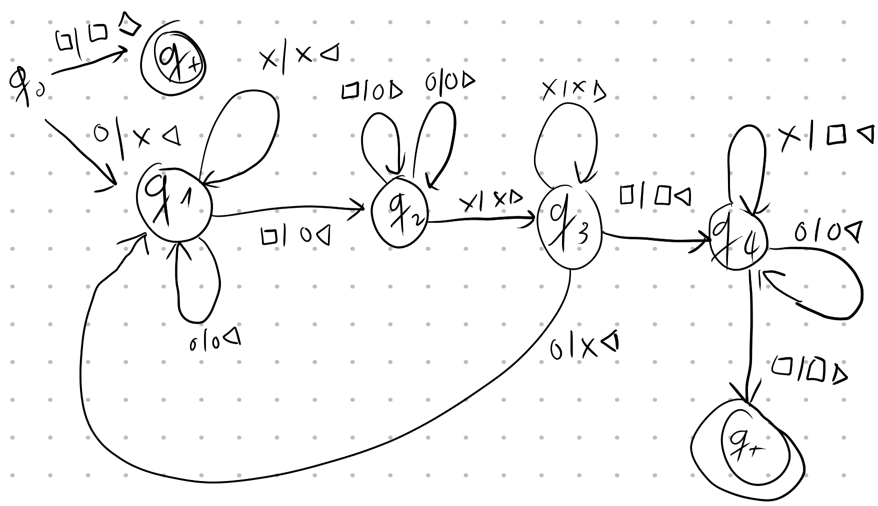
$q_6 - q_8$ teiler erhöhen, falls kleiner als eingabe



$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Gamma^*, \epsilon q_0 w \square \vdash_M^* u q_+ v\}$$

Hausaufgabe 2.6 (Turingmaschinen: Transformationssemantik) (8)

Sei $f : \{0\}^* \to \{0\}^*$ definiert durch $f(0^n) = 0^{2n}$, für alle $n \in \mathbb{N}$. Geben Sie eine Turingmaschine M an, sodass $T(M) = f$.



$$T(M) = \{w \in \Sigma^*, u \in \Gamma^* \setminus \{\square\} | \exists x, y \in \{\square\}^*, \epsilon q_0 w \square \vdash_M^* x q_+ u y\}$$