

Berechenbarkeit

Vorlesung 3: Mächtigkeit Turingmaschine

24. April 2025

Termine — Modul Berechenbarkeit

ÜBUNGEN	VORLESUNG
22.4. Übung 1 A-Woche (Montag Feiertag)	24.4. Turingmaschine II (Übungsblatt 2)
29.4. Übung 2 B-Woche	1.5. _____
6.5. Übung 2 A-Woche	8.5. Loop-Programme (Übungsblatt 3)
13.5. Übung 3 B-Woche	15.5. While-Programme
20.5. Übung 3 A-Woche	22.5. Rekursion I (Übungsblatt 4)
27.5. Übung 4 B-Woche	29.5. _____

ÜBUNGEN	VORLESUNG
3.6. Übung 4 A-Woche	5.6. Rekursion II (Übungsblatt 5)
10.6. Übung 5 B-Woche (Montag Feiertag)	12.6. Entscheidbarkeit
17.6. Übung 5 A-Woche	19.6. Unentscheidbarkeit (Übungsblatt 6)
24.6. Übung 6 B-Woche	26.6. Spez. Probleme
1.7. Übung 6 A-Woche	3.7. Klasse P
8.7. Abschlussübung beide Wochen	10.7. NP-Vollständigkeit

Turingmaschine

Definition (§2.4 Turingmaschine; *Turing machine*)

Turingmaschine ist Tupel $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

- endl. Menge Q von **Zuständen** (*states*) mit $Q \cap \Gamma = \emptyset$
- endl. Menge Σ von **Eingabesymbolen** (*input symbols*)
- endl. Menge Γ von **Arbeitssymbolen** (*work symbols*) mit $\Sigma \subseteq \Gamma$
- **Übergangsrelation** (*transition relation*)
$$\Delta \subseteq \left((Q \setminus \{q_+, q_-\}) \times \Gamma \right) \times \left(Q \times \Gamma \times \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\} \right)$$
- **Leersymbol** (*blank*) $\square \in \Gamma \setminus \Sigma$ ($\Gamma_{\mathcal{M}} = \Gamma \setminus \{\square\}$)
- **Startzustand** (*initial state*) $q_0 \in Q$
- **Akzeptierender Zustand** (*accepting state*) $q_+ \in Q$
- **Ablehnender Zustand** (*rejecting state*) $q_- \in Q$

\triangleleft = gehe nach links; \triangleright = gehe nach rechts; \diamond = keine Bewegung

Turingmaschine

Transformationssemantik

- Für Berechnung Funktionen & Modularität
- Eingabe übersetzt in Bandinhalt bei Akzeptanz
 - Band vor Kopf leer
 - Ausgabe beginnend unter Kopf bis zum ersten \square
 - Band dahinter leer

Turingmaschine

Transformationssemantik

- Für Berechnung Funktionen & Modularität
- Eingabe übersetzt in Bandinhalt bei Akzeptanz
 - Band vor Kopf leer
 - Ausgabe beginnend unter Kopf bis zum ersten \square
 - Band dahinter leer
- Beispiel §2.5 aus VL 2 berechnet

$$\{(ww^R, \varepsilon) \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

Turingmaschine

Transformationssemantik

- Für Berechnung Funktionen & Modularität
- Eingabe übersetzt in Bandinhalt bei Akzeptanz
 - Band vor Kopf leer
 - Ausgabe beginnend unter Kopf bis zum ersten \square
 - Band dahinter leer
- Beispiel §2.5 aus VL 2 berechnet

$$\{(ww^R, \varepsilon) \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

§3.1 Definition (Transformationssemantik; *input-output relation*)

Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ TM und $\Gamma_M = \Gamma \setminus \{\square\}$

$$T(M) = \{(w, u) \in \Sigma^* \times \Gamma_M^* \mid \exists x, y \in \{\square\}^* : \varepsilon q_0 w \square \vdash_M^* x q_+ u y\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Operationen auf Turingmaschinen

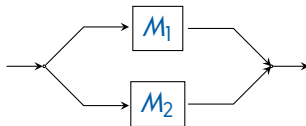
§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweisansatz

1. Nutze neuen Startzustand r_0
2. Neue Übergänge ohne Änderungen zu alten Startzuständen q_0 und p_0



Operationen auf Turingmaschinen

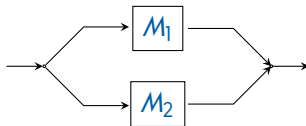
§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweisansatz

1. Nutze neuen Startzustand r_0
2. Neue Übergänge ohne Änderungen zu alten Startzuständen q_0 und p_0
3. M_1 und M_2 laufen normal, wobei alle Übergänge in p_+ oder p_- stattdessen in q_+ bzw. q_- gehen



Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$ und $r_0 \notin Q \cup P$. Konstruiere TM

$$M = (Q \cup P \cup \{r_0\}, \Sigma, \Gamma, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, r_0, q_+, q_-)$$

$$R = \{(r_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(r_0, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_+, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma', d) \in \nabla\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_-, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_-, \gamma', d) \in \nabla\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$ und $r_0 \notin Q \cup P$. Konstruiere TM

$$M = (Q \cup P \cup \{r_0\}, \Sigma, \Gamma, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, r_0, q_+, q_-)$$

$$R = \{(r_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup$$

$$\{(r_0, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup$$

$$\{(p, \gamma) \rightarrow (q_+, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma', d) \in \nabla\} \cup$$

$$\{(p, \gamma) \rightarrow (q_-, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_-, \gamma', d) \in \nabla\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$ und $r_0 \notin Q \cup P$. Konstruiere TM

$$M = (Q \cup P \cup \{r_0\}, \Sigma, \Gamma, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, r_0, q_+, q_-)$$

$$R = \{(r_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(r_0, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_+, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma', d) \in \nabla\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_-, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_-, \gamma', d) \in \nabla\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$ und $r_0 \notin Q \cup P$. Konstruiere TM

$$M = (Q \cup P \cup \{r_0\}, \Sigma, \Gamma, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, r_0, q_+, q_-)$$

$$R = \{(r_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(r_0, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_+, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma', d) \in \nabla\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_-, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_-, \gamma', d) \in \nabla\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.2 Theorem (Vereinigung)

Gegeben Turingmaschinen

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Sigma, \Gamma, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
existiert TM M mit $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$ und $r_0 \notin Q \cup P$. Konstruiere TM

$$M = (Q \cup P \cup \{r_0\}, \Sigma, \Gamma, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, r_0, q_+, q_-)$$

$$R = \{(r_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(r_0, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_+, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma', d) \in \nabla\} \cup \\ \{(p, \gamma) \rightarrow (q_-, \gamma', d) \mid (p, \gamma) \rightarrow (p_-, \gamma', d) \in \nabla\}$$

Dann $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ und $T(M) = T(M_1) \cup T(M_2)$

□

Operationen auf Turingmaschinen

$$\Gamma_M = \Gamma \setminus \{\square\}$$

§3.3 Definition (normierte TM; *standardized TM*)

TM $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ **normiert**, falls $u \in \{\square\}^*$ und $v \in \Gamma_M^* \{\square\}^*$ für alle $w \in \Sigma^*$, $u, v \in \Gamma^*$ mit $\varepsilon q_0 w \square \vdash_M^* u q_+ v$

Operationen auf Turingmaschinen

$$\Gamma_M = \Gamma \setminus \{\square\}$$

§3.3 Definition (normierte TM; *standardized TM*)

TM $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ **normiert**, falls $u \in \{\square\}^*$ und $v \in \Gamma_M^* \{\square\}^*$ für alle $w \in \Sigma^*$, $u, v \in \Gamma^*$ mit $\varepsilon q_0 w \square \vdash_M^* u q_+ v$

Notizen

- Normierte TM kann nur akzeptieren, falls Band links des Kopfes aus $\{\square\}^*$ und Band unter und rechts des Kopfes aus $\Gamma_M^* \{\square\}^*$
- Konstruieren meist normierte TM
- Vereinigung normierter TM gemäß Theorem §3.2 ist normiert

Operationen auf Turingmaschinen

§3.4 Definition (Verkettung; *composition*)

Verkettung $R_1 ; R_2$ von Relationen $R_1 \subseteq A \times B$ und $R_2 \subseteq B \times C$

$$R_1 ; R_2 = \{ (a, c) \in A \times C \mid \exists b \in B: (a, b) \in R_1, (b, c) \in R_2 \}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.4 Definition (Verkettung; *composition*)

Verkettung $R_1 ; R_2$ von Relationen $R_1 \subseteq A \times B$ und $R_2 \subseteq B \times C$

$$R_1 ; R_2 = \{(a, c) \in A \times C \mid \exists b \in B: (a, b) \in R_1, (b, c) \in R_2\}$$

Notizen

- Reihenschaltung (Hintereinanderschaltung)
- Erhalten für $\text{verdoppeln} = \{(n, 2n) \mid n \in \mathbb{N}\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$$\text{verdoppeln} ; \text{verdoppeln} = \{(n, 4n) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

$$\Gamma_{M_1} = \Gamma \setminus \{\square\}$$

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$

wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.

Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Operationen auf Turingmaschinen

$$\Gamma_{M_1} = \Gamma \setminus \{\square\}$$

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$

wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.

Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Beweisansatz

1. Starte M_1

Operationen auf Turingmaschinen

$$\Gamma_{M_1} = \Gamma \setminus \{\square\}$$

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$

wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.

Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Beweisansatz

1. Starte M_1
2. Starte M_2 bei Akzeptanz von M_1
(Normierung für Ausgangssituation)

Operationen auf Turingmaschinen

$$\Gamma_{M_1} = \Gamma \setminus \{\square\}$$

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$

wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.

Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Beweisansatz

1. Starte M_1
2. Starte M_2 bei Akzeptanz von M_1
(Normierung für Ausgangssituation)
3. M_2 läuft normal



Operationen auf Turingmaschinen

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$

wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.

Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Operationen auf Turingmaschinen

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$

wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.

Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$. Wir konstruieren TM

$$M = (Q \cup P, \Sigma, \Psi, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, q_0, p_+, p_-)$$

$$R = \{(q_+, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.5 Theorem (Verkettung)

Gegeben TM

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ und $M_2 = (P, \Gamma_{M_1}, \Psi, \nabla, \square, p_0, p_+, p_-)$
wobei M_1 normiert. Dann existiert TM M mit $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$.
Falls M_2 normiert ist, dann ist M normiert.

Beweis

OBdA sei $Q \cap P = \emptyset$. Wir konstruieren TM

$$M = (Q \cup P, \Sigma, \Psi, \Delta \cup \nabla \cup R, \square, q_0, p_+, p_-)$$

$$R = \{(q_+, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\}$$

Dann $T(M) = T(M_1) ; T(M_2)$



Operationen auf Turingmaschinen

§3.6 Definition (Iteration; *iteration*)

Iteration R^* (reflexive, transitive Hülle) der Relation $R \subseteq A \times A$

$$R^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} R^n \quad \text{mit} \quad R^0 = \text{id}_A \quad \text{und} \quad R^{n+1} = R^n ; R$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.6 Definition (Iteration; *iteration*)

Iteration R^* (reflexive, transitive Hülle) der Relation $R \subseteq A \times A$

$$R^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} R^n \quad \text{mit} \quad R^0 = \text{id}_A \quad \text{und} \quad R^{n+1} = R^n ; R$$

Notizen

- Beliebige häufige Wiederholung der Relation
- Erhalten für $\text{verdoppeln} = \{(n, 2n) \mid n \in \mathbb{N}\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$$\text{verdoppeln}^* = \{(n, 2^m \cdot n) \mid m, n \in \mathbb{N}\}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Beweisansatz

1. Nutze neuen Startzustand p_0
und neuen Akzeptanzzustand p_+
2. Übergang von p_0 zu p_+ (Abbruch)

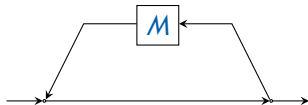
Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Beweisansatz

1. Nutze neuen Startzustand p_0
und neuen Akzeptanzzustand p_+
2. Übergang von p_0 zu p_+ (Abbruch)
3. Übergang von p_0 zu q_0 (Iteration)
4. M läuft normal; bei Erreichen von q_+
zurück in Startzustand p_0



Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Beweis

Seien $p_0 \notin Q$ und $p_+ \notin Q$ mit $p_0 \neq p_+$. Wir konstruieren TM

$$\begin{aligned} N &= (Q \cup \{p_0, p_+\}, \Gamma_M, \Gamma, \Delta \cup R, \square, p_0, p_+, q_-) \\ R &= \{(p_0, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ &\quad \{(p_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ &\quad \{(q_+, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \end{aligned}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Beweis

Seien $p_0 \notin Q$ und $p_+ \notin Q$ mit $p_0 \neq p_+$. Wir konstruieren TM

$$\begin{aligned} N &= (Q \cup \{p_0, p_+\}, \Gamma_M, \Gamma, \Delta \cup R, \square, p_0, p_+, q_-) \\ R &= \{(p_0, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ &\quad \{(p_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ &\quad \{(q_+, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \end{aligned}$$

Operationen auf Turingmaschinen

§3.7 Theorem (Iteration)

Sei $M = (Q, \Gamma_M, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ normierte TM.
Dann existiert normierte TM N mit $T(N) = T(M)^*$

Beweis

Seien $p_0 \notin Q$ und $p_+ \notin Q$ mit $p_0 \neq p_+$. Wir konstruieren TM

$$\begin{aligned} N &= (Q \cup \{p_0, p_+\}, \Gamma_M, \Gamma, \Delta \cup R, \square, p_0, p_+, q_-) \\ R &= \{(p_0, \gamma) \rightarrow (p_+, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ &\quad \{(p_0, \gamma) \rightarrow (q_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \cup \\ &\quad \{(q_+, \gamma) \rightarrow (p_0, \gamma, \diamond) \mid \gamma \in \Gamma\} \end{aligned}$$

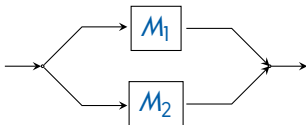
Dann $T(N) = T(M)^*$



Operationen auf Turingmaschinen

Operationen

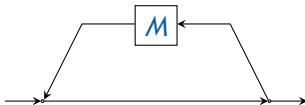
- Vereinigung



- Verkettung



- Iteration

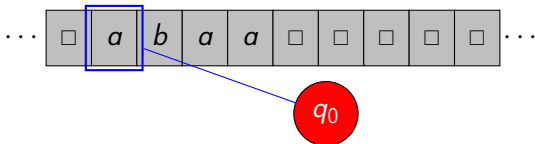


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

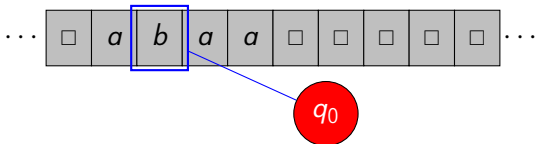


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

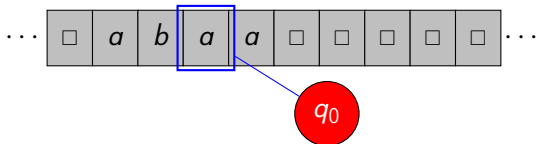


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

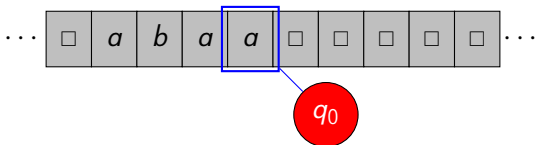


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

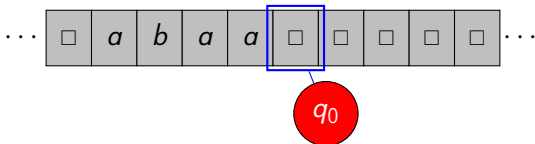


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$



Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$ $(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$

$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$ $(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$ $(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$

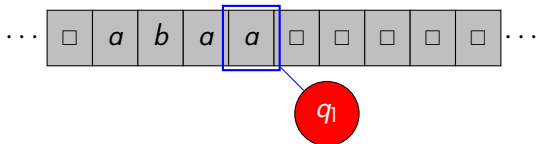
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$ $(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$ $(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$

$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$ $(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$ $(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$

$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$ $(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$ $(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$

$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$ $(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$ $(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$

$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$ $(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$ $(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

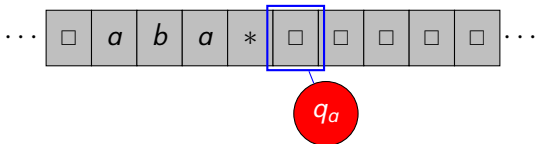


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

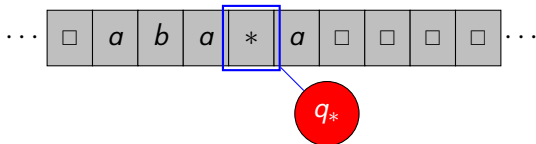


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

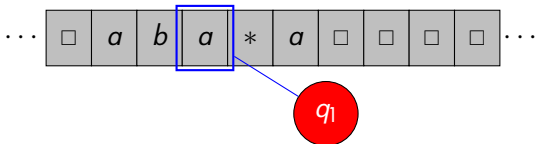


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

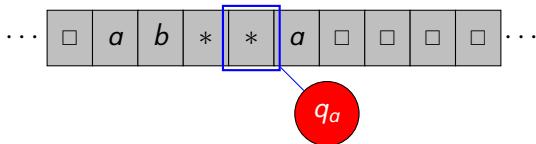


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

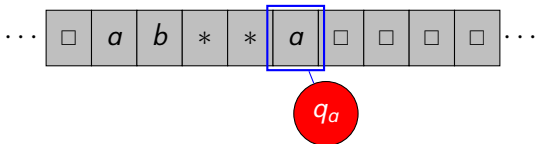


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

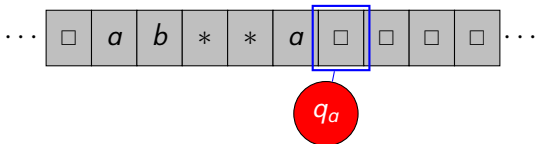


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

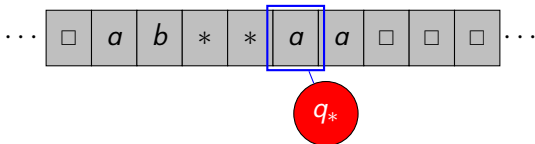


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

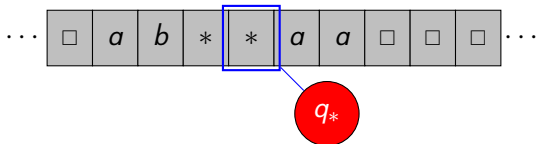


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

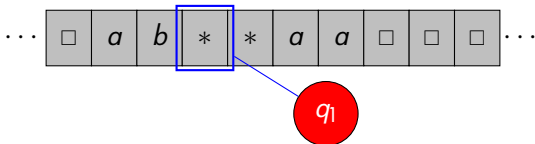


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

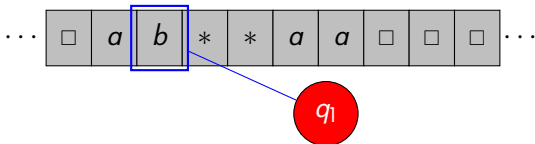


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

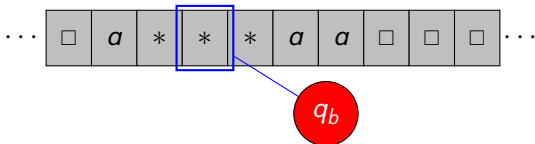


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

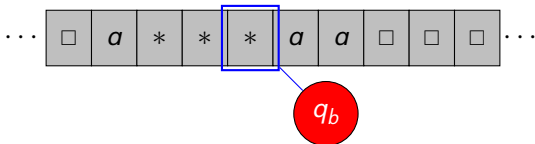


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

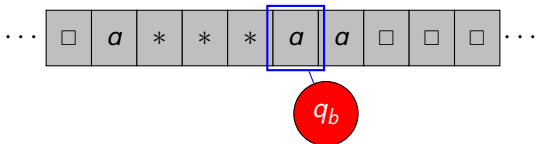


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

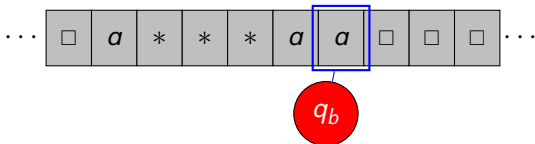


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

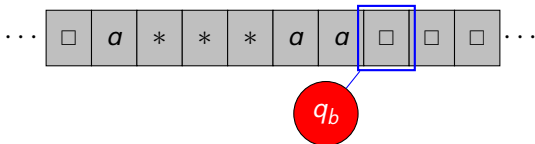


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

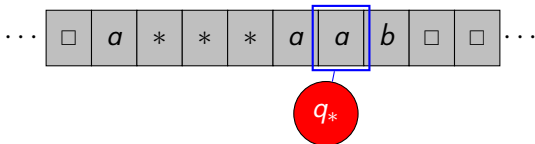


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

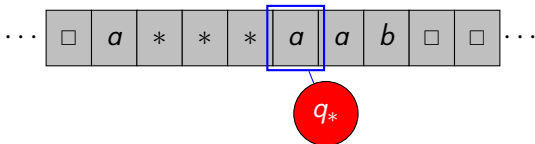


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

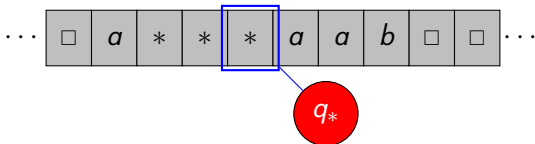


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

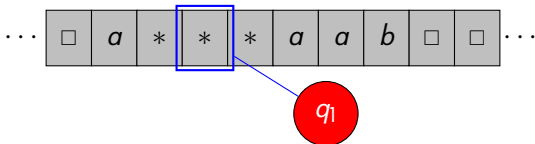


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

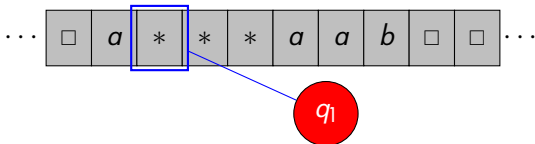


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

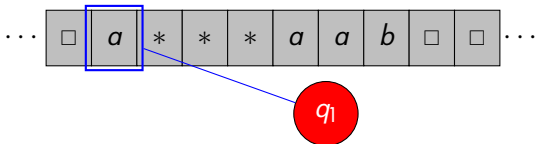


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

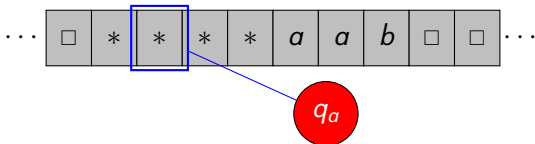


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

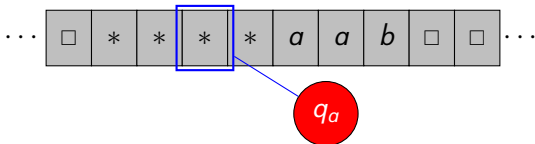


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

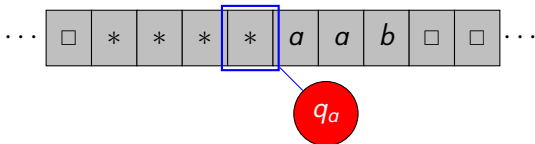


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

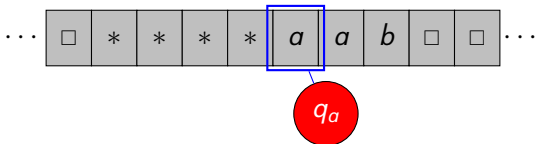


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

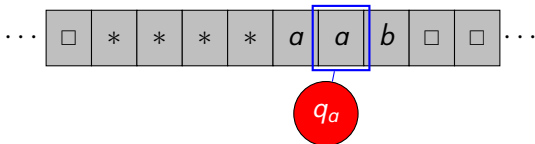


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

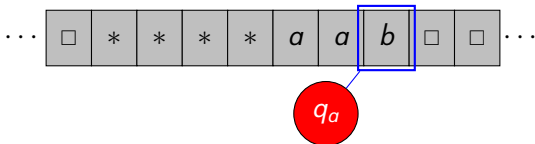


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

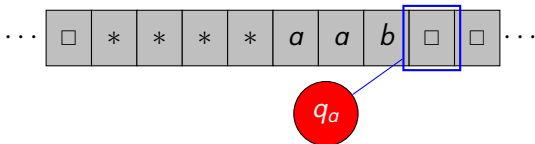


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

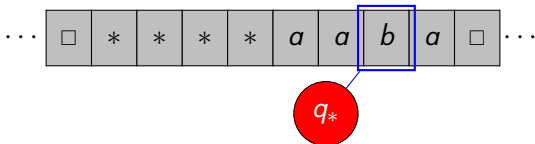


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

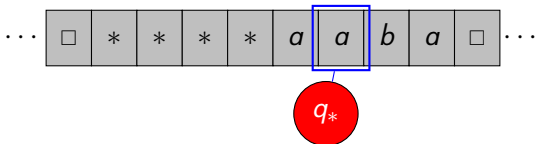


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

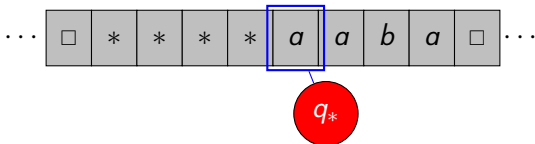


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

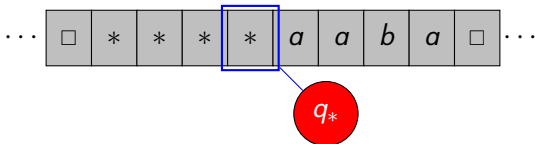


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

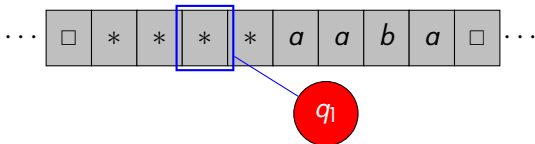


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

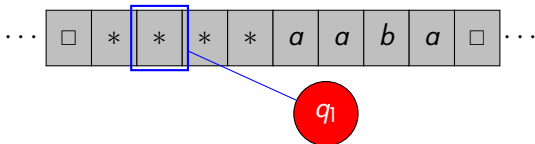


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

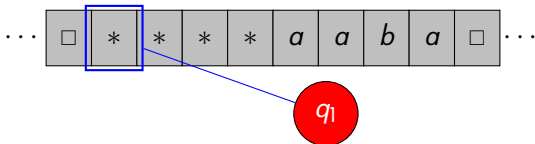


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

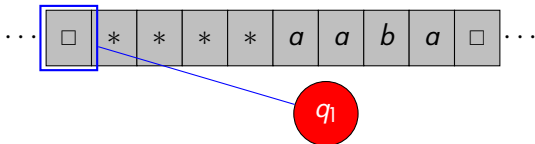


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

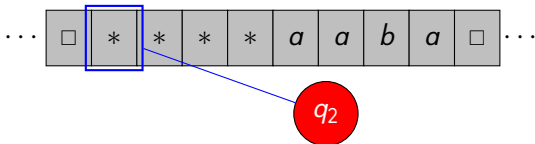


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

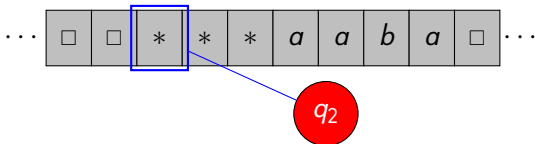


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

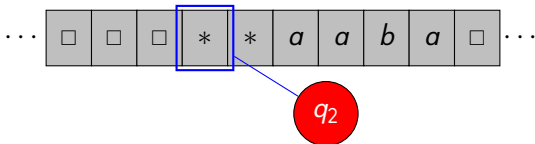


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

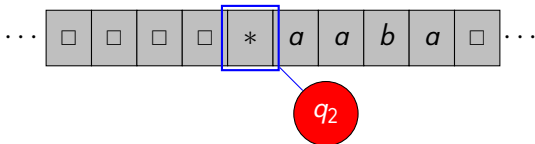


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

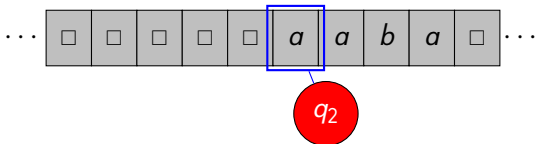


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$

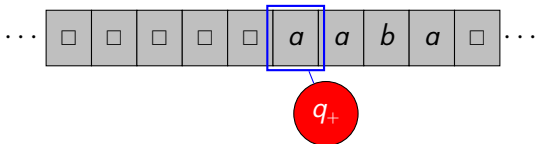


Mehrband-Turingmaschinen

§3.8 Beispiel (Reversal-Turingmaschine)

TM $(\{q_0, q_1, q_a, q_b, q_*, q_2, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, *, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, a) \rightarrow (q_0, a, \triangleright)$	$(q_0, b) \rightarrow (q_0, b, \triangleright)$	$(q_0, \square) \rightarrow (q_1, \square, \triangleleft)$
$(q_1, a) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$	$(q_1, b) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$	$(q_1, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_1, \square) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$	$(q_a, \square) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_b, \square) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$
$(q_a, a) \rightarrow (q_a, a, \triangleright)$	$(q_a, b) \rightarrow (q_a, b, \triangleright)$	$(q_a, *) \rightarrow (q_a, *, \triangleright)$
$(q_b, a) \rightarrow (q_b, a, \triangleright)$	$(q_b, b) \rightarrow (q_b, b, \triangleright)$	$(q_b, *) \rightarrow (q_b, *, \triangleright)$
$(q_*, a) \rightarrow (q_*, a, \triangleleft)$	$(q_*, b) \rightarrow (q_*, b, \triangleleft)$	$(q_*, *) \rightarrow (q_1, *, \triangleleft)$
$(q_2, a) \rightarrow (q_+, a, \diamond)$	$(q_2, b) \rightarrow (q_+, b, \diamond)$	$(q_2, *) \rightarrow (q_2, \square, \triangleright)$



Mehrband-Turingmaschinen

Notizen

- Viele Operationen nötig für Navigation
- Oft viele Läufe zwischen Ein- & Ausgabe nötig

Mehrband-Turingmaschinen

Notizen

- Viele Operationen nötig für Navigation
- Oft viele Läufe zwischen Ein- & Ausgabe nötig
- Erhöhter Komfort durch mehrere Bänder (und intuitiver)

Mehrband-Turingmaschinen

§3.9 Definition (k -Band-Turingmaschine; k -tape Turing machine)

k -Band-Turingmaschine ist Tupel $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

- endl. Menge Q von Zuständen mit $Q \cap \Gamma = \emptyset$
- endl. Menge Σ von Eingabesymbolen
- endl. Menge Γ von Arbeitssymbolen mit $\Sigma \subseteq \Gamma$
- Übergangsrelation $\Delta \subseteq \left((Q \setminus \{q_+, q_-\}) \times \Gamma^k \right) \times \left(Q \times (\Gamma \times \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\})^k \right)$
- Leersymbol $\square \in \Gamma \setminus \Sigma$ ($\Gamma_{\mathcal{M}} = \Gamma \setminus \{\square\}$)
- Startzustand $q_0 \in Q$
- Akzeptierender Zustand $q_+ \in Q$
- Ablehnender Zustand $q_- \in Q$

\triangleleft = gehe nach links; \triangleright = gehe nach rechts; \diamond = keine Bewegung

Mehrband-Turingmaschinen

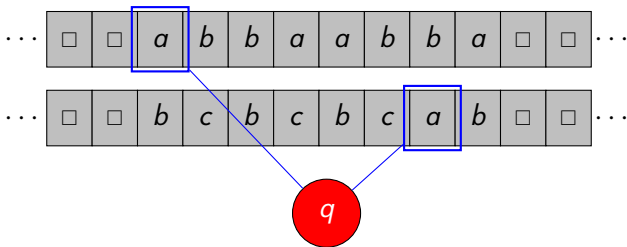
Notizen

- k Arbeitsbänder (gleiches Arbeitsalphabet)
- k unabhängige Lese- & Schreibköpfe (unabhängig beweglich)

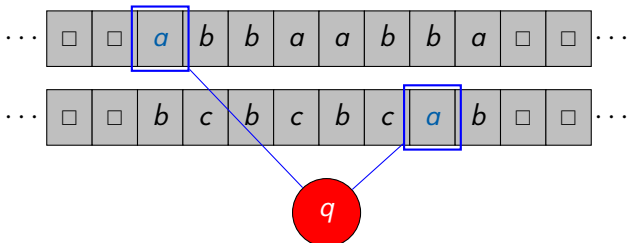
Mehrband-Turingmaschinen

Notizen

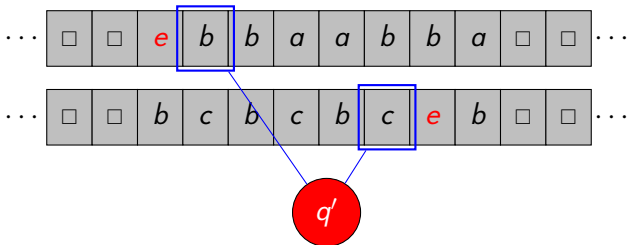
- k Arbeitsbänder (gleiches Arbeitsalphabet)
- k unabhängige Lese- & Schreibköpfe (unabhängig beweglich)
- Übergänge $\tau \in \left((Q \setminus \{q_+, q_-\}) \times \Gamma^k \right) \times \left(Q \times (\Gamma \times \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\})^k \right)$
 - Aktueller globaler Zustand
 - Inhalt aktuellen Zellen auf allen k Bändern
 - Globaler Zielzustand
 - Neuer Inhalt aller k Zellen
 - k Bewegungsrichtungen für k Köpfe



Mehrband-Turingmaschinen



vom Übergang $(q, \langle a, a \rangle) \rightarrow (q', \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$ überführt in



Mehrband-Turingmaschinen

- **Ausgangssituation**
 - Eingabe auf erstem Band; andere Zellen & Bänder enthalten \square
 - TM in Startzustand q_0
 - Kopf erstes Band auf erstem Symbol der Eingabe

Mehrband-Turingmaschinen

- **Ausgangssituation**
 - Eingabe auf erstem Band; andere Zellen & Bänder enthalten \square
 - TM in Startzustand q_0
 - Kopf erstes Band auf erstem Symbol der Eingabe
- **Übergänge** gemäß Δ

Mehrband-Turingmaschinen

- **Ausgangssituation**
 - Eingabe auf erstem Band; andere Zellen & Bänder enthalten \square
 - TM in Startzustand q_0
 - Kopf erstes Band auf erstem Symbol der Eingabe
- **Übergänge** gemäß Δ
- **Haltebedingung**
 - Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
 - Kein passender Übergang \rightarrow TM hält nicht ordnungsgemäß

Mehrband-Turingmaschinen

- **Ausgangssituation**
 - Eingabe auf erstem Band; andere Zellen & Bänder enthalten \square
 - TM in Startzustand q_0
 - Kopf erstes Band auf erstem Symbol der Eingabe
- **Übergänge** gemäß Δ
- **Haltebedingung**
 - Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
 - Kein passender Übergang \rightarrow TM hält nicht ordnungsgemäß

Akzeptanz Eingabe

Existenz Übergänge von Ausgangssituation in akzeptierenden Zustand

Mehrband-Turingmaschinen

- **Ausgangssituation**
 - Eingabe auf erstem Band; andere Zellen & Bänder enthalten \square
 - TM in Startzustand q_0
 - Kopf erstes Band auf erstem Symbol der Eingabe
- **Übergänge** gemäß Δ
- **Haltebedingung**
 - Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
 - Kein passender Übergang \rightarrow TM hält nicht ordnungsgemäß

Akzeptanz Eingabe

Existenz Übergänge von Ausgangssituation in akzeptierenden Zustand

Ausgabe auf letztem Band (Band k) (normiert mind. auf letztem Band)

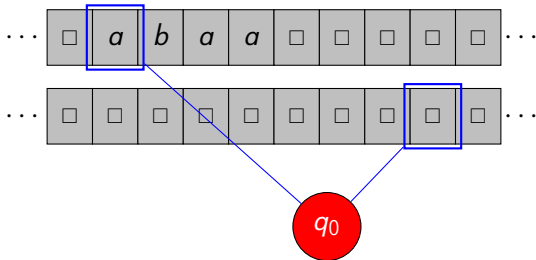
Mehrband-Turingmaschinen

§3.10 Beispiel (2-Band-Turingmaschine)

2-Band-TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, \langle a, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (a, \triangleleft) \rangle)$ $(q_0, \langle b, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (b, \triangleleft) \rangle)$

$(q_0, \langle \square, \square \rangle) \rightarrow (q_+, \langle (\square, \diamond), (\square, \triangleright) \rangle)$



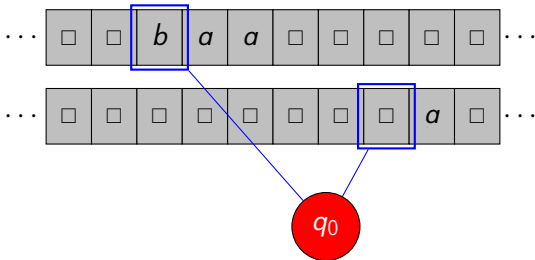
Mehrband-Turingmaschinen

§3.10 Beispiel (2-Band-Turingmaschine)

2-Band-TM $M = (\{q_0, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, \langle a, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (a, \triangleleft) \rangle)$ $(q_0, \langle b, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (b, \triangleleft) \rangle)$

$(q_0, \langle \square, \square \rangle) \rightarrow (q_+, \langle (\square, \diamond), (\square, \triangleright) \rangle)$

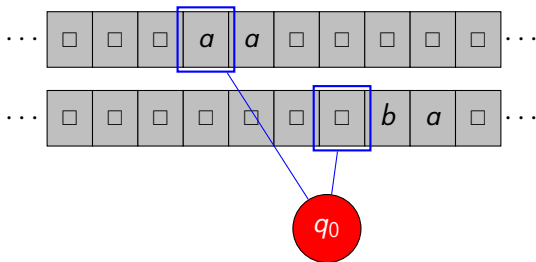


Mehrband-Turingmaschinen

§3.10 Beispiel (2-Band-Turingmaschine)

2-Band-TM $M = (\{q_0, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{\square, \Delta, \diamond\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, \langle a, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (a, \triangleleft) \rangle)$ $(q_0, \langle b, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (b, \triangleleft) \rangle)$
 $(q_0, \langle \square, \square \rangle) \rightarrow (q_+, \langle (\square, \diamond), (\square, \triangleright) \rangle)$

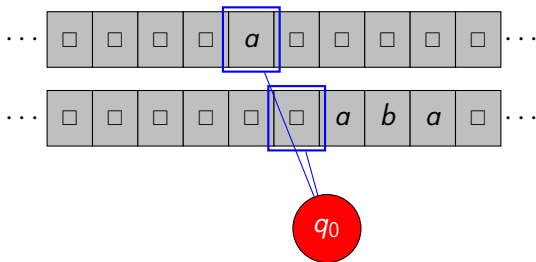


Mehrband-Turingmaschinen

§3.10 Beispiel (2-Band-Turingmaschine)

2-Band-TM $M = (\{q_0, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, \langle a, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (a, \triangleleft) \rangle)$ $(q_0, \langle b, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (b, \triangleleft) \rangle)$
 $(q_0, \langle \square, \square \rangle) \rightarrow (q_+, \langle (\square, \diamond), (\square, \triangleright) \rangle)$



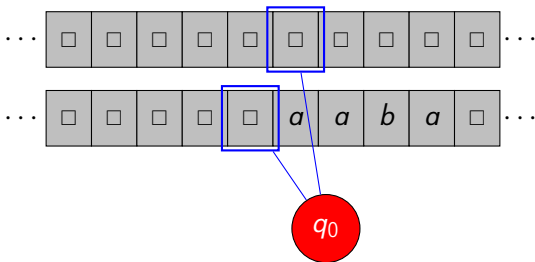
Mehrband-Turingmaschinen

§3.10 Beispiel (2-Band-Turingmaschine)

2-Band-TM $M = (\{q_0, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, \langle a, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (a, \triangleleft) \rangle)$ $(q_0, \langle b, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (b, \triangleleft) \rangle)$

$(q_0, \langle \square, \square \rangle) \rightarrow (q_+, \langle (\square, \diamond), (\square, \triangleright) \rangle)$



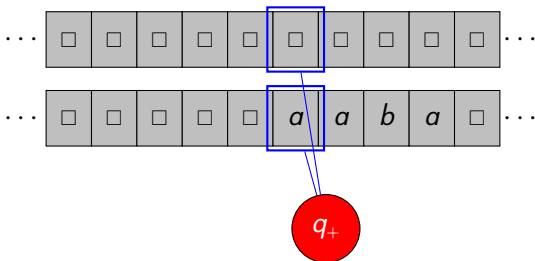
Mehrband-Turingmaschinen

§3.10 Beispiel (2-Band-Turingmaschine)

2-Band-TM $M = (\{q_0, q_+, q_-\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

$(q_0, \langle a, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (a, \triangleleft) \rangle)$ $(q_0, \langle b, \square \rangle) \rightarrow (q_0, \langle (\square, \triangleright), (b, \triangleleft) \rangle)$

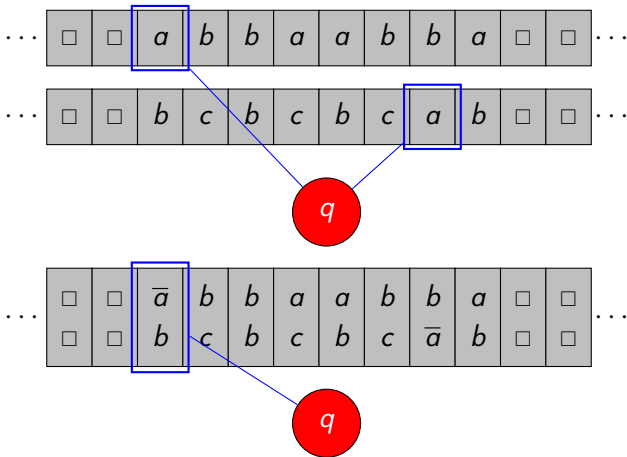
$(q_0, \langle \square, \square \rangle) \rightarrow (q_+, \langle (\square, \diamond), (\square, \triangleright) \rangle)$



Mehrband-Turingmaschinen

Simulation der k -Band-TM $(Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$ durch TM

- Kodiere k Bänder durch 1 Band $\Gamma' = \Gamma \cup (\Gamma \cup \bar{\Gamma})^k$ (Tupelsymbole)
- Kodierung Position k Köpfe (Überstrich)



Mehrband-Turingmaschinen

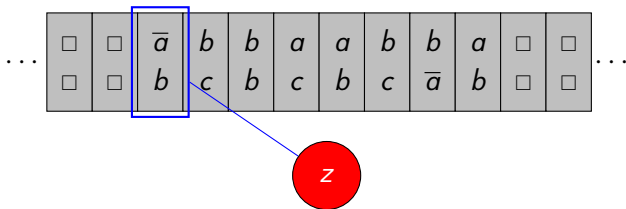
Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

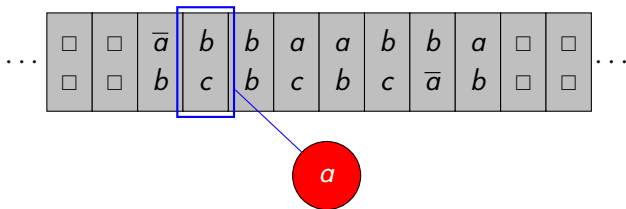


$$z = (q, \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

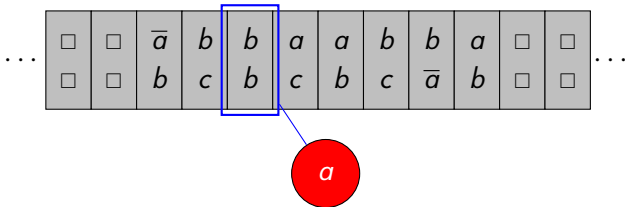


$$a = (q, \text{lese}, \langle a, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

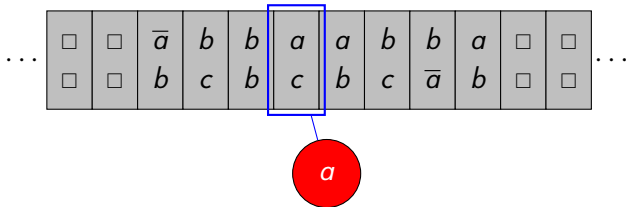


$$a = (q, \text{lese}, \langle a, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

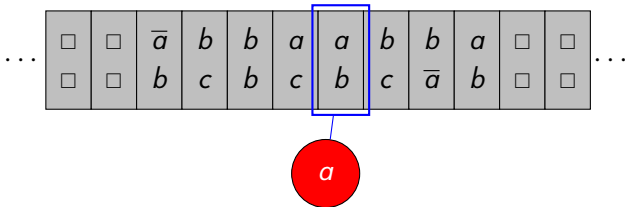


$$a = (q, \text{lese}, \langle a, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

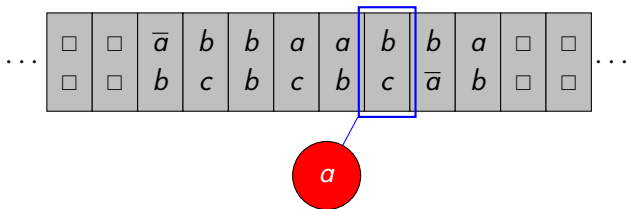


$$a = (q, \text{lese}, \langle a, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

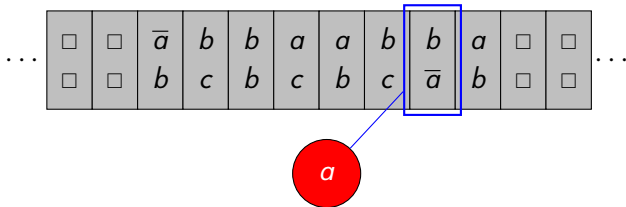


$$a = (q, \text{lese}, \langle a, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

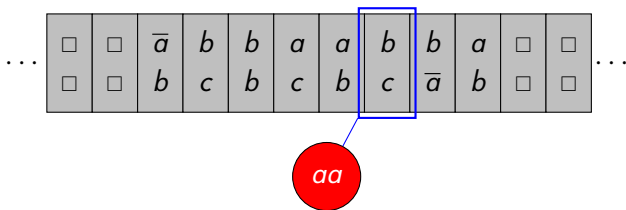


$$a = (q, \text{lese}, \langle a, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

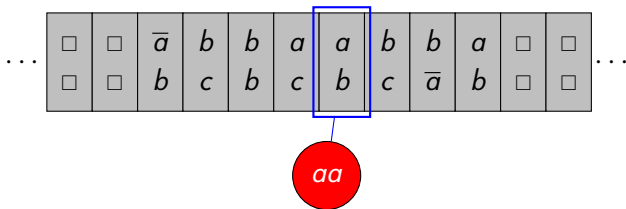


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

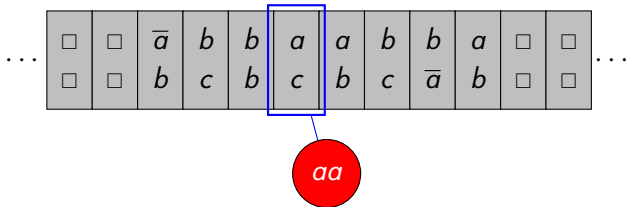


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

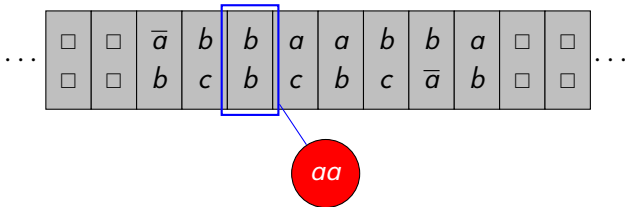


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

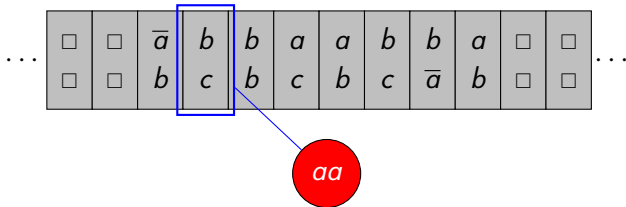


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

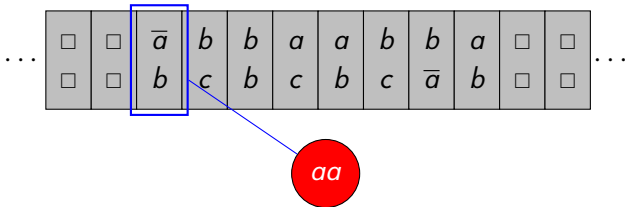


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

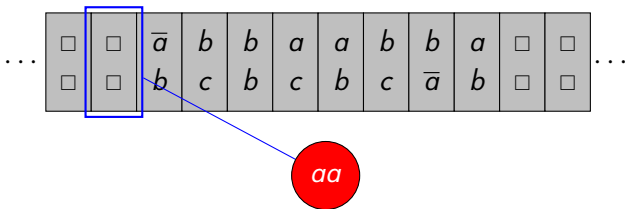


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band

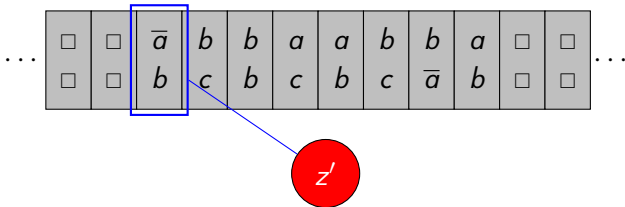


$$aa = (q, \text{zurück}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. Merken aktueller Zustand in Zuständen (q, p, \dots)
 - Zustand q k -Band-TM
 - Phase p in Bearbeitung mit weiteren Informationen
2. Aufsammeln Symbole unter Köpfen durch Ablaufen Band



$$z' = (q, \text{wähle}, \langle a, a \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. Nichtdeterministische Auswahl passender Übergang

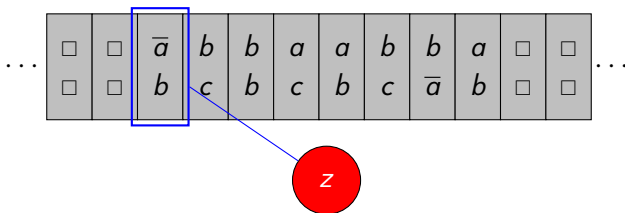
$$((q, \text{wähle}, \langle s_1, \dots, s_k \rangle), \vec{a}) \rightarrow ((q', \text{schreibe}, \vec{r}), \vec{a}, \diamond) \in \Delta$$

für alle Übergänge $(q, \langle s_1, \dots, s_k \rangle) \rightarrow (q', \vec{r})$ der k -Band-TM

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)

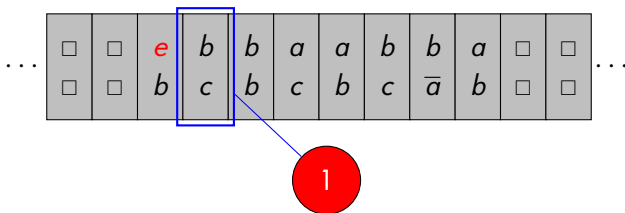


$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



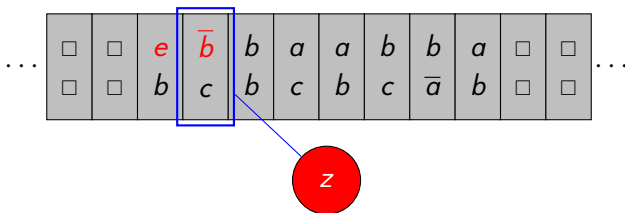
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



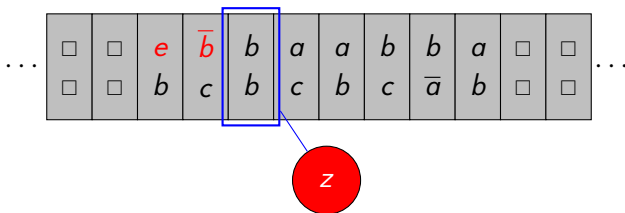
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



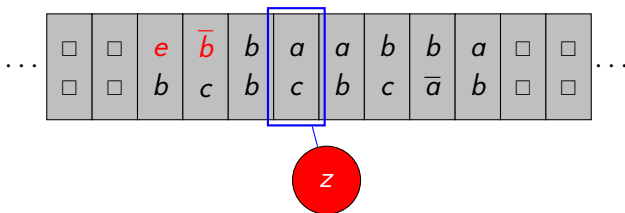
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



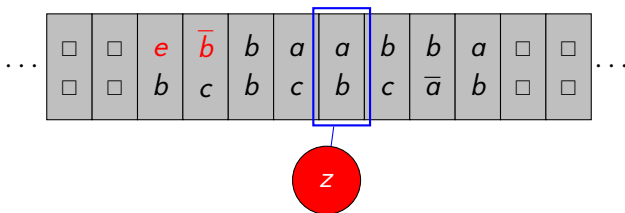
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



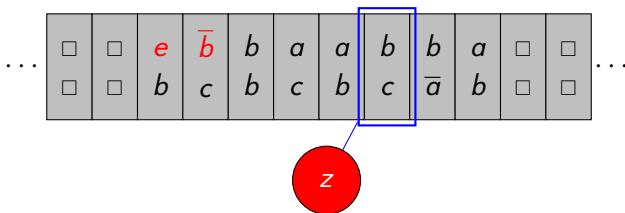
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



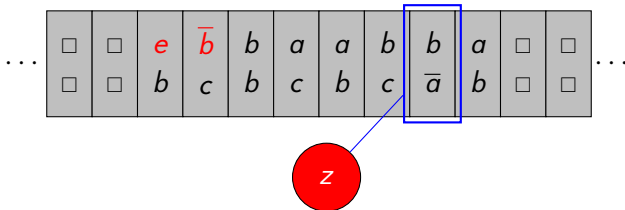
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



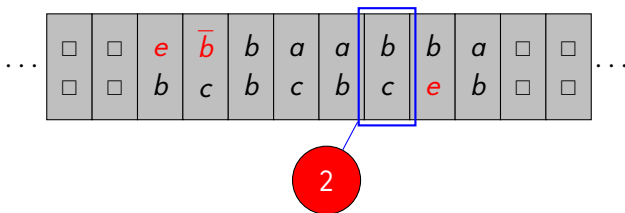
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



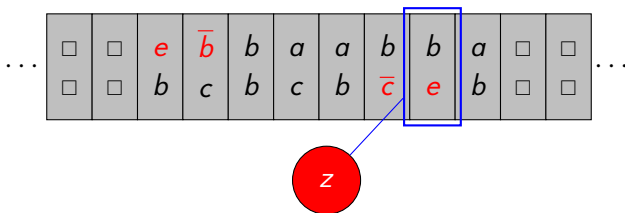
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



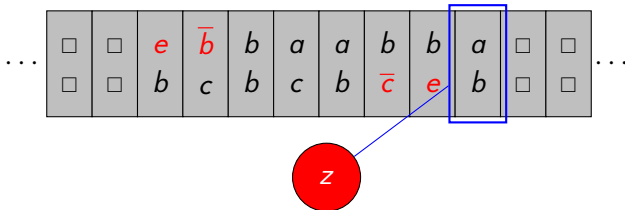
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



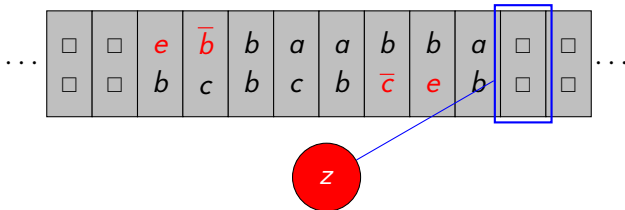
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



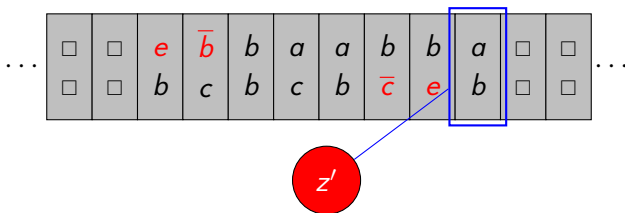
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



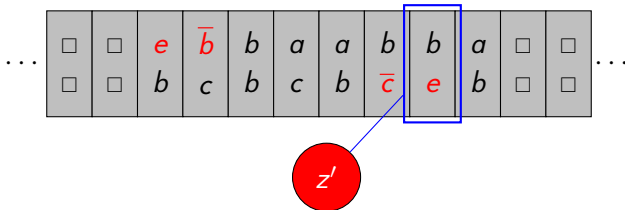
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



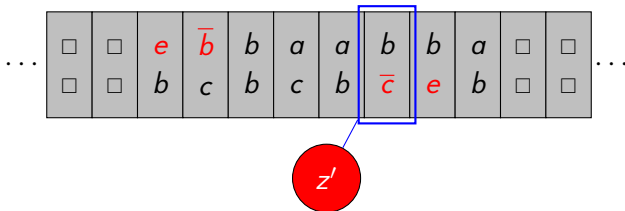
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



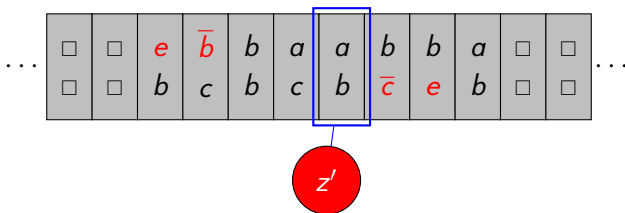
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



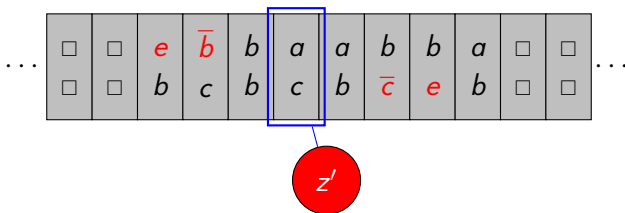
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



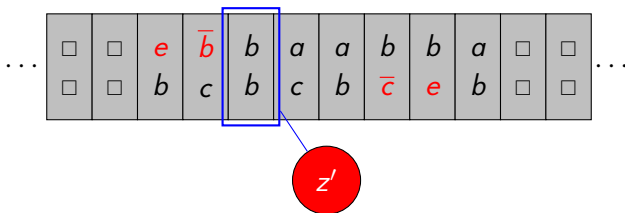
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



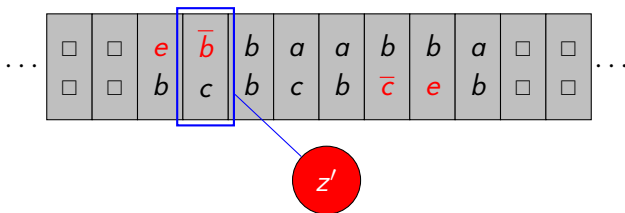
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



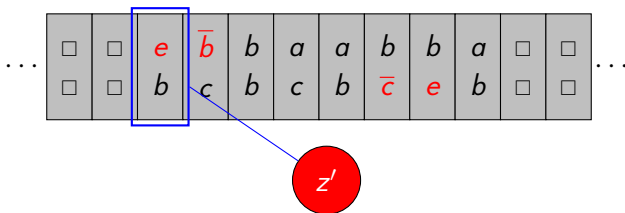
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



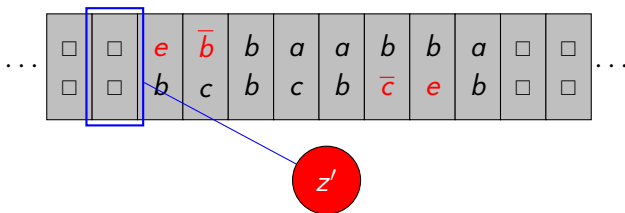
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



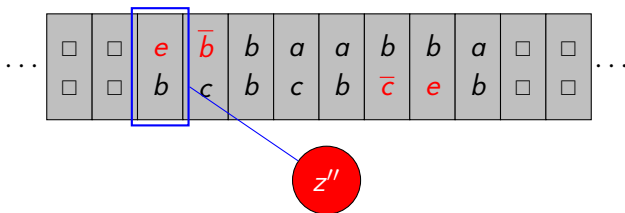
$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle \star, \star \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

Simulation Ableitungsschritt k -Band-TM durch TM

1. ...
2. ...
3. ...
4. Anpassen Arbeitsband (Schreibvorgänge & Bewegungen)



$$z = (q', \text{schreibe}, \langle (e, \triangleright), (e, \triangleleft) \rangle)$$

$$z'' = (q', \text{lese}, \langle *, * \rangle)$$

Mehrband-Turingmaschinen

§3.11 Theorem

Für (normierte) k -Band-TM M existiert (norm.) TM N mit $T(N) = T(M)$



Beweisskizze

1. M_{start} : Einrichten Ausgangssituation (Erweitern Eingabe auf Tupel)
2. M_{simul} : Simulation Ableitungsschritte (wie gerade illustriert)
3. M_{Ausgabe} : Ausgabe letztes Band (Reduktion Tupel, Löschen) \square

Mehrband-Turingmaschinen

Standard-Operationen

- Band auf anderes Band kopieren

Mehrband-Turingmaschinen

Standard-Operationen

- Band auf anderes Band kopieren
- TM M auf Band i laufen lassen

($M(i)$ ist diese k -Band-TM)

Mehrband-Turingmaschinen

Standard-Operationen

- Band auf anderes Band kopieren
- TM M auf Band i laufen lassen

($M(i)$ ist diese k -Band-TM)

Konsequenzen

- Verwende Bänder wie Variablen

Mehrband-Turingmaschinen

Standard-Operationen

- Band auf anderes Band kopieren
- TM M auf Band i laufen lassen

($M(i)$ ist diese k -Band-TM)

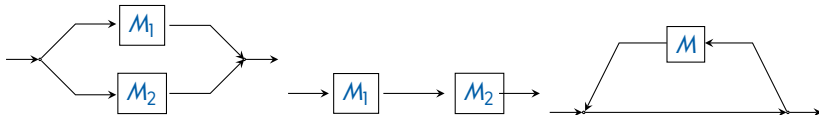
Konsequenzen

- Verwende Bänder wie Variablen
- Verwende k -Band-TM statt TM

(äquivalente TM existiert)

Zusammenfassung

- Operationen auf Turingmaschinen
- k -Band-Turingmaschinen



Zweite Übungsserie bereits im Moodle