

第 16 章 决策理论

前面各章主要针对结果具有相当程度确定性的可选决策。决策环境使得建立有效的数学模型(线性规划、整数规划、非线性规划等)成为可能,模型的目标函数给定了任一决策组合的估计结果。虽然这些结果通常不能被完全确定,但是至少能够足够精确地判断使用这些模型(伴随灵敏性分析等)是否可行。

然而,决策通常是在充满不确定性条件下做出的。下面举几个例子。

(1) 制造商将新产品推向市场。潜在顾客是什么反应?应该生产多少?在决定全面推广产品是否应该在小范围内进行试销?成功地推广这种产品需要多少广告?

(2) 金融公司投资于证券。哪些市场部门和个人证券更有前景?经济走向如何?利率如何?这些因素怎样影响投资决策?

(3) 政府承包人投标新合同。工程项目实际成本如何?哪些公司可能投标?投标价可能是多少?

(4) 农业企业为下一季度选择庄稼和牲畜的养殖组合。天气条件如何?价格走势?成本是多少?

(5) 石油公司决定是否在某特定地点开采石油。出油的可能性有多大?储量多少?需要钻探多深?需要在开采前进行进一步的地质勘探吗?

这些是面临很大不确定性的决策问题,需要决策分析来解决。当结果不确定时,决策分析提供了理性决策的框架和方法。

第 15 章的博弈论和本章决策分析使用的方法具有某些相似性,然而,也存在不同,它们的应用领域不同。我们将在 16.2 节具体介绍两者的异同。

通常,使用决策分析时需要解决的一个问题是,制定所需的决策还是首先进行一些测试(以一定的代价)减少决策结果的不确定性。例如,测试可能是在决定是否进行大规模生产和营销产品前,对新产品进行实地测试以检验客户的反应。这个测试指的是进行试验,因此,决策分析将决策分为有试验和无试验两种情况。

16.1 节介绍了用于解释目的的原型实例。16.2 节和 16.3 节分别提出不进行试验和进行试验决策的基本原则。接下来介绍决策树,这是一个在需要制定一系列决策时用于描述和分析决策过程的有用工具。16.5 节讨论了怎样使用电子表格对决策树进行灵敏性分析。16.6 节介绍了效用理论,提供了对决策可能结果的校准方法反映了这些结果对决策者的真正价值。本章末尾讨论了决策分析的实际应用并且总结了多种对组织非常有益的应用。

16.1 原型案例

Golerbroke 公司拥有一块可能有石油的地产。一位地质学家顾问向管理层报告该地有 1/4 的可能性含有石油。

由于这个前景,另一家石油公司提出用 90000 美元购买此土地。然而,Golerbroke 公司正在考虑保留此土地自己开采石油。开采的成本是 100000 美元。如果发现石油,期望收入是

800000 美元,因此公司的期望利润是 700000 美元(减去开采成本之后),如果没有石油,将有 100000 美元的损失(开采成本)。

表 16.1 总结了以上问题的数据。16.2 节给出了基于这些数据制订是否开采或者出售的决策方法(我们称其为 Golerbroke 公司第一问题)。

然而,在决定出售还是开采之前,另一个选择是进行详细的地震勘测以获得发现石油概率,从而更好的估计(这一具体决策过程将称为 Golerbroke 公司完整问题)。16.3 节讨论了试验的决策情况,界时将提供所需的其他数据。

公司的运营资金并不多,因此,100000 美元的损失将是相当严重的。在 16.6 节,我们将说明怎样对各种可能结果的影响评价进行评价。

表 16.1 Golerbroke 公司收益期望

选择	收益	
	有石油	没有石油
开采石油	700000 美元	-100000 美元
出售土地	90000 美元	90000 美元
状态可能性	1/4	3/4

16.2 不进行试验的决策

在解决 Golerbroke 公司第一问题之前,将制定一般的决策框架。

概括来讲,决策者必须从可能的决策方案集合中选择一个方案集合,包括怎样处理问题所有可行方案。

方案的选择一定面临不确定性,因为结果将受到随机因素影响而这些因素在决策者的掌控之外。这些随机因素决定了决策方案执行时的情形,每一种可能情况都称为可能的自然状态。

对于决策方案和自然状态的每种组合,决策者都知道最终收益将如何。收益是决策者决策结果价值的定量测度。例如,收益通常表示为净现金收益(利润),尽管其他测度也可能被使用(16.6 节描述)。如果当自然状态给定时,结果的影响不能被完全确定。那么,收益将变成一个后果度量的期望值(统计意义上)。收益表通常用于提供行动与自然状态每种组合的收益。

如果你先前学习了博弈论,我们将指出决策分析与二人零和博弈之间有趣的相似性。决策者和自然被看成博弈的双方,方案和可能的自然状态被看成各方的可用策略,其中策略的每种组合产生参与者 1(决策者)的某些收益。从这个观点看,决策分析的框架可被总结如下。

- (1) 决策者需要从决策方案集中选择一个方案。
- (2) 自然将选择一个可能的自然状态。
- (3) 决策方案和自然状态的每种组合将产生一个收益,作为收益表中的一个元素。
- (4) 收益表被决策者用于根据合适的准则找出最优解。

很快,我们将提出一种可能的准则,其中第一个(极大化极小收益准则)来自博弈论。

然而,与二人零和博弈的类比忽视了一个重要方面。在博弈论中双方都被假设是理性的,选择策略是提高自己的福利。这个描述仍然符合决策者,但不符合自然。相比之下,自然现在是被动的参与者,以某种随机的方式选择它的策略(自然状态)。这点不同意味着怎样选择最优策略(方案)的博弈论准则在当前的情境下将对很多决策者不具有吸引力。

一个额外要素需要被添加到决策分析框架中。决策者一般具有一些应该被考虑的有关自然可能状态相对可能性的信息。这些信息通常能够被转化成概率分布,自然状态是随机变量,这个分布被看成先验分布。先验分布通常是主观的,依赖个人的经验或者直觉。由先验分布提供的各个自然状态的概率称为先验概率。

应用案例

2002年,随着Conoco公司和Phillips石油公司的合并成立ConocoPhillips公司,该公司已经成为美国第三大综合能源公司。2013年,该公司成为全世界最大的独立原油开采和生产企业,并在30多个国家拥有生产和运管能力。与该行业的其他公司一样,ConocoPhillips公司的管理者必须进行决策,将有限的资本投入几个有风险的石油勘探项目。这些决策对公司的收益有巨大的影响。

在20世纪90年代,Phillips石油公司在应用运筹学方法支持决策方面就是行业领先者,该公司开发了一套DISCOVERY决策分析软件包。地质学家或工程师通过软件可以对项目不确定性进行建模,软件还可以解释输入变量并构建一个决策树指出所有的决策节点(包括产生地震信息的概率)和干预节点。该软件的主要特点是应用了指类型的效用函数(将在16.6节介绍)以考虑管理者对于投资风险的偏好。一套直觉性的问题被用来测度风险偏好以便为效用函数提供一个风险承受参数的大概估计值。

管理者应用该软件能够做到以下工作:①应用整个公司一致性的风险承受政策,评价石油勘探项目;②根据总体偏好对项目进行排序;③识别公司参与这些项目的恰当程度;④保证预算。

来源:M. R. Walls, G. T. Morahan, and J. S. Dyer, "Decision Analysis of Exploration Opportunities in the Onshore US at Phillips Petroleum Company," Interfaces, 25(6): 39-56, Nov.-Dec. 1995. (我们的网址提供了本文链接:www.mhhe.com/hillier.)

16.2.1 此框架下原型实例的建模

表16.1 Goferbroke公司有两个要考虑的可能决策方案:开采石油或者出售土地。如表16.1的列标题所列,可能的自然状态是土地有石油和没有石油。由于顾问地质学家已经估计有0.25的机会有石油(0.75的机会没有石油)。两个自然状态的先验概率分别为0.25和0.75。因此,以千美元为单位的收益,收益表可以直接从表16.1中获得,如表16.2所列。

接下来将根据介绍的三个准则中的每一个使用收益表找出最优方案。

表16.2 Goferbroke公司问题决策分析建模收益表

		自然状态	
机会		有石油	没有石油
1. 开采石油	700	-100	
2. 出售土地	90	90	
先验概率	0.25	0.75	

16.2.2 最大最小收益准则

如果决策者的问题被看做与自然的博弈,那么,博弈论将采用最小最大准则选择决策方案。从参与者1(决策者)的观点来看,这个准则被命名为最大最小收益准则是适当的,概括如下。

最大最小收益准则:对于每一个可能的决策方案,找出所有可能自然状态的最小收益,然后找出所有最小收益中最大的一个。选择最小收益最大的方案。

表16.3给出了这个准则在原型实例中的应用。因此,由于出售的最小收益(90)比开采(-100)大,将选择前面的方案(出售)。

表 16.3 应用最大最小准则于 Goferbroke 公司第一问题

方案	自然状态		最小	
	有石油	无石油		
1. 开采石油	700	-100	-100	
2. 出售土地	90	90	90	←最大最小值
先验概率	0.25	0.75		

这个准则的原理在于它提供了将获收益的最好保证。不管例子中自然的真实状态是什么,出售土地获得的收益不能少于 90,从而提供了最好的保证。因此,这个准则采用悲观主义的观点,不管哪个方案被选择,对应于该方案的最坏自然状态都可能发生,因此我们应该选择在最坏自然状态下产生最好收益的方案。

当面对一个理性的、有恶意的对手时,这个原理是十分有效的。然而,这个准则并不被经常用于与自然博弈,因为它是一种极端保守的准则。事实上,它假设自然是一个有意识的对手,想要对决策者尽可能地造成最大的伤害。自然不是一个有恶意的对手,决策者不需要集中在每个方案最差的可能收益。特别是方案的最差可能收益来自相对不太可能的自然状态时。因此,通常只有非常谨慎的决策才会对这个准则感兴趣。

16.2.3 最大似然值准则

下面的准则集中于自然最可能的状态,概括如下。

最大似然值准则:识别最有可能的自然状态(具有最大先验概率的状态)。对于这一自然状态,找出具有最大收益的决策方案,选择这个决策方案。

应用这个准则,如表 16.4 所列。无石油状态具有最大的先验概率。在这一列,出售方案有最大的收益,因此选择出售土地。

表 16.4 应用最大似然值准则于 Goferbroke 公司第一问题

方案	自然状态		最小	
	有石油	无石油		
1. 开采石油	700	-100	-100	
2. 出售土地	90	90	90	←最大
先验概率	0.25	0.75		
		↑最大		

这个准则的吸引力在于最重要的自然状态是最可能的状态,因此被选择的方案对于这个特别重要的自然状态是最好的方案。基于假设这个自然状态将会发生的决策和假设其他任何自然状态相比趋向于给有利的结果更好的机会。除了确定最可能的状态外,这个准则不依赖于各个自然状态概率的不可靠主观估计。

这个准则的主要缺点是完全忽略了很多相关信息除了最可能的自然状态以外,对于具有很多可能自然状态问题,最可能自然状态的概率可能非常小。因此,集中于这个自然状态可能是非常没有保证的。即使在这例子里,无石油状态的先验概率是 0.75。这个准则忽略了如果公司开采并发现石油收益为 700。实际上,这个准则不允许在低概率的大收益上赌博,不管赌博成功的吸引力有多大。

16.2.4 贝叶斯决策准则

我们的第三个通常被选择的决策准则是贝叶斯决策准则,描述如下。

贝叶斯决策准则: 使用各个自然状态概率的可得到最好估计(当前的先验概率),计算每个可能决策方案收益的期望值。选择具有最大期望收益的决策方案。

对于原型实例,这些期望收益从表 16.2 直接计算如下:

$$E[\text{收益(开采)}] = 0.25(700) + 0.75(-100) = 100$$

$$E[\text{收益(出售)}] = 0.25(90) + 0.75(90) = 90$$

由于 $100 > 90$,选择的方案是开采石油。

注意:这个选择与前两个准则下出售方案的选择有所不同。

贝叶斯决策准则的最大优势在于结合了所有可用的信息,包括所有的收益和各个自然状态概率的最好可得估计。

有些人认为这些概率估计必然在很大程度上是主观的,因此是不可靠的,不能被信任。没有精确的方法预测未来,包括将来的自然状态,即使以概率的方式。这一观点有一些合理性。在每一种情况下,概率估计的合理性应该被评估。

然而,在许多情况下,过去的经验和当前的证据使得能够建立合理的概率估计。使用这些信息和忽略它们相比应该为合理决策提供更好的依据。经常进行试验能够改进这些估计,正如下一节介绍的一样。因此,本章剩余的部分将只使用贝叶斯决策准则。

为了评估先验概率可能不准确性的影响,进行下面介绍的灵敏性分析通常是有帮助的。

16.2.5 贝叶斯决策的灵敏性分析

灵敏性分析通常被用于各种运筹学应用,研究当数学模型中包含的一些数字不正确时的影响。在这个例子中,数学模型如表 16.2 所列。该表中最不可靠的数字是先验概率。尽管类似的方法可用于分析表中的收益,我们将集中用灵敏性分析来进行这方面的研究。

两个先验概率的和必须等于 1,因此这些概率中一个概率的数量增加必然伴随另一个概率以相同的数量减少,反之亦然。Golerbroke 公司的管理层觉得这块土地有石油的概率可能介于 15%~35%。换句话说,有石油的先验概率在 0.15~0.35 这个范围,因此,相应的土地没有石油的先验概率范围是 0.65~0.85,且

p =有石油的先验概率

任何概率 p 下采油的期望收益为

$$E[\text{收益(开采)}] = 700p - 100(1-p) = 800p - 100$$

图 16.1 中的斜线表示对于 p 的期望收益图。由于对于任何 p ,出售土地的收益都是 90,图 16.1 中的水平线给出了对于用户的 $E[\text{收益(出售)}]$ 。

图 16.1 中的四个点表示两个决策方案在概率 $p=0.15$ 和 $p=0.35$ 时的期望收益。当 $p=0.5$ 时,决策更偏向于出售土地(期望收益 90 对开采 20)。当 $p=0.35$ 时,决策更偏向于开采石油(期望收益 180 对出售 90)。因此,决策对 p 十分灵敏。灵敏性分析已经表明,建立一个更精确的 p 值估计是十分重要的。

图 16.1 中两条直线相交的点是交叉点,随着先验概率的增长,决策从一个方案(出售土地)转向另一个方案(开采石油)。为了找到这点,令

$$E[\text{收益(开采)}] = E[\text{收益(出售)}]$$

$$800p - 100 = 90$$

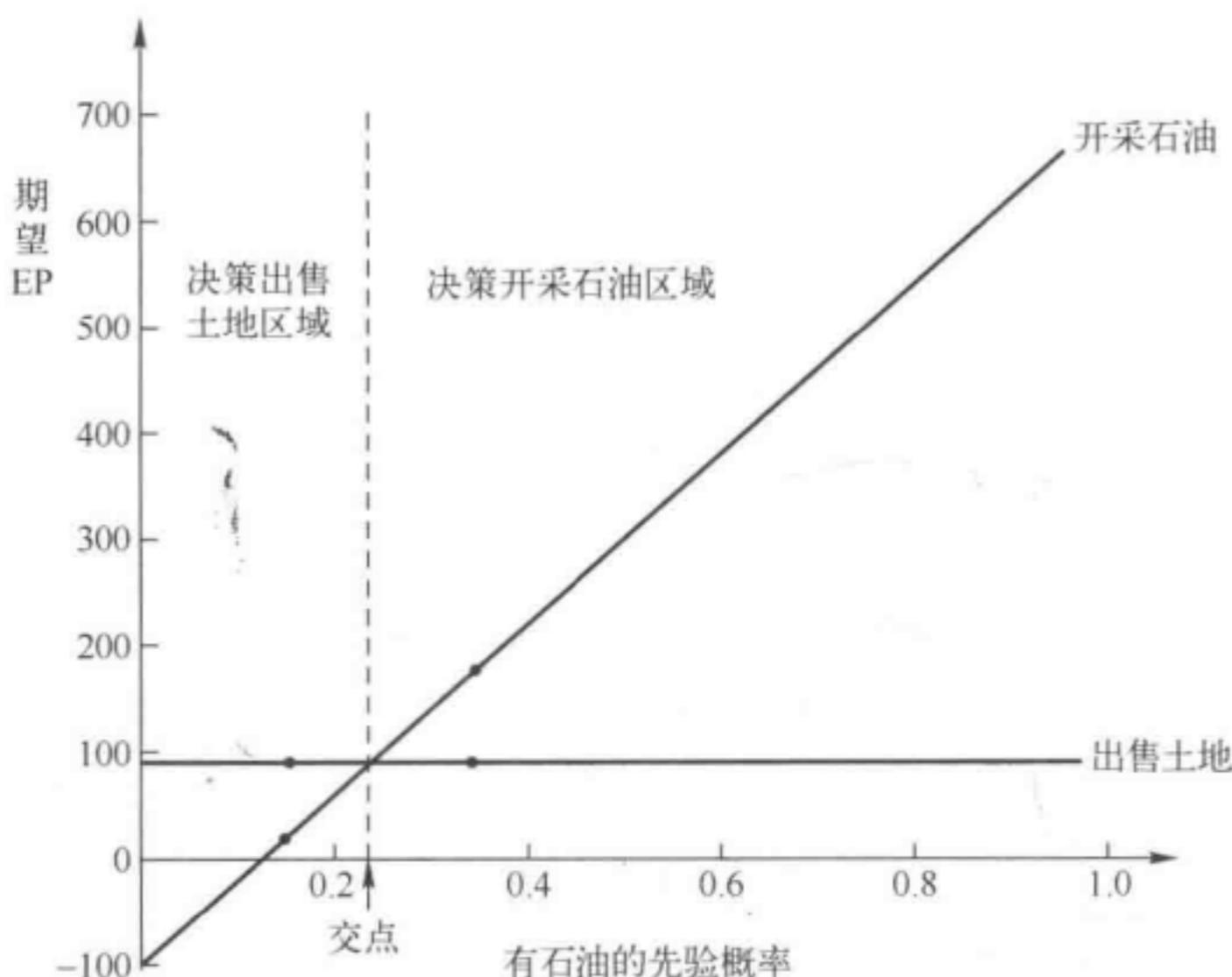


图 16.1 显示了 Goferbroke 公司问题中先验概率第一次变化时每种决策的期望收益的变化

$$p = \frac{190}{800} = 0.2375$$

结论：如果 $p < 0.2375$ 应该出售土地。

如果 $p > 0.2375$ 该开采石油。

估计 p 的真实值时，关键问题是 p 比 0.2375 大还是小。

对于多于两个决策方案的其他问题，能够进行同种类型的分析。主要的差别在于，对应于图 16.1 中的图形现在将多于两条直线（一条代表一个方案）。然而，对应于先验概率特定值最上面的直线仍然表明哪个方案应被选择。由于直线多于两条，将有多于一个的交叉点，决策从一个方案转向另一个方案。

你可以通过本书网站学习另外的有关三个方案的决策分析案例（相同案例同样解释了本节介绍的三种准则）。

对于多于两个可能自然状态的问题，最直接的方法是按照上面介绍的方法一次仅对两个状态进行灵敏分析。这也包括研究保持其他状态先验概率固定的情况下，当一个状态的先验概率增加，另一个状态的先验概率以同样的数量减少时将会发生什么。这个过程能够被重复应用于其他状态对的组合。

因为 Goferbroke 公司的决策严重依赖有石油的真实概率，应该仔细考虑进行地震勘测来更为接近地估计这个概率。在接下来的两节中我们将探讨这个问题。

16.3 进行试验时的决策制定

通常，额外的测试（试验）可以用来提高由先验概率提供的各个自然状态概率的初步估计，这些被改进的估计称为后验概率。

我们首先修改一下 Goferbroke 公司问题以加入试验，然后说明如何得到后验概率，最后讨论怎样决定是否值得进行试验。

16.3.1 继续原型实例

正如 16.1 节末尾提到的，制定决策前的一个可用选择是进行详细的地震勘测以获得有石油

概率的更好估计。总成本是30000美元。

地震勘测获得的振动声波表明该地质结构是否有利于储存石油。我们把勘测的可能现分为下面两类。

USS: 振动显示不利,不可能有石油。

FSS: 振动显示有利,可能有石油。

基于过去的经验,如果有石油,那么,不利振动声波的概率为

$$P(\text{USS} \mid \text{有油}) = 0.4, \text{因此 } P(\text{FSS} \mid \text{有油}) = 1 - 0.4 = 0.6$$

类似地,如果没有石油(也就是真正的自然状态是无油),那么,不利振动声波的概率估计为

$$P(\text{USS} \mid \text{无油}) = 0.8, \text{因此 } P(\text{FSS} \mid \text{无油}) = 1 - 0.8 = 0.2$$

很快,我们将使用这些数据找出给定振动声波时各自然状态的后验概率。

16.3.2 后验概率

从概率来讲,令

n =自然状态的可能数目

$P(\text{State} = \text{state } i)$ =自然状态的真实状态是*i*的先验概率, $i=1,2,\dots,n$

Finding=试验结果(一个随机变量)

Finding *j*=一个可能的结果值

$P(\text{State} = \text{state } i \mid \text{Finding} = \text{finding } j)$ =给定结果值为*j*,自然的真实状态是状态*i*时的后验概率, $i=1,2,\dots,n$

当前的问题表述如下。

给定 $P(\text{自然真实状态为 } i)$ 和 $P(\text{结果值为 } j \mid \text{自然真实状态为 } i)$ 时, $i=1,2,\dots,n$, $P(\text{真实状态 } i \mid \text{结果值为 } j)$ 等于多少?

这个问题通过利用下面的概率论标准公式来回答:

$$P(\text{真实状态为 } i \mid \text{结果值为 } j) = \frac{P(\text{真实状态为 } i, \text{结果值为 } j)}{P(\text{结果值为 } j)}$$

$$P(\text{结果值为 } j) = \sum_{k=1}^n P(\text{真实状态为 } k, \text{结果值为 } j)$$

$$P(\text{真实状态为 } i, \text{结果值为 } j) = P(\text{结果值为 } j \mid \text{真实状态为 } i)P(\text{真实状态为 } i)$$

因此,对于每一个*i*=1,2,…,n,相应后验概率的期望公式为

$$P(\text{真实状态 } i \mid \text{结果值为 } j) = \frac{P(\text{真实状态为 } i \mid \text{结果值为 } j)P(\text{真实状态为 } i)}{\sum_{k=1}^n P(\text{结果值为 } j \mid \text{自然状态为 } k)P(\text{自然状态 } k)}$$

(这个公式通常称为贝叶斯定理,因为它由Thomas Bayes创立,这位18世纪的数学家还发展建立了贝叶斯决策准则。)

现在让我们返回原型实例并应用这个公式。如果地震勘测的结果是不利的振动声波(USS),那么,后验概率为

$$P(\text{状态为有油} \mid \text{结果} = \text{USS}) = \frac{0.4(0.25)}{0.4(0.25) + 0.8(0.75)} = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{状态为无油} \mid \text{结果} = \text{USS}) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

类似地,如果地震勘测的结果是有利的振动声波(FSS),那么,后验概率为

$$P(\text{状态为有油} \mid \text{结果=FSS}) = \frac{0.6(0.25)}{0.6(0.25)+0.2(0.75)} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{状态为无油} \mid \text{结果=FSS}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

图 16.2 的概率树图给出了直观地表示这些计算的好方式。第一列的先验概率和第二列的条件概率是问题的部分输入数据。第一列的每一个概率乘以第二列的概率得到第三列的相应联合概率。每一个联合概率然后变成第四列相应后验概率计算的分子。对于相同结果累加联合概率(见图的底部)提供这个结果每个后验概率的分母。

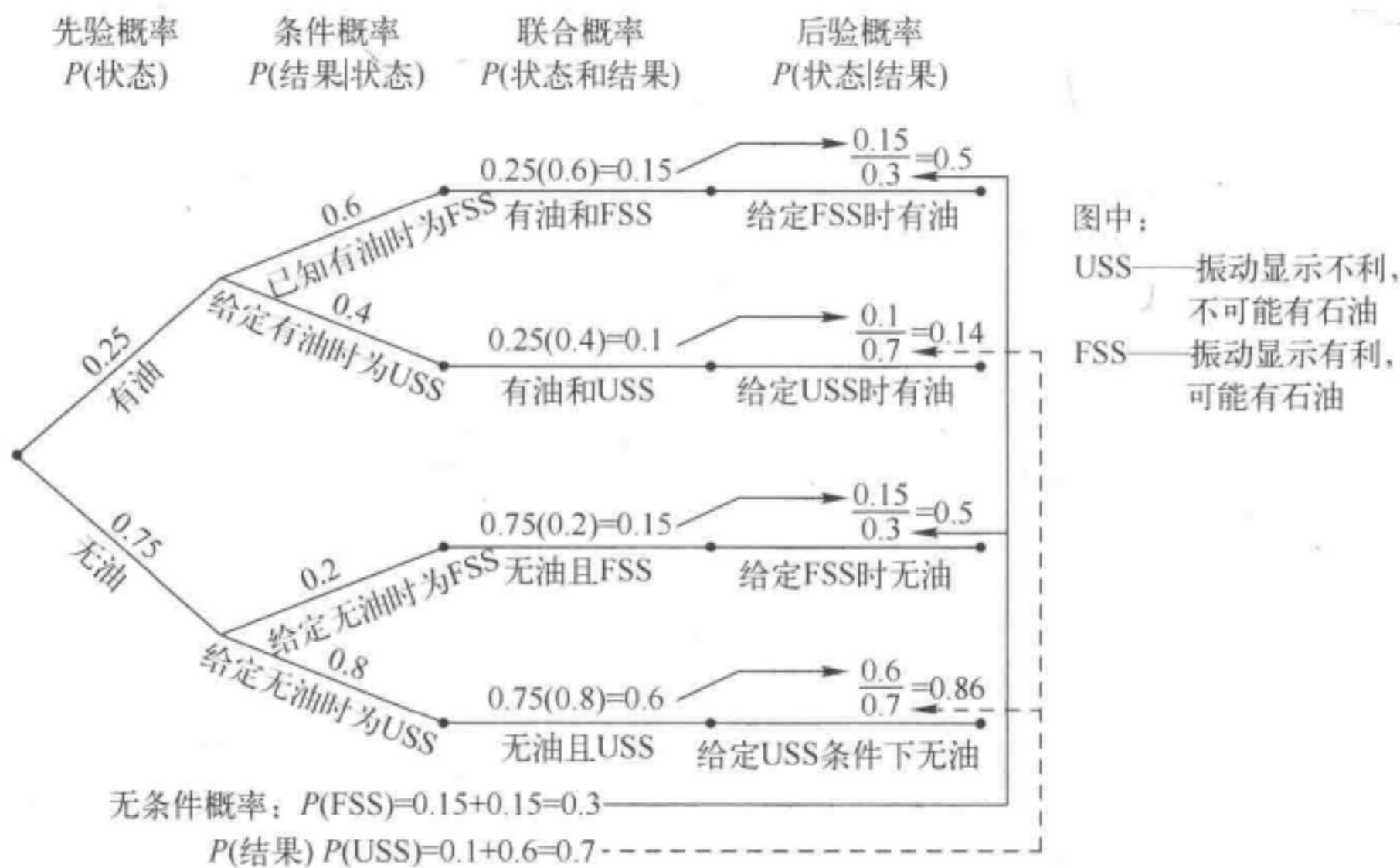


图 16.2 Goferbroke 公司问题的概率树模型显示所有的在计算自然状态的后验概率之前的概率。
自然状态的后验概率基于地震勘测的发现

应用案例

加拿大不列颠哥伦比亚省的工人赔偿委员会(WCB)负责本省工人和员工的职业健康和安全、康复及赔偿。2011 年,该委员会受理了 104000 例赔偿权利要求。

控制 WCB 成本的一个关键因素是识别哪些原本是短期残疾索赔但有可能转为长期残疾索赔的案例,除非有一个强有力的早期索赔管理干预机制以提供必要的医疗和康复。该问题是如何正确识别哪些高风险的索赔以使减少索赔赔偿和索赔管理干扰的期望成本。

WCB 组织了一个运筹学团队用决策分析来研究该问题。对于每种不同类型的残疾索赔,根据受伤的严重程度,使用一个基于残疾特点、工人性别和年龄的决策树来评价这种类型的残疾应该被划分为低风险(不需要干涉)还是高风险(需要干涉)。对于每种类型,每次计算用来解释短期残疾索赔时间的临界数量的终止点,该值能够触发索赔管理的干涉,因此可以最小化索赔支付和干涉的期望成本。该方法的核心是评估给定短期残疾索赔支付时间后请求变成长期残疾索赔的后验概率。

WCB 用带有决策树的决策分析,现在每年大概节约 400 万美元,同时使一些受伤员工重新回到工作岗位。

来源:E. Urbanovich, E. E. Young, M. L. Puterman, and S. O. Fattedad: "Early Detection of High-Risk Claims at the Workers' Compensation Board of British Columbia," Interfaces, 33 (4): 15–26, July–Aug. 2003. (我们的网址提供了本文链接:www.mhhe.com/hillier.)

运筹学课程软件也包括 Excel 模板,可用于计算这些后验概率,如图 16.3 所示。

完成这些计算以后,贝叶斯决策准则如前面那样被应用,现在用后验概率代替先验概率。再次通过使用图 16.2 中的收益(单位:千美元)并减去试验成本我们得到下面的结果。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	用于计算后验概率的模板							
2								
3	数据:				P(状态 找到)			
4	自然	先验			找到			
5	状态	概率	FSS	USS				
6	有油	0.25	0.6	0.4				
7	无油	0.75	0.2	0.8				
8								
9								
10								
11								
12	后验			P(状态 找到)				
13	概率			自然状态				
14	找到	P(找到)	有油	无油				
15	FSS	0.3	0.5	0.5				
16	USS	0.7	0.142 86	0.857 14				
17								
18								
19								

	B	C	D
12	后验		P(状态 找到)
13	概率:		自然状态
14	找到	P(找到)	=B6
15	=D5	=生产总和(C6:C10,D6:D10)	=C6*D6/生产总和(C6:C10,D6:D10)
16	=E5	=生产总和(C6:C10,E6:E10)	=C6*E6/生产总和(C6:C10,E6:E10)
17	=F5	=生产总和(C6:C10,F6:F10)	=C6*F6/生产总和(C6:C10,F6:F10)
18	=G5	=生产总和(C6:C10,G6:G10)	=C6*G6/生产总和(C6:C10,G6:G10)
19	=H5	=生产总和(C6:C10,H6:H10)	=C6*H6/生产总和(C6:C10,H6:H10)

图 16.3 运筹学课程软件中的这个后验概念模板使得后验概率的计算效率更高

如果结果是不利的振动声波(USS)的期望收益:

$$E[\text{收益(开采 | 结果 = USS)}] = \frac{1}{7}(700) + \frac{6}{7}(-100) - 30 = -15.7$$

$$E[\text{收益(出售 | 结果 = USS)}] = \frac{1}{7}(90) + \frac{6}{7}(90) - 30 = 60$$

如果结果是有利的振动声波(FSS)的期望收益:

$$E[\text{收益(开采 | 结果 = FSS)}] = \frac{1}{2}(700) + \frac{1}{2}(-100) - 30 = 270$$

$$E[\text{收益(出售 | 结果 = FSS)}] = \frac{1}{2}(90) + \frac{1}{2}(90) - 30 = 60$$

由于目标是最大化期望收益,这些结果产生了如表 16.5 所列的最优策略。

16.5 对于 Goferbroke 公司完整问题贝叶斯决策准则下有试验的最优策略

来自地震勘测结果	最优方案	未减去勘测成本的期望收益	减去勘测成本的期望收益
USS	出售土地	90	60
FSS	开采石油	300	270

然而,这个分析不能回答是否值得 30000 美元进行试验(地震勘测)。或许放弃这个主要花费并使用无试验时的最优解(开采石油,期望收益为 100000 美元)可能更好。下面我们将说明这个问题。

16.3.3 试验的价值

在进行任何试验之前,我们应该决定它的潜在价值,在此,我们提出两种估计它的潜在价值互补方法。

一种方法(不现实地)假设试验将消除自然真实状态的所有不确定性,并且这个方法对期望收益产生的改进进行了非常迅速的计算(忽略试验成本)。这个量称为完美信息的期望价值,提供了试验潜在价值的上限。因此,如果试验成本超过上限,那么这个试验肯定应该被放弃。

然而,如果这个上限超过试验成本,那么第二个(较慢的)方法接下来应该被使用,这个方法计算了进行试验产生的期望收益的实际改进(忽略试验的成本)。用这个改进与成本相比较,来确定是否应该进行试验。

完美信息的期望价值:假设试验能够确定地识别自然的真实状态,因此提供了“完美”信息。无论哪个自然状态被识别,你自然地选择该状态具有最大收益的行动。由于预先不知道自然的哪个状态将被识别,因此具有完美信息期望收益的计算(忽略试验成本)需要利用自然状态的先验概率加权每个自然状态的最大收益。

Goferbroke 公司完整问题的计算如表 16.6 所列,完美信息的期望值是 242.5。因此,如 Goferbroke 公司在选择行动之前了解到土地是否蕴藏石油,那么,现在的期望收益(获得信息之前)是 242500 美元(不包括产生信息的试验成本)。

表 16.6 Goferbroke 公司完整问题具有完美信息的期望收益

方 案	自然 状 态	
	有 石 油	没 有 石 油
1. 开采石油	700	-100
2. 出售土地	90	90
最大收益	700	90
先验概率	0.25	0.75
具有完美信息的期望收益 = 0.25(700) + 0.75(90) = 242.5		

为了评估是否应该进行试验,我们现在使用这个量来计算完美信息的期望价值。

完美信息的期望价值 EVPI 计算为

$EVPI = \text{完美信息的期望收益} - \text{无试验的期望收益}$

由于试验不能提供完美信息,EVPI 提供了试验期望价值的上限。

对于同样的例子,由 16.2 节我们发现无试验的期望收益(在贝叶斯决策准则下)是 100。因此,有

$$EVPI = 242.5 - 100 = 142.5$$

由于 142.5 远大于 30——试验的成本(地震勘测),所以进行地震勘测是值得的。

为了进一步确定,我们现在介绍评估试验潜在收益的第二个方法。

试验的期望价值:除了只获得由于进行试验收益期望增长的上限(不包括试验成本),我们现在将做更多的工作来直接计算这个期望增长,这个量称为试验的期望价值(有时称为样本信息的期望值)。

计算这个量需要首先计算试验的期望收益(不包括试验成本)。获得后一个量需要做前面介绍的全部工作以确定所有后验概率,进行试验的最优策略,以及与试验每个可能结果相应的期望收益(不包括试验成本)。然后,需要用相应结果的概率加权每个期望收益,即

$$\text{有试验的期望收益} = \sum_j P(\text{结果为 } j) E[\text{收益} | \text{结果为 } j]$$

式中:对 j 所有可能值加总。

对于原型实例,我们已经做了所有的工作去获得这个等式右边的项,对于地震勘测的两个可

能结果,不利的(USS)和有利的(FSS)。相应的 P (结果为 j) 值在图 16.2 中概率树的底部计算。

$$P(\text{USS}) = 0.7, P(\text{FSS}) = 0.3$$

对于有试验的最优策略,每个试验结果的相应期望收益(不包括地震勘测的成本)在表 16.5 的第三列获得,即

$$E(\text{收益} | \text{结果} = \text{USS}) = 90$$

$$E(\text{收益} | \text{结果} = \text{FSS}) = 300$$

使用这些数值,有

$$\text{有试验的期望收益} = 0.7(90) + 0.3(300) = 153$$

现在准备计算试验的期望价值。

试验的期望价值 EVE 计算为

$$\text{EVE} = \text{有试验的期望收益} - \text{无试验的期望收益}$$

因此,EVE 确定了试验的潜在价值。

对于 Goferbroke 公司,有

$$\text{EVE} = 153 - 100 = 53$$

由于这个值超过了 30——进行详细地震勘测的成本(单位:千美元),应该进行这个试验。

16.4 决策树

决策树提供了可视化表示问题的有用方法,并且组织了前两节介绍的计算工作,当必须制定一系列决策时,决策树尤其有用。

16.4.1 建立决策树

原型实例包括下列两个决策的序列。

- (1) 在行动选择之前,地震勘测应该进行吗?
- (2) 应该选择什么行动(开采石油或者出售土地)?

相应的决策树(添加数值和进行计算前)如图 16.4 所示。

在决策树中,连接点称为节点(或者分叉点),线被称为分支。

用正方形表示的决策点表示过程中在该点需要制定决策。用圆圈表示的事件点(机会点),表示在该点随机事件发生。

应用案例

Westinghouse 科学和技术中心是 Westinghouse 电气公司新技术的主要研发机构。对于管理者来说,由于研发项目有着巨大的不确定性并且时间较长,因此对研发项目进行评价以决定应该启动哪项研发项目,应该继续主持哪项研发项目是一项具有挑战性的工作。从最初的研发提议到研究技术潜能,一项新技术的实际开发时间可能需要几年甚至是几十年时间。

由于中心减少成本并且快速推出高影响技术的压力不断增加,中心主管资助了一项运筹学项目以提高项目的评价。该运筹团队开发了一种决策树方法来分析每个研发提议,同时考虑主要决策点的顺序。第一个决策点是是否在第一年对一个提出的新计划进行资助。如果达到早期目标,第二个决策点是未来一段时间是否继续资助该项目。这种做法可能需要重复多次。如果实现了后期目标,一个决策点是否要推出该技术,因为创新仍然要满足战略性的商业目标。如果能够满足战略目标,最终的决策是否立刻商业化或者延迟退出,或者完全忽视该技术。拥有不断推进决策节点和干预事件节点的决策树能够为描述和分析这种研发项目提供一种非常好的方法。

来源:R. K. Perdue, W. J. McAllister, P. V. King, and B. G. Berkey: "Valuation of R and D Projects Using Options Pricing and Decision Analysis Models," *Interfaces*, 29(6): 57-74, Nov. - Dec. 1999. (我们的网址提供了本文链接:www.mhhe.com/hillier.)

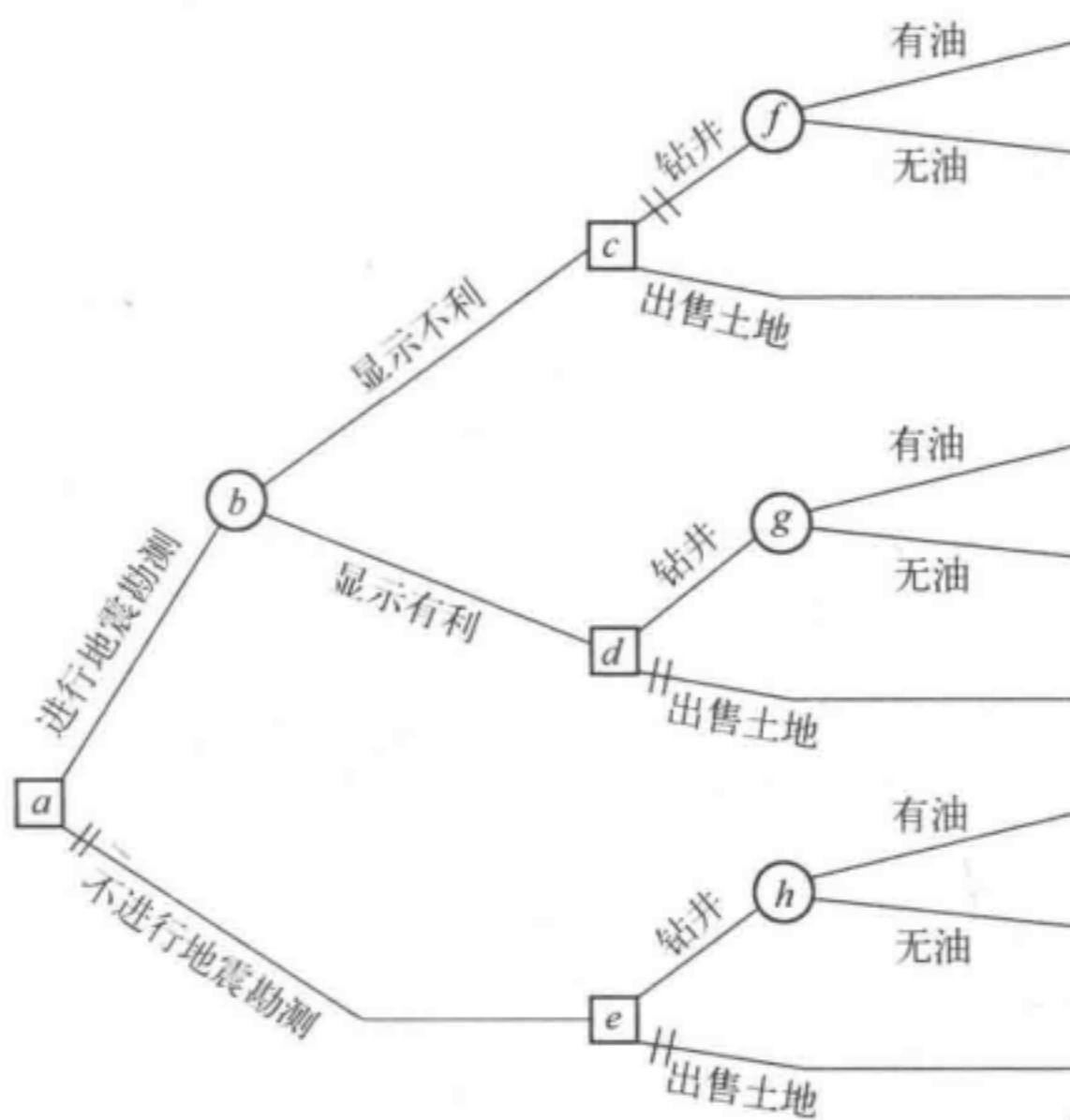


图 16.4 Goferbroke 公司问题的决策树(在包含任何数字之前)

因此，在图 16.4 中，第一个决策用决策点 a 表示。节点 b 是一个事件点，表示地震勘测结果的随机事件。从事件点 b 发出的两个分支表示勘测的两个可能结果。接下来是具有两种可能选择的第二个决策(节点 c,d,e)。如果决策是开采石油，来到另一个事件点(节点 f,g,h)，它的两个分支对应两个可能的自然状态。

注意：从节点 a 到任何最终分支路径(除了底部的一个)由制定的决策以及决策者控制之外的随机事件两者决定，这是采用决策分析解决问题的特征。

接下来构建决策树将数值插入决策树中，如图 16.5 所示。分支上不在括号内的数是分支上产生的现金流(千美元单位)。对于从节点 a 到终端分支的每一条路径，这些相同的数值被相加以获得分支边的黑体字表示的总收益，最后的数值表示集合随机事件的概率。特别地，由于每个

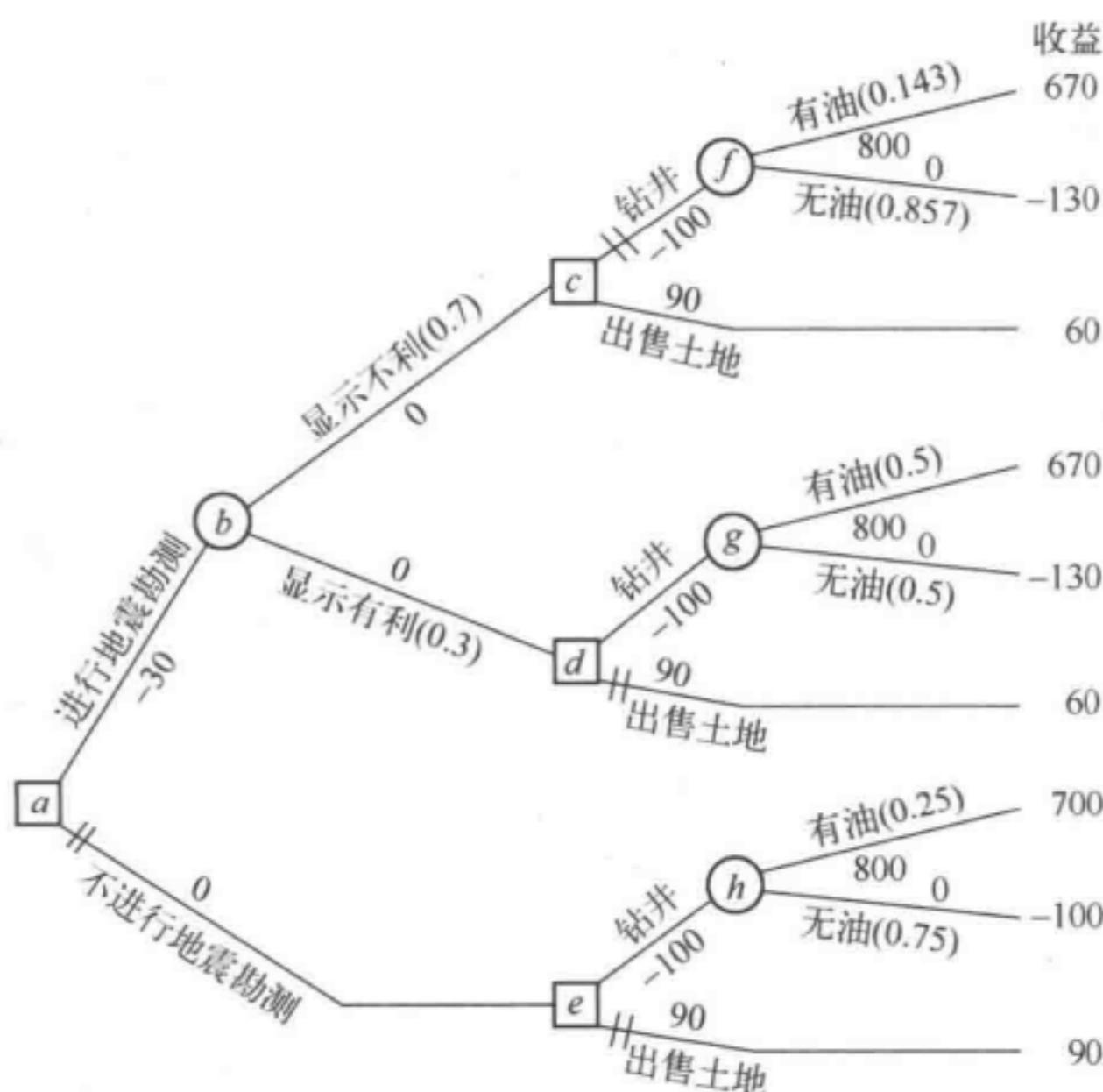


图 16.5 在增加了随机事件概率和收益之后图的概率树

分支从表示可能随机事件的事件点发出,因此,从该节点发生的事件概率已经被插入分支的括号内。在事件点 h ,概率是自然状态的先验概率,因为在这种情况下没有进行地震勘测获得更多的信息。然而,事件点 f 和点 g 推导出进行地震勘测的决策(然后开采)。因此,给定地震勘测的结果,这些事件点的概率是自然状态的后验概率,如图 16.2 和图 16.3 所示。最后,从事件点 b 发出两个分支,这些数值是进行地震勘测获得结果 f 有利的(FSS)和不利的(USS)概率,如图 16.2 中的概率树下面,或者图 16.3 中的单元 C15:C16 所示。

16.4.2 进行分析

已经建立决策树(包括它的数据),现在准备通过使用下面的过程分析这个问题。

(1) 从决策树的右边开始,一次向左移动一步。对于每一步,根据节点是事件点还是决策点执行步骤(2)或者步骤(3)。

(2) 对于每个事件点,通过将每个分支的期望收益(分支右边的黑体字)与分支概率相乘得到节点的期望收益,然后把它们加总。对邻接事件点的每个决策点记录这个期望收益,并且指定这个量也是指向这个节点分支的期望收益。

(3) 对于每个决策点,比较每个分支的期望收益,然后,选择有最大期望收益分支的方案。在每一种情况下,通过在被拒绝的分支上添加一个双破折线来记录在决策树上的选择。

开始这个过程,考虑最右一列的节点,即事件点 f 、事件点 g 、事件点 h 。使用步骤(2),它们的期望收益(EP)计算为

$$\text{对于节点 } f, EP = 1/7(670) + 6/7(-130) = -15.7$$

$$\text{对于节点 } g, EP = 1/2(670) + 1/2(-130) = 270$$

$$\text{对于节点 } h, EP = 1/4(700) + 3/4(-100) = 100$$

这些期望收益被放置在这些节点的上面,如图 16.6 所示。

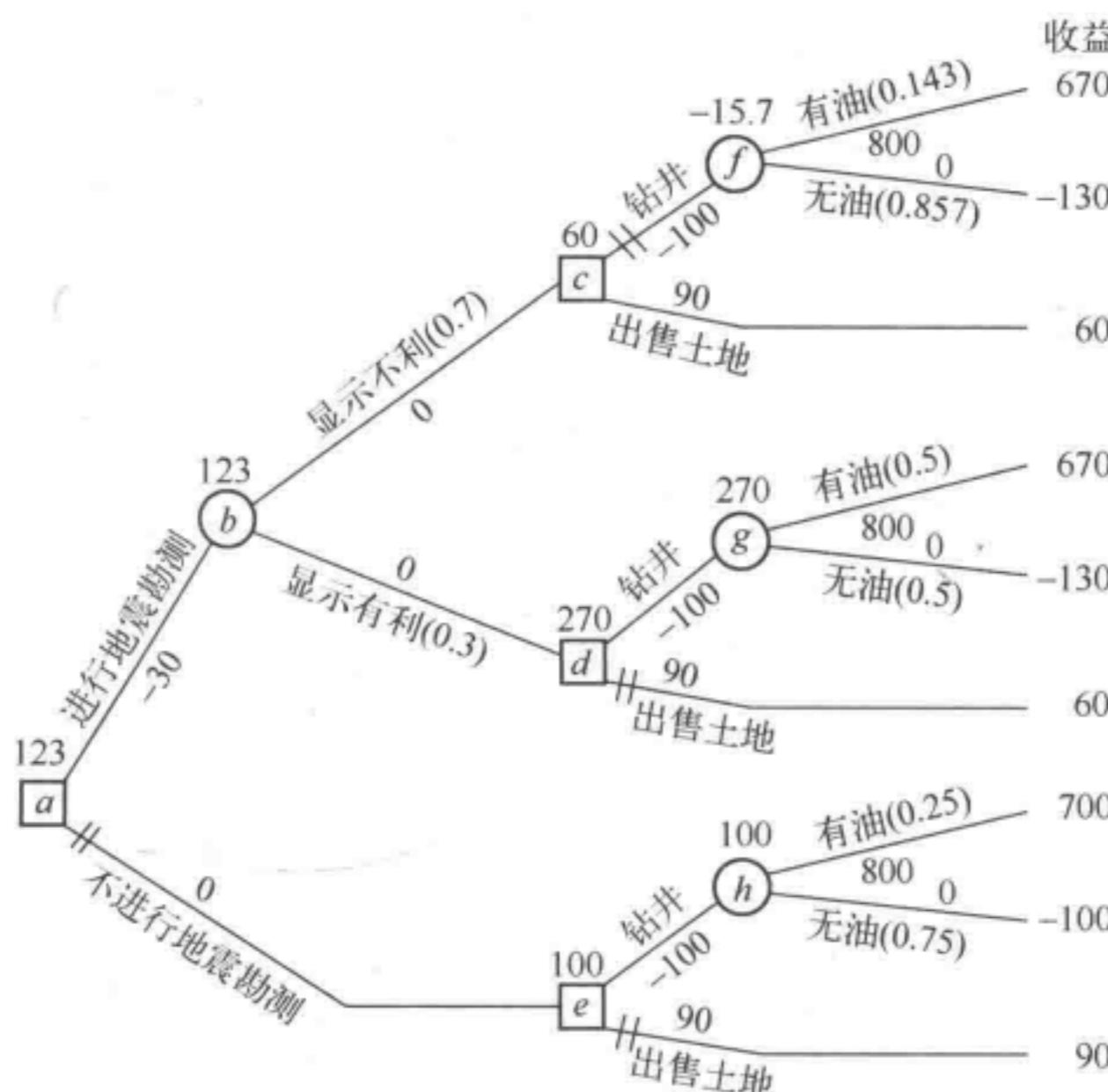


图 16.6 使用现金收的时候,分析 Goferbroke 公司问题的最终决策树

接下来,向左移动一列,到决策点 c 、决策点 d 、决策点 e ,指向事件点的每个分支的期望收益,以黑体字记录在事件点的上方。因此,步骤(3)应用如下。

节点 c :

开采方案的 EP = -15.7

出售方案的 EP = 60

$60 > -15.7$, 因此选择出售方案。

节点 d :

开采方案的 EP = 270

出售方案的 EP = 60

$270 > 60$, 因此选择开采方案。

节点 e :

开采方案的 EP = 100

出售方案的 EP = 90

$100 > 90$, 因此选择开采方案。

对每个被选方案的期望收益现在以黑体字记录在决策点的上方, 如图 16.6 所示。被选方案也通过在每个被拒绝的分支上标记双破折线来表示。

接下来, 再向左移动, 来到节点 b , 由于这是一个事件点, 需要应用过程的步骤(2)。它的每一个分支的期望收益都被记录在下面决策点的上方。因此, 期望收益

对于节点 b , $EP = 0.7(60) + 0.3(270) = 123$

如图 16.6 所示, 记录在这个节点的上方。

最后, 向左移动到节点 a , 这是一个决策点。应用步骤(3), 产生节点 a :

进行地震勘测有 EP = 123

不进行地震勘测有 EP = 100

$123 > 100$, 因此选择做地震勘测。

期望收益 123 被记录在节点上方, 一个双破折线标记在被拒绝的分支上, 如图 16.6 所示。

出于分析的目的, 过程从右向左进行。然而, 以这种方式完成的决策树, 决策者能够从左向右观察决策树查看真实的事件进程。双破折线已经划掉了不期望的路径, 因此, 给定在右边显示的最终结果的收益, 贝叶斯决策准则仅沿着开放路径从左向右达到最大可能的期望收益。

根据贝叶斯决策准则, 在图 16.6 中沿着从左向右的开放路径产生了下面的最优策略。

最优策略:

进行地震勘测

如果结果是不利的, 出售土地

如果结果是有利的, 开采石油

期望收益(包括地震勘测成本)是 123(123000 美元)。

(唯一的)最优解自然与前面章节不用决策树获得的结果一样(有必要参考表 16.5 给出的有试验的最优策略和 16.3 节末尾的结论)。

对于任何决策树, 对从机会点发出的分支计算概率之后, 向归纳过程总是产生最优策略。

决策树的另一个案例的解题过程在本书网站可以查看。

16.5 使用电子表格对决策树进行灵敏性分析

一些有用的电子数据表软件可用于在电子数据表上建立和分析决策树。我们将介绍如何应用教育专用分析解算平台(ASPE)在 Excel 对决策树进行求解。前文对该平台进行了介绍, 由于

ASPE 软件仅与 Excel 兼容,如果没有使用 Excel 软件,可以使用 Excel 插件是 TreePlan 建立和分析决策树。在考虑全部问题之前,我们将从解释建立 Goferbroke 公司第一问题的一个小决策树开始。

16.5.1 使用 ASPE 建立 Goferbroke 公司第一问题的决策树

考虑先前表 16.2 总结的 Goferbroke 公司第一问题(没有考虑地震勘测),使用 ASPE 建立相应的决策树,选择从 Decision Tree/Node 菜单中选择 Add Node。这样将建立一个对话框如图 16.7 所示。你可以选择决策节点的类型(决策或事件),给每个分支取名,并取值(分支的收益)。在 ASPE 中默认的决策点名称为决策 1 和决策 2。可以通过双击鼠标修改分支的名称(或添加分支),或者在系一个分支空白处添加新的分支。Goferbroke 公司第一问题初始决策点有两条分支:“开采”和“出售”。开采的收益为-100(100000 美元),出售的收益为 90(90000 美元)。填写完所有参数后,如图 16.7 所示,单击“OK”按钮得到如图 16.8 所示的决策树。

如果决策为开采,下一个事件是要知道土地是否有石油。点击开采分支的三角形(图 16.8),从 Decision Tree/Node 菜单中选择 Add Node 创建事件节点,如图 16.9 所示。节点是事件节点包括两个分支:有石油和没有石油,概率分别为 0.25 和 0.75,价值分别为 800 和 0,通过对话框输入相关参数。单击“OK”按钮得到如图 16.10 所示的最终决策树(注意:在 ASPE 软件中概率通常用百分比表示)。

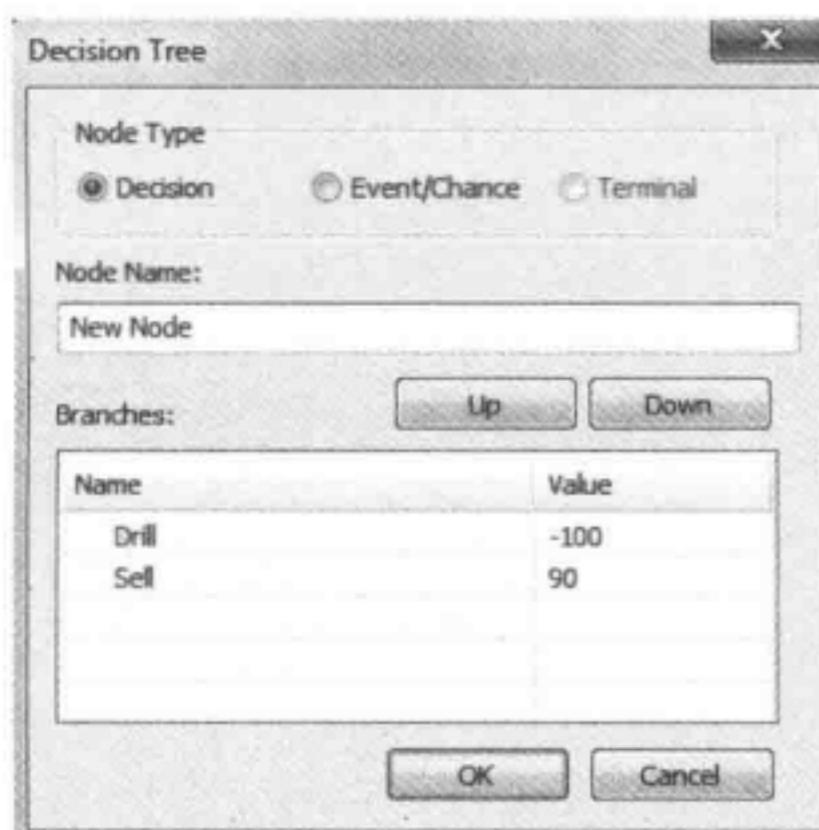


图 16.7 用于确定第一个节点类别的决策树对话框

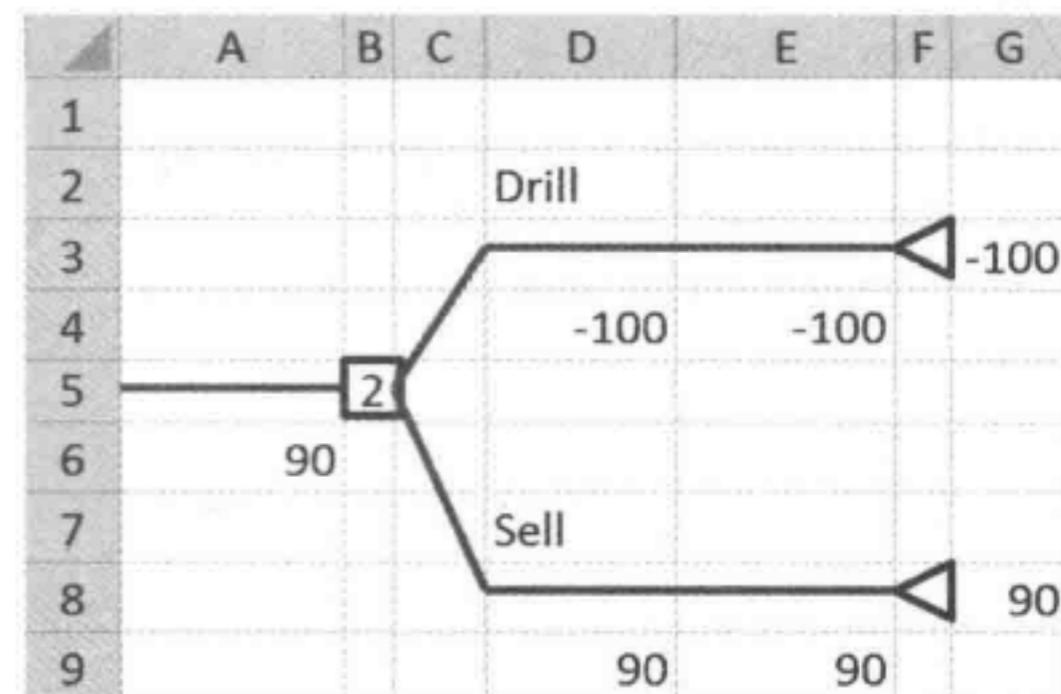


图 16.8 通过 ASPE 局部决策树

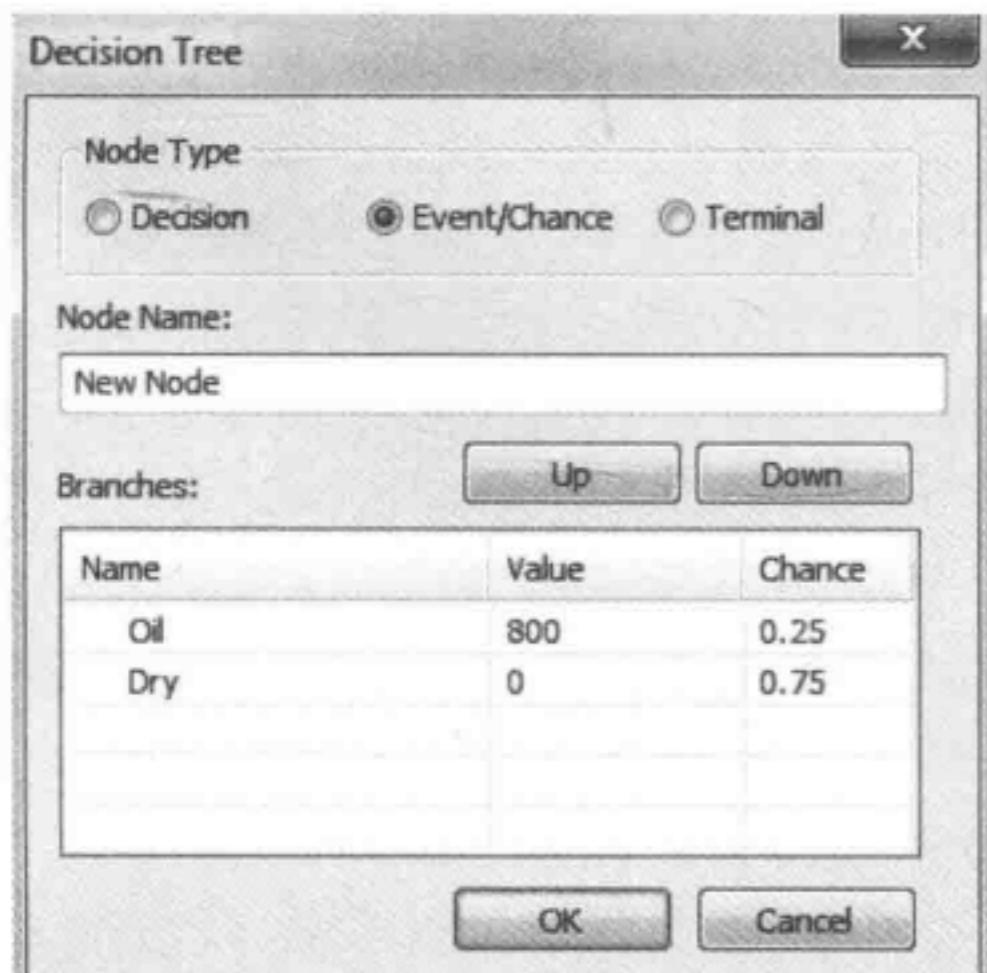


图 16.9 用于确定第二个节点类别的决策树对话框

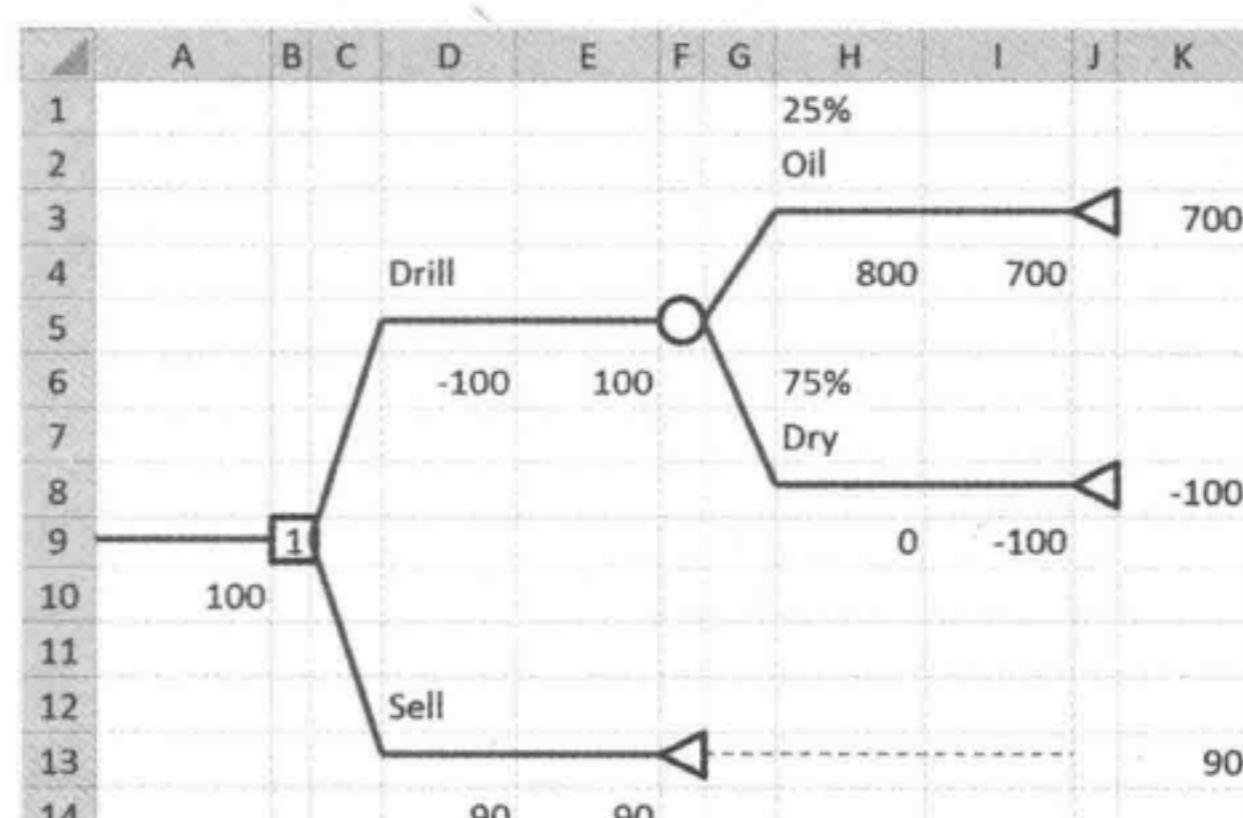


图 16.10 通过 ASPE 求解的决策树

任何时候,也可以通过点击已经存在的节点,修改节点类型(ASPE中决策树菜单)。例如,在节点子菜单中,可以选择添加节点、改变节点、删除节点、复制节点或粘贴节点。在分支子菜单中,可以选择添加分支、改变分支和删除分支。

16.5.2 Goferbroke公司完整问题的决策树

现在考虑Goferbroke公司的完整问题,其中制定的第一个决策是否进行地震勘测。继续上面的介绍,ASPE将被用于建立和求解如图16.11所示的决策树。尽管形式有一些不同,注意这个决策树完全等价于图16.6中的决策树。除了直接在电子数据表上建立决策树的便利以外,ASPE还提供了自动求解决策树。不像图16.6那样依赖于手工计算,一旦决策树被建立,ASPE立即计算决策树每一个阶段的所有期望收益,并在节点附近表示出来。ASPE在每一个决策点的内部放一个数,表示所选择的分支(假设从节点发出的分支从上到下连续编号),而不是使用双破折线。

16.5.3 用电子数据表进行灵敏性分析

16.2节的末尾解释了怎样对一个小问题(Goferbroke公司第一问题)进行灵敏性分析,其中仅需要制定单个决策(开采还是出售)。在这种情况下,分析是简单直接的,因为每一个决策方案的期望收益都能够表示成所考虑的模型参数的简单函数(有石油的先验概率)。相比之下,需要制定一系列决策(如Goferbroke公司的完整问题)时,更应该包含灵敏性分析。此时,有必要对较多相当不确定的模型参数(各种成本、收入和概率)进行灵敏性分析。对应于模型参数的任何特定值找出最大期望收益需要求解决策树。因此,使用类似ASPE这样的电子数据表软件自动求解决策树是非常有益的。

从已经包含决策树的电子数据表开始,下一步是扩展和组织电子数据表进行灵敏性分析。下面通过使用图16.11中通过ASPE建立的决策树电子数据表开始,用Goferbroke公司问题解释这一点。

如图16.12右侧所示,从将数据和结果整理到新区域。决策树中所有的数据单元现在需要参考整理的数据单元(V4:V11单元),如图的底部P6和P11单元表示的公式所说明的那样。类似地,决策树右边总结的结果通过使用图16.12底部的U19、V15、V26和W19:W20单元的公式,参考决策树的输出单元(单元B29、F41、J11、J26中的决策点以及单元A30的期望收益)。

决策树的概率数据是复杂的,因为当任何先验概率发生变化时,需要更新后验概率。幸运的是,计算后验概率的模板(图16.3)可用来进行这些计算。与模板相关的部分(B3:H19)已经复制(使用Edit菜单的Copy和Paste命令)到图16.12的电子数据表中(出现在U30:AA46)。模板数据参考了数据单元PriorProbabilityOfOil(V9)、ProbFSSGivenOil(V10)和ProbUSSGivenOrY(V11)的概率数据,图16.12底部的单元V33:X34所显示的公式。模板基于这些数据自动计算了每一个结果的概率和后验概率(单元V42:X43)。当需要时,决策树参考这些计算得到的概率,如图16.12底部单元的P11公式。

整理数据和结果提供了两个好处。首先,它确保每部分数据仅在唯一的位置。每次决策树需要该数据时,参考单个数据单元。这简化了灵敏性分析,为了改变一个数据,只需要在一个位置做出修改,不必搜寻整个决策树找到它出现的所有位置进行修改。整理数据和结果的第二个好处是使每一个人都能很好地理解模型。不需要为了查看在模型中使用了什么数据以及建议的行动计划和期望收益是什么去理解ASPE或者学习怎样读决策树。

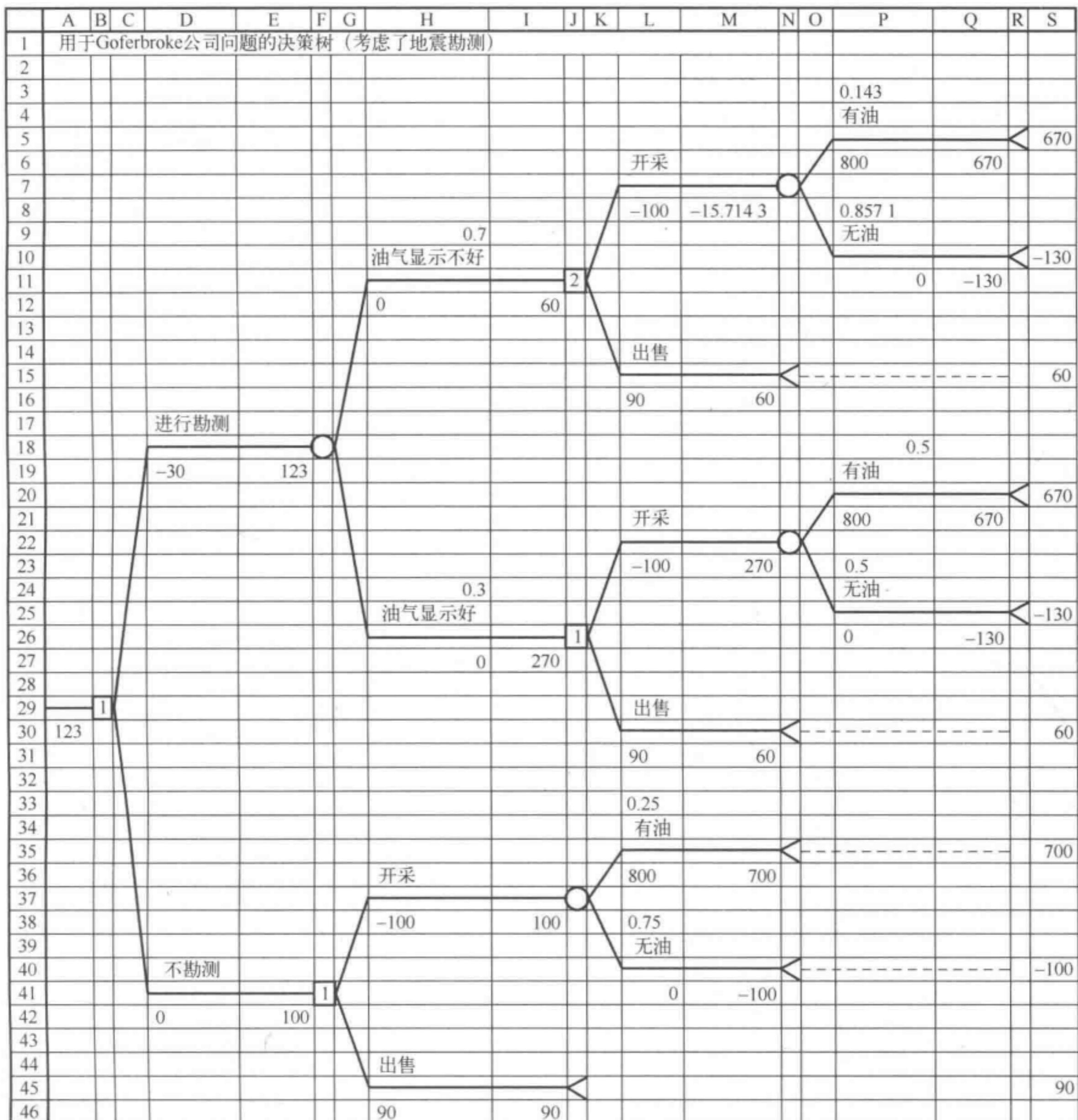
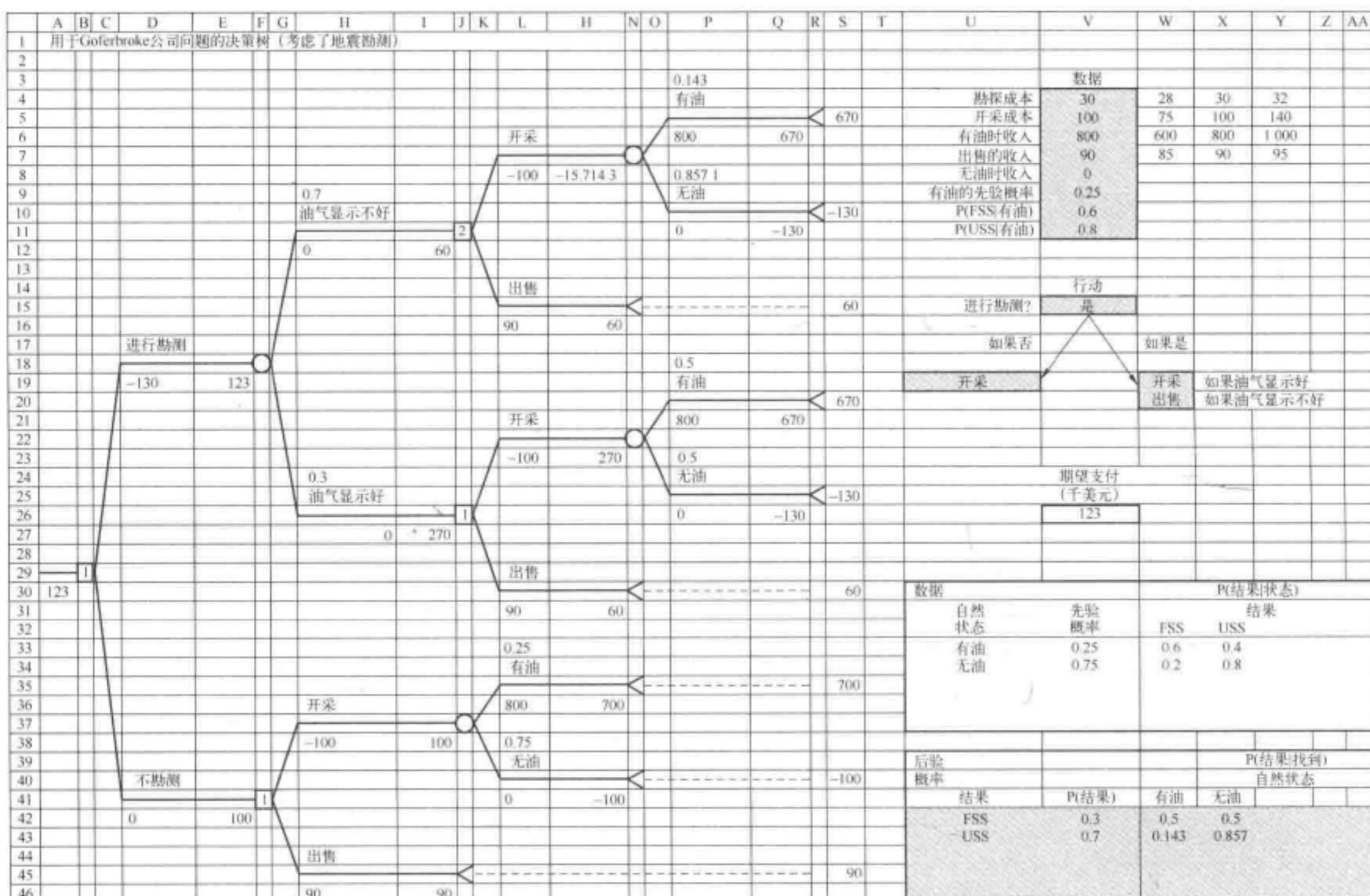


图 16.11 ASPE 对 Goferbroke 公司的完整问题构建和分析的决策树, 考虑了是否进行地震勘测

尽管需要花费一些时间和努力来整理数据和结果, 包括所有必要的前后参照, 但是对于进行灵敏性分析这一步骤是相当必要的。在决策树中, 多个数据被用于几个位置。例如, 如果 Goferbroke 公司发现石油的收入出现在单元 P6、P21 和 L36 中, 对该数据进行灵敏性分析现在只需要在一个位置(单元 V6)而不是在三个位置(单元 P6、P21 和 L36)修改数据。整理的好处甚至比概率数据还重要。改变任何先验概率都可能引起所有的后验概率发生变化。通过后验概率的模板, 你可以在一个位置改变先验概率。所有其他概率都能够适当地计算和更新。

在对图 16.12 中的成本数据、收入数据、概率数据做出调整后, 电子数据表很好地概括了通过后验概率模板和决策树得到的新结果。因此, 以反复试验的方式利用方案数据进行实验是进行灵敏性分析的有用方法。然而, 使用另一个方法进行更为系统的灵敏性分析是令人期望的。

现在介绍如何系统运用数据表格进行灵敏度分析。



列中名称	单元格
开采成本	V5
勘测成本	V4
有油的先验概率	V9
给定FSS时无油的概率	X42
给定USS时无油的概率	X43
FSS的概率	V42
给定有油时的FSS概率	V10
给定FSS时有油的概率	W42
给定USS时有油的概率	W43
USS的概率	V43
给定无油时的USS概率	V11
无油时收入	V8
有油时收入	V6
出售的收入	V7

U	V	W	X
进行勘测?	=假如(B29=1, "是", "否")		
如为否		如为是	
=假如(F41=1, "勘探", "出售")		=假如(J26=1, "开采", "出售")	如果油气显示好
		=假如(J11=1, "开采", "出售")	如果油气显示不好
P	V		
3 -给定USS时有油的概率	23 期望		
4 有油	24 收益		
5	25 (千美元)		
6 -有油的收入	26 =A30		
7	27		
8 -给定USS时无油的概率			
9 无油			
10			
11 -无油时收入			
U	V	W	X
30 数据:		P(找到状态)	
31 自然状态	先验概率	找到	
32	FSS	USS	
33 有油	=有油的先验概率	=给定有油的FSS的概率	=1-给定有油的FSS的概率
34 无油	=1-有油的先验概率	=1-给定无油时USS的概率	=给定无油时USS的概率
35			

图 16.12 为 Goferbroke 公司的完整问题的灵敏度分析做准备，其结果和数据被整理放在决策树右边的电子数据表中

16.5.4 使用数据表进行系统的灵敏性分析图

系统的研究当是否有石油的先验概率发生变化,决策和期望收益如何变化,我们需要继续随机试验是否有石油的先验概率。然而,较好的方式是系统确定值的范围。在 Excel 中建立数据表格求解上述问题。数据表格用于得到不同试验值对应的结果。

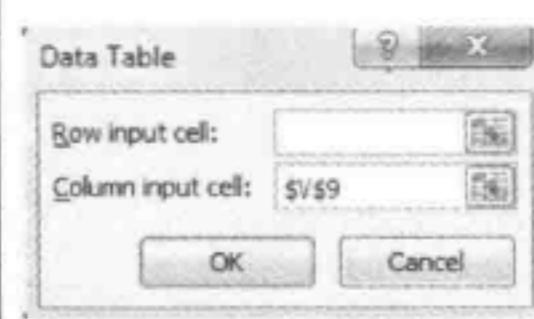
运用数据表格,第一步是在电子数据表中建立标头 Y 到 AD,如图 16.13 所示。表中第一列(Y5:Y15)累出了数据单位的试验值(是否有石油的先验值)。下一栏表头列举了需要评价的结果。对于每一列,通过表第一行得到等式的输出单位。案例中,第一步决策时决定是否勘测(V15),第二步是如果勘测是有利或者无利的情况下,是否开采,第三步如果不利,是否需要开采(U19),第四步期望收益的价值(V26)。图 16.13 得到了等式 Y4:AD4 的计算结果。

下一步,选择全部表格(Y4:AD15),同时调查数据分析菜单。数据表格对话框包括了列的

输入单位(V9)。

单击“OK”按钮就产生了图 16.13。表中第一列数据试验值的相关计算结果在表的其他列显示。数据表中输出结果不是全部相关的。例如,当决策是不开发(第 Z 列),AA 和 AB(有利的或不利的勘测结果)的结果就和 Z 不相关。同样地,当决策是开发(第 Z 列),AC(如果不开放怎么办)的结果就和 Z 不相关。表中相关的数据通过黑体进行了标注。

图 16.13 揭示了当有无石油的先验概率为 0.1~0.2 时,选择出售土地决策是理想决策,当先验概率为 0.3~0.4 时,开发时理想决策。运用软件进行试错分析,如图 16.12 所示,从而得到依靠概率的最佳策略。



The figure shows a Microsoft Excel spreadsheet with two main parts. On the left is a large data table with 15 rows and 6 columns. The columns are labeled Y, Z, AA, AB, AC, and AD. The first row contains labels: 'Y', 'Z', 'AA', 'AB', 'AC', and 'AD'. Rows 2 through 15 contain numerical data. Row 15 is a summary row with formulas. On the right side of the screen, a 'Data Table' dialog box is open. It has two input fields: 'Row input cell:' containing '\$V\$9' and 'Column input cell:' containing '\$V\$9'. Below these fields are 'OK' and 'Cancel' buttons.

	Y	Z	AA	AB	AC	AD
1	先验					期望
2	概率	是否	如果勘测	如果勘测	如果不	收益
3	有无石油	开发	有利	无利	开发	(千美元)
4		是	开发	出售	开发	123
5	0	否	出售	出售	出售	90
6	0.1	否	开发	出售	出售	90
7	0.2		开发	出售	出售	102.8
8	0.3		开发	出售	开发	143.2
9	0.4	否	开发	开发	开发	220
10	0.5	否	开发	开发	开发	300
11	0.6	否	开发	开发	开发	380
12	0.7	否	开发	开发	开发	460
13	0.8	否	开发	开发	开发	540
14	0.9	否	开发	开发	开发	620
15	1	否	开发	开发	开发	700
1	先验					期望
2	概率	是否	如果勘测	如果勘测	如果不	收益
3	有无石油	开发	有利	无利	开发	/千美元
4		=V15	=W19	=W20	=U19	=Expected Pa yoff

图 16.13 数据表格针对不同有无石油的先验概率理想策略和期望收益

理想策略:

p = 是否有石油的先验概率

如果 $p \leq 0.168$, 那么, 出售土地(不进行地震勘测)。

如果 $0.169 \leq p \leq 0.308$, 那么, 进行地震勘测, 如果是有利的就进行开采, 否则出售。

如果 $p \geq 0.309$, 那么, 开采石油(不进行地震勘测)。

16.6 效用理论

迄今, 在应用贝叶斯决策准则时, 假设在现金上的期望收益是采取行动的结果的适当度量。然而, 在许多情况下, 这个假设是不适当的。

例如, 一个人被提供如下的选择: ① 50% 的机会赢取 100000 美元或一无所获。② 100% 确定获得 40000 美元。许多人会选择②。尽管①的期望收益是 50000 美元。如果失去投资和破产的风险很大, 一个公司可能不愿意投资一大笔钱在一个新产品上, 尽管期望收益很大。人们可能购买保险, 尽管从期望收益的角度看这个投资并不诱人。

这些例子使贝叶斯准则失效了吗? 幸运的是, 答案是否定的, 因为有一种方法可以把现金值转化成反映决策者偏好的适合的度量, 这个度量称为现金的效用函数。

16.6.1 现金的效用函数

图 16.14 给出了现金 M 的一个典型的效用函数 $U(M)$ 。它表明,有这个效用函数的人,将把 30000 美元看成 10000 美元的 2 倍。把 100000 美元看成 30000 美元的 2 倍。这反映了这样一个事实。此人的最高偏好需求在第一个 10000 美元获得满足。随着金钱数量的增加有递减的函数斜率,称作现金递减的边际效用。这样的人称为回避风险的人。

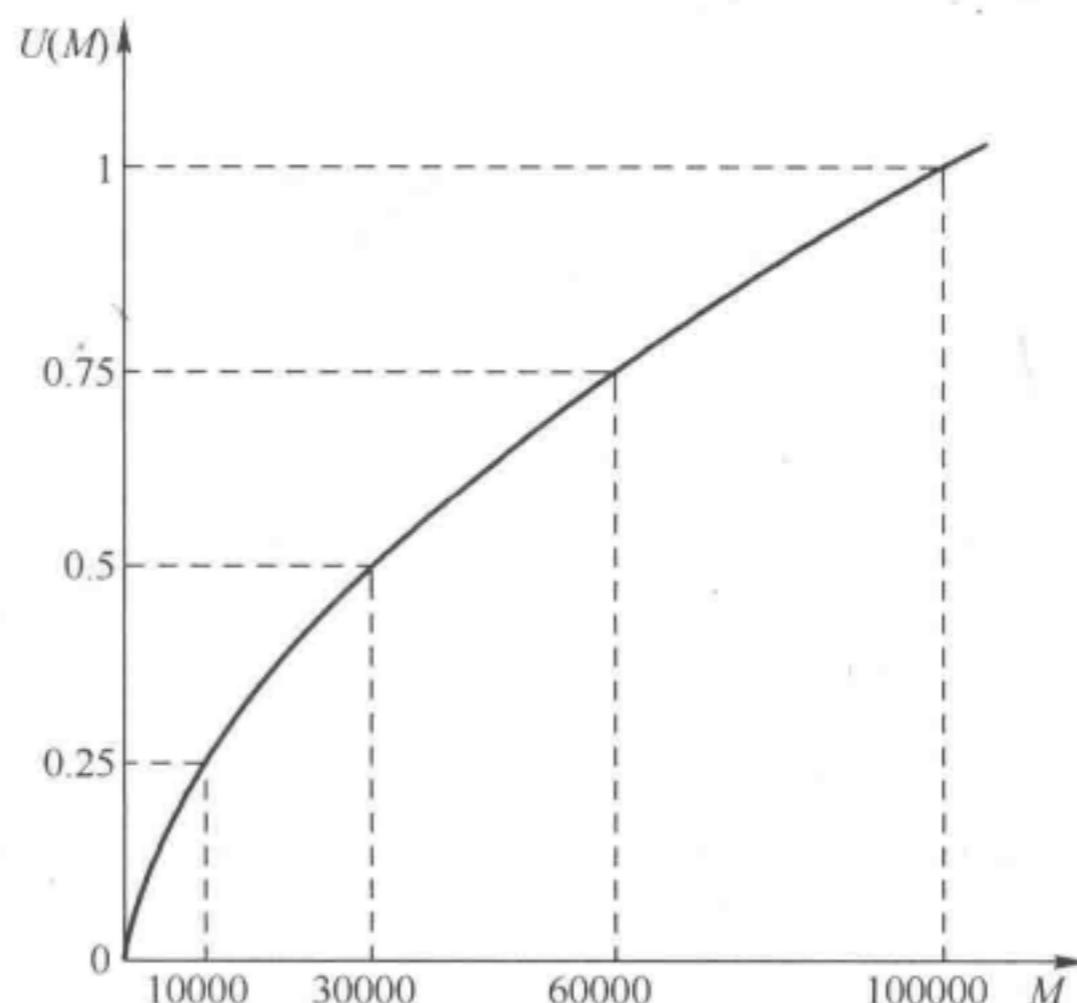


图 16.14 典型的现金效用函数,其中 $U(M)$ 代表获得 M 数量现金的效用

然而,并不是所有的人都有现金的递减的边际效用,一些人是风险追求者而不是风险回避者,他们一生追求最大的收益。随着金钱数量的增加,他们的效用函数的斜率也增加,因此有现金递增的边际效用。

介于中间的情况是风险中性的人,他们以票面价值评价金钱。这种人现金的效用函数,只与现金的数量简单地成比例。尽管当涉及少量现金时,一些人似乎是风险中性的。当现金数量较大时,真正的风险中性是不常见的。

表现为这些类型的混合也是可能的。例如,一个人对少量的现金可能是风险中性的,对于中等数量的现金可能是风险追求的,对于大量的现金可能是风险回避的。另外一个人的风险态度可能依赖于环境随着时间变化。

一个人在进行个人理财和为组织做出决策时,风险态度可能是不同的。一个商业企业的管理者在制定管理决策应对风险时,需要考虑公司的环境和管理高层的群体价值观。

不同的人有不同的现金效用函数。这个事实对不确定情况下的决策制定有重要的影响。

现金的效用函数被包含进一个问题的决策分析方法中以后,效用函数被建立以满足所涉及的决策制定者偏好和数值(决策制定者可以是一个人也可以是一群人)。

效用函数的尺度与大小无关。换句话说,图 16.14 中在点线上的值可以为 0.25、0.5、0.75、1,也可以为 10000、20000、30000、40000。所在的效用值可以乘以任何正的常数均不影响哪一个行动方案具有最大的期望效用。它同样可以对效用值添加任何常数(正的或负的)也不影响哪一个行动方案具有最大的期望效用。

由于上述理由,我们具有对两个 M 值任意确定 $U(M)$ 的自由,只要较大的现金值具有较大的效用值。特别方便的是(但并不是必要的),对最小现金值 M 令 $U(M)=0$ 。对最大现金值 M 令 $U(M)=1$,如图 16.14 所示。通过让最坏结果的效用值为 0,最好结果的效用值为 1。然后,确

定其他结果的效用值,就很容易看到各个结果由坏到好在标尺上的排列。

建立适合决策者效用函数的关键在于下面的效用函数的基本属性。

基本属性:在效用函数理论的假设条件下,决策制定者的现金效用函数有这一属性。如果两个方案有相同的期望效用,决策制定者认为两个行动方案是相同的。

提案:一个可能性是以概率 p 获得 100000 美元(效用 = 1)或者以 $1-p$ 的概率一无所获(效用 = 0)。

这样对于这个提案, $E(\text{效用}) = p$ 。

因此,对于下面三个方案中的每一个,决策制定者认为第一个和第二个是没有区别的。

第一种方式:以 $p=0.25$ 的概率接受提案,即 $E(\text{效用})=0.25$ 。

第二种方式:获得 10000 美元,虽然决策者的两种决策方式不同,但是期望效用是相同的。然而,该方式的效用也是 0.25,如图 16.14 所示。

这个例子也首先解释了决策制定者的效用函数的构建方法。决策制定者将被提供同样的假设提案:以概率 p 获得较大量现金(如 100000 美元)或者一无所获。对于较小数量的现金(如 10000 美元、30000 美元、60000 美元),决策制定者将被要求来选择 p 的数值,此 p 值将使决策者认为在提案和确定获得一定数量的金钱之间没有不同。较小数量现金的效用是较大量现金效用的 p 倍。选择 $p=0.25$ 、 0.5 和 0.75 ,对应的效用为 10000、30000、60000,如图 16.14 所示。

这个过程称为确定效用的等价抽奖法,下面将详细介绍。

16.6.2 等价抽奖法

- (1) 确定最大潜在收益 $M=\text{Maximum}$,指定某个效用值,如 $U(\text{Maximum})=1$ 。
- (2) 确定最小潜在收益 $M=\text{Minimum}$,指定某个小于第 1 步中的效用值,如 $U(\text{Minimum})=0$ 。
- (3) 确定其他潜在收益 M ,决策者提供下面两个假设选择。

A1:以概率 p 获得最大的收益,以概率 $1-p$ 获得最小的收益。

A2:肯定得到 M 的收益。

对决策者提问:什么样的 p 值会使其感到上述两种选择无差别,于是, M 的效用值为

$$U(M)=pU(\text{Maximum})+(1-p)U(\text{Minimum})$$

或简写为

$$U(M)=p, \text{当 } U(\text{Minimum})=0, U(\text{Maximum})=1$$

现在将决策分析中效用函数的基本作用概括如下。

当决策者的现金效用函数用于测量不同的可能现金结果的相对价值时,贝叶斯决策准则通过相应效用取代了现金收益。因此,最优行动(一系列行动)是最大化期望收益的行动。

在这里只讨论现金的效用函数。然而,我们应该提到,当行动方案的一些或者全部影响不是现金时,也可以建立收益函数(如医生的决策方案的结果涉及患者将来的健康问题)。然而,在这些情况下,将价值判断融入决策过程是很重要的。这是不容易的,因为它需要做出对无形结果的相对期望价值判断。因此,在这些情况下,将价值判断融入决策过程是很重要的。

16.6.3 对 Goferbroke 公司完整问题应用效用理论

在 16.1 节的结尾我们提到 Goferbroke 公司没有太多的运营资金,100000 美元的损失是十分严重的。公司的(主要的)所有者已经负债保持公司继续运营。最坏的情况是提供 30000 美元用于地质勘察,然后当开采了,但是没有石油的时候,依旧损失 100000 美元。这种情况不会使公

司破产,但是确定地将使公司财务达到不稳定的状态。

然而,丰富的石油是一个令人激动的前景,由于最终将挣 700000 美元,将使公司有一个相对固定的财务基础。

为了在 16.1 节和 16.3 节的问题中应用所有者(决策者)现金的效用函数,必须识别所有可能现金收益的效用。使用千美元作为单位,这些可能的收益和相应的效用在表 16.7 中给出,现在我们研究怎样获得这些效用。

表 16.7 Goferbroke 公司完整问题的效用

现金收益/千美元	效用
-130	0
-100	0.05
60	0.3
90	0.333
670	0.97
700	1

作为建立效用函数的出发点,因为我们可以对 M 的两个极端值任意确定 $U(M)$ 值(一般对较大现金确定较大效用值)。所以很方便地确定 $U(-130)=0$ 和 $U(700)=1$,再用等价抽奖法确定其他现金收益的效用值。如 $M=90$,通过对决策者(Goferbroke 公司的所有者)提出下列问题。

假定只有两种选择,以千美元为单位,选择 1 为以概率 p 得到收益 700 和以概率 $(1-p)$ 得到收益 -130(即损失 130);选择 2 为肯定得到收益 90。若决策者选择为 $p=\frac{1}{3}$,即

$$U(90)=0.333$$

接下来,等价抽奖法被应用于 $M=-100$ 。这时,决策者的无差异点是 $p=\frac{1}{20}$,所以

$$U(-100)=0.05$$

据此,通过 $U(-130)$ 、 $U(-100)$ 、 $U(90)$ 和 $U(700)$ 画一条光滑曲线得到决策者的效用函数,如图 16.15 所示。这条曲线上对 $M=60$ 和 $M=670$ 的值提供了相应的效用值 $U(60)=0.30$ 和 $U(670)=0.97$ 。这些值补全了表 16.7 右端的列,这条曲线的形状表明,Goferbroke 公司的所有者是略微的风险回避。作为比较,图中 45° 的虚线表明决策者的效用函数为风险中性。

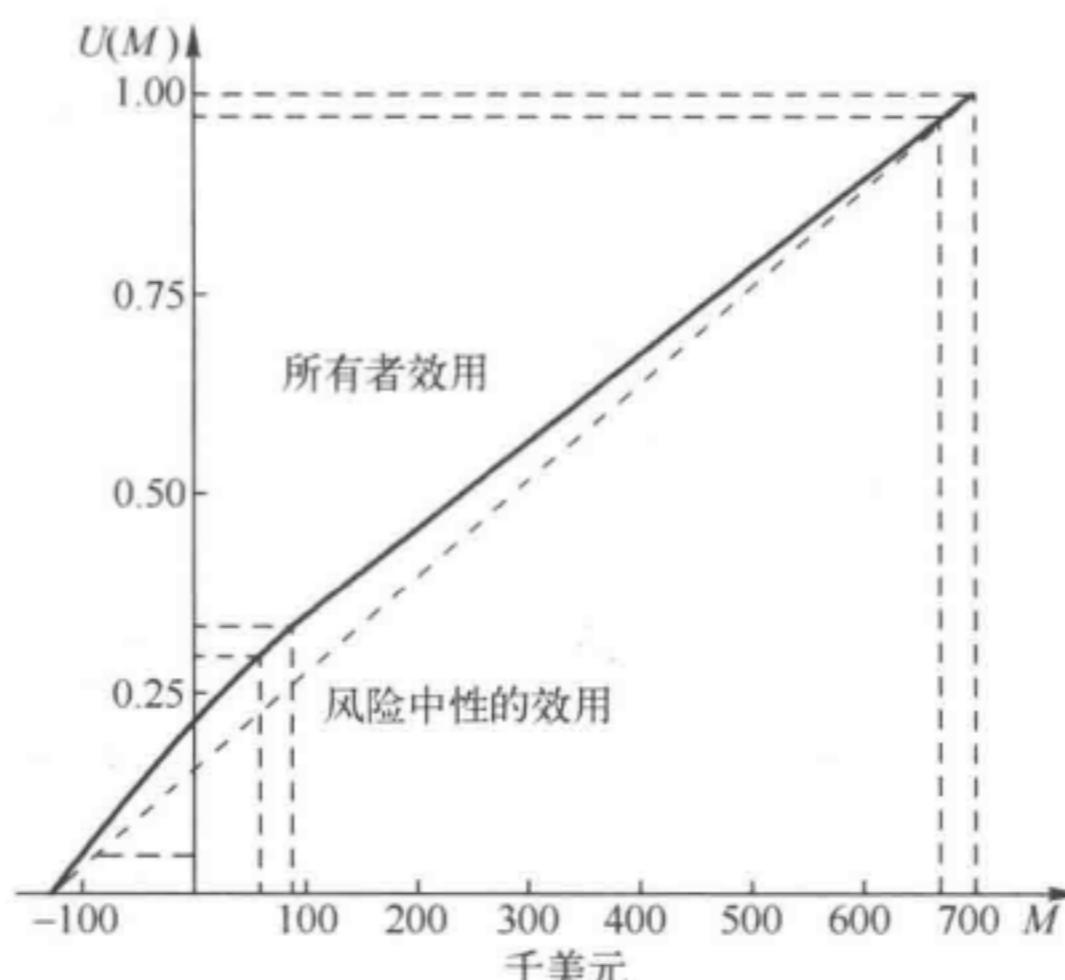


图 16.15 Goferbroke 公司现金效用

实际上,Goferbroke 公司的所有者可能是风险追求型的。然而,所有者想解决公司困难的财务环境,强迫采取相对风险回避型的态度来制定当前的决策。

16.6.4 评估 $U(M)$ 的另一个方法

上面建立 $U(M)$ 的过程让决策者反复地进行一个困难的决策,决定什么样的概率让他觉得两个方案没有差别。制定这样的决策让许多人感觉很不舒服,因此,有时用替代方法来评估现金的效用函数,这个方法假设效用函数有一个确定的数学形式,然后,调整这个形式来尽可能适应决策者对于风险的态度。例如,一个特定的通用的形式是(由于相对简化)指数效用函数为

$$U(M) = 1 - e^{-\frac{M}{R}}$$

式中: R 为决策者的风险限度。效用函数有一个对于现金的递减边际效用,因此它用于风险回避类型的个人。较大的风险回避程度对应较小的 R 值(引起效用函数曲线剧烈的弯曲),较小的风险回避程度对应较大的 R 值(引起效用曲线缓慢的弯曲)。

由于 Goferbroke 公司的所有者有相对较小的风险回避程度,图 16.15 的效用函数曲线弯曲得较缓慢,对接近图 16.15 右端的大的 M 值弯曲更为缓慢。所以在这个区域内的 R 值接近 $R=20000$ 。然而,当由于有破产的风险而出现巨大损失时,公司所有者变为更趋风险回避,所以当 M 值出现很大负值时,效用函数变得更为弯曲,由此可知,相应的 R 值要小得多。在这个区域内,大致为 $R=500$ 。

不幸的是,对于相同的效用函数使用不同的 R 值是不可能的。指数效用函数的缺点就是给定了常数的风险回避(一个固定的 R 值),不管决策制定者当前有多少钱。这不符合 Goferbroke 公司的情况,由于当前现金的短缺,使所有者比往常更担心产生大的损失。

在其他情况下,潜在损失的结果不很严重,假设指数效用函数可能提供一个合理的近似值。在那样的情况下,有一个评估 R 值方法(有一点近似)。决策者将被要求选择 R 的值,使他对下面两个方案感到无差异。

- A1:一个 50 比 50 的赌博,将给出以概率 0.5 获得 R 美元,以概率 0.5 失去 $R/2$ 美元的结果。
A2:既不失去也不获得任何东西。

可以通过 ASPE 软件使用指数效用函数。在软件对话框单击“选项”按钮。选择指数效用函数,并给定风险承受 R 的值。单击“OK”按钮修正决策树,以包含指数效用函数。

16.6.5 使用带有效用的决策树分析 Goferbroke 公司问题

现在 Goferbroke 公司所有者的效用函数已经获得如表 16.7(图 16.15)所列的信息。这些信息可用于概括决策树。

除了使用效用替代现金收益以外,使用决策树分析问题的过程和前面所描述的过程相同。因此,被获得用于评估树的每一个分支的值是期望效用而不是期望(现金)收益。结果,贝叶斯决策准则选择的最优决策最大化了整个问题的期望效用。

因此,最终的决策树如图 16.16 所示,与 16.4 节给出的图 16.16 十分相似。节点和分支都是相同的,从节点分出的分支的概率也是一样的。为了报告的目的,全部的现金收益仍然在最终分支的右侧给出(但是我们不再在分支附近给出单个的收益)。然而,我们已经在右边添加了效用,这些数被用来计算所有给出的临近节点的期望效用。

这些期望效用在节点 a 、 c 和 d 产生了同样的决策,如图 16.6 所示。但是在节点 e 的决策转向出售,而不是开采。然而,后退归纳过程仍然保留节点 e 在一个封闭的路径上。因此,总的最优策略仍然与 16.4 节末尾给出的一样(进行地质勘察;如果结果是不利的,则出售;如果结果是

有利的,则开采)。

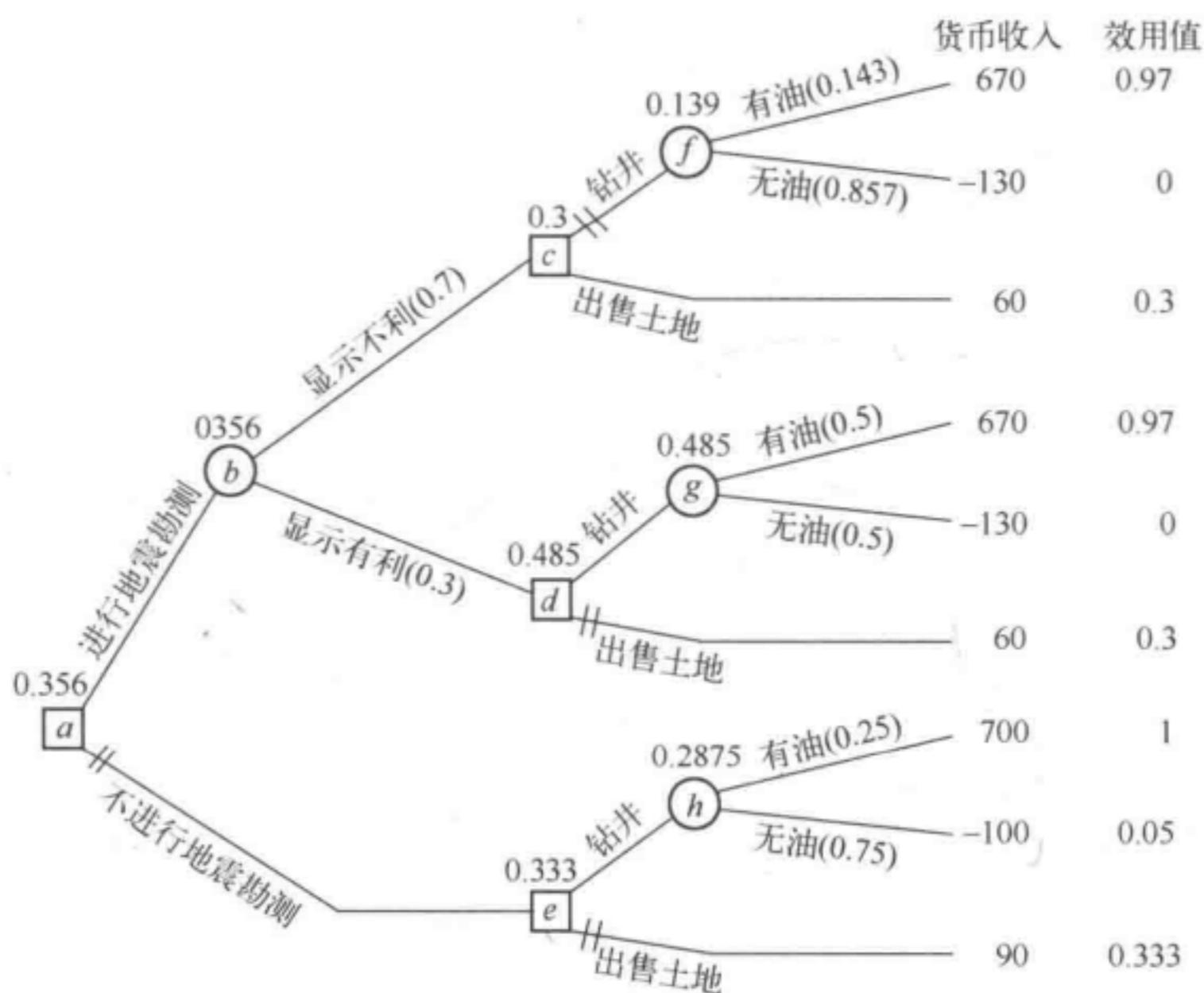


图 16.16 Goferbroke 公司完整问题的最终决策树,所有者的效用函数来最大化期望效用

前面各节所使用的最大化期望现金收益数量的方法假设决策制定者是风险中性的,因此, $U(M)=M$ 。通过使用效用理论,现在最优解反映了决策制定者对风险的态度,因为 Goferbroke 公司的所有者仅仅采用适当的风险回避政策,最优策略与此前相比没有变化。对于有些更加害怕风险的所有者,最优解将变成立即卖掉土地的更加保守方法(不进行地质勘察)(见习题 16.6-1)。

当前的所有者决策分析方法中使用效用理论。效用理论提供了面对不确定情况的理性的决策制订方法。然而,许多决策制定者对使用这个完全抽象的效用概念或者使用概率建立效用函数来应用这个方法感觉不舒服。因此,效用理论在实际中仍然没有被广泛使用。

16.7 决策分析的实际应用

总而言之,本章的原型实例(Goferbroke 公司问题)是决策分析的典型应用。像其他应用一样,管理者面对较大的不确定情况需要制定一些决策(是否进行地质勘察?开采石油还是卖掉土地?)制定这些决策是困难的,因为它们的收益是不可预知的,结果依赖于管理者掌控以外的因素(土地蕴藏石油还是无石油)。因此,在这种不确定的环境中,管理者需要制定一个理性决策框架和方法。这些都是决策分析应用的常见特征。

然而,在其他方面,Goferbroke 公司问题不是一个典型的应用。它过于简单,仅仅包括两个自然状态(有石油和无石油),而实际上可能有很多种差别很大的可能性。例如,实际的状态可能是石油、有少量石油、中等数量的石油、大量石油和巨大数量石油,加上关于蕴藏石油的深度的不同概率,都会影响开采成本的条件。管理者仅仅考虑两个决策中的每一个的两个方案。真实的应用包含更多的决策、更多的方案,每一个都需要考虑,还有更多的可能的自然状态。

当处理较大的问题时,决策树的规模可能是巨大的,可能有几千个最终的分支。在这种情况下,手工建立决策树以及计算后验概率,计算不同节点的期望收益(或者效用),然后求解最优的决策显然是不可行的。幸运的是,一些优秀的软件包(主要用于个人计算机),可专门做这个工

作,而且,专门的数学技术发展起来,并包括在计算机求解工具中,以用于处理较大的问题。

对于大规模问题,敏感性分析也可能变得笨拙。尽管它有计算机软件支持,但是数据数量仍很容易超出分析工具和决策制定者的能力。因此,已经开发了一些图形技术,如 tornado charts 用于以一种可理解的方式组织和管理数据。

在描述和求解决策分析问题时,其他种类的图形技术也可用于建立决策树。一种十分流行的技术称为影响图,研究者还在继续开发其他工具。

许多商务战略决策通过管理层的几个人员集体制定。一种群体决策制定技术称为决策会议,即一个群体在分析人员和决策辅助者的帮助下聚集在决策会议上一起讨论。决策辅助者直接与群体一起工作帮助建立和集中讨论,有创造性地思考问题,带来一些简单的假设,说明问题所涉及的整个范围等。分析人员使用决策分析帮助群体探究不同决策方案的含义,凭借计算机化群体决策支持系统的帮助,分析人员建立和求解现场模型,然后执行敏感性分析,从群体中回答“What-if”类型的问题。

决策分析的应用通常包括管理决策制定者(单个或者是群体)和分析人员(单个或者小组)之间的运筹学培训。有些公司并没有符合条件的组织成员来担任专业分析人员。因此,大量管理咨询公司专门从事决策分析。

如果你想查阅更多关于决策分析的实际应用,我们建议你阅读参考文献[9]。这篇文章是《决策分析》杂志创刊第1期文章。该期刊侧重于决策分析的应用,文章介绍了关于决策分析的各类出版物。

16.8 结 论

决策分析已经成为一个面对不确定情况的重要的决策工具。它以列举所有可能的行动方案,识别所有可能结果的收益,量化所有可能随机事件的主观概率为特征。当这些数据可用时,决策分析成为决定一个最优行动方案的强有力的工具。

决策分析中的一个选项是进行试验获得自然状态的概率估计。决策树是有用的、可视化的、用来分析这些选项或者一系列决策的工具。

效用理论提供了一个在分析过程中考虑决策者对于风险态度的方法,已有软件(包括 ASPE 软件)被广泛地用于执行决策分析(参考文献[11]提供了对这类软件的调查)。

参 考 文 献

- [1] Bleichrodt, H., J. M. Abellan-Perpiñan, J. L. Pinto-Prades, and I. Mendez-Martinez: "Resolving Inconsistencies in Utility Measurement Under Risk: Tests of Generalizations of Expected Utility," *Management Science*, 53(3): 469–482, March 2007.
- [2] Bleichrodt, H., U. Schmidt, and H. Zank: "Additive Utility in Prospect Theory," *Management Science*, 55(5): 863–873, May 2009.
- [3] Chelst, K., and B. Canbolat: *Value-Added Decision Making for Managers*, Chapman and Hall/CRC Press, Boca Raton, FL, 2012.
- [4] Clemen, R. T., and T. Reilly: *Making Hard Decisions: with Decision Tools*, Updated ed., Duxbury Press, Pacific Grove, CA, 2005.
- [5] Ehrgott, M., J. R. Figueira, and S. Greco(eds): *Trends in Multiple Criteria Decision Analysis*, Springer, New York, 2010.
- [6] Fishburn, P. C.: *Nonlinear Preference and Utility Theory*, The Johns Hopkins Press, Baltimore, MD, 1988.
- [7] Hammond, J. S., R. L. Keeney, and H. Raiffa: *Smart Choices: A Practical Guide to Making Better Decisions*, Harvard Business School Press, Cambridge, MA, 1999.

- [8] Hillier, F. S., and M. S. Hillier: *Introduction to Management Science: A Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets*, 5th ed., McGraw-Hill/Irwin, Burr Ridge, IL, 2014, chap. 9.
- [9] Keefer, D. L., C. W. Kirkwood, and J. L. Corner: "Perspective on Decision Analysis Applications," *Decision Analysis*, 1 (1): 4–22, 2004.
- [10] McGrayne, S. B.: *The Theory That Would Not Die: How Bayes' Rule Cracked the Enigma Code, Hunted Down Russian Submarines and Emerged Triumphant From Two Centuries of Controversy*, Yale University Press, New Haven, CT, 2011.
- [11] Patchak, W. M.: "Decision Analysis Software Survey," *OR/MS Today*, 39(5): 38–49, October 2012.
- [12] Smith, J. Q.: *Bayesian Decision Analysis: Principles and Practice*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2011.

习 题

一些习题左边的符号(或者它们的一部分)有下面的含义。

T: 上面所列的有帮助的 Excel 模板。

A: 使用 ASPE 软件。

习题上有一个星号表示书后至少给出该题的一部分答案。

16.2-1 阅读 16.2 节应用案例中概要叙述并在其参考文献论文中详述的运筹学研究。简要描述决策分析如何在该项研究中应用的,然后,列出由其带来的财务与非财务的效益。

16.2-2* Silicon Dynamics 开发了一个计算机芯片,从而能够生产和销售个人计算机。它可以将计算机芯片的专利权销售 1500 万美元,这是一个替代方案。如果公司选择制造计算机,可能的收入取决于公司在第一年销售计算机的能力。公司完全有能力保证有销售 10000 台计算机的渠道。另外,如果这种计算机流行,计算机公司可销售 100000 台机器。这两种销售情况被当作计算机销售的两个可能结果,但是不清楚先验概率是多少?建立生产线的成本是 600 万美元,每一台计算机的销售价格和可变成本的差是 600 美元。

(a) 通过识别决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。

(b) 画一个图形,标明对应销售 10000 台计算机先验概率的每一个决策方案的期望收益。

(c) 参考(b)中所绘的图形,使用代数法求解交叉点,解释这个点的含义。

A(d) 画一个图形标明对应销售 10000 台计算机的先验概率的每一个决策方案的期望收益(使用贝叶斯决策准则)。

(e) 假设这两种销售情况的先验概率都是 0.5,应该选择哪一个决策方案?

16.2-3 Jean Clark 是 Midtown Saveway 食品杂货店的管理者,她现在需要补充草莓的供应。过去供应商能够提供她所需要的数量,然而,因为这些草莓已经十分成熟了,需要明天就卖掉它们,没有卖掉的将被扔掉。Jean 估计明天可能的销售境况将是 12 箱、13 箱、14 箱、15 箱四种。它能够在每一种情况下,以 3 美元每单位买入,以 8 美元每单位出售。Jean 需要决策应购买多少。

Jean 已经检查了商店每天草莓的销售记录,在这个基础上,明天销售草莓 12 箱、13 箱、14 箱、15 箱等每一情况的先验概率分别是 0.1、0.3、0.4、0.2。

(a) 通过识别决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。

(b) 如果 Jean 使用最大最小收益准则,应该购买多少草莓?

(c) 根据最大可能准则,Jean 应该购买多少草莓?

(d) 根据贝叶斯决策准则,Jean 应该购买多少草莓?

(e) Jean 认为她有正确的销售 10 箱和 13 箱情况的先验概率,但是对于如何区分 11 箱和 12 箱的先验概率是不确定的,当 11 箱和 12 箱的先验概率分别是(1)0.2 和 0.5,(2)0.4 和 0.3,(3)0.5 和 0.2 时,再应用贝叶斯决策准则。

16.2-4* Warren Buffet 是一位大的财产投资者。他凭借自己的投资天赋积累了财富。当前有三种主要的投资,他将选择一个。第一个是保守的投资,在好的经济状况下将运行良好,在坏的经济状况下将损失很小;第二个是投机性的投资,在好的经济状况下将运行极好,在坏的经济状况下将损失很大;第三个是一个反周期的投资,在好的经济状况下有少许损失,在坏的经济状况下运行良好。

Warren 相信在投资周期中,有三种可能的情况:(1)运行良好的经济状况;(2)稳定的经济状况;(3)差的经济状况。他对经济前景是悲观的,因此分别对三种情况赋予先验概率 0.1、0.5 和 0.4。他估计三种情况下各自的收益如下表所示。

	良好经济	稳定经济	差的经济
保守投资	3000 万美元	500 千万美元	-1000 万美元
投机投资	4000 万美元	1000 万美元	-3000 万美元
反周期投资	-1000 万美元	0	1500 万美元
先验概率	0.1	0.5	0.4

在下面每一个决策准则下,Warren 应该做出什么决策准则?

- (a) 最大最小收益准则。
- (b) 最大可能性准则。
- (c) 贝叶斯决策准则。

16.2-5 再考虑习题 16.2-4,Warren Buffet 认为贝叶斯决策准则最可靠的决策准则,他确信良好经济状况下的先验概率是 0.1,但是不确定稳定经济情况和差的经济情况的先验概率的大小该如何分配,因此,他希望对后两个先验概率作敏感性分析。

- (a) 在经济稳定和差的情况下先验概率分别是 0.3 和 0.6 时,再应用贝叶斯决策准则分析。
 - (b) 在经济稳定和差的情况下先验概率分别是 0.7 和 0.2 时,再应用贝叶斯决策准则分析。
 - (c) 用图形表示对于稳定经济状态下先验概率的三种投资方案的收益(良好经济状态的先验概率固定为 0.1)。使用这个图形识别从一个方案到另一个方案的交点。
 - (d) 使用代数法求解(c)中找到的交点。
- A(e)画出稳定经济状态先验概率下的期望收益的图形(使用贝叶斯决策准则)。

16.2-6 给定决策分析问题的收益表。

方案	状态		
	S ₁	S ₂	S ₃
A ₁	220	170	110
A ₂	200	180	150
先验概率	0.6	0.3	0.1

- (a) 最大最小收益准则下,应该选择哪一种方案?
- (b) 最大可能准则下,应该选择哪一种方案?
- (c) 贝叶斯决策准则下,应该选择哪一种方案?
- (d) 使用贝叶斯决策准则,对应状态 S₁ 和 S₂,先验概率(不改变状态 S₃ 的先验概率)。进行图形化的敏感性分析,来决定从一个方案转向另一个方案的交点,然后,使用代数法计算该交点。

- (e) 对状态 S1 和 S3, 先验概率重复(d)。
- (f) 对状态 S2 和 S3, 先验概率重复(d)。
- (g) 如果感觉自然状态的真实概率在给定概率的 10% 以内, 应该选择哪一个方案?

16.2-7 Dwight Moody 是拥有 1000 英亩可耕种土地的大农场的管理者。为了保持高效, Dwight 的农场在一段时期内只种植一种作物。他现在需要制定决策, 决定在将来一季度种植四种作物中的哪一种。对于这些作物中的一种, Dwight 已经获得了不同天气条件下每种作物的产量估计和净收益估计, 如下表所示。

天气	期望产出(蒲式耳/英亩)			
	作物 1	作物 2	作物 3	作物 4
干旱	20	15	30	40
适中	35	20	25	40
潮湿	40	30	25	40
每蒲式耳的净收入	1 美元	1.5 美元	1 美元	0.5 美元

参考了历史气象记录之后, Dwight 也估计了下一季天气先验概率如下。

干旱	0.3
适中	0.5
潮湿	0.2

- (a) 通过识别决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。
- (b) 使用贝叶斯决策准则决定种植哪一种作物。
- (c) 使用贝叶斯决策准则, 对中等天气和潮湿天气的先验概率进行敏感性分析(不改变干燥天气的先验概率)。再求解中等天气先验概率分别为 0.2、0.3、0.4 和 0.6 的情况。

16.2-8* 空军部门采购了一种新型的飞机, 必须决策备用发动机的订购数量。空军部门以五个为一批来订购发动机, 将在订购数量 15、20、25 中选择订购策略。有两个工厂供应这种备件, 在知道使用哪一个工厂前必须做出订购决策。然而, 空军部门从过去的经验知道所有类型的发动机的 $2/3$ 在工厂 A 生产, 只有 $1/3$ 在工厂 B 生产。空军部门也知道在工厂 A 生产备用发动机近似服从 $\theta=21$ 的泊松分布, 然而, 在工厂 B 生产备用发动机近似服从 $\theta=24$ 的泊松分布。现在备用发动机的采购成本是 40 万美元, 然而, 更晚一些日期购买发动机的成本将是 90 万美元。

如果要求备件必须一直供应, 飞机荒废备件将丢弃, 持有成本和利息被忽略。根据这些数据, 总成本计算如下(负收益)。

方案	状态	
	$\theta=21$	$\theta=24$
订购 15	1.155×10^7	1.414×10^7
订购 20	1.012×10^7	1.207×10^7
订购 25	1.047×10^7	1.135×10^7

在贝叶斯决策准则下决定最优方案。

16.3-1 阅读 16.3 节应用案例中概述描述并在其参考文献论文中详述的运筹学的研究。先简要说明决策分析在该项研究中是如何应用的, 再列出研究带来的各类财务与非财务效益。

16.3-2* 再考虑习题 16.2-2 中 Silicon Dynamics 的管理层现在考虑进行全面成熟的市场调查,以 100 万美元的成本,预测两种级别的需求将发生哪一个。以前的经验表明,这样的市场调查有 $2/3$ 是正确的,先验概率都为 0.5。

- (a) 求解这个问题的 EVPI。
- (b) (a) 中的答案表明值得进行这样的市场调查吗?
- (c) 建立一个概率树以获得市场研究可能结果的每一种需求级别的后验概率?
- T(d) 使用相应的 Excel 模板检验你在(c) 中得到的结果。
- (e) 求解 EVE 值得进行市场调研吗?

16.3-3 给定决策分析问题的收益表(单位:每千美元)。

方案	状态		
	S ₁	S ₂	S ₃
A ₁	4	0	0
A ₂	0	2	0
A ₃	3	0	1
先验概率	0.2	0.5	0.3

(a) 根据贝叶斯决策准则,应该选择哪一个决策方案?

(b) 求解 EVPI。

(c) 给你一个机会,花费 1000 美元获得可能发生哪一种状态的更多信息,给定(b)中的答案,这个花费值得吗?

16.3-4* Betsy Pitzer 根据贝叶斯决策准则制定决策,对于当前的问题 Betsy 已经建立了下面的收益表。

方案	状态		
	S ₁	S ₂	S ₃
A ₁	50	100	-100
A ₂	0	10	-10
A ₃	20	40	-40
先验概率	0.5	0.3	0.2

(a) Betsy 应该选择哪一种方案?

(b) 求解 EVPI。

(c) 要想获得自然状态将发生的更多信息,Betsy 最能接受的花费是多少?

16.3-5 使用贝叶斯决策准则,考虑决策分析问题的收益表。

方案	状态		
	S ₁	S ₂	S ₃
A ₁	-100	10	100
A ₂	-10	20	50
A ₃	10	10	60
先验概率	0.2	0.3	0.5

- (a) 应该选择哪一种方案? 最终期望收益是多少?
- (b) 现在你有机会获得自然状态 S_1 将发生的确定信息, 你愿意最大付出多少来获得信息? 假设你愿意获得信息, 你将怎样使用信息来选择方案? 期望收益是多少(不包括报酬)?
- (c) 当提供的信息是关于 S_2 , 而不是 S_1 , 重复(b)。
- (d) 当提供的信息是关于 S_3 , 而不是 S_1 , 重复(b)。
- (e) 现在有机会获得将发生哪一个自然状态的确定信息, 你愿意最大付出多少来获得信息? 假设你愿意获得信息, 将怎样使用信息来选择方案? 期望收益是多少(不包括报酬)?
- (f) 如果有机会做一些试验来获得一些关于自然状态的部分附加信息(不是完美信息), 你最多愿意付出多少来获得信息?

16.3-6 再考虑 Goferbroke 公司的原型实例, 包括 16.3 节的分析。在地理学家的帮助下, 已经得到的历史数据提供了更精确的信息, 使得在相似的土地上增加了有利勘察的可能性。特别的, 当土地蕴藏石油时, 有 80% 的可能获得有利的勘察结果; 当土地不蕴含石油时, 概率将降低到 40%。

- (a) 重新修改图 16.2 求解最新的后验概率。
T(b) 使用相应的 Excel 模板检验(a)中的答案。
(c) 最终的最优策略是什么?

16.3-7 给定下面的收益表(单位:每美元)。

方案	状态	
	S_1	S_2
A_1	400	-100
A_2	0	100
先验概率	0.4	0.6

有个选择, 即付出 100 美元进行研究, 更准确地预测自然状态的发生。当真实的自然状态是 S_1 时, 研究准确预测 S_1 的可能性为 60% (40% 的可能性将不准确预测 S_2); 当真实的自然状态是 S_2 时, 研究准确预测 S_2 的可能性为 80% (20% 的可能性将不准确预测 S_1)。

- (a) 假定没有进行研究, 使用贝叶斯决策准则决定选择哪一种决策方案。
(b) 求解 EVPI。这个结果表明值得进行研究吗?
(c) 假设进行研究, 求解下面成对结果的联合概率(1) 自然状态是 S_1 , 研究预测也是 S_1 ; (2) 自然状态是 S_1 , 研究预测是 S_2 ; (3) 自然状态是 S_2 , 研究预测是 S_1 ; (4) 自然状态是 S_2 , 研究预测也是 S_2 。
(d) 求解研究预测 S_1 的无条件概率并研究预测 S_2 的无条件概率。
(e) 假设进行研究, 使用在(c)、(d)中得到的答案求解两种可能研究预测中每一个自然状态的后验概率。
T(f) 使用相应的 Excel 模板检验你在(e)中得到的答案。
(g) 假定研究预测为 S_1 , 使用贝叶斯决策准则决策应该选择哪一种决策方案及其最终的期望收益。
(h) 当研究预测为 S_1 时, 重复(g)。
(i) 假设研究已完成, 应用贝叶斯决策准则求期望收益。
(j) 使用前述的结果决定是否进行研究, 并决定决策方案选择的最优策略。

16.3-8* 再考虑习题 16.2-8。假设现在空军部门知道一种相似类型的发动机被生产用

于这种飞机的早期型号,这种飞机在当前考虑范围之内。对于早期型号订购的数量与当前类型相同。给定产品生产的工厂,对于发动机需求数量的概率分布,认为早期型号的飞机与当前的一样。当前订购的发动机将在与以前一样的工厂生产,尽管空军部门不知道是两个工厂中的哪一个。空军部门已经得到了所需要老型号的备件数量的数据,但供应商没有说明生产地点。

- (a) 值得花费多少来得到那些反映哪一个工厂生产产品的全部信息?
- (b) 假设关于老的飞机模型的数据成本是免费的,需要 30 个备用件。给定 30 个备用件的概率,给定泊松分布,当 $\theta=21$ 时,等于 0.013;当 $\theta=24$ 时,等于 0.036。求解贝叶斯决策准则下的最优行动。

16.3-9* Vincent Cuomo 是 Fine Fabrics Mill 的信托管理者。他当前需要决定是否扩大 10 万美元的借贷给一个潜在的新顾客。这个新顾客是一个服装制造商。Vincent 有三种类型的公司信贷:低风险、一般风险和高风险,但不知道哪一种类型适合潜在的顾客。经验表明,与该公司相似的公司有 20% 是低风险的,50% 是一般风险的,30% 是高风险的。如果扩大信贷,低风险期望收益是 -15000 美元、一般风险的期望收益是 10000 美元、高风险的收益是 20000 美元。如果不扩大信贷,服装制造商将转向其他工厂。Vincent 可以花费 5000 美元向咨询公司进行咨询。对于公司的信贷记录属于这三种类型的公司,下表给出了信贷咨询公司评估的三种类型各自的百分比。

		实际信用记录		
信用评估		差	一般	好
差	50%	40%	20%	
一般	40	50	40	
好	10	10	40	

- (a) 当不向信贷咨询公司咨询时,通过识别决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。
- (b) 当不向信贷咨询公司咨询时,使用贝叶斯决策准则,应该选择哪一个决策方案?
- (c) 求解 EVPI。这个答案有没有显示应该考虑向信贷咨询公司咨询?
- (d) 假设向信贷咨询公司咨询,建立概率树图求解现在顾客的三种可能评估的各个自然状态的后验概率。
- T(e) 使用相应的 Excel 模板求解(d)中的答案。
- (f) 求解 Vincent 的最优策略。

16.3-10 一个运动团体对运动员进行药物测试,运动员 10% 使用药物。然而,这个测试只有 95% 的可靠性。也就是说,一个药物使用者将以 0.95 的概率测试为阳性,0.05 的概率测试为阴性。一个非药物使用者将以 0.95 的概率测试为阴性,以 0.05 的概率测试为阳性。

建立概率树图,求解测试运动员的下列结果的后验概率。

- (a) 给定测试结果是阳性,运动员是药物使用者。
- (b) 给定测试结果是阳性,运动员不是药物使用者。
- (c) 给定测试结果是阴性,运动员是药物使用者。
- (d) 给定测试结果是阴性,运动员不是药物使用者。

T(e) 使用相应的 Excel 模板检验前述各部分的答案。

16.3-11 Telemore 公司的管理层正考虑开发和营销一种新产品,据评估,产品成功的可能是不成功的两倍。如果成功,期望收益将是 1500000 美元。如果不成功,期望损失将是 1800000 美元,可进行市场调查,预测产品是否会成功,其成本是 300000 美元。过去这样的市场调查表明

成功的产品有 80% 的可能被预测为成功,然而,不成功的产品有 70% 的可能被预测为不成功。

(a) 当不进行市场调查时,通过识别决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。

(b) 当不进行市场调查时,使用贝叶斯决策准则,应该选择哪一个决策方案?

(c) 求解 EVPI,这个答案是否显示应该进行市场调查?

T(d) 假设进行市场调查,求解市场调查两种可能评估的各个状态的后验概率。

(e) 求解是否进行市场调查以及是否开发和销售新产品的最优策略。

16.3-12 Hit-and-Miss 制造公司生产的产品有缺陷的概率是 p 。这些产品每批生产 150。过去的经验表明, p 是 0.05 或者 0.25,而且,对于这些产品有 80% 的可能 $p=0.05$ (有 20% 的可能 $p=0.25$)。这些产品然后用于集装,产品的数量在最终集装离开工厂前决定。起初,公司以 10 美元的成本遴选产品,然后,挑出有缺陷的产品,或者不遴选就直接使用它们。如果后一种方案被选择,对于每一种有缺陷的产品再次工作的成本是 100 美元。因为遴选需要检查和装配的计划,遴选或者不遴选的决策需要在进行遴选两天之前确定。然而,产品可以送到实验室检查,在遴选或者不遴选的决策制订前它的质量(有缺陷或者无缺陷)可以报告出来,最初检验的成本是 125 美元。

(a) 当不对单个产品进行提前检验时,通过识别决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。

(b) 当不对单个产品进行提前检验时,使用贝叶斯决策准则,应该选择哪一个决策方案?

(c) 求解 EVPI。这个答案是否显示应该对单个产品进行提前检验?

T(d) 假设对单个产品进行提前检验,求解检验的两种可能评估结果的各个状态的后验概率。

(e) 求解 EVE。值得对单个的产品进行检验吗?

(f) 求解最优策略。

T16.3-13* 考虑两枚硬币,硬币 1 有 0.3 的概率正面朝上,硬币 2 有 0.6 的概率正面朝上。一枚硬币投掷一次,硬币 1 被投掷的概率是 0.6,硬币 2 被投掷的概率是 0.4。决策制定者使用贝叶斯决策准则决定投掷的硬币。收益表如下。

方案	状态	
	投掷硬币 1 时的收益	投掷硬币 2 时的收益
认为投掷的是硬币 1	0	-1
认为投掷的是硬币 2	-1	0
先验概率	0.6	0.4

(a) 在投掷硬币前,最优方案是什么?

(b) 投掷硬币后如果正面朝上,最优方案是什么?如果反面朝上呢?

16.3-14 两枚硬币分别以概率 0.8 和 0.4 正面朝上,每枚硬币以随机(各以 1/2 概率)选择投掷两次。如果正确预测两次投掷中有多少正面朝上你将得到 250 美元。

(a) 应用贝叶斯决策,最优预测是什么? 相应的期望收益是多少?

T(b) 假设在预测前可以观察一次实际的投掷,使用相应的 Excel 模板求解所投掷硬币的后验概率。

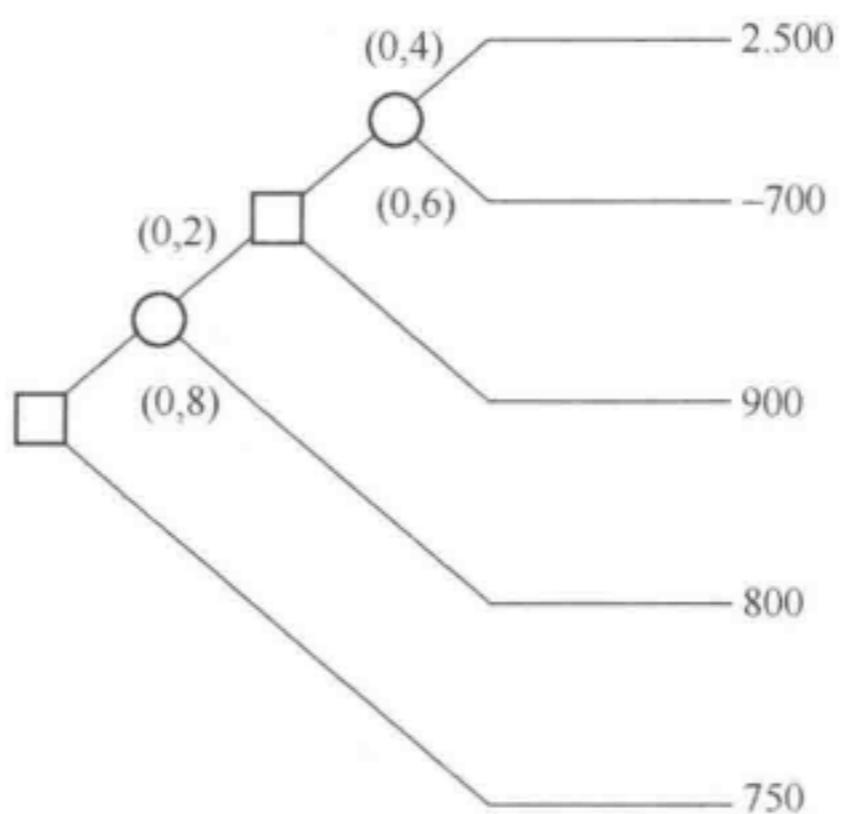
(c) 观察实际预测后,决定你的最优预测,期望收益是多少?

(d) 求解观察实际投掷的 EVE,如果必须支付 30 美元来观察投掷,最优策略是什么?

16.4-1 阅读 16.4 节应用案例中概要描述并在其参考文献的论文中详细阐明的运筹学的研究。先简要说明决策分析在该项研究中是如何应用的,然后,列出由此带来的各类财务与非财务的效益。

16.4-2* 再考虑习题 16.3-2, Silicon Dynamics 现在想得到显示全部问题的决策树, 手工建立和求解这个决策树。

16.4-3 给定下面的决策树,括号内的数是概率,右边终点的数是收益,分析此决策树获得最优策略。



16.4-4* Leland 大学体育系正在考虑下一年是否扩大运动会规模来为新的体育场筹集资金。这一活动很大程度上取决于足球队能否赢得秋季赛事。在过去,足球队已经赢得了夺取 60% 赛季。如果足球队赢了这个赛季(W),学校的男女生将进行捐献,活动将筹集 300 万美元。如果足球队输了这个赛季(L)。很少有人捐献,活动将损失 200 万美元。如果不进行活动,则不发生成本。9月1日,在足球赛季开始前,体育系开始制订决策决定是否举办下一年的活动。

- (a) 通过分析决策方案、自然状态和收益表建立这个问题的决策分析公式。
- (b) 使用贝叶斯决策准则,应该选择哪一个决策方案?
- (c) EVPI 是多少?
- (d) 著名的足球领袖 William Walsh 来帮助评估足球队能否赢得该赛季,需花费 10 万美元,他将通过整个春季的实际情况和整个季前的测试来仔细地评估球队。William 将在 9 月 1 日给出对球队赛季的预测,W 或者 L。在相同的情况下,过去在评估球队时,有 50% 的机会赢,这时预测的正确性是 75%。考虑到球队曾经赢过,如果 William 预测会赢得赛季,球队赢的后验概率是多少?球队输的后验概率是多少?如果 William 预测会输,赢的后验概率是多少?输的后验概率是多少?说明怎样从概率树图中获得这些答案。

- T(e) 使用相应的 Excel 模板求解(d)中的答案。
- (f) 手工画出整个问题的决策树,分析决策树求解关于是否雇用 William 和是否开展活动的最优策略?

16.4-5 Microsoft 公司的审计员有 1 亿美元资金用于投资。她被指示在第一年将全部的投资投于股票或者证券(但不是两者都投)。然后,于第二年将全部投资投于股票或者证券,目标是在第二年末最大化期望的现金值。在这些投资上的年回报率取决于经济环境,如下表所列。

经济环境	回报率	
	股票	债券
增长	20%	5%
衰退	-10	10
萧条	-50	20

第一年经济增长、后退和萧条的概率分别为 0.7、0.3、0，如果第一年发生增长，接下来第二年经济情况仍然是这些概率。然而，如果发生萧条，在第二年经济情况的相应概率分别变为 0.2、0.7、0.1。

- (a) 手工建立这个问题的决策树。
- (b) 分析决策树得到最优策略。

16.4-6 某支股票以 10(美元/股)收盘。周二,你期望股票每股收于 9 美元、10 美元、11 美元的概率分别为 0.3、0.3、0.4,在周三,你期望股票比周二以降低 10% 收盘、不变或者增加 10% 收盘相应概率如下。

当天收盘价	下降 10%	不变	上升 10%
9 美元	0.4	0.3	0.3
10 美元	0.2	0.2	0.6
11 美元	0.1	0.2	0.7

在周二,即在周四之前你被指导去买 100 股股票。在这一天末,以当天已知的收盘价购买所有的股票,因此你的唯一选择就是在周二或者周三末购买股票。给定周二的价格,你希望进行最优决策,决定在周二还是周三买,以最小化期望购买股价。手工建立和评估一个决策树来决策最优策略。

16.4-7 使用习题 16.3-9 给定的情境。

- (a) 正确画出和标注决策树,包括除了概率以外的所有收益。
- T(b) 求解从事件节点分出的分支概率。
- (c) 应用后退归纳过程,求解最优策略。

16.4-8 使用习题 16.3-11 给定的情境。

- (a) 正确画出和标注决策树,包括除了概率以外的所有收益。
- T(b) 求解从事件节点分出的分支概率。
- (c) 应用后退归纳过程,求解最优策略。

16.4-9 使用习题 16.3-12 给定的情境。

- (a) 正确画出和标注决策树,包括除了概率以外的所有收益。
- T(b) 求解从事件节点分出的分支概率。
- (c) 应用后退归纳过程,求解最优策略。

16.4-10 使用习题 16.3-13 给定的情境。

- (a) 正确画出和标注决策树,包括除了概率以外的所有收益。
- T(b) 求解从事件节点分出的分支概率。
- (c) 应用后退归纳过程,求解最优策略。

A16.4-11 Head Hunters 公司为 Western Bank 所做的寻找管理人才的工作很可能大有收获。要填补的职位很重要(信息规划副总裁),他将负责建立先进的管理信息系统,以便将

Western 的许多分支联系在一起。Head Hunters 觉得已经发现了适当的人选, Matthew Fenton 在纽约一家中等规模的银行的类似职位上工作得很出色。

一轮面试之后 Western 的主席相信 Matthew 有 0.7 的概率做到成功设计管理信息系统。如果 Matthew 成功, 公司将得到 200 万美元的利润(减去 Matthew 的薪水、培训、招募成本和花费后的净额);如果不成功,公司会有 40 万美元的损失。

若再花费 20000 美元, Head Hunters 将提供详细的调查过程(包括扩大的背景调查、一系列学术和心理测试等),从而进一步揭示 Matthew 的成功潜力。这个调查过程有 90% 的可靠性,即调查表明一个能成功设计信息系统的候选人将以 0.9 的概率通过测试。调查表明,一个不能成功设计信息系统的人将以 0.9 的概率测试失败。

Western 的高层管理者需要决定是否雇用 Matthew,并决定在决策前是否让 Head Hunters 公司进行详细的调查。

- (a) 建立这个问题的决策树。
- T(b) 求解从事件节点分出的分支概率。
- (c) 分析决策树,求解最优策略。
- (d) 现在假设 Head Hunters 公司进行详细调查的费用是可以协商,Western Bank 最多应为此付出多少。

A16.5-1 再考虑习题 16.2-2 描述的 Silicon Dynamics 问题的原始版本。

- (a) 假设销售的两个水平的先验概率都是 0.5。使用 ASPE 软件建立和求解这个问题的决策树。根据这个分析,应选择哪一个决策方案?
- (b) 使用数据表格计算当销售 10000 台计算机的先验概率为 $0, 0.1, 0.2, \dots, 1$ 时,最优决策和期望收益(使用贝叶斯决策准则)。

A16.5-2 再考虑习题 16.3-2 和习题 16.4-2 描述的 Silicon Dynamics 问题的扩展版本。

- (a) 使用 ASPE 软件建立和求解这个问题的决策树。
- (b) 使用数据表格计算当销售 10000 台计算机的先验概率为 $0, 0.1, 0.2, \dots, 1$ 时,最优决策和期望收益(使用贝叶斯决策准则)。
- (c) 习题 16.2-2 中描述的财务数据有一些不确定性(分别为 1500 万美元、600 万美元和 600 美元)。每一个能够以基准值为基础变化 10%,对于每一个值(其他的两个值不变化),进行敏感性分析,通过相应地调节数据单元的值,找出此值在变化范围的两端将发生什么?然后,对这 8 种情况的所有数据的两端或者其他部分进行敏感性分析。

A16.5-3 再考虑习题 16.4-3 描述的决策树,使用 ASPE 软件建立和求解问题的决策树。

A16.5-4 再考虑习题 16.4-5 描述的问题,使用 ASPE 软件建立和求解问题的决策树。

A16.5-5 再考虑习题 16.4-6 描述的问题,使用 ASPE 软件建立和求解问题的决策树。

A16.5-6 Jose Morales 在加利福尼亚圣何塞的一个略显贫瘠的地区经营一个大型户外水果摊。为了补充供应,Jose 每天从圣何塞的南部供应商购买成箱的水果,大约 90% 的水果箱的质量都令人满意,但是另外的 10% 则不令人满意。每箱包含 80% 的优质水果将为 Jose 挣 200 美元的利润。包含 30% 的优质水果则将使 Jose 失去 1000 美元。在 Jose 决定接受水果之前,将对水果箱取样测试它是否优质。基于这样的取样,他有拒收不付报酬的选择。Jose 想知道:(1)是否应该继续向该供应商购买?(2)如果购买,是否值得进行从一箱水果中拍一个水果的抽样?(3)如果购买,基于这个抽样结果,他是否应该购买这箱水果。

使用 ASPE 软件(和后验概率的 Excel 模板)建立和求解这个问题的决策树。

16.5-7* Morton Ward 公司正考虑引进新产品,相信有 50% 的机会成功。一个选择是在制

订引进决策前在市场上试销,成本为 500 万美元。过去的经验表明,成功的产品在试销市场上成功的概率是 80%,不成功的产品在市场试销的成功概率是 25%。如果产品成功,公司的净收益是 4000 万美元;如果不成功,损失 150 万美元。

(a) 不考虑产品的试销,通过问题的决策方案、自然状态、收益表建立这个问题的描述公式,然后,应用贝叶斯决策准则求解最优解。

(b) 求解 EVPI。

A(c) 考虑试销,使用 ASPE 软件(和后验概率的 Excel 模板)建立和求解这个问题的决策树。

A(d) 使用数据表格计算当新产品成功的先验概率为 $0.1, 0.2, \dots, 1$ 时,最优决策和期望收益。

A(e) 假设新产品成功的概率为 0.5。然而,关于获利和损失现在有些不确定(4000 万美元和 150 万美元),围绕基础值上下 25% 变化。使用 ASPE 软件产生在变化范围内的期望收益图形。

A16.5-8 Chelsea Bush 是她所在党派任命的热门美国总统候选人。她正在考虑是否进行一个高风险的候选人提名会 Super Tuesday, 如果进行 Super Tuesday(S. T.)。她的顾问相信做得好(第一和第二)和做得坏(第三和更坏)的概率分别是 0.4 和 0.6。做得好, 将赢得大约 160 万美元的参选捐款; 坏的表现将意味着 1000 万美元的巨额电视广告的损失。另外, 她也可以不参加 Super Tuesday, 不用付出成本。

Chelsea 的顾问意识到她在 Super Tuesday 成功的可能性将受到在 Super Tuesday 之前三周举行的规模较小的 New Hampshire(N. H.) 候选人提名会的影响。政治分析人士认为, New Hampshire(N. H.) 候选人提名会有 $2/3$ 的概率正确预测 Super Tuesday 候选人提名会的结果。在 Chelsea 顾问中有一名决策分析专家使用这些信息得出下面的概率, 即

$$P(\text{假定在 N. H. 做得好, Chelsea 在 S. T. 做得好}) = 4/7$$

$$P(\text{假定在 N. H. 做得不好, Chelsea 在 S. T. 做得好}) = 1/4$$

$$P(\text{Chelsea 在 N. H. 做得好}) = 7/15$$

估计参加 New Hampshire(N. H.) 候选人提名会的成本是 1600000 美元。

Chelsea 觉得成功赢得任命的机会取决于在 Super Tuesday 候选人提名会后有足够的可用资金进行其余部分的有活力的竞选运动。因此, 她想选择策略(是否参加 New Hampshire(N. H.) 候选人提名会, 是否参加 Super Tuesday 候选人提名会)以最大化这些活动后募集的资金。

(a) 建立和求解这个问题的决策树。

(b) 使用数据表格计算当 New Hampshire(N. H.) 成功的先验概率为 $0, 1/15, 2/15, \dots, 1$ 时, Chelsea 的最优决策和期望收益。

(c) 假设 Chelsea 在 New Hampshire(N. H.) 成功的先验概率为 $7/15$ 。但是在获得 1600 万美元收益和 1000 万美元损失的评估中存在一些不确定性, 这取决于 Super Tuesday 候选人提名会的表现。两个值将在这个评估上下 25% 变化。对于这两个财务数据中的每一个, 进行敏感性分析来检验在这个变化范围两端(a)中的结果如何变化(另一个财务数据不变化时)。然后, 对两个财务数据分别在两端的四种情况进行敏感性分析。

16.6-1 再考虑 Goferbroke 公司问题的原型实例, 包括 16.6 节效用的应用。所有者已经假设公司的警戒的财务状况, 他需要对这个问题采取风险回避的方法。因此, 修订表 16.7 的效用如下, $U(-130) = 0, U(-100) = 0.1, U(60) = 0.4, U(90) = 0.45, U(670) = 0.985$, 和 $U(700) = 1$ 。

(a) 手工修改对应的图 16.16 的决策树, 并求解新的最优策略。

(b) 使用 ASPE 软件建立和求解此决策树。

16.6-2* 你居住在一个有发生大规模地震可能性的区域。因此, 你在考虑为房屋购买地震保险, 每一年 180 美元。一年间地震毁坏你的房屋的概率是 0.001。如果发生这种情况, 毁坏

的成本是(地震险全部覆盖)160000 美元。你的全部资产(包括房屋)价值 250000 美元。

(a) 应用贝叶斯决策准则决定选择一个方案,使得你的期望资产最大化(是否购买保险)。

(b) 你现在已经建立一个效用函数用于度量你的全部资产的价值 x 美元($x \geq 0$)。效用函数是 $U(x) = \sqrt{x}$, 比较下一年购买地震险的成本使你的总资产风险减少的效用和不购买地震险的期望效用,你应该购买保险吗?

16.6-3 你即将从大学毕业,你的父亲提供给你两个选择方案:一个是给你 19000 美元;另一个是以你的名义进行投资。该投资可能很快有下面两个结果。

结 果	概 率
获得 10000 美元	0.3
获得 30000 美元	0.7

你收到 M 千美元的效用函数是 $U(M) = \sqrt{M+6}$,为了最大化期望收益,你将做出什么选择?

16.6-4* 再考虑习题 16.6-3,你现在对于你的效用函数是不确定的。因此,建立效用函数,你已经发现 $U(19) = 16.7$, $U(30) = 20$ 分别是收到 19000 美元和 30000 美元的效用。你已经得到结论:对于父母提供的两个方案感到没有差异,使用这个信息求解 $U(10)$ 。

16.6-5 你希望建立个人的效用函数,即你收到 M 千美元的效用函数。设置 $U(0) = 0$ 后,接下来当你收到 1000 美元时,设置 $U(1) = 1$ 。你想得到 $U(10)$ 和 $U(5)$ 。

(a) 你提供给自己下面两个假设方案。

A1: 以概率 p 获得 10000 美元。

以概率 $1-p$ 获得 0 美元。

A2: 确定地获得 1000 美元。

然后,问自己这样的问题: p 为什么值,让你觉得这两个方案没有差别? 你的答案是 0.125。求解 $U(10)$ 。

(b) 除了改变第二个方案为确定获得 5000 美元以外,重复(a)。使你觉得两个方案无差异的 $p = 0.5625$ 。求解 $U(5)$ 。

(c) 使用你自己选择的 p 值重复(a)和(b)。

16.6-6 给定下面的收益表:

方案	状态	
	S ₁	S ₂
A ₁	25	36
A ₂	100	0
A ₃	0	49
先验概率	P	1-p

(a) 假设你的收益的效用函数是 $U(x) = \sqrt{x}$,在同一个圈中画出每一个方案相对 p 的期望效用,对于每一个方案找出最大化期望效用的 p 值范围。

A(b)现在假设你的收益的效用函数是风险容限 $R = 50$ 指数函数。在 $p = 0.25$, $p = 0.5$, $p = 0.75$ 情况下,分别使用 ASPE 软件建立和求解最终的决策树。

16.6-7 Switzer 医生有一个重症患者,但是在诊断疾病的原因时遇到了麻烦。医生已经将原因缩小为两种可能:疾病 A 和疾病 B。基于上面的证据,这两个原因的可能性相等。

除了已经做出的测试,没有测试可用于决策是不是疾病 B。一个测试可用于疾病 A,但有两个主要的问题:第一,它是非常昂贵的;第二,有一些不可靠,仅有 80% 可能给出精确结果,能对疾病 A 的患者以 80% 的概率给出正面的结果(疾病 A)。然而,可能对疾病 B 的患者以 20% 的概率给出正面的结果。

疾病 B 是无法医治的疾病,有时候是致命的。即使活着,也会饱受健康状况很糟和生活质量低劣之苦。疾病 A 的受害者如果不治疗,预计后果是相似的。消除疾病 A 的方法费用昂贵,可以让他们恢复健康。不幸的是,如果患者得的是疾病 B,则进行这一治疗将导致患者死亡。

每种情况下,患者被给予的后果的概率分布如下表,列头给出了患者的疾病。

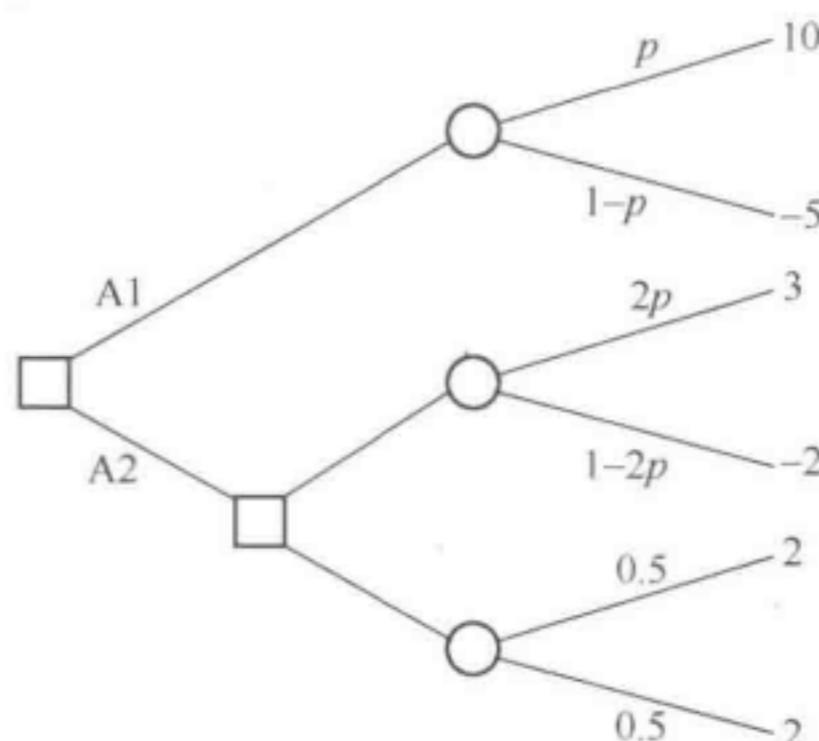
	后果概率			
	不治疗		对疾病 A 进行治疗	
结果	A	B	A	B
死亡	0.2	0.5	0	1
以低劣的生活质量活着	0.8	0.5	0.5	0
恢复良好的健康状况	0	0	0.5	0

患者已经得到下列可能结果的效期。

结 果	效 用
死亡	0
以低劣的生活质量活着	10
恢复良好的健康状况	30

另外,如果患者承担测试疾病 A 的成本,效用将增加 -2,如果患者承担治疗疾病 A 的成本,效用将增加 -1。使用带有完整决策树的决策分析决定患者是否应该进行疾病 A 的测试,然后,确定怎样处理(是否进行疾病 A 的治疗)才能最大化患者的期望效用。

16.6-8 需要决策选择在下面决策树中的方案 A1 和 A2,但是对于概率 p 的值是不确定的,也需要对 p 进行敏感性分析。



货币的效用函数(支付的收入)为

$$U(M) = \begin{cases} M^2, & M \geq 0 \\ M, & M < 0 \end{cases}$$

- (a) 对于 $p=0.25$, 在最大化期望收益的效用下, 决策最优方案。
- (b) 在同样的方案最优的情况下, 决策概率 p 值的范围 ($0 \leq p \leq 0.5$)。