

Logik Übungsblatt 1

Übungsaufgaben werden in den Übungen besprochen. Übungszeitraum:
Hausaufgaben werden bewertet. Abgabe über Moodle bis:

09.04. – 19.04.
9:00 Uhr am 22.04.2024

Übungsaufgabe 1 Gegeben sind die Aussagenvariablen x_1, \dots, x_6 mit folgender Bedeutung:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| x_1 : Ich habe gute Laune. | x_4 : Es regnet. |
| x_2 : Ich habe schlechte Laune. | x_5 : Ich treffe meine Freunde. |
| x_3 : Die Sonne scheint. | x_6 : Die Straße wird nass. |

Formalisieren Sie folgende Aussagen durch aussagenlogische Formeln. Nutzen Sie dazu die Aussagenvariablen x_1, \dots, x_6 sowie die Junktoren $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.

- (a) Die Sonne scheint, ich treffe meine Freunde und ich habe gute Laune.
- (b) Wenn ich schlechte Laune habe, dann habe ich keine gute Laune.
- (c) Es ist nicht so, dass ich schlechte Laune habe, wenn ich keine gute Laune habe.
- (d) Die Straße wird genau dann nass, wenn es regnet.
- (e) Ich habe gute Laune oder die Straße wird nass.
- (f) Wenn ich meine Freunde treffe, dann habe ich gute Laune, wenn es regnet.

Übungsaufgabe 2 Gegeben ist die folgende Menge von Symbolen:

$$M = \{x_0, \rightarrow, \neg, x_2, z, (,)\}$$

- (a) Geben Sie syntaktisch korrekte aussagenlogische Formeln φ_1, φ_2 an. Nutzen sie ausschließlich Symbole aus M , berücksichtigen Sie folgende Bedingungen:
 - φ_1 : Es kommt genau eine Aussagenvariable vor.
 - φ_2 : Es kommen genau drei Aussagenvariablen vor.
- (b) Geben Sie alle Belegungen für φ_1 und alle Belegungen für φ_2 an.
- (c) Stellen Sie eine Wahrheitstafel für φ_1 und φ_2 auf.

Übungsaufgabe 3 Gegeben sind folgende aussagenlogischen Formeln:

$$\varphi_1 = \neg x \wedge x$$

$$\varphi_3 = x \wedge (y \vee x)$$

$$\varphi_5 = x \rightarrow (y \rightarrow x)$$

$$\varphi_2 = \neg(x \wedge x)$$

$$\varphi_4 = \neg\neg x \leftrightarrow x$$

$$\varphi_6 = \bigwedge_{i=1}^4 \varphi_i$$

Geben Sie für jede der aussagenlogischen Formeln die Wahrheitstafel an. Verwenden Sie je eine Spalte für jede Variable und jede Teilformel der aussagenlogischen Formel.

Identifizieren Sie jeweils (wenn möglich) Belegungen V_0, V_1 , mit $V_0(\varphi_i) = 0$ und $V_1(\varphi_i) = 1$.

Hausaufgabe 4

(12)

Geben Sie an, ob folgende Zeichenketten aussagenlogische Formeln sind. In der Vorlesung eingeführte Abkürzungen dürfen verwendet werden. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils in einem Satz.

(a) z

(d) $x_1 \wedge x_{42} \rightarrow x_{10} \vee \neg x_1$

(b) $(x \wedge xy) \vee y$

(e) $(\neg(x \wedge \neg x) \vee x \vee x) \rightarrow (x \leftrightarrow x)$

(c) $(10 - 2 = 8) \wedge (8 \geq 0) \rightarrow (10 - 2 \geq 0)$

(f) $\bigvee_{i \in \mathbb{N}} (x_i \rightarrow x_{i+1})$

Hausaufgabe 5

(8 + 8)

Gegeben sind folgende aussagenlogische Formeln:

$$\varphi_1 = (\neg x \vee y) \rightarrow x$$

$$\varphi_2 = (x \vee y) \wedge (\neg x \vee \neg y) \wedge (x \rightarrow z)$$

Geben Sie für jede der aussagenlogischen Formeln ihre Wahrheitstafel an. Verwenden Sie je eine Spalte für jede Variable und jede Teilformel der aussagenlogischen Formel.

Hausaufgabe 6

(3 + 3 + 3 + 4)

Geben Sie für die folgende Bedingungen jeweils eine aussagenlogische Formel an, die die Bedingung erfüllt und in der exakt die Aussagenvariablen x, y und z vorkommen. Begründen Sie jeweils in einem Satz warum eine Formel ihre Bedingung erfüllt.

(a) Jede Belegungen ist Modell der Formel.

(b) Exakt eine Belegung von x, y und z erfüllt die Formel.

(c) Jede Belegung mit $V(y) = 1$ ist kein Modell der Formel.

(d) Eine Belegungen ist genau dann Modell der Formel, wenn sie genau zwei der Aussagenvariablen x, y und z auf 1 abbildet.

Hausaufgabe 7

(3 + 3 + 3)

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen wahr sind und welche falsch. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils in einem Satz.

- (a) In jeder aussagenlogischen Formel können alle Klammern weggelassen werden, ohne die Semantik der Formel zu verändern.
- (b) Es gibt höchstens $2^{2^2} = 16$ syntaktisch unterschiedliche aussagenlogische Formeln, die zwei Aussagenvariablen verwenden.
- (c) Jede aussagenlogische Formel ist endlich.

Benötigt ihr Hilfe? Kommt vorbei!

Offener Matheraum Informatik:	ab 08.04.2024	
	Mo–Do	11–17 Uhr
	Fr	11–15 Uhr