# Comparison and analysis of the models for 3D powerline reconstruction using LiDAR point cloud

Article	in Wuhan Daxue Xuebao/Journal of Wuhan University · February 2017					
DOI: 10.132	03/j.whugis20150385					
CITATION		READS				
1		127				
4 autho	rs, including:					
	Xiangguo Lin					
	Chinese Academy of Surveying and Mapping					
	64 PUBLICATIONS 519 CITATIONS					
	SEE PROFILE					
Some of	Some of the authors of this publication are also working on these related projects:					
	Lith with the class of the control design designs are the					

### 激光雷达点云电力线三维重建模型的对比与分析

张继贤<sup>1,2</sup>,段敏燕<sup>1,2,3</sup>,林祥国<sup>1</sup>,臧艺<sup>1</sup>

- 1. 中国测绘科学研究院, 北京 100830
- 2. 武汉大学资源与环境科学学院,武汉 430072
- 3. 城市空间信息工程北京市重点实验室, 北京 100038

摘 要: 电力线三维重建是直升机激光雷达(LiDAR)电力巡线的一项重要的内容。本文提出了两种基于直升机LiDAR点云的电力线三维重建模型,包括直线段与悬链线段相结合的模型(简称"模型一")、直线段与抛物线段相结合的模型(简称"模型二")。其中,直线段位于 xy-平面,悬链线段和抛物线段位于过直线段的铅垂面。模型的创新之处体现在两者均使用了电力线 LiDAR点水平坐标进一步投影到 xy-平面上相应的拟合直线产生的比例因子作为悬链线、抛物线方程的参数。使用六个有代表性的实验数据、四个评价指标对六种重建模型(已有的四种和上述提出的两种)的性能进行评价和对比。实验表明,"模型二"具有最高的重建效率和最高的重建精度。另外,实验进一步说明铅垂面及铅垂面上投影模型的选择、误差因素的考虑等三个因素对重建模型性能有着显著的影响。

关键词:激光雷达;电力巡线;电力线三维重建;悬链线;抛物线中图法分类号: P237

文献标识码: A

#### 1 引言

架空输电线路是一个国家主干电网的 重要组成部分, 是一项重要的国家基础设施 [1,2]。然而,输电线路故障却会给人们的日 常生产生活和国家经济造成巨大损失。因此, 为了防止和杜绝电网安全事故的发生, 电网 运行维护部门每年都需要投入大量人力、物 力对输电线路进行巡检[3,4]。然而,传统的 人工巡检方式劳动强度大、工作条件艰苦、 效率低、复巡周期长、巡检数据准确率不高 [3]。因此,国内外开始大规模应用直升机巡 检技术。近年来,机载激光雷达(LiDAR) 测量技术在电力巡线中得到日益广泛的应 用。机载 LiDAR 电力巡线可以克服传统的工 程测量电力巡线工作量大、危险性高、效率 低下及基于图像或视频的电力巡线空间定 位精度低的缺点[1,2,5]。

目前,直升机 LiDAR 电力巡线的相关研究主要集中在电力线路走廊 LiDAR 点云分类及典型目标识别<sup>[6]</sup>、电力线三维重建<sup>[5,7-12]</sup>、电塔三维重建、危险点检测等四个方面。其中,电力线三维重建是危险点检测、导线弧垂分析、导线覆冰分析、导线风偏分析等重要应用的基础,成为研究的重点。另外,单档单根导线数学模型的选择和确立是电力线三维重建的一项重要内容。目前,已经有多种导线的三维重建模型,包括直线和悬链线结合的模型<sup>[7,8,9]</sup>、直线和一元二次多项式线结合的模型<sup>[10]</sup>、直线和二元多次多项式结合的模型<sup>[11]</sup>、多项式模型<sup>[12]</sup>等四种

(第2.1部分将扼要介绍四种模型)。可知, 四种已有模型的数学表达式有着显著的差别,其重建精度有明显的差别。

电力线三维重建模型的精度直接关系 到其后续各项应用的效果,因此,高精度的 电力线三维重建模型至关重要。但是,目前 电力线三维重建模型的数学表达式却极不 统一,这限制了相关应用。为此,本文将着 重分析悬链线、抛物线的合理性,提出新的 基于直线段和悬链线(或抛物线)段相结合 的电力线三维重建模型,并对比相关电力线 三维重建模型的性能。

## 2 电力线三维重建模型的数学表达式

理想的情况下,单档单根导线为一条柔索。"高",柔索的两端等高。假设柔索位于一二维直角坐标系内,如图 1 所示。则可按照理论力学中的悬链线模型来描述该电力线。即,将导线在空中的几何形态视为悬链形态,而由此推导出的方程式为悬链线方程。理论分析表明,悬链线方程是导线的理想模型。[5,7,8,9,10,13];而抛物线方程可以看作是悬链线方程的一种近似表达[10]。但实际应用中,单档单根导线的三维模型有多种形态。

#### 2.1 已有的模型

如第1部分所述,存在四种典型的电力 线三维重建模型。前三种将导线的三维模型 分解为两个相关关联的部分,比如直线部分 和悬链线部分;第四种则对导线直接进行三

基金项目: 国家自然科学基金(编号: 41371405); 城市空间信息工程北京市重点实验室基金(编号: 2015102); 基础测绘项目(编号: A1506); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金(编号: 7771523) 第一作者: 张继贤,博士生导师,研究员。主要从事摄影测量与遥感、地理国情监测等相关理论与方法研究。E-mail: zhangjx@casm.ac.cn

通讯作者: 段敏燕, 博士生, 助理研究员。主要从事遥感数据信息提取的理论与方法研究。E-mail: duanmy@casm.ac.cn

维建模,模型直接表现为三维形态。基于此, 可以将这些模型分为两大类:"间接法"、"直 接法"。"间接法"考虑了LiDAR点云的三维 误差、并将三维空间的电力线三维重建模型 分别为两部分;而"直接法"仅考虑了LiDAR 点云的高程误差、直接对三维空间的电力线 进行建模。已有的四种模型中, 前三种属于 "间接法",第四种属于"直接法"。从数量 上看,"间接法"是主流。如图 2 所示,"间 接法"包括的两部分涉及到两个关键模型: 如何表达电力线 LiDAR 点云在 xy-平面 (笛 卡儿平面)上投影点的模型:如何表达在某 一垂直于xy-平面的铅垂面上投影点的模 型。"间接法"中,对于第一部分对应的模 型,已有的方法[9-11]中均使用了直线模型; 而对于第二部分对应的模型,已有的方法却 有显著差别,下面将分别描述。

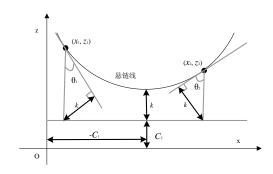


图 1 一条导线的悬链线模型 Fig. 1 Canetary model of a conductor

#### 2.1.1 间接法-直线和悬链线结合的模型

文献[9]使用了此模型,本文称为"既有模型一"。其中,直线模型采用了法线式,即:

$$d = x * \cos \alpha + y * \sin \alpha \tag{1}$$

式中, $\alpha$ 和d的含义分别为:过原点向直线做一条垂线段,该垂线段所在直线的倾斜角为 $\alpha$ ,d是该线段的长度;同时,设该垂线段与拟合直线的交点 $P(x_{tootprint}, y_{tootprint})$ 。

另外,铅垂面选择使用了*xz*-平面,该铅垂面的模型使用了悬链线。悬链线方程采用了下式:

$$z = k \cosh \frac{x + C_1}{k} + C_2 \tag{2}$$

式中,k、 $C_1$ 、 $C_2$ 是悬链线模型系数。

#### 2.1.2 间接法-直线和抛物线结合的模型

文献[10]使用了此模型,本文称为"既有模型二"。直线模型如同公式(1)。另外,铅垂面选择使用了xz-平面,该铅垂面的模

型使用了抛物线。抛物线方程采用了下式:

$$z = a_0 x^2 + a_1 x + a_2 \tag{3}$$

式中, $a_0 - a_2$ 是抛物线模型系数。

## 2.1.3 间接法-直线和二元二次多项式结合的模型

文献[11]使用了此模型,本文称为"既有模型三"。直线模型如同公式(1)。另外,铅垂面选择使用了过拟合直线、且垂直于 xy-平面的垂面,该铅垂面的模型使用了二元多次多项式。二元多次多项式方程采用了下式:

$$z = A'(x^2 + y^2) + B'\sqrt{x^2 + y^2} + C' \quad (4)$$

式中, $A' \setminus B' \setminus C'$ 是多项式系数。

#### 2.1.4 直接法-多项式模型

文献[12]使用了此模型,本文称为"既有模型四"。该模型仅仅包括一个多项式, 其对应的方程如下:

$$z = A''x^2 + B''y^2 + C''xy + D''$$
 (5)

式中, $A'' \times B'' \times C'' \times D''$ 是二次多项式系数。

#### 2.2 本文提出的模型

本文提出的单档单根导线三维重建模型包括两种方式,分别称为"模型一"、"模型二",且两者均属于"间接法"。"模型一"、"模型二"分别是"既有模型一"、"既有模型二"的改进。"模型一"亦包括两个相互关联的部分,如图 2 所示。第一部分是直线段,该直线段由电力线 LiDAR 点云在 xy—平面的投影点经过最小二乘拟合生成;第二部分是悬链线段,该悬链线段位于过拟合直线、且垂直于 xy—平面的铅垂面,且由电力线 LiDAR 点云的信息拟合生成。另外,直线段与悬链线段不仅共面,而且直线段的两个端点与悬链线段的两个端点具有垂直投影关系,如图 2 所示。

另外,"模型二"与"模型一"极其相似, 只需要将其中的悬链线替换为抛物线。下面 详细描述模型的两个组成部分。

#### 2.2.1 直线段模型

在 xy-平面内的直线段模型包括两个部分,直线和两个端点。其中,直线模型由电力线 LiDAR 点在 xy-平面投影点的最小二乘拟合生成;两个端点由直线模型和两个极值比例因子点确定。首先,确定直线模型,直

线模型亦采用了公式(1)。然后,确定两个端点。具体过程是,求取每一电力线 LiDAR 点的比例因子 s ,如式(6)所示,内容如下:设任一电力线 LiDAR 点的水平坐标为  $Q(x_0,y_0)$  ,其在 xy 平面的垂直投影点到上述拟合直线的投影点坐标为  $Q'(x_0',y_0')$  ,按式(6)计算该垂直投影点的比例因子 s :

$$s = \frac{x'_0 - x_{\text{footprint}}}{-\sin \alpha} (fabs(\sin \alpha) \ge fabs(\cos \alpha))$$

$$s = \frac{y'_0 - y_{\text{footprint}}}{\cos \alpha} (fabs(\sin \alpha) < fabs(\cos \alpha))$$
(6)

求取每个电力线 LiDAR 点的比例因子后,可知最大比例因子  $s_{\text{maximum}}$  和最小比例因子  $s_{\text{maximum}}$  。两者对应的垂直投影点分别为 $M' \times N'$ ,则 $M' \times N'$ 为所求直线段模型的两个端点。

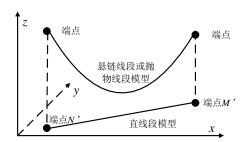


图 2 本文的导线三维重建模型示意图 Figure 2 Illustration of the proposed 3D reconstruction model of a conductor

#### 2.2.2 悬链线段或抛物线段模型

对于"模型一",过 2.2.1 部分的直线(段)做一条垂直于 xy -平面的垂面,该垂面内的悬链线段模型也包括两个部分,悬链线和两个端点。其中,悬链线模型由电力线 LiDAR 点云的派生数据拟合生成,该派生数据中每个点包括两部分:每个 LiDAR 点的 z 值及其对应的比例因子 s;两个端点由 2.2.1 部分获取的直线段模型的两个端点投影到悬链线模型确定。悬链线方程采用下式:

$$z = k' \cosh \frac{s + C'_1}{k'} + C'_2 \tag{7}$$

式中,k'、C'<sub>1</sub>和C'<sub>2</sub>为待求的系数。"模型一"与"既有模型一"<sup>[9]</sup>,有着类似的形式,但却有着显著的不同,表现在两个相关关联的方面:(1)使用的铅垂面不同(本文使用了过拟合直线的、且与 xy—平面垂直的铅垂面,而文献[9]使用了 xz—平面作为铅垂面);(2)使用的参数不同(本文使用了拟合直线上的比例因子 s 作为参数,而文献[9]使用了原始的 x 值作为参数)。即,"既有模型一"将三维导线在 xz—平面的投影模型视为

悬链线,只考虑了点云的x值误差;而本文的"模型一"将三维导线在过拟合直线的铅垂面的投影模型视为悬链线,同时考虑了点云的x值和y值误差。

另外,对于"模型二", 抛物线方程使用 了下述公式:

$$z = a'_0 s^2 + a'_1 s + a'_2$$
(8)

式中, $a'_0$ - $a'_2$ 是抛物线模型系数。"模型二"与"既有模型二"<sup>[10]</sup>,亦有着类似的形式和显著的差别。即,"既有模型二"将三维导线在xz-平面的投影模型视为抛物线,只考虑了点云的x值误差;而本文的"模型二"将三维导线在过拟合直线的铅垂面的投影模型视为抛物线,同时考虑了点云的x值和y值误差。

#### 3 关键模型的解算

本文第 2 部分包括六种电力线三维重建模型,涉及到直线、悬链线和多项式等三种类型的方程解算。其中,直线方程可利用LiDAR点云的水平坐标信息经过最小二乘拟合获取,相对简单,不再累述。对于悬链线和多项式方程的解算,下面分别以公式(2)和(3)为例进行描述。

悬链线方程的求解过程如下所述。如图 1 所示,悬链线上有两点  $P_1(x_1,z_1)$ 、  $P_2(x_2,z_2)$ ,其切线与 X 轴的夹角分别为  $\theta_1$ 、  $\theta_2$ ,两个夹角可以由当前点及其邻近点拟合获取。公式(2)中  $C_2$ 、k、 $C_1$  的初始值可以分别由式(9)、(10)、(11)获取<sup>[8]</sup>,即:

$$C_2 = \frac{z_2 \sin \theta_2 - z_1 \sin \theta_1}{\sin \theta_2 - \sin \theta_1} \tag{9}$$

 $k = (z_1 - C_2)\sin\theta_1 \stackrel{\text{red}}{=} k = (z_2 - C_2)\sin\theta_2$  (10)

$$C_1 = k \operatorname{arccos} h(\frac{z_1 - C_2}{k}) - x_1$$
 (11)

获取了k、 $C_1$ 、 $C_2$ 的初始值之后,可以采用数值优化<sup>[14]</sup>进行精确值的拟合<sup>[8]</sup>。文献[14]中有相关的具体优化理论介绍。

抛物线方程的求解方面,本文采用最小二乘法对公式(3)、(4)、(5)、(8)进行解算,具体过程可参考文献[10]。

### 4 实验与分析

基于 Visual Studio 2010 C++ 集成开发

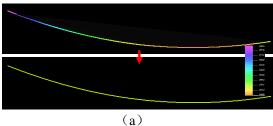
环境实现了上述六种电力线三维重建模型的拟合方法。实验平台的配置: ThinkPad W520 笔记本,CPU 为 Intel 酷睿 i7-2760QM 2.4 GHz,内存 2.98 GB,装配 Windows XP 系统。

#### 4.1 实验数据和实验结果

共采用了六条电力线进行实验,图 3(a) - (f) 展示了相应的 LiDAR 点云数据。实验 数据的基本情况见表 1。六个实验数据来自 不同区域,均为 WGS84 坐标系下的原始点 云, 地形包括平原、高山和丘陵, 由不同的 LiDAR 传感器在不同飞行高度获取,且电力 线的类型包括但单线和分裂导线两种, 表现 出具有显著差异的平均采样间隔、档距、两 端电塔高差、粗差点数量。六个实验数据中, 平均水平采样间隔最小的 0.15m、最大的 1.10m: 档距范围从 381.64m 到 1115.40m 不 等; 两端电塔的高差可以反映地形的复杂情 况, 高差从 2.01m 到 128.57m 不等; 粗差的 情况,除了实验数据一,其他实验数据均由 粗差存在。总之, 六个实验数据具有显著的 代表性。

另外,需要指出的是,电力巡线中视分裂导线为一个整体<sup>[4]</sup>,而不顾及单个分裂的情况。因此,本文对于分裂导线采用六种重建模型进行拟合时,只需进行整体的重建,而不进行单个分裂导线的重建。

六种重建模型的重建结果有着较大的差别。目视分析表明,"既有模型一"、"既有模型二"、"模型一"、"模型二"等四种模型的重建结果相似。其中,采用本文提出的"模型二"进行六条导线三维重建的结果分别如图 3(a)-(f)所示;限于篇幅,其他五种模型的重建结果不再展示。注意,由于缩放的原因,图 3 中的部分矢量线条呈现出锯齿状;但原始线条是连续光滑的。另外,"既有模型三"、"既有模型四"的重建效果在六条导线中表现不一,但整体上与刚刚提到的四种模型相比有着显著的差别、多数情况下甚至出现了重建错误。



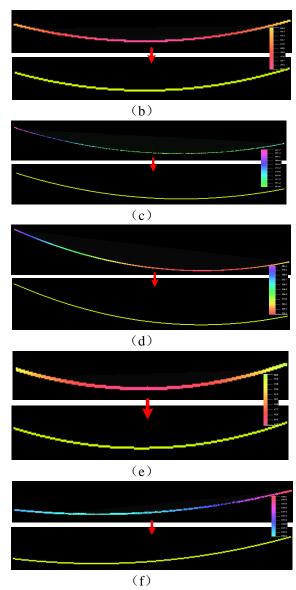


图 3 实验数据一 (a)、二 (b)、三 (c)、四 (d)、五 (e)、六 (f) 及其采用本文"模型二"的重建结果

Fig. The first (a), second (b), third (c), fourth (d), fifth (e) and sixth (f) testing data and their corresponding 3D powerline reconstruction results by the proposed "Second Model".

#### 4.2 性能评价

评价包括两个部分: 重建效率和重建精度。重建效率评价采用了时间耗费作为指标。重建精度评价中,采用了原始电力线 LiDAR 点到三维重建模型的最佳匹配点的三维距离作为评价标准。其中,最佳匹配点的坐标的计算采用了两个步骤: 首先,将某一原始 LiDAR 点的水平坐标构成的点垂直投影到对应的拟合直线获取最佳匹配点的水平坐标; 然后,将获取的水平坐标信息代入相应

的模型计算出最佳匹配点的高程值。重建精度评价中,分别计算了每条电力线 LiDAR 点对应三维距离的均值  $\mathbf{d}_{\text{meal}}$ 、最大值  $\mathbf{d}_{\text{maximum}}$ 、最小值  $\mathbf{d}_{\text{minimum}}$ 等三个指标。其中,均值  $\mathbf{d}_{\text{mean}}$  是最重要的一个重建精度衡量指标,最大值  $\mathbf{d}_{\text{maximum}}$  其次,最小值  $\mathbf{d}_{\text{minimum}}$  的重要性最小。六种重建模型在六个实验数据中获取的四个统计指标的值见表 2,其中每个实验中每个指标的最优结果加粗显示。

重建效率方面,表2中的统计数字说明 了三个现象。(1) 从重建效率的角度衡量, 六种重建模型可以划分为"不使用悬链线方 程的重建模型"(包括"既有模型二"、"既 有模型三"、"既有模型四"、"模型二")、"使 用悬链线方程的重建模型"(包括"既有模 型一"与"模型一")两大类,且每一类中 各种模型的效率相当。六个实验数据中均反 映出此种规律。例如,以 LiDAR 点个数最 少的实验数据三来看,由表 2 可知,"既有 模型一"与"模型一"的时间耗费分别为 0.2180s、0.2350s,两个数值相当;而"既有 模型二"的时间耗费为 0.0160s、其他三个 模型的时间耗费均为 0.0001s, 四个数值基 本相当。(2)与"不使用悬链线方程的重建 模型"相比,"使用悬链线方程的重建模型" 相当耗时。例如,以 LiDAR 点个数最多的 实验数据四来看,由表2可知,"既有模型 一"花费了约9s,而"既有模型三"仅仅花 费了约 0.3s, 前者时间花费是后者时间花费 的约 30 倍。(3) 整体而言,本文提出"模 型二"的重建效率最高。六个实验数据中, "模型二"在第二、三、五、六等共四个实 验数据中时间花费最少,即在约70%的情况 下"模型二"具有最高的重建效率。

重建精度方面,表 2 中的统计数字也说明了三个现象。(1)从重建精度的角度衡量,六种重建模型可以划分为"第一类模型"(包括"既有模型二"、"模型二")、"第二类模型"(包括"既有模型一"、"模型一")、"第三类模型"(仅仅包括"既有模型四")、"第四类模型"(仅仅包括"既有模型四")、"第四类模型"(仅仅包括"既有模型三")等四大类,且每一类中各种模型的重建精度相当、但整体上各个类别的精度依次递减。例如,以实验数据一为例,由表 2 可知,"既有模型二"、"模型二"的均值 d<sub>mean</sub> 分别为0.1567m、0.1567m,两者相等;"既有模型

一"、"模型一"的均值 d<sub>mean</sub> 分别为 0.2006m、 0.1997m,两者相当:"既有模型四" 的均 值 d<sub>mean</sub> 为 0.9004m; "既有模型三"的均值 d<sub>mean</sub> 为 20.0485m。可知,实验数据一相关 的统计结果中,"第一类模型"的平均均值  $d_{mean}$  约为 0.16m,"第二类模型"的平均均 值 d<sub>mean</sub> 约为 0.20m, 第三、四类模型的均值 d<sub>mean</sub> 分别约为 0.90m、20.05m, 四类模型的 均值 $\mathbf{d}_{mean}$ 的确呈现出由小到大的趋势。另 外, 其他的五个实验数据也表示出类似的规 律。(2) 从重建精度统计指标取值大小的角 度衡量,"第一类模型"、"第二类模型"两 类的精度较高,"第三类模型"、"第四类模 型"的精度十分糟糕。例如,以实验数据六 为例,由表2可知,"第一类模型"、"第二 类模型"整体的平均均值 $d_{mean}$ 约为 0.30m, 而"第三类模型"、"第四类模型" 整体的 平均均值d<sub>mean</sub>约为 3.63m,后者的指标值是 前者的约12倍;可知,"第三类模型"、"第 四类模型"的重建结果的精度很差,甚至可 以说是错误的。(3)"第一类模型"中"模 型二"的精度最高。在六个实验数据中,"模 型二"取得了五个最小的均值  $d_{mean}$ 、三个 最小的最大值 $d_{\text{maximum}}$ 、两个最小的最小值 d<sub>minimum</sub>。并且,"模型二"的重建精度表现 比较平稳,即,"模型二"的三个衡量指标 (均值 d<sub>mean</sub>、最大值 d<sub>maximum</sub> 、最小值  $d_{minimu}$ )的值即使在不是最优的情况下, 也接近最优值。例如,第六个实验数据中, 最大值 $d_{\text{maximum}}$ 的最小值为0.5258m,"模型 二"的相应的值为 0.5260 m, 两者十分接近。

综合而言,本文提出的"模型二"取得了最优的性能,整体上它具有最高的重建精度和最高的重建效率;"既有模型二"的性能其次;"既有模型一"与"模型一"的性能居第三位;"既有模型四"的性能较差,尤其是其重建精度差;性能最差的是"既有模型三",其具有最差的重建精度。各个模型的效率、重建精度和推荐等级如表3所示。

#### 4.3 分析

#### 表 1 本文采用的 6 条电力导线实验数据及其基本情况

Table 1 The  $\sin$  powerline testing data and their corresponding characteristics

实验数据	点数 (个)	平均水平采 样间隔(m)	档距(m)	两端电塔 高差(m)	地形 类型	导线类型	有误粗 差点
实验数据一	5169	0. 20	1115.40	128. 57	高山	单导线	无
实验数据二	2414	0. 15	380. 28	2.01	平原	单导线	有
实验数据三	657	1. 10	753. 59	37.80	丘陵	单导线	有
实验数据四	27640	0. 20	1106.18	126.95	高山	4 分裂导线	有
实验数据五	8381	0. 15	381.64	2.78	平原	4 分裂导线	有
实验数据六	3803	0.50	427.94	20. 21	丘陵	4 分裂导线	有

表 2 六种电力导线三维重建模型的实验统计结果

Table 2 Statistics of the experiments of the six powerline reconstruction models

实验数	模型	$d_{\text{mean}}$	$d_{\text{maximum}}$	$d_{\text{minimum}}$	耗时
据		(m)	(m)	(m)	(s)
实验数	既有模型一[9]	0.2006	0.7705	0.0014	1.7970
据一	既有模型二[10]	0.1567	0.6849	0.0005	0.0790
	既有模型三[11]	20.0485	53.9956	0.0202	0.0460
	既有模型四[12]	0.9004	3.0001	0.003	0.0630
	模型一	0.1997	0.7690	0.0014	1.8130
	模型二	0.1567	0.6846	0.0003	0.0630
实验数	既有模型一[9]	0.0277	0.3168	0.0004	0.7650
据二	既有模型二[10]	0.0277	0.3170	0.0002	0.0310
	既有模型三[11]	0.6589	1.6016	0.0108	0.0310
	既有模型四[12]	0.7561	1.4235	0.0022	0.0310
	模型一	0.0277	0.3168	0.0001	0.8590
	模型二	0.0277	0.3167	0.0002	0.0160
实验数	既有模型一[9]	0.3174	1.0282	0.0138	0.2180
据三	既有模型二[10]	0.3171	1.0170	0.0158	0.0160
	既有模型三[11]	10.5781	27.6626	0.1025	0.0001
	既有模型四[12]	0.3193	1.0017	0.0168	0.0001
	模型一	0.3170	1.0253	0.0157	0.2350
	模型二	0.3170	1.0182	0.0145	0.0001
实验数	既有模型一[9]	0.3518	0.6485	0.0113	9.1560
据四	既有模型二[10]	0.3755	0.8448	0.0254	0.4420
	既有模型三[11]	21.8173	70.3488	0.1537	0.2650
	既有模型四[12]	10.8887	35.6027	0.1563	0.2660
	模型一	0.3518	0.6517	0.0106	8.9540
	模型二	0.3755	0.8448	0.0254	0.3280
实验数	既有模型一[9]	0.3126	0.6196	0.0131	2.7650
据五	既有模型二[10]	0.3126	0.6188	0.0127	0.1250
	既有模型三[11]	0.6787	1.7064	0.1464	0.0940
	既有模型四[12]	0.7600	1.5073	0.1528	0.0940
	模型一	0.3126	0.6192	0.0130	3.3360
	模型二	0.3126	0.6185	0.0128	0.0930
实验数	既有模型一[9]	0.2998	0.5272	0.0217	1.3750
据六	既有模型二[10]	0.2996	0.5258	0.0246	0.0780
	既有模型三[11]	3.4477	8.6803	0.1754	0.0470
	既有模型四[12]	3.8211	8.3213	0.0479	0.0470
	模型一	0.2998	0.5270	0.0218	1.1880
	模型二	0.2996	0.5260	0.0248	0.0460

表 3 六种电力导线三维重建模型的综合性能

Table 3 The overall performances of the six powerline reconstruction models

模型	效率	精度	推荐等级
既有模型一[9]	较低	较高	推荐
既有模型二[10]	较高	较高	推荐
既有模型三[11]	较高	较低	不推荐
既有模型四[12]	较高	较低	不推荐
模型一	较低	较高	推荐
模型二	最高	最高	优先推荐

如前所述,"间接法"电力线三维重建模型中涉及到的一个关键问题"如何表达在某一垂直于 xy-平面的铅垂面上投影点的模型"。该问题本质上涉及两个重要方面,包括:投影点模型的选择和铅垂面的选择。结合实验及其统计结果,可以得出下述结论:

(1)悬链线方程是电力线的理论假设模型,但其用在由 LiDAR 点云进行电力线三维重建时,却面临着效率低下、重建精度并不是最高的问题。如前所述,六个实验数据中,"使用悬链线方程的重建模型"(包括"既有模型一"与"模型一")的时间耗费一般是"不使用悬链线方程的重建模型"的约 30倍以上(如表 2 所示),这说明目前的悬链线方程解算方法的复杂度高、需要大量的计算。另外,"使用悬链线方程的重建模型"的重建精度一般低于相应的使用抛物线方程的模型(包括"既有模型二"、"模型二"))的精度。例如,实验数据一的均值 d<sub>mean</sub>中,"模型二"的 0.1997m 大于"模型一"的 0.1567m,这说明目前的悬链线方程解算方

(2) 抛物线方程是悬链线方程的近似表达式<sup>[10]</sup>,但却比悬链线方程更适合于基于LiDAR点云的电力线三维重建,具有效率高、重建精度高的优势。如前所述,本文提出"模型二"的效率最高、重建精度最高,它就使用了抛物线方程。另外,"既有模型二"中亦使用了抛物线方程,它也具有较高的效率和重建精度。这与两个因素有关。第一,与悬链线方程的解算相比,抛物线方程解算的复杂度较低,使得相关模型的效率高。第二,目前的悬链线方程的解算采用了解析解法,其结果往往并非最优解;而抛物线方程的解算采用了最小二乘法,其结果是整体上最优的。

法的获取的仍然并非最优解。

(3)文献[11]的二元多次多项式方程与悬链线方程、抛物线方程的数学模型有着显著的差别,导致电力线三维重建的效果最差。如表2所示,六个实验数据中,文献[11]的"既有模型三"的均值 d<sub>mean</sub> 均显著的大于平均

值,足以说明其重建效果不理想。

(4) 铅垂面的选择对重建精度的影响也不可忽视。本质上,本文的"模型一"是对"既有模型一"的改进;本文的"模型二"是对"既有模型二"的改进。改进之处体现在,改进前的模型选择了 xz -平面作为投影面;而改进后的模型选择了垂直于 xy -平面、且过 xy -平面拟合直线的平面作为投影面。进一步,在模型参数的差别上表现为,改进前的模型使用了 x 作为参数。改进后的模型使用了比例因子 s 作为参数。改进之后,模型的重建精度均有了提高。例如,实验数据二的均值 d<sub>mean</sub> 中,"模型二"的 0.027689m 小于"既有模型二"的 0.027706m。

另外,误差因素的考量对重建模型的性能,尤其是精度,也有着显著的影响。在数学模型表达式中,本文提出的"模型一"和"模型二"同时顾及了LiDAR点云的水平误差和高程误差,而"既有模型四"这种"直接法"仅仅考虑了高程误差。而误差因素对重建结果有着显著的影响。实验说明,"既有模型四"的重建精度低。在表 2 中,"既有模型四"的均值 d<sub>mean</sub> 的值均较大。可知,重建模型考虑的误差因素越多、模型的重建精度可能越高。

最后,上述实验证明,"既有模型三"和"既有模型四"的重建效率尚可,但重建精度很差。而且,重建精度与数据复杂度,尤其是两端电塔的高差大小,有关。一般,高差越小,相比之下,重建精度相对越高。比如,实验数据二和实验数据五的两段电塔的高差较小,两种模型的均值  $d_{mean}$ 均约0.7m 左右;而实验数据一和实验数据四的两段电塔的高差很大,两种模型的均值  $d_{mean}$  显著增大,甚至出现了错误。这说明,这两种重建方法的性能很差。

#### 5 结束语

本文对比了六种(其中,四种属于已有

的、两种是本文提出的)基于 LiDAR 点云 的电力线三维重建模型的性能。本文提出的 两种模型,一种是直线段与悬链线段相结合 的模型,一种是直线段与抛物线段相结合的 模型,且两种模型的创新之处在于使用了电 力线 LiDAR 点在 xy-平面的投影点进一步 投影到相应的拟合直线产生的比例因子作 为悬链线、或抛物线方程的参数。使用六个 实验数据、采用四个评价指标对六种重建模 型的性能进行评价。六个实验数据的复杂度 不同,涉及不同的 LiDAR 点数量、水平采样 间隔、档距长度、两端电塔高差、电力线类 型、粗差点数量,具有典型的代表性; 四个 评价指标涉及重建效率和重建精度两个方 面。实验表明,本文提出的直线段与抛物线 段相结合的重建模型同时具有最高的效率 和精度。另外,实验进一步说明,重建模型 中铅垂面的选择、铅垂面上投影模型的选择、 误差因素的考量等三个方面对重建方法的 性能有着至关重要的影响。

#### 参考文献(References)

- [1] Kim H.B., Sohn G.. Point-based classification of power line corridor scene using random forests [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2013, 79(9): 821-833.
- [2] 刘高,武利会,张虎. 输电线路直升机智能巡检 关键技术研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2014,36(2),46-49,62.
- [3] Ahmad J, Malik A S, Xia L, et al. Vegetation encroachment monitoring for transmission lines right-of-ways: A survey [J]. Electric Power Systems Research, 2013, 95: 339-352.
- [4] 张吴明, 阎广建, 李巧枝, 赵伟. 直升机电力 巡线系统中利用核线约束进行线路三维重建 [J].北京师范大学学报(自然科学版), 2006,

- 42(6): 629-632.
- [5] 余洁, 穆超, 冯延明, 窦延娟. 机载 LiDAR 点 云数据中电力线的提取方法研究 [J]. 武汉大 学 报 (信 息 科 学 版 ), 2011, 36 (11): 1275-1279.
- [6] Guo B., Huang X., Zhang F., Sohn G. Classification of airborne laser scanning data using JointBoost [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2014, 92: 124-136.
- [7] Melzer T., Briese C. Extraction and modeling of power lines from als point clouds [C]. Proceedings of the 28th Workshop of Austrian Association for Pattern Recognition, Hagenberg, Austria, 17–18 June 2004, pp. 47-54.
- [8] McLaughlin R.A. Extracting transmission lines from airborne LIDAR data [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006, 3(2): 222-226.
- [9] Jwa Y., Sohn G. A piecewise catenary curve model growing for 3D power line reconstruction [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2012, 78(12): 1227–1240.
- [10] 赖旭东,戴大昌,郑敏,杜勇. 基于 LiDAR 点云 数据的电力线三维重建方法研究 [J]. 遥感学报, 2014, 18(6): 1223-1229.
- [11] Liang J., Zhang J., Deng K., Liu Z., Shi Q. A new power-line extraction method based on airborne LiDAR point cloud data [C]. 2011, IEEE 2011 International Symposium on Image and Data Fusion, Tengchong, China, pp. 423-426.
- [12] Cheng L., Tong L., Wang Y., Li M. Extraction of urban power lines from vehicle-borne LiDAR data [J]. Remote Sensing, 2014, 6(4): 3302-3320.
- [13] 邵天晓.架空送电线路的电线力学计算(第二版)[M]. 北京: 中国电力出版社, 2003.
- [14] Press W. H.,Flannery B. P.,Teukolsky S. A.,Vetterling W. T. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing [M]. 3rd edition ed. Cambridge University Press, 2007.

## Comparison and analysis of the models for 3D powerline reconstruction using LiDAR point cloud

ZHANG Jixian<sup>1,2</sup>, Duan Minyan<sup>1,2,3</sup>, LIN Xiangguo<sup>1</sup>, ZANG Yi<sup>1</sup>
1. Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China;

- 2. School of Resource and Environmental Sciences, Wuhan University, Wuhan 430079, China;
- 3. Beijing Key Laboratory of Urban Spatial Information Engineering, Beijing 100038, China

**Abstract:** 3D powerline reconstruction is one of the main contents in powerline patrols using LiDAR systems mounted on helicopters. In this study, two new models for 3D powerline reconstruction are proposed. The first model (FM) is a combination of a line segment and a catenary, and the second model (SM) is a combination of a line segment and a parabola. For the above both models, the line segment is located in the *xy*-plane, and the catenary or the parabola is in a vertical plane which is through the above line segment. The innovation of the two proposed models is that the scalar factor was employed

as the parameter of a catenary and a parabola respectively, and the scalar factor is calculated by projecting a 2D point on the xy-plane onto a fitted line by the 2D points. Specifically, a 2D point is constructed by projecting a 3D LiDAR point on the xy-plane. Six experimental data and four criterion are used to test the six methods for 3D powerline reconstruction. The experiments suggest that the SM has the highest efficiency and reconstruction accuracy. Moreover, three factors, including the selection of the vertical plane, selection of the projected models in the vertical plane, and consideration of the errors, have significant influences on the performances of the methods for 3D powerline reconstruction.

Key words: LiDAR; powerline patrols; 3D powerline reconstruction; canetary; parabola

**First Author:** Zhang jixian, Ph.D, professor, specializes in the theories and methods of photogrammetry and remote sensing, geographical conditions monitoring, etc. E-mail: zhangjx@casm.ac.cn E-mail:zhangjx@gmail.com

**Corresponding Author:** Duan Minyan, Ph.D student, specializes in the theories and methods of information extraction from remotely sensed data. E-mail:duanmy@gmail.com

**Foundation Support:** the National Natural Science Foundation of China, No.41371405; the Scientific and Technological Project for National Basic Surveying and Mapping, No. A1506; the Basic Research Fund of Chinese Academy of Surveying and Mapping, No.7771523.