

Logik

Prof. Dr. Carsten Lutz
Paulinum, Raum P810
clu@informatik.uni-leipzig.de



Organisatorisches

Zeit und Ort:

Vorlesung: Do 13–15 HS9

Übungen: Mo 9-11 online (g, h) in BigBlueButton (Link in Moodle)

Di 11-13 SG 2-14 (a, b)

Mi 9-11 SG 3-14 (e, f)

Mi 15-17 SG 3-12 (g, h)

(Gehalten von Maurice Funk und Gustav Grabolle)

Position im Curriculum:

2. Semester

Pflichtmodul B.Sc. Informatik

Verwendbar für B.Sc. Digital Humanities und Lehramt Informatik



Vorlesungsmaterial

Vorlesungsmaterial:

- Folien verfügbar in [Moodle](#)
- Einige Beispiele / Beweise in der VL als [Tafelanschrieb](#) ebenfalls in [Moodle](#) als PDF verfügbar
- Die Vorlesungen werden aufgezeichnet und in Moodle bereitgestellt (knapp 1 Woche Verzögerung!)



Übungsaufgaben + Klausur:

- Übungsaufgaben jede zweite Woche, insgesamt 6 Blätter
- Werden in Gruppen (**2 Personen**) bearbeitet, abgegeben und korrigiert
- Es müssen **50% erreicht werden** (gemittelt über alle Blätter), um zur Klausur zugelassen zu werden
- Werden **mindestens 85% erreicht**, so verbessert sich die Klausurnote um eine Stufe (+ 0,3)
- 1-stündige **Klausur** am Ende des Semesters



Abgabe

- Aufgabenblätter erscheinen in Moodle
- Abgabe der Lösungen ebenfalls in Moodle bis jeweils Montag 9h als PDF, jeweils nur eine Datei pro Gruppe
- Die Noten erfahrt Ihr ebenfalls über Moodle
- Erste Abgabe am Montag, 22.4., 9h
- Zweiergruppen in Moodle eintragen!

Übungsbetrieb startet ab 8.4.!

Keine VL am 9.5. (Himmelfahrt)

Keine Übung 1.5. (Mittwoch): 20.5. (Pfingsten), 1.5. (1. Mai)

Für Übung bitte jeweils andere Woche besuchen!



Beim Lösen der Übungsaufgaben gilt:

- Die Lösungen müssen **von Euch selbst** erarbeitet worden sein (in der Gruppe).
- Ihr dürft Euch natürlich in Lehrbüchern und im Netz belesen
- Ihr müsst dann aber zu einer **eigenen** Lösung kommen.
- Solltet Ihr Teile aus externen Quellen übernehmen, dann müsst Ihr das angeben – sonst ist es ein Täuschungsversuch!
- Dann wird aber nur Euer Eigenanteil gewertet

Offener Matheraum

Unterstützung beim Verstehen der VL-Inhalte:

- Offener Matheraum Informatik
Augusteum Raum A412, Mo-Do 11-17, Fr 11-15

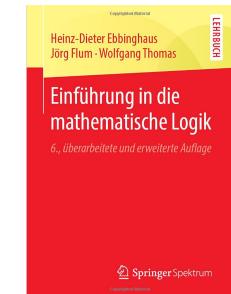


Weiterführende Literatur / Materialien

- Uwe Schöning. Logik für Informatiker.
Spektrum akademischer Verlag, 2000 (5. Auflage).



- Heinz-Dieter Ebbinghaus, Jörg Flum, Wolfgang Thomas. Einführung in die mathematische Logik. Springer Verlag, 2018 (5. Auflage).
- unter <https://iltis.cs.tu-dortmund.de/Logik-WiSe2022-extern/de/> findet sich eine Einführung in die Logik als Online-Kurs inkl. Aufgaben, die online bearbeitet werden können.



Iltis

Achtung: in Notation und verschiedenen Details weichen diese Quellen ab
In den Übungen und Prüfungen gilt stets der Inhalt DIESER Vorlesung!

Logik



Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Philosophie:

Logik ist Lehre des **vernünftigen Schlussfolgerns**,
geht zurück auf Aristoteles (≈ 300 a.D.)

Altgriechisch “logos (λόγος)”: u.a. “Argument” und “Vernunft”

Die Fragestellung ist:

Wann ist ein Argument unbestreitbar gültig, unabhängig von seinem Inhalt?

Zitat Aristoteles:

“Alle Überzeugungen stammen von Syllogismen oder Induktion”

Syllogismen: gültige logische Schlüsse

Induktion: Generalisierung von Beispielen (also: Lernen)



Ursprünge der Logik

Es entstand eine **Sammlung von Syllogismen**, z.B.:

Alle Menschen sind sterblich
Sokrates ist ein Mensch

Sokrates ist sterblich

Jedes P ist auch ein Q
 x ist ein P

x ist ein Q

~~Alle Rosen sind Blumen~~
~~Einige Blumen welken schnell~~

~~Einige Rosen welken schnell~~

Die gefolgerte Behauptung “Einige Rosen welken schnell” ist wahr.

Wir können den Syllogismus als falsch entlarven durch offensichtlich falschen Schluss derselben Form:

Alle Pinguine sind Vögel
Einige Vögel sind flugfähig

Einige Pinguine sind flugfähig



Ursprünge der Logik

Seit dem 20. Jh. ist Logik ein elaboriertes Teilgebiet der Philosophie

Ziel: Abstrakte und formale Behandlung philosophischer Fragestellungen

Aristoteles ist übrigens hochaktuell:

“Alle Überzeugungen stammen von Syllogismen oder Induktion”

Künstliche Intelligenz:

Logik

Machine Learning

Fast alle Methoden der künstlichen Intelligenz sind der Logik oder dem ML zuzurechnen; die beiden Bereiche scheinen oft schwer vereinbar.

In der Psychologie gibt es dieselbe Dualität:

System 2

System 1

(Daniel Kahneman, Nobelpreis 2002, “Thinking Fast and Thinking Slow”)



Mathematik:

Logik spielt zentrale Rolle für die **Grundlagen** der Mathematik

Klassisches Beispiel: die **Peano-Axiome** für die natürlichen Zahlen

(formuliert in der Logik zweiter Stufe)

- $0 \in \mathbb{N}$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \exists n' \in \mathbb{N} : n' = \text{nf}(n)$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \text{nf}(n) \neq 0$
- $\forall n \forall m \in \mathbb{N} : (\text{nf}(n) = \text{nf}(m) \rightarrow n = m)$
- $\forall X : (0 \in X \wedge \forall n : (n \in X \rightarrow \text{nf}(n) \in X)) \rightarrow \mathbb{N} \subseteq X$

Aus diesen Grundannahmen lassen sich **alle Eigenschaften** der natürlichen Zahlen logisch herleiten.

Ursprünge der Logik

Das Studium der Grundlagen der Mathematik hat u.a. zur Identifizierung interessanter **logischer Paradoxien** geführt, z.B.:

In Sevilla gibt es einen Barbier, der genau die Einwohner von Sevilla rasiert, die sich nicht selbst rasieren.

Rasiert der Barbier sich selbst?



Angenommen, der **Barbier rasiert sich selbst**.

Da er **sich selbst rasiert**, wird er **nicht vom Barbier rasiert**.

Da er der Barbier ist, folgt: er **rasiert sich nicht selbst**.

Widerspruch!
⇒ Annahme falsch

Angenommen, der **Barbier rasiert sich nicht selbst**.

Da er sich **nicht selbst rasiert**, wird er **vom Barbier rasiert**.

Da er der Barbier ist, folgt: er **rasiert sich selbst**.

Widerspruch!
⇒ Annahme falsch

Das ist (eine einfache Variante von) **Russel's Paradox**, das für die Grundlagen der axiomatischen Mengentheorie wichtig ist.

Logik in der Informatik

Logik ist eine der **wichtigsten mathematischen Grundlagen der Informatik**

Von Bedeutung z. B. für:

- Datenbanken und Webdaten (z.B. SQL und XML)
- Verifikation von Hard- und Software
- Wissensrepräsentation / Künstliche Intelligenz
- Programmiersprachen und Logikprogrammierung
- Komplexitätstheorie
- etc.

Logische Methoden haben die Entwicklung der Informatik entscheidend mitbestimmt.

Umgekehrt ist heute die Informatik eine der größten Triebkräfte hinter der Entwicklung der Logik.



Fallbeispiel 1: Datenbanken

SQL-Anfragebeantwortung kann als Logikproblem verstanden werden

Im Folgenden: **FO** = Prädikatenlogik erster Stufe
(auf englisch: **first-order predicate logic**)

- SQL-Anfragen sind im Wesentlichen **FO-Formeln**
- SQL-Datenbankinstanzen sind **FO-Strukturen**
- SQL-Anfragebeantwortung entspricht **Modellprüfung** in FO

Slogan: **SQL ist Logik**

Diese Sichtweise hat die Entwicklung und den Erfolg von SQL-Datenbanken entscheidend mitgeprägt.

(Ted Codd, System R am IBM Almaden Research Center 1960'er–70'er)

Auch andere Datenmodelle, etwa **XML**, haben starke Bezüge zur Logik



Fallbeispiel 2: Hardware-Verifikation

Verifikation: nachweisen, dass ein Chip eine gewünschte Spezifikation erfüllt (z. B. keine Division durch 0, keine Deadlocks)

Verifikation basiert in der Regel auf Logik:

- Chip kann als (endliche oder unendliche) **logische Struktur** modelliert werden
- Spezifikation kann als logische **Formel** modelliert werden, z. B. in einer Temporallogik wie LTL oder CTL
- Verifikation entspricht dann wieder **Modellprüfung**

Verifikation ist heutzutage ein zentrales Thema im Chipdesign und wird auch für Software zunehmend wichtiger.

Logik hat dieses wichtige Teilgebiet der Informatik entscheidend geprägt



Fallbeispiel 3: Wissensrepräsentation

Wissensrepräsentation ist ein Teilgebiet der künstlichen Intelligenz

Ziele:

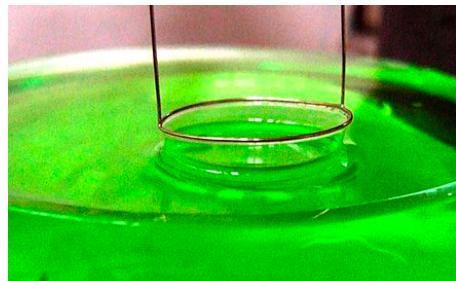
- Wissen über ein Anwendungsgebiet formal repräsentieren
- Aus gegebenem Wissen mittels automatischem Schlussfolgern neues Wissen herleiten.

Die Wissensrepräsentation erfolgt immer mittels Logik, z.B.:

Tensiometer \equiv Gerät $\sqcap \exists$ hatAnwendung.Oberflächenspannungsmessung

RingTensiometer \sqsubseteq Tensiometer

PlattenTensiometer \sqsubseteq Tensiometer



Hergeleitetes Wissen z.B.:

PlattenTensiometer \sqsubseteq Gerät

Fallbeispiel 4: Programmiersprachen

Logik und Typtheorie:

- Die **Typen von Variablen** (String, Integer, Pointer, etc) spielen eine wichtige Rolle in allen Programmiersprachen
- Viele Sprachen sind mit **komplexen Typregeln** ausgestattet
- Diese Regeln entsprechen **bestimmten logischen Kalkülen**, es besteht Zusammenhang zu **automatischen Korrektheitsprüfungen**

Logik als Programmiersprache:

- Prolog ist **bekannte logische Programmiersprache Logikprogrammierung** ein eigenes Programmierparadigma
- Grundidee: in Logik spezifizieren, **was** berechnet werden soll, statt **wie** es berechnet werden soll (**Deklarativität**)
- (Das ist in der Regel jedoch nicht komplett durchzuhalten, Prolog hat z.B. auch nicht-logische Elemente)



Ziele der Vorlesung



Einführung der grundlegenden logischen Formalismen

insbesondere Aussagenlogik und Prädikatenlogik 1. und 2. Stufe



Formulierung und Beweis der zentralen Resultate der Logik

insbesondere zu Kalkülen, Ausdrucksstärke und anderen Informatik-relevanten Themen



Übersicht der Vorlesung

Einführung

Next



Teil 1: Aussagenlogik

Teil 2: Prädikatenlogik Grundlagen

Teil 3: Mehr zur Prädikatenlogik erster Stufe

Teil 4: Prädikatenlogik zweiter Stufe

