



# 计量经济学(Econometrics)

胡华平

西北农林科技大学

经济管理学院数量经济教研室

[huhuaping01@hotmail.com](mailto:huhuaping01@hotmail.com)

2021-09-07

西北农林科技大学

# 第11章：内生自变量问题

11.1 简单回归模型中的遗漏变量

11.2 内生变量法下的估计问题

11.3 多元回归模型的IV估计

11.4 工具变量法的一些讨论

11.5 解释变量的内生性检验（豪斯曼检验）

11.6 工具变量的外生性检验

## 11.1 简单回归模型中的遗漏变量



# 一个简单示例

假定工资水平的“真实模型”为：

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \beta_2 abil_i + u_i$$

然而，因为能力变量 ( $abil_i$ ) 无法观测得到，所以我们经常用智商水平变量 ( $IQ_i$ ) 来替换，并构建如下“代理变量模型”：

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \beta_2 IQ_i + u_i^*$$



# 一个简单示例

进一步地，如果拿不到智力水平 ( $IQ_i$ ) 数据，我们很可能构建出如下遗漏重要变量的“偏误模型”：

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + v_i$$

- 此时，我们可以认为重要变量  $abil_i$  被遗漏，从而进入到随机干扰项  $v_i$  中。
- 又因为，一般情况下我们认为教育水平 ( $educ_i$ ) 与能力 ( $abil_i$ ) 是相关的，从而可以认为自变量  $educ_i$  与随机干扰项  $v_i$  是相关的。而这是违背CLRM假设的（违背了哪一条？）。



# 知识回顾

对于总体回归模型：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad (\text{PRM})$$

- 在CLRM假设下：**CLRM假设3**—— $X$ 是固定的（给定的）或独立于误差项。也即自变量 $X$ 不是随机变量。此时，我们可以使用OLS方法，并得到**BLUE**。

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_i, u_i) &= 0 \\ E(X_i u_i) &= 0 \end{aligned}$$

- 如果违背上述假设，也即自变量 $X$ 与随机干扰项相关。此时使用OLS估计将不再能得到**BLUE**，而应该采用工具变量法（IV）进行估计。

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_i, u_i) &= 0 \\ E(X_i u_i) &= 0 \end{aligned}$$

事实上，无论  $X_i$  与  $u_i$  是否相关，我们都可以采用IV法得到**BLUE**。



# 代理变量

代理变量 (proxy variable) : 一般因为某些原因, 某个变量  $X_i$  不能直接观测得到 (数据不可得), 那么常常会找一个能够观测到的、并与  $X_i$  高度相关的变量  $D_i$  作为替代。

- 假定工资水平的“真实模型”为:

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \beta_2 abil_i + u_i$$

- 然而, 因为能力变量 ( $abil_i$ ) 无法观测得到, 所以我们经常用智商水平变量 ( $IQ_i$ ) 来替换, 并构建如下“代理变量模型”:

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \beta_2 IQ_i + u_i^*$$

此时, 智力水平  $IQ_i$  就可以认为是变量 能力  $abil_i$  的代理变量。



# 工具变量

**代理变量** (proxy variable) : 一般因为某些原因, 某个变量  $X_i$  不能直接观测得到 (数据不可得), 那么常常会找一个能够观测到的、并与  $X_i$  高度相关的变量  $D_i$  作为替代。

**工具变量** (instrument variable) : 一般记为  $Z_i$ , 是指一个具备如下两个性质的可观测的变量:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad (\text{PRM})$$

$$\text{Cov}(Z_i, u_i) = 0 \quad (\text{instrumental exogeneity})$$

$$\text{Cov}(Z_i, X_i) \neq 0 \quad (\text{instrumental relevance})$$

- 工具外生性 (instrumental exogeneity) : 工具变量对于总体回归模型是外生的。
- 工具相关性 (instrumental relevance) : 工具变量对于解释  $X_i$  的变异时有很重要的作用。



# 对示例的进一步扩展

对于“真实模型”：

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \beta_2 abil_i + u_i$$

我们很可能构建出如下遗漏重要变量的“偏误模型”：

$$\log(wage_i) = \beta_0 + \beta_1 educ_i + v_i$$

因此，对于教育  $edu_i$  的工具变量  $Z_i$  而言：

- 工具变量  $Z_i$  必须与能力  $abil_i$  不相关，但又必须与教育  $edu_i$  相关。
- 选择方案1：家庭背景教育如母亲的教育  $MotherEdu_i$  就可能是工具变量备选方案之一。因为我们通常可以认为母亲教育水平与孩子教育是正相关的。
- 选择方案2：另一个工具变量的备选方案是家庭中兄弟姐妹的数量  $sibs$ 。因为我们通常可以认为家庭中兄弟姐妹数量会导致较低的平均教育水平（也即负相关）。

提问：哪一个方案更好呢？为什么？



# 学习成绩与逃课次数的例子

下面我们以学习成绩与逃课次数的例子进行分析讨论。



# 模型设定

假设“真实模型”是：

$$score_i = \alpha_1 + \alpha_2 skipped_i + \alpha_3 abil_i + \alpha_4 mot_i + \alpha_5 income_i + u_i$$

一个遗漏了重要变量的“偏误模型”是：

$$score_i = \beta_1 + \beta_2 skipped_i + v_i$$

- 学习成绩受到逃课次数的影响，但是我们也很担心以上模型中  $skipped_i$  与  $v_i$  中的某些因素相关，例如越有能力  $abil_i$ 、越积极  $mot_i$  的学生，逃课也越少。
- 因为自变量  $skipped_i$  可能与随机干扰项  $v_i$  相关。此时，对于以上简单的回归，可能得不出可靠的估计。



# 模型设定

$$score_i = \beta_1 + \beta_2 skipped_i + v_i$$

逃课次数  $skipped_i$  的工具变量  $Z_i$  有哪些可供备选的呢？

- 宿舍跟上课地点的距离  $distance$ 。我们一般认为，它与逃课次数相关  $skipped_i$ ，但是它与  $v_i$  中的某些因素也会相关么？
- 如果收入水平  $income$  确实影响了学习成绩，但是模型却没有引入收入水平  $income$  变量，也就意味着  $v_i$  中包含了遗漏的重要变量——收入水平  $income$ 。此时，距离  $distance$  就会与收入水平  $income$  相关，进而与  $v_i$  相关。——因为收入少的学生，更倾向于在外租房（合租）；收入多的学生，更倾向于住校。

## 11.2 内生变量法下的估计问题



# 工具变量法下系数的估计过程

把上述“偏误模型”记为：

$$\begin{aligned}score_i &= \beta_1 + \beta_2 skipped_i + u_i \\Y_i &= \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i\end{aligned}$$

假设我们找到了理想的工具变量  $Z_i$ ，并构建如下的工具变量模型：

$$\begin{aligned}Y_i &= \alpha_1 + \alpha_2 Z_i + v_i \\cov(Z_i, Y_i) &= \alpha_2 cov(Z_i, X_i) + cov(Z_i, u_i) \quad \leftarrow [cov(Z_i, u_i) = 0] \\\alpha_2|_{IV}^{plim} &= \frac{cov(Z_i, Y_i)}{cov(Z_i, X_i)} = \frac{\sum z_i y_i}{\sum z_i x_i} \quad \leftarrow [if \quad X_i = Z_i] \\&= \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \beta_2\end{aligned}$$

这将意味着工具变量法IV会得到最小二乘法OLS下的估计结果。



# 工具变量法下系数的真实方差

对于“偏误模型”和工具变量模型：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad (\text{PRM})$$

$$Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 Z_i + v_i \quad (\text{IV})$$

如果如下三个条件成立：

$$\text{Cov}(Z_i, u_i) = 0$$

$$\text{Cov}(Z_i, X_i) \neq 0$$

$$E(v_i^2 | Z_i) \equiv \sigma^2 \equiv \text{var}(u_i)$$

可证明斜率系数  $\alpha_2$  的渐近方差：

$$\text{var}(\alpha_2) \simeq \frac{\sigma^2}{n \sigma_{X_i}^2 \rho_{(X_i, Z_i)}^2}$$

其中：

- $\sigma^2$  是  $v_i$  的总体方差，也即  $\text{var}(v_i) \equiv \sigma^2$ 。
- $\sigma_{X_i}^2$  是  $X_i$  的总体方差，也即  $\text{var}(X_i) \equiv \sigma_{X_i}^2$ 。
- $\rho_{(X_i, Z_i)}^2$  是  $X_i$  和  $Z_i$  的总体相关系数的平方，也即  $\rho_{(X_i, Z_i)}^2 \equiv \frac{[\text{cov}(X_i, Z_i)]^2}{\text{var}(X_i)\text{var}(Z_i)}$ ；



# 工具变量法下系数的样本方差

对于给定的样本数据，我们可以计算出

$$var(\alpha_2) \simeq \frac{\sigma^2}{n\sigma_{X_i}^2\rho_{(X_i,Z_i)}^2} \simeq \frac{\hat{\sigma}^2}{nS_{X_i}^2R_{(X_i,Z_i)}^2}$$

其中：

- $\sigma_{X_i}^2 \simeq S_{X_i}^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ 。
- $\rho_{(X_i,Z_i)}^2 \simeq R^2$ , 其中  $R^2$  为通过做  $X_i$  对  $Z_i$  的回归来获得的判定系数。

$$X_i = \hat{\pi}_1 + \hat{\pi}_2 Z_i + \epsilon_i$$

- $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$ , 是来自对工具变量回归的残差计算。

$$Y_i = \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 Z_i + e_i$$



# 已婚女性的教育回报案例

下面我们将对已婚女性的教育回报案例进行分析讨论。



# 变量说明

研究者关注428名已婚女性时均工资  $wage$  与其受教育年数  $educ$  之间的关系，并考虑如下变量：

## 变量说明

vars	mark
wage	时均工资
educ	受教育年数
exper	就业次数
fatheduc	父亲的受教育年数
motheduc	母亲的受教育年数
inlf	是否是劳动力
hours	工作时长

Showing 1 to 7 of 22 entries

Previous

1

2

3

4

Next



# 原始数据

已婚女性的教育回报数据n=(428)

wage	educ	fatheduc
3.3540	12	7
1.3889	12	7
4.5455	12	7
1.0965	12	7
4.5918	14	14
4.7421	12	7
8.3333	16	7
7.8431	12	3

Showing 1 to 8 of 428 entries

Previous

1

2

3

4

5

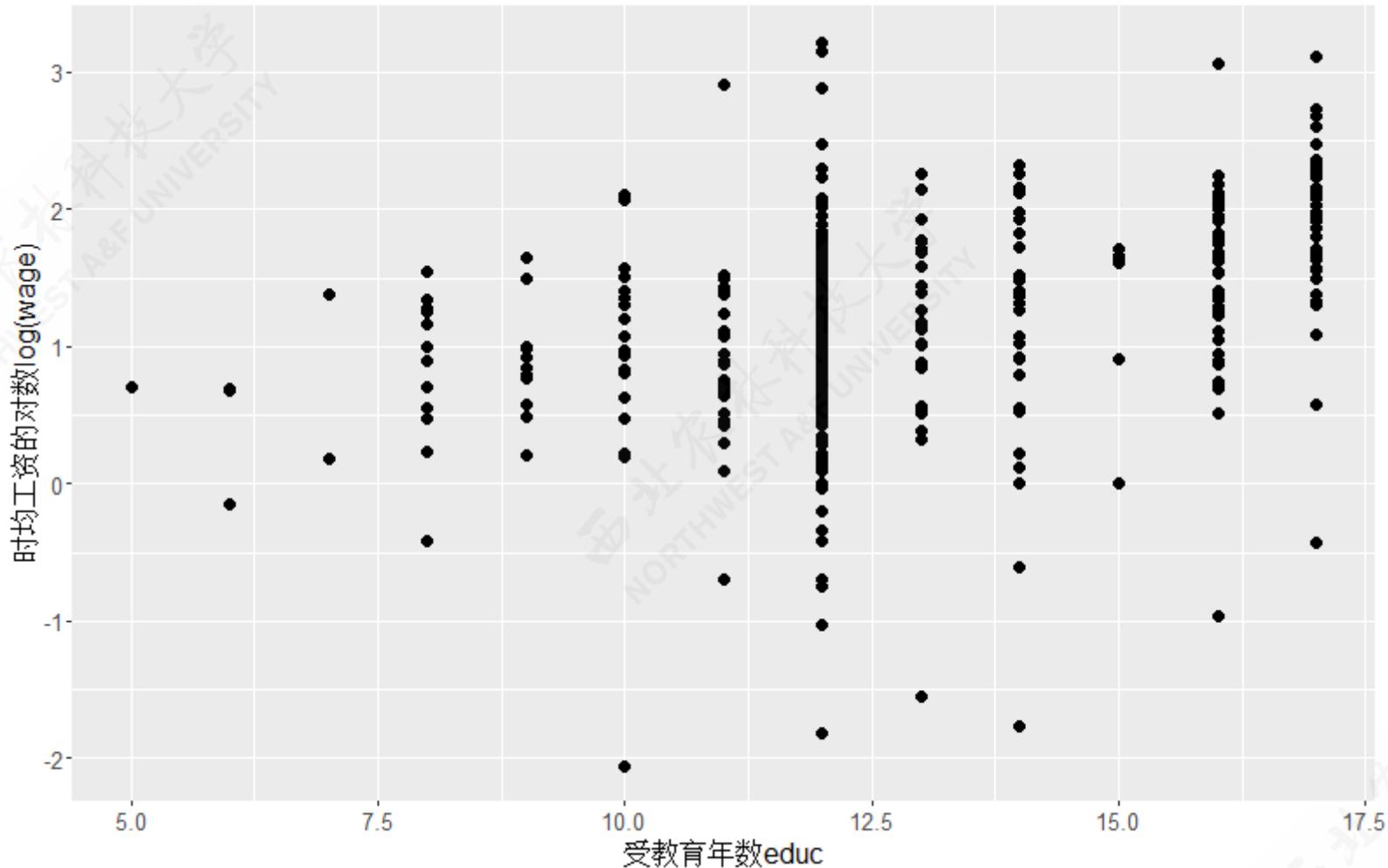
...

54

Next



# 散点图1

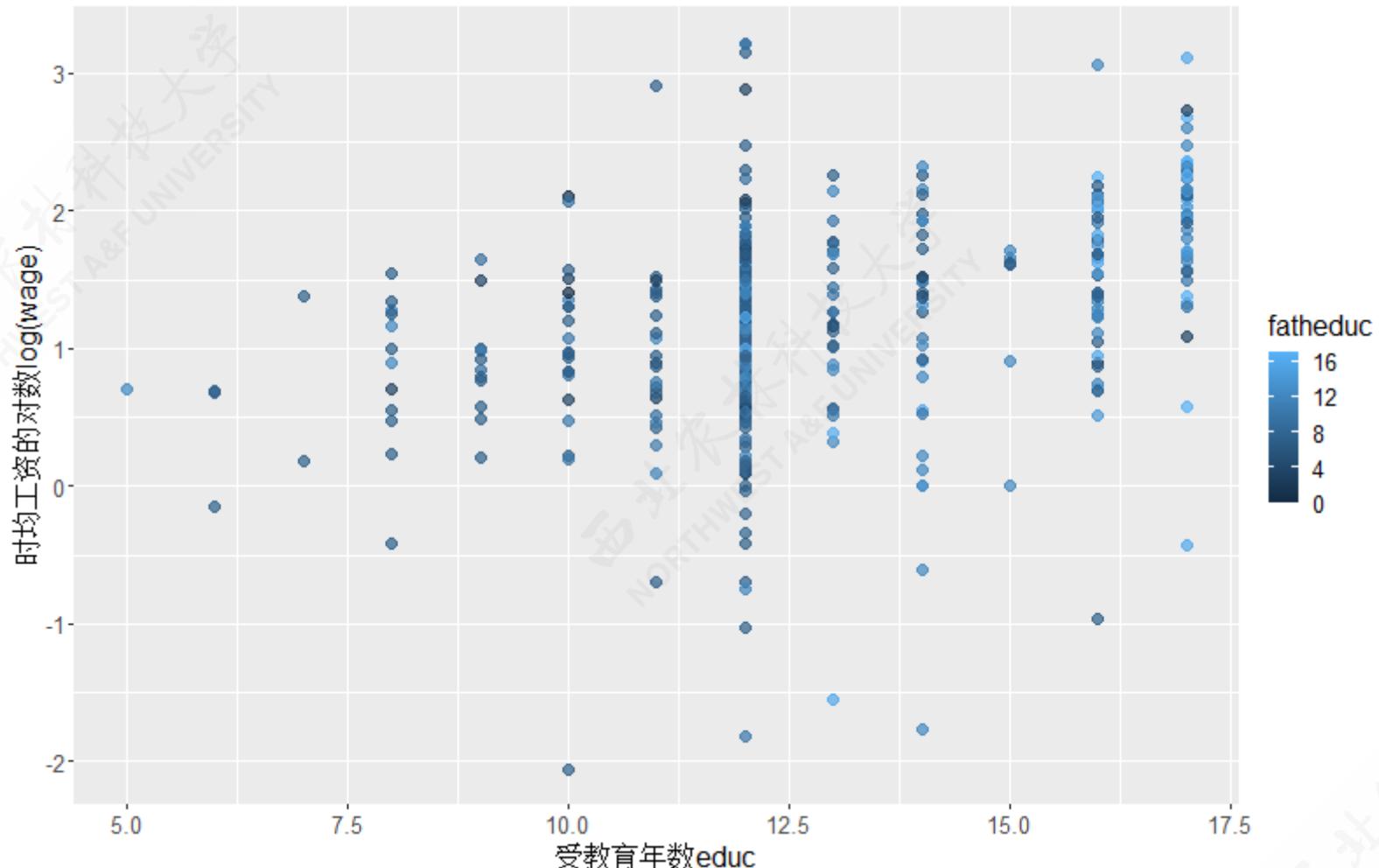


受教育年数与时均工资的散点图

11.2 内生变量法下的估计问题



## 散点图2



考虑父亲受教育年数的散点图



# OLS 回归

如果直接构建如下的“偏误模型”，并坚持采用OLS估计：

$$\log(wage) = + \beta_1 + \beta_2 educ + u_i$$

$$\begin{aligned}\widehat{\log(wage)} &= -0.19 & +0.11educ \\(t) & & (-0.9998) & (7.5451) \\(se) & & (0.1852) & (0.0144) \\(\text{fitness}) & & R^2 = 0.1179; \bar{R}^2 = 0.1158 \\& & F^* = 56.93; p = 0.0000\end{aligned}$$



# 工具变量法回归(IV):手工分步计算

采用工具变量法的第一阶段回归:

$$educ = + \beta_1 + \beta_2 fatheduc + u_i$$

$$\begin{aligned}\widehat{educ} &= + 10.24 & + 0.27 fatheduc \\(t) & (37.0993) & (9.4255) \\(se) & (0.2759) & (0.0286)\end{aligned}$$

$$(fitness) R^2 = 0.1726; \bar{R}^2 = 0.1706$$

$$F^* = 88.84; p = 0.0000$$

采用工具变量法的第二阶段回归:

$$\begin{aligned}\log(\widehat{wage}) &= + 0.44 & + 0.06 educ.hat \\(t) & (0.9443) & (1.6081) \\(se) & (0.4671) & (0.0368)\end{aligned}$$

$$(fitness) R^2 = 0.0060; \bar{R}^2 = 0.0037$$

$$F^* = 0.25, p = 0.1036$$



# 工具变量法回归(IV)：R软件自动计算

采用R包AER的工具变量回归函数ivreg()，可以得到如下回归结果：

```
Call:  
ivreg(formula = log(wage) ~ educ | fath  
  
Residuals:  
    Min      1Q  Median      3Q     Max  
-3.0870 -0.3393  0.0525  0.4042  2.0677  
  
Coefficients:  
            Estimate Std. Error t value  
(Intercept) 0.44110   0.44610   0.989  
educ        0.05917   0.03514   1.684  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01  
  
Residual standard error: 0.6894 on 426  
Multiple R-Squared: 0.09344, Adjuste  
Wald test: 2.835 on 1 and 426 DF, p-va
```

## 工具变量回归模型：

$$\log(wage) = \lambda_1 + \lambda_2 \text{educ} | fath \text{educ} + \epsilon_i$$

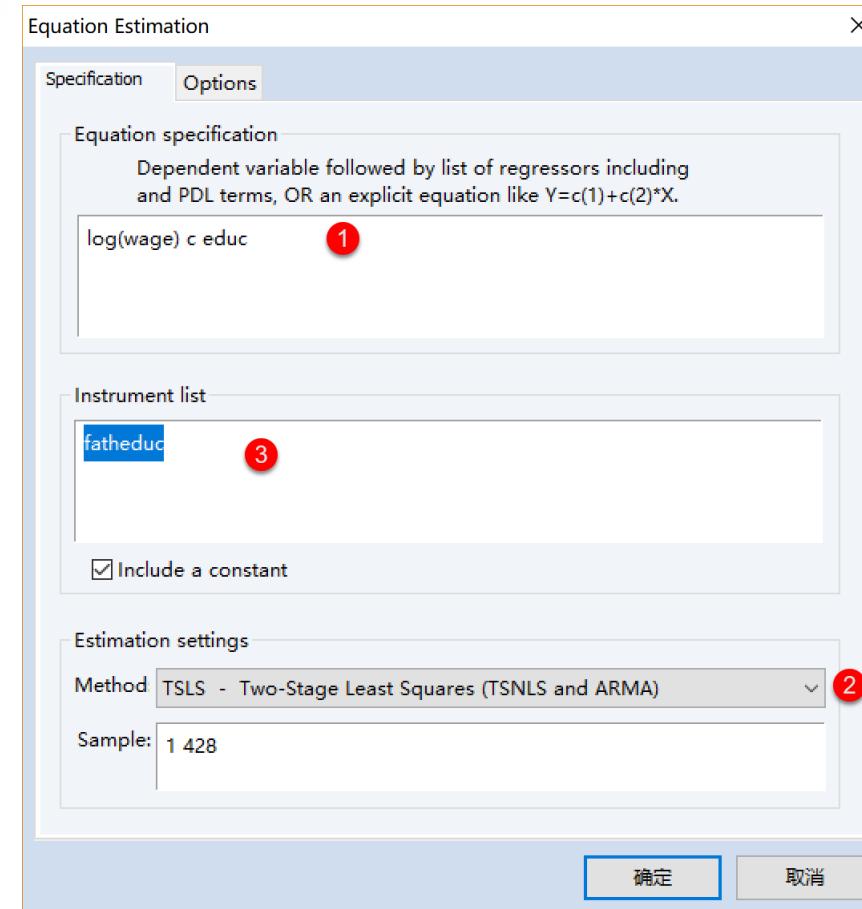
## 提问：

- 手工分步计算与软件自动计算有哪些不同？
- 判定系数和系数标准误差为什么会不同？



# 工具变量法回归(IV)：EViews软件自动计算

EViews软件下工具变量法的实现：





工具变量法回归(IV): EViews软件自动计算

## EViews软件下工具变量法的结果：

Equation: EQ_IV Workfile: MROZ::wage\		View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
<b>Dependent Variable:</b> LOG(WAGE)											
<b>Method:</b> Two-Stage Least Squares											
Date: 10/10/2014 Time: 14:28											
Sample: 1-428 Included observations: 428											
Instrument specification: FATHEREDUC Constant added to instrument list											
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.							
C	0.441103	0.446102	0.988795	0.3233							
EDUC	0.059173	0.035142	1.683850	0.0929							
R-squared	0.093438	Mean dependent var		1.190173							
Adjusted R-squared	0.091310	S.D. dependent var		0.723198							
S.E. of regression	0.689390	Sum squared resid		202.4601							
F-statistic	2.835351	Durbin-Watson stat		1.968194							
Prob(F-statistic)	0.092943	Second-Stage SSR		221.9799							
J-statistic	1.51E-41	Instrument rank		2							

## 11.3 多元回归模型的IV估计



# 新的符号表达体系

对于多元回归模型，我们可以记为：

$$\log(wage) = \beta_1 + \beta_2 educ + \lambda_1 exper + u_i$$

$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + u_i$$

$$E(u_i) = 0; \quad cov(Y_{2i}, u_i) \neq 0;$$

$$cov(Z_{1i}, u_i) = 0; \quad cov(Y_{2i}, Z_{1i}) = 0$$

- **内生变量** (endogenous variable)：用符号  $Y_i$  表达。例如，因变量（工资水平）  $Y_{1i}$  显然是内生变量；而其中的一个自变量（教育年数）  $Y_{2i}$  我们在这里认为也是内生的——也即允许它跟随机干扰项  $u_i$  相关。
- **外生变量** (exogenous variable)：用符号  $Z_i$  表达。例如另一个自变量（工作经历）  $Z_{1i}$  则认为它是外生的——也即它跟随机干扰项  $u_i$  不相关。



# 约简方程

$$\log(wage) = \beta_1 + \beta_2 educ + \lambda_1 exper + u_i$$
$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + u_i$$

如果给内生变量  $Y_{2i}$  找到一个理想工具变量  $Z_{2i}$ , 则可构建如下约简方程:

$$Y_{2i} = \pi_0 + \pi_1 Z_{1i} + \pi_2 Z_{2i} + v_i$$
$$E(v_i) = 0; \quad cov(Y_{2i}, Z_{1i}) = 0;$$
$$cov(Z_{1i}, v_i) = 0; \quad cov(Z_{2i}, v_i) = 0$$

- 约简方程 (reductive equation) : 是指一个内生变量对全部外生变量的回归方程。
- 因为  $Z_{1i}; Z_{2i}$  为外生变量都为外生变量, 所以满足CLRM假设, 上述偏相关分析模型可以直接使用OLS方法而得到BLUE。偏相关分析模型可以用于检验  $Y_{2i}$  与  $Z_{2i}$  是否相关, 也即检验:  $H_0: \pi_2 = 0$ ;  $H_1: \pi_2 \neq 0$ 。具体可以采用通常的t检验方法。

提问1: 我们能不能检验  $Z_{2i}$  与  $u_i$  相关? 能不能检验  $Z_{1i}$  与  $u_i$  相关?

提问2: 还能不能构造别的简约方程?



# 两阶段最小二乘法 (2SLS)

$$\log(wage) = \beta_1 + \beta_2 educ + \lambda_1 exper + u_i$$
$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + u_i$$

第一阶段OLS回归：对约简方程进行回归。

$$Y_{2i} = \pi_0 + \pi_1 Z_{1i} + \pi_2 Z_{2i} + v_i \quad \leftarrow [\pi_2 \neq 0]$$
$$\hat{Y}_{2i} = \pi_0 + \pi_1 Z_{1i} + \pi_2 Z_{2i}$$

第二阶段OLS回归：基于估计值进行回归。

$$Y_{1i} = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{1i} + \beta_2 \hat{Y}_{2i} + \epsilon_i$$



# 已婚女性的教育回报案例

我们继续对已婚女性的教育回报案例进行分析讨论。



# 原始数据

已婚女性的教育回报数据n=(428)

wage	educ	exper	fatheduc	motheduc
3.3540	12	14	7	12
1.3889	12	5	7	7
4.5455	12	15	7	12
1.0965	12	6	7	7
4.5918	14	7	14	12
4.7421	12	33	7	14
8.3333	16	11	7	14
7.8431	12	35	3	3

Showing 1 to 8 of 428 entries

Previous

Next



# 偏误OLS回归：精炼报告

如果认为工作经历  $exper$  是外生变量变量；且认为已婚女性的受教育年数  $educ$  为内生变量。直接构建如下的“偏误模型”，并坚持采用OLS方法，估计结果为：

$$\log(wage) = + \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 exper + \beta_4 I(exper^2) + u_i$$

$$\widehat{\log(wage)} = -0.52 + 0.11 educ + 0.04 exper - 0.00 I(exper^2)$$

(t) (-2.6282) (7.5983) (3.1549) (-2.0628)

(se) (0.1986) (0.0141) (0.0132) (0.0004)

(fitness)  $R^2 = 0.1568; \bar{R}^2 = 0.1509$

$F^* = 26.29; p = 0.0000$



# 偏误 OLS 回归：EViews 报告

下面给出EViews软件分析报告：

Equation: EQ_OLS Workfile: MROZ::wage2\				
View	Proc	Object	Print	Name
				Freeze
				Estimate
				Forecast
				Stats
				Resids
Dependent Variable: LOG(WAGE)				
Method: Least Squares				
Date:		Time:		
Sample: 1 428				
Included observations: 428				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.522041	0.198632	-2.628179	0.0089
EDUC	0.107490	0.014146	7.598332	0.0000
EXPER	0.041567	0.013175	3.154906	0.0017
EXPER^2	-0.000811	0.000393	-2.062834	0.0397
R-squared	0.156820	Mean dependent var	1.190173	
Adjusted R-squared	0.150854	S.D. dependent var	0.723198	
S.E. of regression	0.666420	Akaike info criterion	2.035509	
Sum squared resid	188.3051	Schwarz criterion	2.073445	
Log likelihood	-431.5990	Hannan-Quinn criter.	2.050492	
F-statistic	26.28615	Durbin-Watson stat	1.960988	
Prob(F-statistic)	0.000000			



## 两阶段回归法(2SLS):第一阶段

假设父亲受教育年数  $fatheduc$  和母亲受教育年数  $mothed educ$  都是已婚女性受教育年数  $educ$  的理想工具变量。

采用工具变量法的对如下约简方程：

$$educ = \pi_1 + \pi_2 exper + \pi_3 exper^2 + \pi_4 fatheduc + \pi_5 motheduc + v_i$$

对以上约简方程进行第一阶段OLS回归，估计结果为：

$$\widehat{educ} = +9.10 + 0.05exper - 0.00I(exper^2) + 0.19fatheduc + 0.16motheduc$$

(t) (21.3396) (1.1236) (-0.8386) (5.6152) (4.3906)

(se) (0.4266) (0.0403) (0.0012) (0.0338) (0.0359)

(fitness)  $R^2 = 0.2115$ ;  $\bar{R}^2 = 0.2040$

$F^* = 28.36$ ;  $p = 0.0000$



## 两阶段回归法(2SLS):第二阶段

利用前述第一阶段回归得到的  $\widehat{educ}$  以及原来的外生变量  $exper$ , 我们可以构建如下的第二阶段回归模型:

$$\log(wage) = \alpha_1 + \alpha_2 exper_i + \alpha_3 exper_i^2 + \beta_1 \widehat{educ}_i + \epsilon_i$$

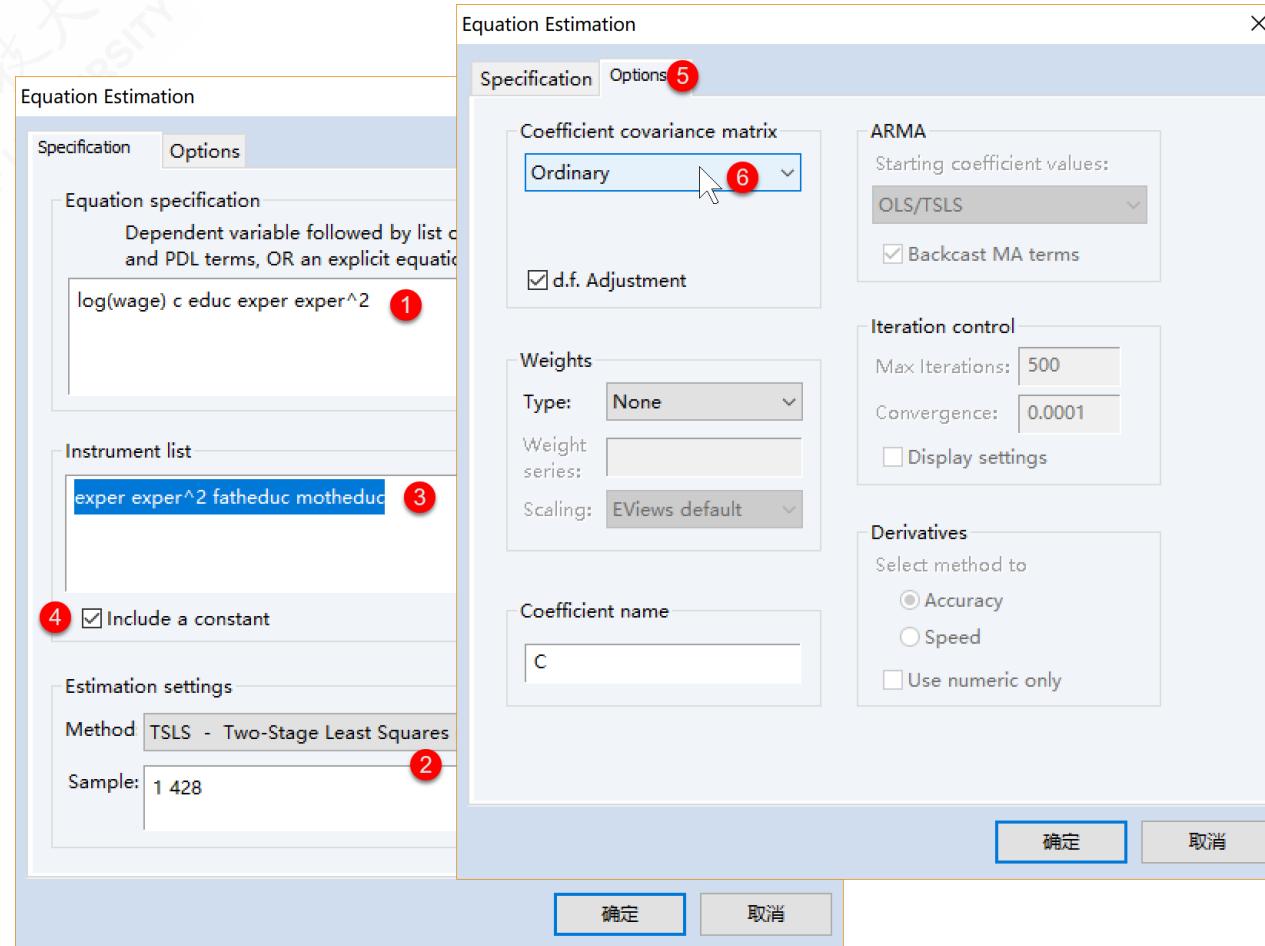
采用OLS方法对以上模型进行估计, 得到如下结果:

$\widehat{\log(wage)}$	=	+ 0.05	+ 0.06 $educ.hat$	+ 0.04 $exper$	- 0.001 $I(exper^2)$
(t)		(0.1146)	(1.8626)	(3.1361)	(-2.1344)
(se)		(0.4198)	(0.0330)	(0.0141)	(0.0004)
(fitness)		$R^2 = 0.0498$	$\bar{R}^2 = 0.0431$		
		$F^* = 7.40$	$p = 0.0001$		



# 两阶段最小二乘法（2SLS,不调整方差）：EViews实现

EViews软件的具体设置为：





# 两阶段最小二乘法（2SLS,不调整方差）：EViews结果

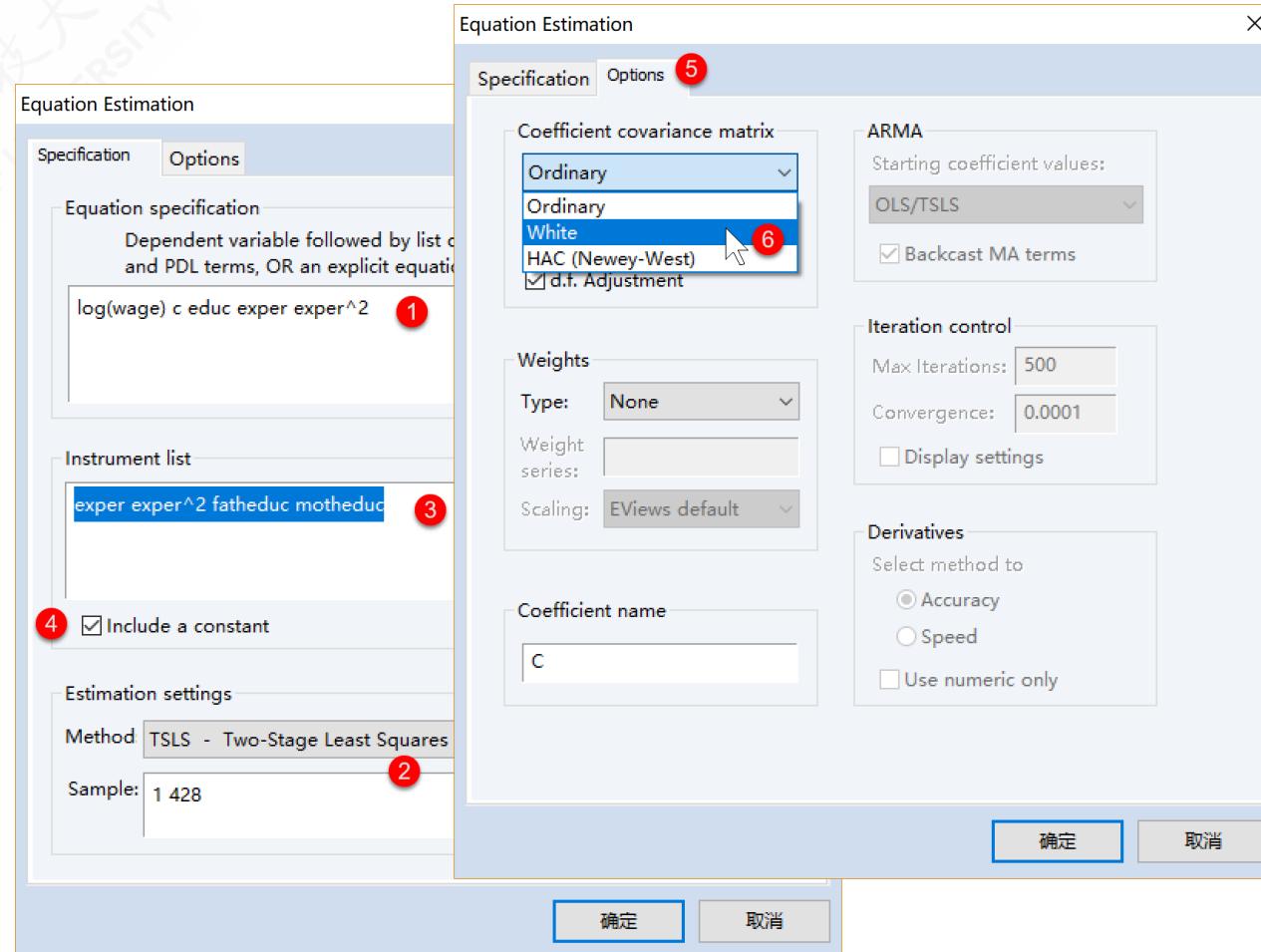
EViews软件的分析结果：

Equation: EQ_2SLS Workfile: MROZ::wage2\				
View	Proc	Object	Print	Name
				Freeze
				Estimate
				Forecast
				Stats
				Resids
Dependent Variable: LOG(WAGE)				
Method: Two-Stage Least Squares				
Date:		Time:		
Sample:	1 428			
Included observations:	428			
Instrument specification:	EXPER EXPER^2 FATHEDUC MOTHEDUC			
Constant added to instrument list				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.048100	0.400328	0.120152	0.9044
EDUC	0.061397	0.031437	1.953024	0.0515
EXPER	0.044170	0.013432	3.288329	0.0011
EXPER^2	-0.000899	0.000402	-2.237993	0.0257
R-squared	0.135708	Mean dependent var	1.190173	
Adjusted R-squared	0.129593	S.D. dependent var	0.723198	
S.E. of regression	0.674712	Sum squared resid	193.0200	
F-statistic	8.140709	Durbin-Watson stat	1.945659	
Prob(F-statistic)	0.000028	Second-Stage SSR	212.2096	
J-statistic	0.374538	Instrument rank	5	
Prob(J-statistic)	0.540541			



# 两阶段最小二乘法(2SLS,怀特矫正)：EViews实现

EViews软件设置：





# 两阶段最小二乘法(2SLS,怀特矫正)：EViews结果

EViews软件分析结果：

Equation: EQ_2SLS_ADJ Workfile: MROZ::wage2\				
View	Proc	Object	Print	Name
				Freeze Estimate Forecast Stats Resids
Dependent Variable:	LOG(WAGE)			
Method:	Two-Stage Least Squares			
Date:		Time:		
Sample:	1 428			
Included observations:	428			
White heteroskedasticity-consistent standard errors & covariance				
Instrument specification:	EXPER EXPER^2 FATHEDUC MOTHEDUC			
Constant added to instrument list				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.048100	0.429798	0.111914	0.9109
EDUC	0.061397	0.033339	1.841609	0.0662
EXPER	0.044170	0.015546	2.841202	0.0047
EXPER^2	-0.000899	0.000430	-2.090220	0.0372
R-squared	0.135708	Mean dependent var	1.190173	
Adjusted R-squared	0.129593	S.D. dependent var	0.723198	
S.E. of regression	0.674712	Sum squared resid	193.0200	
F-statistic	8.140709	Durbin-Watson stat	1.945659	
Prob(F-statistic)	0.000028	Second-Stage SSR	212.2096	
J-statistic	0.374538	Instrument rank	5	
Prob(J-statistic)	0.540541			

## 11.4 工具变量法的一些讨论



# 工具变量法回归中的判定系数

1. 与OLS中的情况不同，由于IV的SSR实际上可能大于SST。所以IV估计中的 $R^2$ 可能为负。尽管报告IV估计的 $R^2$ 也不会有什么害处，但也不是很有用。
2. 当自变量 $X_i$ 与随机干扰项 $v_i$ 相关时，因变量 $Y_i$ 的方差分解成 $\lambda_2^2 var(X_i) + var(v_i)$ ，因此判定系数 $R^2$ 没有合理的解释。进一步地，工具变量回归下 $R^2$ 也不能用于联合约束的F检验。
3. 如果目标是为了得到最大的 $R^2$ ，我们将总是使用OLS。如果采用工具变量法(IV)，拟合优度 $R^2$ 已经不是其考虑的方面了。
4. 两阶段最小二乘法(2SLS)是GLS方法的一种，它是需要利用额外的信息(工具变量)。很多时候2SLS还需要考虑对系数方差矩阵的矫正——怀特矫正(White方法)或HAC矫正(Neway-West方法)。



# 低劣工具变量条件下IV的性质

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$
$$Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 Z_i + v_i$$

最小二乘法 (OLS) 估计下：

$$\hat{\beta}_2|_{OLS}^{plim} = \beta_2 + \text{corr}(u_i, X_i) \cdot \frac{\sigma_{u_i}}{\sigma_{X_i}}$$

工具变量法 (IV) 估计下：

$$\hat{\alpha}_2|_{IV}^{plim} = \alpha_2 + \frac{\text{corr}(Z_i, v_i)}{\text{corr}(Z_i, X_i)} \cdot \frac{\sigma_{v_i}}{\sigma_{X_i}}$$

- 如果  $\text{corr}(Z_i, X_i) = 0.2$ , 要使得IV比OLS具有更小的渐近偏误,  $\text{corr}(Z_i, v_i)$  必须小于  $\text{corr}(X_i, u_i)$  的  $1/5$ .

# 11.5 解释变量的内生性检验

( 豪斯曼检验 )



# 内生性检验的内容

工具变量 (instrument variable) 具备如下两个性质：

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Z_i, u_i) &= 0 && (\text{instrumental exogeneity}) \\ \text{Cov}(Z_i, X_i) &\neq 0 && (\text{instrumental relevance}) \end{aligned}$$

我们先来检验第二个条件：一个变量  $X_i$  是否真的是内生性的？

因为  $u_i$  不能直接观测得到，所以第一个条件的检验往往不是很直接。



# 豪斯曼检验：偏误模型和2SLS

给定如下的“偏误回归模型”：

$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + u_i \quad (\text{structure eq.})$$

- 仅有1个疑似内生变量  $Y_{2i}$ ; 2个外生变量  $Z_{1i}; Z_{2i}$ 。
- 假定已经找到了变量  $Y_{2i}$  的两个理想工具变量  $Z_{3i}; Z_{4i}$ 。

我们可以利用两阶段最小二乘法（2SLS）方法进行估计：

$$Y_{2i} = \pi_0 + \pi_1 Z_{1i} + \pi_2 Z_{2i} + \pi_3 Z_{3i} + \pi_4 Z_{4i} + v_i \quad (1\text{st eq. / reduce eq.})$$

$$Y_{1i} = \alpha_1 + \alpha_2 \hat{Y}_{2i} + \gamma_1 Z_{1i} + \gamma_2 Z_{2i} + \epsilon_i \quad (2\text{st eq.})$$



# 豪斯曼检验：基本思想

豪斯曼检验（Hausman Test）的基本思想是：

- 如果疑似内生变量  $Y_{2i}$  与随机干扰项  $u_i$  不相关。那么以上模型符合**CLRM**假设，就可以直接使用**OLS**估计。而且使用**OLS**估计和使用**2SLS**估计结果应该是一致的（why?）。
- 如果疑似内生变量  $Y_{2i}$  与随机干扰项  $u_i$  相关。那么使用**OLS**估计和使用**2SLS**估计结果应该是有差异的（why?）。
- 如果有差异，将表明  $Y_{2i}$  必定是内生的（其中  $Z_{ki}$  ( $k \in 1, 2, 3, 4$ ) 仍旧保持外生的）。而且，理论上可以证明  $Z_{ki}$  ( $k \in 1, 2, 3, 4$ ) 与  $u_i$  不相关的充要条件是  $v_i$  与  $u_i$  不相关，也即：

| 若  $cov(u_i, v_i) = 0$ , 则  $cov(Z_{ki}, u_i) = 0$  ( $k \in 1, 2, 3, 4$ )。



# 豪斯曼检验：分析模型

为了证实上述观点，豪斯曼（Hausman）提出构建如下的回归模型，并检验  
 $H_0 : \delta = 0; H_1 : \delta \neq 0$ 。

$$u_i = \delta v_i + \varepsilon_i \quad \leftarrow [cov(v_i, \varepsilon_i) = 0; E(\varepsilon_i) = 0]$$

$$\begin{aligned} Y_{1i} &= \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + \delta v_i + \epsilon_i \\ &\leftarrow [v_i = Y_{2i} - \pi_0 - \pi_1 Z_{1i} - \pi_2 Z_{2i} + \pi_3 Z_{3i} - \pi_4 Z_{4i} = Y_{2i} - E(Y_{2i})] \end{aligned}$$

因为  $v_i$  不能观测得到，实际上使用的是约简方程的残差  $\hat{v}_i$ ，最终估计如下的豪斯曼检验方程：

$$\begin{aligned} Y_{1i} &= \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + \delta \hat{v}_i + \varepsilon_i \\ &\leftarrow \left[ \hat{v}_i = Y_{2i} - \hat{\pi}_0 - \hat{\pi}_1 Z_{1i} - \hat{\pi}_2 Z_{2i} + \hat{\pi}_3 Z_{3i} - \hat{\pi}_4 Z_{4i} = Y_{2i} - \hat{Y}_{2i} \right] \end{aligned}$$



# 豪斯曼检验：操作过程

步骤1：明确外生变量 ( $Z_{1i}, Z_{2i}$ )；疑似内生变量 ( $Y_{2i}$ ) 及其工具变量 ( $Z_{3i}; Z_{4i}$ )：

$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + u_i \quad (\text{structure eq.})$$

$$Y_{2i} = \pi_0 + \pi_1 Z_{1i} + \pi_2 Z_{2i} + \pi_3 Z_{3i} + \pi_4 Z_{4i} + v_i \quad (\text{1st eq. / reduce eq.})$$

$$Y_{1i} = \alpha_1 + \alpha_2 \hat{Y}_{2i} + \gamma_1 Z_{1i} + \gamma_2 Z_{2i} + \epsilon_i \quad (\text{2st eq.})$$

步骤2：采用OLS方法估计约简方程并得到残差  $\hat{v}_i$ ：

$$\hat{v}_i = Y_{2i} - \hat{\pi}_0 - \hat{\pi}_1 Z_{1i} - \hat{\pi}_2 Z_{2i} + \hat{\pi}_3 Z_{3i} - \hat{\pi}_4 Z_{4i} = Y_{2i} - \hat{Y}_{2i}$$



# 豪斯曼检验：操作过程

步骤3：采用OLS方法估计豪斯曼检验方程：

$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + \delta \hat{v}_i + \varepsilon_i$$

步骤4：做出判断并得到内生性检验的结论：

给出检验假设： $H_0 : \delta = 0$ ;  $H_1 : \delta \neq 0$ 。在给定置信水平  $\alpha$ ，对豪斯曼检验方程中的  $\delta$  进行 t 检验（需要进行异方差矫正）：

- 如果 t 检验显著，则拒绝原假设  $H_0$ ，表明  $Y_{2i}$  是内生的。
- 如果 t 检验结果不显著，则不能拒绝原假设  $H_0$ ，表明  $Y_{2i}$  是外生的。



# 已婚女性的教育回报案例

我们继续对已婚女性的教育回报案例进行分析讨论。



## 案例：明确变量和模型

如果认为工作经历  $exper$  是明确外生变量。认为已婚女性的受教育年数  $educ$  为疑似内生变量，如果找到它的2个工具变量分别为母亲受教育年数  $motheduc$  和父亲受教育年数  $fatheduc$ :

$$\log(wage_i) = \beta_1 + \beta_2 educ_i + \lambda_1 exper_i + \lambda_2 exper_i^2 + u_i \quad (\text{structure eq.})$$

$$educ_i = \pi_0 + \pi_1 exper_i + \pi_2 exper_i^2 + \pi_3 motheduc_i + \pi_4 fatheduc_i + v_i \quad (1\text{st eq. / reduce eq.})$$

$$\log(wage_i) = \alpha_1 + \alpha_2 \widehat{educ}_i + \gamma_1 exper_i + \gamma_2 exper_i^2 + \epsilon_i \quad (2\text{st eq.})$$



# 案例：估计简约方程

采用OLS方法估计约简方程并得到残差  $\hat{v}_i$ :

$$\hat{v}_i = Y_{2i} - \hat{\pi}_0 - \hat{\pi}_1 Z_{1i} - \hat{\pi}_2 Z_{2i} + \hat{\pi}_3 Z_{3i} - \hat{\pi}_4 Z_{4i} = Y_{2i} - \hat{Y}_{2i}$$

对以上约简方程进行OLS回归，估计结果为：

$$\begin{array}{l} \widehat{educ} = +9.10 + 0.05exper - 0.00I(exper^2) + 0.19fatheduc + 0.16motheduc \\ (t) \quad (21.3396) \quad (1.1236) \quad (-0.8386) \quad (5.6152) \quad (4.3906) \\ (se) \quad (0.4266) \quad (0.0403) \quad (0.0012) \quad (0.0338) \quad (0.0359) \end{array}$$

$$(fitness) R^2 = 0.2115; \bar{R}^2 = 0.2040$$

$$F^* = 28.36; p = 0.0000$$



# 案例：估计简约方程的残差数据

已婚女性的教育回报数据n=(428)

wage	educ	fatheduc	motheduc	exper	educ.hat	vi.hat
3.3540	12	7	12	14	12.7560	-0.7560
1.3889	12	7	7	5	11.7336	0.2664
4.5455	12	7	12	15	12.7720	-0.7720
1.0965	12	7	7	6	11.7677	0.2323
4.5918	14	14	12	7	13.9146	0.0854
4.7421	12	7	14	33	13.0294	-1.0294
8.3333	16	7	14	11	13.0112	2.9888
7.8431	12	3	3	35	10.4908	1.5092

Showing 1 to 8 of 428 entries

Previous

1

2

3

4

5

...

54

Next



## 案例：估计豪斯曼检验方程

为了检验  $educ_i$  是否为内生变量，构建如下豪斯曼检验模型：

$$\log(wage_i) = \beta_1 + \beta_2 educ_i + \lambda_1 exper_i + \lambda_2 exper_i^2 + \delta \hat{v}_i + \varepsilon_i$$

对以上豪斯曼检验方程进行OLS回归，估计结果为：

$\widehat{\log(wage)}$	$= + 0.05$	$+ 0.06 educ$	$+ 0.04 exper$	$- 0.00 I(exper^2)$	$+ 0.06 vi.hat$
(t)	(0.1219)	(1.9815)	(3.3363)	(-2.2706)	(1.6711)
(se)	(0.3946)	(0.0310)	(0.0132)	(0.0004)	(0.0348)
(fitness)	$R^2 = 0.1624$	$\bar{R}^2 = 0.1544$			
	$F^* = 20.50$	$p = 0.0000$			



# 案例：得出豪斯曼检验结论

可以看到  $\hat{v}_i$  (也即 `vi.hat`) 前的系数  $\delta$  对应的 t 样本统计量值为 1.6711。

- 若给定置信水平  $\alpha = 0.05$ , 查 t 表可知  $t_{1-\alpha/2}(n - k) = t_{0.975}(428 - 5) = 1.9656$ 。因此  $t^* < t_{1-\alpha/2}(n - k)$ , 不能拒绝原假设  $H_0$ , 认为模型中的 `educ` 是外生的。
- 若给定置信水平  $\alpha = 0.1$ , 查 t 表可知  $t_{1-\alpha/2}(n - k) = t_{0.95}(428 - 5) = 1.6485$ 。因此  $t^* > t_{1-\alpha/2}(n - k)$ , 则拒绝原假设  $H_0$ , 接受备择假设  $H_1$ , 认为模型中的 `educ` 是内生的。
- 你如何看待以上的结论?



# 案例：豪斯曼检验EViews操作

The screenshot shows the EViews interface with three main windows:

- Workfile: MROZ - (d:\github\course-econometrics\eviews\mroz.wf1)**: Shows the project structure with nodes like c, educ, eq\_2sls, etc. A cursor is over the 'eq\_ols' node, with a red circle labeled 1.
- Equation: EQ\_2SLS\_OLS1 Workfile: MROZ::wage2\**: Displays the regression results for EDUC. The dependent variable is EDUC, method is Least Squares, and sample size is 428. The output table includes variables C, EXPER, EXPER^2, FATHEDUC, and MOTHEDUC. A red circle labeled 2 is near the title bar.
- Group: UNTITL...**: A temporary group window containing a table of residuals (VI\_HAT) and residuals (RESID) for observations 1 through 11. A red circle labeled 5 is near the title bar.

Red circles numbered 1 through 5 indicate specific points of interest in the software interface.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.102640	0.426561	21.33958	0.0000
EXPER	0.045225	0.040251	1.123593	0.2618
EXPER^2	-0.001009	0.001203	-0.838572	0.4022
FATHEDUC	0.189548	0.033756	5.615173	0.0000
MOTHEDUC	0.157597	0.035894	4.390609	0.0000

Observation	VI_HAT	RESID
1	-0.756017	-0.756017
2	0.266442	0.266442
3	-0.771979	-0.771979
4	0.232317	0.232317
5	0.085385	0.085385
6	-1.029376	-1.029376
7	2.988783	2.988783
8	1.509170	1.509170
9	-0.036832	-0.036832
10	-0.037383	-0.037383
11		



# 案例：豪斯曼检验EViews操作2

The screenshot illustrates the steps to perform a Hausman test in EViews:

- Equation Estimation Dialog:** The main dialog shows the equation specification: `log(wage) c educ exper exper^2 vi_hat`. A red circle labeled **1** points to the equation text.
- OK Button:** A red circle labeled **2** points to the "确定" (OK) button at the bottom of the dialog.
- Object Explorer:** On the left, the object explorer lists various equations and objects, with `eq_hausman_test` selected. A red circle labeled **3** points to this selection.
- Output Window:** The bottom window displays the results of the `EQ_HAUSMAN_TEST` estimation. It includes:
  - Dependent Variable: LOG(WAGE)
  - Method: Least Squares
  - Date: Time:
  - Sample: 1428
  - Included observations: 428
  - Variable Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.

C	0.048100	0.394575	0.121904	0.9030
EDUC	0.061397	0.030985	1.981499	0.0482
EXPER	0.044170	0.013239	3.336272	0.0009
EXPER^2	-0.000899	0.000396	-2.270623	0.0237
VI_HAT	0.058167	0.034807	1.671105	0.0954

  - R-squared: 0.162350
  - Adjusted R-squared: 0.154429
  - S.E. of regression: 0.665016
  - Sum squared resid: 187.0701
  - Log likelihood: -430.1908
  - F-statistic: 20.49611
  - Prob(F-statistic): 0.000000



# 案例：豪斯曼检验&Views结果

Equation: EQ_HAUSMAN_TEST Workfile: MROZ::wag...				
View	Proc	Object	Print	Name
Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: LOG(WAGE)				
Method: Least Squares				
Date: 1428	Time:			
Sample: 1 428				
Included observations: 428				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.048100	0.394575	0.121904	0.9030
EDUC	0.061397	0.030985	1.981499	0.0482
EXPER	0.044170	0.013239	3.336272	0.0009
EXPER^2	-0.000899	0.000396	-2.270623	0.0237
VI_HAT	0.058167	0.034807	1.671105	0.0954
R-squared	0.162350	Mean dependent var	1.190173	
Adjusted R-squared	0.154429	S.D. dependent var	0.723198	
S.E. of regression	0.665016	Akaike info criterion	2.033602	
Sum squared resid	187.0701	Schwarz criterion	2.081022	
Log likelihood	-430.1908	Hannan-Quinn criter.	2.052330	
F-statistic	20.49611	Durbin-Watson stat	1.931343	
Prob(F-statistic)	0.000000			

## 11.6 工具变量的外生性检验



# 外生性检验的内容

工具变量 (instrument variable) 具备如下两个性质：

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Z_i, u_i) &= 0 && (\text{instrumental exogeneity}) \\ \text{Cov}(Z_i, X_i) &\neq 0 && (\text{instrumental relevance}) \end{aligned}$$

我们现在来检验第一个条件：工具变量  $Z_i$  是否真的是外生性的？

- 因为  $u_i$  不能直接观测得到，所以第一个条件的检验往往不是很直接。
- 如果只有一个工具变量，第一个条件往往不能检验。（为什么？）



# 外生性检验：基本思路

考虑如下分析情形：有明确的外生变量（ $Z_{1i}, Z_{2i}$ ）；有疑似内生变量（ $Y_{2i}$ ）及其2个工具变量（ $Z_{3i}; Z_{4i}$ ）。考虑如下的一个偏误模型（结构模型）：

$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + u_i \quad (\text{structure eq.})$$

- 仅利用工具变量  $Z_{3i}$  时的**2SLS**分析为：

$$Y_{2i} = \acute{\pi}_0 + \acute{\pi}_1 Z_{1i} + \acute{\pi}_2 Z_{2i} + \acute{\pi}_3 Z_{3i} + \acute{v}_i \quad (1\text{st eq. / reduce eq.})$$

$$Y_{1i} = \acute{\alpha}_1 + \acute{\alpha}_2 \hat{Y}_{2i} + \acute{\gamma}_1 Z_{1i} + \acute{\gamma}_2 Z_{2i} + \acute{\epsilon}_i \quad (2\text{st eq.})$$

- 仅利用工具变量  $Z_{4i}$  时的**2SLS**分析为：

$$Y_{2i} = \grave{\pi}_0 + \grave{\pi}_1 Z_{1i} + \grave{\pi}_2 Z_{2i} + \grave{\pi}_4 Z_{4i} + \grave{v}_i \quad (1\text{st eq. / reduce eq.})$$

$$Y_{1i} = \grave{\alpha}_1 + \grave{\alpha}_2 \grave{Y}_{2i} + \grave{\gamma}_1 Z_{1i} + \grave{\gamma}_2 Z_{2i} + \grave{\epsilon}_i \quad (2\text{st eq.})$$



# 外生性检验：基本思路

- 如果：所有的  $Z_{ki}$  ( $k \in 1, 2, 3, 4$ ) 都是外生的；而且疑似内生变量 ( $Y_i$ ) 确实与变量  $Z_{3i}, Z_{4i}$  部分相关。
- 那么：两次2SLS估计得到的  $\hat{\alpha}_2$  和  $\check{\alpha}_2$  就都是真值  $\alpha_2$  的一致估计量。
- 因此：我们可以基于这两个估计量的差 ( $\hat{\alpha}_2 - \check{\alpha}_2$ ) 来检验  $Z_{3i}$  和  $Z_{4i}$  是否都是外生的。——但是我们很难区分是哪一个或全部两个都是外生的？
- 然而：假设我们选择工具变量 ( $Z_{3i}, Z_{4i}$ ) 的逻辑是相同的，如果一个不是外生的，那么另一个往往也不是外生的。



# 外生性检验：操作过程

步骤1：用两阶段法估计结构方程（使用2个工具变量），获得2SLS的残差  $\hat{u}_i$ ：

$$Y_{1i} = \beta_1 + \beta_2 Y_{2i} + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + u_i \quad (\text{structure eq.})$$

$$Y_{2i} = \pi_0 + \pi_1 Z_{1i} + \pi_2 Z_{2i} + \pi_3 Z_{3i} + \pi_4 Z_{4i} + v_i \quad (\text{1st eq. / reduce eq.})$$

$$Y_{1i} = \alpha_1 + \alpha_2 \hat{Y}_{2i} + \gamma_1 Z_{1i} + \gamma_2 Z_{2i} + \epsilon_i \quad (\text{2st eq.})$$

步骤2：构建外生性检验模型。将残差  $\hat{u}_i$  对所有外生变量进行回归，并获得判定系数  $R^2$ 。

$$\hat{u}_i = \lambda_0 + \lambda_1 Z_{1i} + \lambda_2 Z_{2i} + \lambda_3 Z_{3i} + \lambda_4 Z_{4i} + \varepsilon_i$$



# 外生性检验：操作过程

步骤3：构建卡方统计量，根据原假设（ $H_0$ ：全部工具变量都是外生的）/备择假设（ $H_1$ ：部分工具变量不是外生的），做出判断并得到假设检验结论。

$$\chi^{2*} = nR^2 \simeq \chi^2(q) \quad \leftarrow [q = (n_{iv} - n_{env})]$$

- 卡方分布的自由度为  $q = (n_{iv} - n_{env})$ ，其中  $n_{iv}$  指工具变量的个数（也即  $(mothedui, fatheduci)$ ）， $n_{env}$  指内生变量的个数（也即  $edu_i$ ）——（不包括结构模型中的因变量  $\log(wage_i)$ ）。
- 如果卡方统计量值大于查表值，也即  $\chi^{2*} > \chi^2_{1-\alpha}(q)$ ，则拒绝原假设  $H_0$ ，接收备择假设  $H_1$ ，表明至少部分工具变量不是外生的。
- 如果卡方统计量值小于查表值，也即  $\chi^{2*} < \chi^2_{1-\alpha}(q)$ ，则接受原假设  $H_0$ ，表明全部工具变量是外生的。



# 已婚女性的教育回报案例

我们继续对已婚女性的教育回报案例进行外生性检验的分析讨论。



## 案例：明确变量和模型

如果认为工作经历  $exper$  是明确外生变量。认为已婚女性的受教育年数  $educ$  为疑似内生变量，如果找到它的2个工具变量分别为母亲受教育年数  $motheduc$  和父亲受教育年数  $fatheduc$ :

$$\log(wage_i) = \beta_1 + \beta_2 educ_i + \lambda_1 exper_i + \lambda_2 exper_i^2 + u_i \quad (\text{structure eq.})$$

$$educ_i = \pi_0 + \pi_1 exper_i + \pi_2 exper_i^2 + \pi_3 motheduc_i + \pi_4 fatheduc_i + v_i \quad (\text{1st eq. / reduce eq.})$$

$$\log(wage_i) = \alpha_1 + \alpha_2 \widehat{educ}_i + \gamma_1 exper_i + \gamma_2 exper_i^2 \quad (\text{2st eq.})$$



# 案例：两阶段最小二乘法估计（2SLS）

采用2SLS方法估计前述结构方程并得到残差  $\hat{u}_i$ , R软件估计结果为：

```
Call:  
ivreg(formula = log(wage) ~ educ + exper + I(exper^2) | exper +  
      I(exper^2) + fatheduc + motheduc, data = mroz)  
  
Residuals:  
    Min      1Q  Median      3Q     Max  
-3.0986 -0.3196  0.0551  0.3689  2.3493  
  
Coefficients:  
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept) 0.0481003  0.4003281   0.120  0.90442  
educ        0.0613966  0.0314367   1.953  0.05147 .  
exper       0.0441704  0.0134325   3.288  0.00109 **  
I(exper^2) -0.0008990  0.0004017  -2.238  0.02574 *  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 0.6747 on 424 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.1257   Adjusted R-squared:  0.1206
```



# 案例：2SLS的残差数据

已婚女性的教育回报数据n=(428)

wage	educ	fatheduc	motheduc	exper	educ.hat	vi.hat	ui.hat
3.3540	12	7	12	14	12.7560	-0.7560	-0.0169
1.3889	12	7	7	5	11.7336	0.2664	-0.6547
4.5455	12	7	12	15	12.7720	-0.7720	0.2690
1.0965	12	7	7	6	11.7677	0.2323	-0.9254
4.5918	14	14	12	7	13.9146	0.0854	0.3515
4.7421	12	7	14	33	13.0294	-1.0294	0.2930
8.3333	16	7	14	11	13.0112	2.9888	0.7127
7.8431	12	3	3	35	10.4908	1.5092	0.8300

Showing 1 to 8 of 428 entries

Previous

Next



# 案例：构建外生性检验模型

将残差  $\hat{u}_i$  对所有外生变量进行回归，并获得判定系数  $R^2$ 。

$$\hat{u}_i = \lambda_0 + \lambda_1 exper_i + \lambda_2 exper_i^2 + \lambda_3 motheduc_i + \lambda_4 fatheduc_i + \varepsilon_i$$

$\widehat{ui.hat} = + 0.01$	$- 0.00exper$	$+ 0.00I(exper^2)$
(t) (0.0776)	(-0.0014)	(0.0018)
(se) (0.1413)	(0.0133)	(0.0004)
(cont.) $- 0.01motheduc + 0.01fatheduc$		
(t) (-0.5558)	(0.5173)	
(se) (0.0119)	(0.0112)	
(fitness) $R^2 = 0.0009$	$\bar{R}^2 = -0.0086$	
$F^* = 0.09$	$p = 0.9845$	



# 案例：外生性检验结论

- 原假设 ( $H_0$ :全部工具变量都是外生的) / 备择假设 ( $H_1$ :部分工具变量不是外生的).
- 构建并计算卡方统计量。容易发现，判定系数  $R^2 = 0.0009$ 。可以计算得到样本卡方统计量为  $\chi^{2*} = nR^2 = 0.3781$ 。
- 查卡方分布。容易计算出卡方分布的自由度为:  $q = (n_{iv} - n_{env}) = 1$ , 其中  $n_{iv} = 2$  (工具变量的个数, 也即  $(motheddu_i, fathedduc_i)$ )。 $n_{env} = 1$  (内生变量的个数, 也即  $edu_i$ )。若给定置信水平  $\alpha = 0.05$ , 查卡方分布表可知  $\chi^2_{1-\alpha}(q) = \chi^2_{0.95}(1) = 3.8415$ 。
- 给出假设检验结论。因为  $\chi^{2*} < \chi^2_{1-\alpha}(q)$ , 不能拒绝原假设  $H_0$ , 认为模型中的工具变量  $(mothedduc_i, fathedduc_i)$  都是外生的。



# 案例：工具外生性检验EViews操作1

The screenshot displays three EViews windows:

- Workfile: MROZ - (d:\github\course-econometrics\eviews\mroz.wf1)**: Shows the project structure with objects like c, educ, eq\_2sls, exper, fatheduc, motheduc, resid, ui\_hat, vi\_hat, and wage. Numbered circles 1 through 4 point to the 'eq\_2sls' object.
- Equation: EQ\_2SLS Workfile: MROZ::wage2\**: Displays the Two-Stage Least Squares results for LOG(WAGE). Numbered circle 2 points to the title bar.
- Group: UNTITLE**: Shows diagnostic statistics for the model. Numbered circle 5 points to the title bar.

**Equation Results (EQ\_2SLS):**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.048100	0.400328	0.120152	0.9044
EDUC	0.061397	0.031437	1.953024	0.0515
EXPER	0.044170	0.013432	3.288329	0.0011
EXPER^2	-0.000899	0.000402	-2.237993	0.0257

**Group Statistics:**

	UI_HAT	RESID	
1	-0.016894	-0.016894	0.135708 Mean dependent var
2	-0.654725	-0.654725	0.129593 S.D. dependent var
3	0.268990	0.268990	0.674712 Sum squared resid
4	-0.925396	-0.925396	8.140709 Durbin-Watson stat
5	0.351476	0.351476	0.000028 Second-Stage SSR
6	0.292975	0.292975	0.374538 Instrument rank
7	0.712714	0.712714	5
8	0.830048	0.830048	
9	-0.572806	-0.572806	
10	0.228907	0.228907	
11			



# 案例工具外生性检验EViews操作2

The screenshot illustrates the steps to perform an exogeneity test in EViews:

- Step 1:** In the "Equation Estimation" dialog, the equation specification is set to `ui_hat c exper exper^2 motheduc fatheduc`. A red circle labeled "1" is placed over this field.
- Step 2:** A confirmation dialog box is shown with the text "OK" highlighted. A red circle labeled "2" is placed over the "确定" (Confirm) button.
- Step 3:** The left pane of the main interface shows a list of objects, with "eq\_exo\_test" selected. A red circle labeled "3" is placed over this selection.
- Step 4:** The bottom window displays the results of the "EQ\_EXO\_TEST" estimation. It includes the following information:
  - Dependent Variable: UI\_HAT
  - Method: Least Squares
  - Date: wage2 Time: 5
  - Sample: 1428
  - Included observations: 428A red circle labeled "4" is placed over the "Date" and "Time" fields.

**Equation Estimation Dialog (Top):**

Specification	Options
Equation specification Dependent variable followed by list of regressors including and PDL terms, OR an explicit equation like Y=c(1)+c(2)*X. <code>ui_hat c exper exper^2 motheduc fatheduc</code>	

**EQ\_EXO\_TEST Results Window (Bottom):**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.010964	0.141257	0.077618	0.9382
EXPER	-1.83E-05	0.013329	-0.001376	0.9989
EXPER^2	7.34E-07	0.000398	0.001842	0.9985
MOTHEduc	-0.006607	0.011886	-0.555804	0.5786
FATHEduc	0.005782	0.011179	0.517263	0.6052

**Output Statistics:**

R-squared	0.000883	Mean dependent var	2.06E-16
Adjusted R-squared	-0.008565	S.D. dependent var	0.672337
S.E. of regression	0.675210	Akaike info criterion	2.064029
Sum squared resid	192.8495	Schwarz criterion	2.111448
Log likelihood	-436.7021	Hannan-Quinn criter.	2.082757
F-statistic	0.093496	Durbin-Watson stat	1.946859
Prob(F-statistic)	0.984495		



# 案例：工具外生性检验&Views结果

Equation: EQ\_EXO\_TEST Workfile: MROZ::wage2\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: UI\_HAT  
Method: Least Squares  
Date: Time:  
Sample: 1 428  
Included observations: 428

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.010964	0.141257	0.077618	0.9382
EXPER	-1.83E-05	0.013329	-0.001376	0.9989
EXPER^2	7.34E-07	0.000398	0.001842	0.9985
MOTHEUDC	-0.006607	0.011886	-0.555804	0.5786
FATHEDUC	0.005782	0.011179	0.517263	0.6052

R-squared	0.000883	Mean dependent var	2.06E-16
Adjusted R-squared	-0.008565	S.D. dependent var	0.672337
S.E. of regression	0.675210	Akaike info criterion	2.064029
Sum squared resid	192.8495	Schwarz criterion	2.111448
Log likelihood	-436.7021	Hannan-Quinn criter.	2.082757
F-statistic	0.093496	Durbin-Watson stat	1.946859
Prob(F-statistic)	0.984495		

本章结束

