WEIHNACHTS VORLESUNG

MIT PROF. SCHWARZ

WIE IRRATIONAL DARF ES SEIN?
VON HIMMLISCHER SPHÄRENMUSIK UND
CHAOS IM DREIKÖRPERPROBLEM

11. DEZEMBER 2024

19:15 UHR, HÖRSAAL 3

Der Glühwein- und Punschverkauf startet 18:30 Uhr vor dem Ziegenledersaal (Innenhof). Dort wird es auch weihnachtliches Gebäck geben.

FSR MATHE
Universität Leipzig

Bringt euch gern einen eigenen Becher mit :)

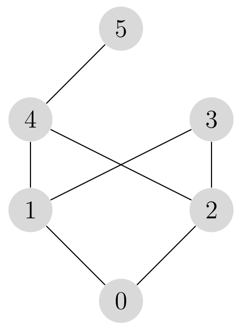
Diskrete Strukturen (WS 2024-25) - Halbserie 6

6.1 **[4]**

Bitte direkt auf Moodle als Quiz antworten.

6.2 **[3]**

Gegeben sei die Menge $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und die **Ordnungsrelation** $R \subseteq M \times M$, dargestellt als **Hasse-Diagramm**:



(a) Geben Sie R explizit als eine Teilmenge von $M \times M$ an. Geben Sie für R

(b) <u>alle</u> maximalen Elemente,

(c) <u>alle</u> oberen Schranken für {1, 2},

(d) <u>alle</u> unteren Schranken für {0, 1},

(e) eine Menge X sodass $\inf X$ existiert nicht.

6.3 **[3]**

(a) Sei R eine Ordnugsrelation auf einer Menge M. Beweisen Sie, dass $R; R = R$.

(b) Seien $f\colon A \to B$ and $g\colon B \to C$ Funktionen. Beweisen Sie dass wenn $f; g$ ist surjektiv dann g ist surjektiv.

6.4 Entscheiden Sie jeweils, ob es sich bei den folgenden Relationen um Abbildungen handelt. Begründen Sie Ihre Antworten.

$$R_1 = \{(m,n) \mid \exists k\ (km = n)\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$
$$R_2 = \{(m,n) \mid m + n = 0\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$
$$R_3 = \left\{(m,n) \mid n = \sqrt{m}\right\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

6.5 Geben Sie vier Funktionen $f_1, \ldots, f_4$ mit $f_i \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ für alle $i \in \{1,2,3,4\}$ an, sodass gilt:

(a) f_1 ist surjektiv und injektiv,

(b) f_2 ist surjektiv und nicht injektiv,

(c) f_3 ist injektiv und nicht surjektiv,

(d) f_4 ist nicht surjektiv und nicht injektiv.

6.6 Bestimmen Sie für die gegebenen Funktionen, ob sie surjektiv und/oder injektiv sind! Geben Sie im Falle, dass eine der Eigenschaften nicht gilt, ein Gegenbeispiel an!

(a) $f_1 \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $x \mapsto x^2$

(b) $f_2 \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $x \mapsto x^2$

(c) $f_3 \colon [0, 2\pi] \to [-1, 1]$, $x \mapsto sin(x)$

6.7 Gegeben sei die Menge $M = \{x, y\}$.

(a) Geben Sie alle **Ordnungsrelationen** auf M an.

(b) Durch welche davon wird M **total geordnet**?

6.8 Sei $(M, \preceq)$ eine **total geordnete Menge**. Beweisen Sie die folgende Aussage: für alle $x \in M$ gilt: x ist kleinstes Element von M genau dann, wenn x das minimale Element in M ist.