10.Übung zur Vorlesung Lineare Algebra
für Informatik

Mathematisches Institut, Universität Leipzig

Dozent: Dr. habil. Jan-David Hardtke

Ausgabe: Donnerstag, 13.6.2024
Abgabe: Donnerstag, 20.6.2024 bis 11:00 Uhr im Moodle-Kurs

Wichtig: Die Abgabe muss in Form **einer** pdf-Datei erfolgen und ist mit Namen, Matrikelnummer, Übungstermin und Namen des Übungsleiters zu versehen. Die Aufgaben müssen **selbstständig** bearbeitet werden (d. h. keine Partnerabgabe).

Aufgabe 1 (2 Punkte)**.** Sei V ein reeller Vektorraum mit Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ und induzierter Norm $\|\cdot\|$. Zeigen Sie, dass für alle $v, w \in V$ folgendes gilt:

$$\langle v, w \rangle = \frac{1}{4}(\|v + w\|^2 - \|v - w\|^2)$$

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)**.** Seien

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Es sei g die Gerade durch a und b und h die Gerade durch c und d.
1) Bestimmen Sie den Abstand von p zu g.
2) Bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden g und h.

Aufgabe 3 (2 Punkte)**.** Seien

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und sei $E = a + \operatorname{span}\{v, w\}$.
Bestimmen Sie den Abstand von p zur Ebene E.