计量经济学(Econometrics)

胡华平

西北农林科技大学

经济管理学院数量经济教研室

huhuaping01@hotmail.com

2021-09-07

第4章：一元回归：假设检验

4.0 统计学的相关知识(回顾)

重要概念I

- 显著性水平 α
- 置信度（或置信水平） $1-\alpha$
- 置信区间
- 第I类错误：弃真错误 $\alpha = P(Z > Z_0 | H_0 = True)$
- 第II类错误：取伪错误 $\beta = P(Z \leq Z_0 | H_1 = True)$

重要概念2

- 区间估计

$$\Pr\left(\hat{\beta}_2 - \delta \leq \beta_2 \leq \hat{\beta}_2 + \delta\right) = 1 - \alpha$$

- 随机区间(random interval）： $\left(\hat{\beta}_2 - \delta, \hat{\beta}_2 + \delta\right)$
- 置信区间(confidence interval)： $\hat{\beta}_2 - \delta \leq \beta_2 \leq \hat{\beta}_2 + \delta$
- 显著性水平(level of significance)： α
- 置信度或置信系数(confidence coefficient): $1 - \alpha$
- 置信限（confidence limits）或临界值（critical values）
- 置信上限（lower confidence limit）
- 置信下限（uper confidence limit）

区间估计

注意的几个问题（自己去巩固）：

- 陈述问题：
  - 落入给定界限内的概率是 $1-\alpha$。（X）？？
  - 使用我们的方法构造出来的区间包含 β的概率为 $1-\alpha$。
  - 抽样层面来理解：从重复多次抽样中来看，平均起来这些区间将有 $(1-\alpha)$的可能包含着参数的真值。
- 我们构造的区间是只是随机区间！（？）
  - 对于计算出的参数估计值而言，得到的区间中要么包含参数真值要么不包含。概率为0或1！
  - 例如：对于95%置信区间的 $0.4268 \leq \beta_2 \leq\leq 0.5914$而言，不能说这个区间包含真实的 β_2的概率是95%。这个概率不是1就是0。

区间估计

注意的几个问题（自己去巩固）：

- 两个游戏:
  - 掷硬币
  - 套圈

请问: 区间估计更象哪一个?

- 置信区间的两个特点:
  - 位置的随机性
  - 长度的随机性

4.1 回归系数的置信区间

斜率系数的置信区间

$$\hat{\beta}_2 \sim N(\mu_{\hat{\beta}_2}, \sigma^2_{\hat{\beta}_2}) \qquad \leftarrow \left[\mu_{\hat{\beta}_2} = \beta_2; \quad \sigma^2_{\hat{\beta}_2} = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \right]$$

$$Z = \frac{\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)}{\sqrt{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_2\right)}} = \frac{\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)}{\sqrt{\sigma^2_{\hat{\beta}_2}}} = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\sigma_{\hat{\beta}_2}} = \frac{\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}}} \qquad \leftarrow Z \sim N(0,1)$$

$$T = \frac{\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)}{\sqrt{S^2_{\hat{\beta}_2}}} = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\sqrt{S^2_{\hat{\beta}_2}}} = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{S_{\hat{\beta}_2}} \qquad \leftarrow T \sim t(n-2)$$

$$S^2_{\hat{\beta}_2} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_i^2}; \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$$

$$\Pr\left[-t_{\alpha/2,(n-2)} \leq \mathrm{T} \leq t_{\alpha/2,(n-2)}\right] = 1 - \alpha$$

斜率系数的置信区间

$$\Pr\left[-t_{\alpha/2,(n-2)} \leq \frac{\hat{\beta}_2-\beta_2}{S_{\hat{\beta}_2}} \leq t_{\alpha/2,(n-2)}\right]=1-\alpha$$

$$\Pr\left[\hat{\beta}_2-t_{\alpha/2,(n-2)}\cdot S_{\hat{\beta}_2} \leq \beta_2 \leq \hat{\beta}_2+t_{\alpha/2,(n-2)}\cdot S_{\hat{\beta}_2}\right]=1-\alpha$$

因此，β_2的 $100(1-\alpha)\%$置信上限和下限分别为：

$$\hat{\beta}_2 \pm t_{\alpha/2}\cdot S_{\hat{\beta}_2}$$

β_2的 $100(1-\alpha)\%$置信区间为：

$$\left[\hat{\beta}_2-t_{\alpha/2}\cdot S_{\hat{\beta}_2},\quad \hat{\beta}_2+t_{\alpha/2}\cdot S_{\hat{\beta}_2}\right]$$

截距系数的置信区间

$$\hat{\beta}_1 \sim N(\mu_{\hat{\beta}_1}, \sigma^2_{\hat{\beta}_1}) \qquad \leftarrow \left[\mu_{\hat{\beta}_1} = \beta_1; \quad \sigma^2_{\hat{\beta}_1} = \frac{\sum X_i^2}{n} \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \right]$$

$$Z = \frac{\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)}{\sqrt{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)}} = \frac{\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)}{\sqrt{\sigma^2_{\beta_1}}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sigma_{\hat{\beta}_1}} = \frac{\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)}{\sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n} \cdot \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}}} \qquad \leftarrow Z \sim N(0,1)$$

$$T = \frac{\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)}{S^2_{\hat{\beta}_1}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{S^2_{\beta_1}}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{S_{\hat{\beta}_1}} \qquad \leftarrow T \sim t(n-2)$$

$$S^2_{\hat{\beta}_1} = \frac{\sum X_i^2}{n} \cdot \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_i^2}; \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$$

$$\mathbf{Pr}\left[-t_{\alpha/2,(n-2)} \leq \mathrm{T} \leq t_{\alpha/2,(n-2)}\right] = 1 - \alpha$$

截距系数的置信区间

$$\Pr\left[-t_{\alpha/2,(n-2)} \leq \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{S_{\hat{\beta}_1}} \leq t_{\alpha/2,(n-2)}\right] = 1 - \alpha$$

$$\Pr\left[\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2,(n-2)} \cdot S_{\hat{\beta}_1} \leq \beta_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2,(n-2)} \cdot S_{\hat{\beta}_1}\right] = 1 - \alpha$$

因此，β_1的 $100(1-\alpha)\%$置信上限和下限分别为：

$$\hat{\beta}_1 \pm t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1}$$

β_1的 $100(1-\alpha)\%$置信区间为：

$$\left[\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1}, \quad \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1}\right]$$

示例：教育程度与时均工资回归（主模型）

我们继续利用样本数据对**教育和工资案例**进行分析。

> **教育和工资案例**的总体回归模型（PRM）如下：

$$
\begin{aligned}
Wage_i &= \beta_1 + \beta_2 Edu_i + u_i \\
Y_i &= \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i
\end{aligned}
$$

> **教育和工资案例**的总体回归模型（SRM）如下：

$$
\begin{aligned}
\widehat{Wage}_i &= \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 Edu_i + e_i \\
\hat{Y}_i &= \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + e_i
\end{aligned}
$$

示例：教育程度与时均工资回归（OLS计算表）

obs	`$X_i$`	`$Y_i$`	`$X_iY_i$`	`$X_i^2$`	`$Y_i^2$`	`$x_i$`	`$y_i$`	`$x_iy_i$`	`$x_i^2$`	`$y_i^2$`
1	6.00	4.46	26.74	36.00	19.86	-6.00	-4.22	25.31	36.00	17.79
2	7.00	5.77	40.39	49.00	33.29	-5.00	-2.90	14.52	25.00	8.44
3	8.00	5.98	47.83	64.00	35.74	-4.00	-2.70	10.78	16.00	7.27
4	9.00	7.33	65.99	81.00	53.75	-3.00	-1.34	4.03	9.00	1.80
5	10.00	7.32	73.18	100.00	53.56	-2.00	-1.36	2.71	4.00	1.84
6	11.00	6.58	72.43	121.00	43.35	-1.00	-2.09	2.09	1.00	4.37
7	12.00	7.82	93.82	144.00	61.12	0.00	-0.86	-0.00	0.00	0.73
8	13.00	7.84	101.86	169.00	61.39	1.00	-0.84	-0.84	1.00	0.70
9	14.00	11.02	154.31	196.00	121.49	2.00	2.35	4.70	4.00	5.51
10	15.00	10.67	160.11	225.00	113.93	3.00	2.00	6.00	9.00	4.00
11	16.00	10.84	173.38	256.00	117.42	4.00	2.16	8.65	16.00	4.67
12	17.00	13.62	231.46	289.00	185.37	5.00	4.94	24.70	25.00	24.41
13	18.00	13.53	243.56	324.00	183.09	6.00	4.86	29.14	36.00	23.58
sum	156.00	112.77	1485.04	2054.00	1083.38	0.00	0.00	131.79	182.00	105.12

示例：教育程度与时均工资回归

我们之前已算出：

- 回归系数：$\hat{\beta}_1 =$ -0.0145；$\hat{\beta}_2 = 0.7241$；$\hat{\sigma}^2 = 0.8812$ 。
- 回归误差方差：$\hat{\sigma}^2 = 0.8812$。
- 回归系数的样本方差: $S^2_{\hat{\beta}_1} = \frac{\sum X_i^2}{n} \cdot \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_i^2} = 0.7650$；$S^2_{\hat{\beta}_2} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_i^2} = 0.0048;$
- 回归系数的样本标准差: $S_{\hat{\beta}_1} = 0.8746$；$S_{\hat{\beta}_2} = 0.0696$。

给定 $\alpha = 0.05,\quad (1-\alpha)100\% = 95\%$，我们可以查t分布表得到理论参照值：
$t_{\alpha/2}(n-2) = t_{0.05/2}(11) = 2.2010$

示例：教育程度与时均工资回归

下面我们进一步计算回归系数的置信区间：

那么，截距参数 β_1的95%置信区间为：

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1} \quad &\leq \beta_1 \leq \quad \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1} \\
-0.0145 - 2.201 * 0.8746 \quad &\leq \beta_1 \quad \leq -0.0145 + 2.201 * 0.8746 \\
-1.9395 \quad &\leq \beta_1 \quad \leq 1.9106
\end{aligned}$$

那么，斜率参数 β_2的95%置信区间为：

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_2} \quad &\leq \beta_2 \leq \quad \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_2} \\
0.7241 - 2.201 * 0.0696 \quad &\leq \beta_2 \quad \leq 0.7241 + 2.201 * 0.0696 \\
0.5709 \quad &\leq \beta_2 \quad \leq 0.8772
\end{aligned}$$

随机干扰项的方差的置信区间

$$\chi^2 = (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \qquad \leftarrow \qquad \chi^2 \sim \chi^2(n-2)$$

$$\Pr\left(\chi^2_{\alpha/2} \leq \chi^2 \leq \chi^2_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$\Pr\left(\chi^2_{\alpha/2} \leq (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{1-\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$\Pr\left[(n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{\alpha/2}}\right] = 1-\alpha$$

因此，σ^2的 $100(1-\alpha)\%$为：

$$\left[(n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}, \quad (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{\alpha/2}}\right]$$

示例：教育程度与时均工资回归

- 给定 $\alpha = 0.05$，$(1-\alpha)100\% = 95\%$
- 查卡方分布表可知：
  - $\chi^2_{\alpha/2}(n-2) = \chi^2_{0.05/2}(11) = \chi^2_{0.025}(11) = 3.8157$
  - $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-2) = \chi^2_{1-0.05/2}(11) = \chi^2_{0.975}(11) = 21.9200$

们之前已算出回归误差方差 $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} = 0.8812$。因此可以算出 σ^2的95%置信区间为：

$$
\begin{aligned}
(n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{\alpha}} \leq \sigma^2 \leq (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \\
11 * \frac{0.8812}{21.92} \leq \sigma^2 \leq 11 * \frac{0.8812}{3.8157} \\
0.4422 \leq \sigma^2 \leq 2.5403
\end{aligned}
$$

4.2 假设检验

假设检验的基本原理和思路

假设检验（Hypothesis Testing）：某一给定的观测或发现与某声称的假设是否相符？进行统计假设检验，就是要制定一套步骤和规则，以使决定接受或拒绝一个虚拟假设（原假设）。

虚拟假设(null hypothesis) —— H_0

- 指定或声称的假设，如 $H_0 : \beta_2 = 0$
- 它是一个等待被挑战的“**靶子**”！“**稻草人**”！

备择假设(alternative hypothesis) —— H_1

- 简单的（simple）备择假设，如 $H_1 : \beta_2 = 1.5$
- 复合的（composite）备择假设，如 $H_1 : \beta_2 \neq 1.5$

假设检验的具体方法：

- **置信区间检验**（confidence interval）
- **显著性检验**（test of significance）

置信区间检验法——双侧检验

双侧或双尾检验（Two-sided or Two-Tail Test）

$$H_0: \beta_2 = 0; \quad H_1: \beta_2 \neq 0$$

- 假设检验目的：估计的是否与上述相容?
- 决策规则：
  - 构造一个 β_2的 $100(1-\alpha)\%$置信区间。
  - 如果 β_2在 H_0假设下落入此区间，就不拒绝 H_0。
  - 如果它落在此区间之外，就要拒绝 H_0。

示例：教育程度与时均工资回归

对于斜率参数 β_2的置信区间检验法。

- **步骤1**：给出模型，并提出假设：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$H_0: \beta_2 = 0.5; \quad H_1: \beta_2 \neq 0.5$$

- **步骤2**：给定 $\alpha = 0.05, \quad (1-\alpha)100\% = 95\%$
- **步骤3**：根据前述计算结果，计算斜率参数 β_2的95%置信区间为：

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_2} \quad & \leq \beta_2 \leq \quad \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_2} \\ 0.5709 \quad & \leq \beta_2 \quad \leq 0.8772 \end{aligned}$$

- **步骤4**：那么我们可以对斜率参数 β_2做出如下检验判断：
  - 拒绝原假设 H_0，接受 H_1。认为，长期来看很多个区间 [0.5709,0.8772] 有95%的可能性不包含0.5（$\beta_2 \neq 0.5$）。

示例：教育程度与时均工资回归

对于截距参数 β_1的置信区间检验法。

- **步骤1**：给出模型，并提出假设：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$H_0 : \beta_1 = 0; \quad H_1 : \beta_1 \neq 0$$

- **步骤2**：给定 $\alpha = 0.05$, $(1-\alpha)100\% = 95\%$
- **步骤3**：根据前述计算结果，计算截距参数 β_1的95%置信区间为：

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1} \quad &\leq \beta_1 \leq \quad \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2} \cdot S_{\hat{\beta}_1} \\ -1.9395 \quad &\leq \beta_1 \quad \leq 1.9106 \end{aligned}$$

- **步骤4**：那么我们可以对截距参数 β_1做出如下检验判断：
  - 不能拒绝原假设 H_0，暂时接受 H_0。认为，长期来看很多个区间 [-1.9395,1.9106] 有95%的可能性包含0（$\beta_1 = 0$）。

显著性检验法

显著性检验方法(test-of-significance approach)：是一种用样本结果来证实 H_0真伪的检验程序。

关键思路：

- 找到一个适合的检验统计量(test statistic) 。例如t统计量 χ^2统计量、F统计量等。
- 知道该统计量在 H_0下的抽样分布(pdf)。往往与待检验参数有关系。
- 计算样本统计量的值。也即能用样本数据快速计算出来，例如 $t^*_{\hat{\beta}_2} = \frac{\hat{\beta}_2}{S_{\hat{\beta}_2}}$。
- 查表找出给定显著性水平 α下的**理论统计量**的**临界值**。例如 $t_{1-\alpha/2}(n-2) = t_{0.975}(11) = 2.2010$
- 比较样本统计量值和该临界值的大小。例如，比较 $t^*_{\hat{\beta}_2}$ 与 $t_{0.975}(11)$
- 做出拒绝还是接受 H_0的判断。

回归系数的显著性检验：截距参数的t检验

对于截距参数 β_1的显著性检验（t检验）。

- **步骤1：** 给出模型，并提出假设：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$H_0 : \beta_1 = 0; \quad H_1 : \beta_1 \neq 0$$

- **步骤2：** 构造合适的检验统计量

$$T = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{S_{\hat{\beta}_1}} \quad \leftarrow T \sim t(n-2)$$

回归系数的显著性检验：截距参数的t检验

- **步骤3**：基于原假设 H_0计算出样本统计量。

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{S_{\hat{\beta}_1}} && \leftarrow T \sim t(n-2) \\
t^*_{\hat{\beta}_1} &= \frac{\hat{\beta}_1}{S_{\hat{\beta}_1}} && \leftarrow H_0 : \beta_1 = 0 \\
t^*_{\hat{\beta}_1} &= \frac{-0.0145}{0.8746} = -0.0165
\end{aligned}
$$

- **步骤4**：给定显著性水平 $\alpha = 0.05$下，查出统计量的**理论分布值**。

> $t_{1-\alpha/2}(n-2) = t_{1-0.05/2}(13-2) = t_{0.975}(11) = 2.2010$

回归系数的显著性检验：截距参数的t检验

- **步骤5**：得到显著性检验的判断结论。
  - 若 $|t^*_{\hat{\beta}_1}| > t_{1-\alpha/2}(n-2)$，则 β_1的t检验结果**显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，应**显著**地拒绝原假设 H_0，接受备择假设 H_1，认为截距参数 $\beta_1 \neq 0$。
  - 若 $|t^*_{\hat{\beta}_1}| < t_{1-\alpha/2}(n-2)$，则 β_1的t检验结果**不显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，不能**显著**地拒绝原假设 H_0，只能暂时接受原假设 H_0，认为截距参数 $\beta_1 = 0$。

本例中，$|t^*_{\hat{\beta}_1}| = 0.0165$ 小于 $t_{0.975}(11) = 2.2010$。因此，认为 β_1的t检验结果**不显著**。

换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，不能**显著**地拒绝原假设 H_0，只能暂时接受原假设 H_0，认为截距参数 $\beta_1 = 0$。

回归系数的显著性检验：斜率参数的t检验

对于斜率参数 β_2的显著性检验（t检验）。

- **步骤1**：给出模型，并提出假设：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$H_0 : \beta_2 = 0; \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$$

- **步骤2**：构造合适的检验统计量

$$T = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{S_{\beta_2}} \qquad \leftarrow T \sim t(n-2)$$

- **步骤3**：基于原假设 H_0 计算出样本统计量。

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{S_{\hat{\beta}_2}} && \leftarrow T \sim t(n-2) \\
t^*_{\hat{\beta}_2} &= \frac{\hat{\beta}_2}{S_{\hat{\beta}_2}} && \leftarrow H_0 : \beta_2 = 0 \\
t^*_{\hat{\beta}_2} &= \frac{0.7241}{0.0696} = 10.4064
\end{aligned}
$$

- **步骤4**：给定显著性水平 $\alpha = 0.05$下，查出统计量的**理论分布值**。

> $t_{1-\alpha/2}(n-2) = t_{1-0.05/2}(13-2) = t_{0.975}(11) = 2.2010$

回归系数的显著性检验：斜率参数的t检验

- **步骤5**：得到显著性检验的判断结论。
  - 若 $|t^*_{\hat{\beta}_2}| > t_{1-\alpha/2}(n-2)$，则 β_2的t检验结果**显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，应**显著**地拒绝原假设 H_0，接受备择假设 H_1，认为斜率参数 $\beta_2 \neq 0$。
  - 若 $|t^*_{\hat{\beta}_2}| < t_{1-\alpha/2}(n-2)$，则 β_2的t检验结果**不显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，不能**显著**地拒绝原假设 H_0，只能暂时接受原假设 H_0，认为斜率参数 $\beta_2 = 0$。

本例中，$|t^*_{\hat{\beta}_2}| = 10.4064$ 大于 $t_{0.975}(11) = 2.2010$。因此，认为 β_2的t检验结果**显著**。

换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，应**显著**地拒绝原假设 H_0，接受备择假设 H_1，认为斜率参数 $\beta_2 \neq 0$。

假设检验：实际操作中的若干问题

关于显著性水平 α和显著性概率值p。

选择显著性水平 α:

- 犯错误类型:
  - 第I类错误：弃真错误 $\alpha = P(Z > Z_0|H_0 = True)$
  - 第II类错误：取伪错误 $\beta = P(Z \leq Z_0|H_1 = True)$
  - [给定样本容量时]如果我们要减少犯第I 类错误， 第II类错误就要增加；反之亦然。
- 为什么 α通常固定在0.01、0.05、0.1水平上？
  - 约定而已，并非神圣不可改变！
  - 如何改变？？

关于显著性水平 α和显著性概率值p

精确的显著性水平：p值

- 对给定的样本算出一个检验统计量(如t统计量)，查到与之对应的概率：p值(p value)或概率值(probability value)
- 不约定 α，而是直接求出犯错误概率p值，由读者自己去评判犯错误的可能性和代价！！因人而异！！

关于统计显著性与实际显著性。

- 不能一味追求统计显著性，有时候还需要考虑“实际显著性”的现实意义。
- 举例说明：
  - 边际消费倾向(MPC)是指GDP每增加1美元带来消费的增加数；宏观理论表明收入乘数为：1/(1-MPC)。
  - 若MPC的95%置信区间为(0.7129,0.7306)，当样本表明MPC的估计值为$\widehat{MPC} = 0.74$（此时，即乘数为3.84），你怎样抉择！！！

假设检验：实际操作中的若干问题

关于**置信区间方法**和**显著性检验方法**的选择。

- 一般来说，置信区间方法优于显著性检验方法！
- 例如：假设MPC $H_0: \beta_2 = 0$显然荒谬的！

4.3 方差分析（ANOVA）和F检验

平方和分解

$$
\begin{aligned}
(Y_i-\bar{Y}) &= (\hat{Y}_i-\bar{Y}) + (Y_i-\hat{Y}_i) \\
y_i &= \hat{y}_i + e_i \\
\sum y_i^2 &= \sum \hat{y}_i^2 + \sum e_i^2 \\
TSS &= ESS + RSS
\end{aligned}
$$

- 其中： TSS表示总离差平方和; ESS表示回归平方和; RSS表示残差差平方和

双变量方差分析表

变异来源	平方和符号SS	平方和计算公式	自由度df	均方和符号MSS	均方和计算公式
回归平方和	ESS	$\sum(\hat{Y}_i-\bar{Y}_i)^2=\sum\hat{y}_i^2$	1	MSS_{ESS}	$ESS/df_{ESS}=\hat{\beta}_2^2\sum x_i^2$
残差平方和	RSS	$\sum(Y_i-\hat{Y}_i)^2=\sum e_i^2$	n-2	MSS_{RSS}	$RSS/df_{RSS}=\frac{\sum e_i^2}{n-2}$
总平方和	TSS	$\sum(Y_i-\bar{Y}_i)^2=\sum y_i^2$	n-1	MSS_{TSS}	$TSS/df_{TSS}=\frac{\sum y_i^2}{n-1}$

模型整体显著性检验：F检验

- **步骤1：** 给出模型，并提出假设：

一元回归模型下：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$H_0 : \beta_2 = 0; \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$$

多元回归模型下：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_k = 0; \quad H_1 : \text{not all} \quad \beta_j = 0, \quad j \in 2, 3, \cdots, k$$

- **步骤2：构造合适的检验统计量**

$$\chi_1^2=\left(\frac{\hat{\beta}_2-\beta_2}{\sigma_{\hat{\beta}_2}}\right)^2=\left(\frac{\hat{\beta}_2-\beta_2}{\sqrt{\sigma^2/\sum x_i^2}}\right)^2=\frac{\left(\hat{\beta}_2-\beta_2\right)^2\sum x_i^2}{\sigma^2}\qquad\leftarrow\chi_1^2\sim\chi^2(1)$$

$$\chi_2^2=(n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}=\frac{\sum e_i^2}{\sigma^2}\qquad\leftarrow\chi_2^2\sim\chi^2(n-2)$$

$$F=\frac{\chi_1^2/1}{\chi_2^2/n-2}=\left(\frac{\left(\hat{\beta}_2-\beta_2\right)^2\sum x_i^2}{\sigma^2}\right)/\left(\frac{\sum e_i^2}{(n-2)\sigma^2}\right)=\frac{\left(\hat{\beta}_2-\beta_2\right)^2\sum x_i^2}{\sum e_i^2/(n-2)}$$

$$F\sim F(1,n-2)$$

- **步骤3：** 基于原假设 H_0 计算出样本统计量。

$$
\begin{aligned}
F^* &= \frac{\left(\hat{\beta}_2-\beta_2\right)^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2/(n-2)} \qquad \leftarrow H_0: \beta_2 = 0 \\
&= \frac{\hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2/(n-2)} \\
&= \frac{ESS/df_{ESS}}{RSS/df_{RSS}} = \frac{MSS_{ESS}}{MSS_{RSS}} = \frac{\hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2}{\hat{\sigma}^2}
\end{aligned}
$$

模型整体显著性检验：F检验

- **步骤4**：给定显著性水平 $\alpha = 0.05$下，查出统计量的**理论分布值**。$F_{1-\alpha}(1, n-2)$
- **步骤5**：得到显著性检验的判断结论。
  - 若 $F^* > F_{1-\alpha}(1, n-2)$，则 模型整体显著性的F检验结果**显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，应**显著**地拒绝原假设 H_0，接受备择假设 H_1，认为斜率参数 $\beta_2 \neq 0$。
  - 若 $F^* < F_{1-\alpha}(1, n-2)$，则 模型整体显著性的F检验结果**不显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，不能**显著**地拒绝原假设 H_0，只能暂时接受原假设 H_0，认为斜率参数 $\beta_2 = 0$。

F检验和t检验的异同及联系

F检验与t检验的**联系**：

- 在一元回归模型中，t检验与F检验的结论总是一致的。
- 对于检验斜率参数 β_2的显著性，两者可相互替代！在一元回归分析中，若假设 $H_0:\beta_2=0$，则 $F^* \simeq (t^*)^2$

F检验与t检验的**不同**：

- 检验目的不同。F检验是检验模型的整体显著性；t检验是检验各个回归参数的显著性。
- 假设的提出不同：
  - F检验：斜率系数联合假设 $H_0:\beta_2=0; \quad H_1:\beta_2\neq 0$
  - t检验：回归系数分别假设 $H_0:\beta_i=0; \quad H_1:\beta_i\neq 0; \quad i\in 1,2$
- 检验原理的不同：F检验需要构造F统计量；t检验需要构造t统计量

方差分析（ANOVA）和F检验的案例应用

下面对教育程度与时均工资案例进行分析讨论。

计算方差分析（ANOVA）表

教育程度与时均工资案例的ANOVA分析表

变异来源	平方和SS	自由度df	均方和MSS
回归平方和ESS	95.425	1	95.425
残差平方和RSS	9.693	11	0.881
总平方和TSS	105.118	12	7.086

模型整体显著性检验

- **步骤1**：给出模型 $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$，提出假设：$H_0 : \beta_2 = 0; \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$
- **步骤2**：构造合适检验的分布：

$$F = \frac{\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2/(n-2)} \qquad \leftarrow F \sim F(1, n-2)$$

- **步骤3**：基于原假设 $H_0 : \beta_2 = 0$，可以计算出样本统计量。

$$F^* = \frac{\hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2/(n-2)} = \frac{ESS/df_{ESS}}{RSS/df_{RSS}} = \frac{MSS_{ESS}}{MSS_{RSS}} = \frac{95.4253}{0.8812} = 108.2924$$

模型整体显著性检验

- **步骤4**：给定 $\alpha = 0.05$下，查出F**理论值** $F_{1-\alpha}(1, n-2) = F_{0.95}(1, 11) = 4.8443$
- **步骤5**：得到显著性检验的判断结论。因为 $F^* = 108.2924$ 大于 $F_{0.95}(1, 11) = 4.8443$，所以模型整体显著性的F检验结果**显著**。换言之，在显著性水平 $\alpha = 0.05$下，应**显著**地拒绝原假设 H_0，接受备择假设 H_1，认为斜率参数 $\beta_2 \neq 0$。

4.4 回归预测

预测未来事件的一些惯常说法

- 算命术士：
  - “客官印堂发黑，明日必有凶象!”
- 天气预报播报词：
  - 预测西安明天是小雨，概率为95%。
  - 预测西安明天是小雨转阴，概率为95%。
  - 预测西安明天是天晴或阴天或雨天，概率为100%!
- 简要解析：
  - 人们在预测什么事件?
  - 预测多少个事件？它们发生的关系？
  - 预测如何令人信服？

两类预测

一元回归模型下：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

预测什么？

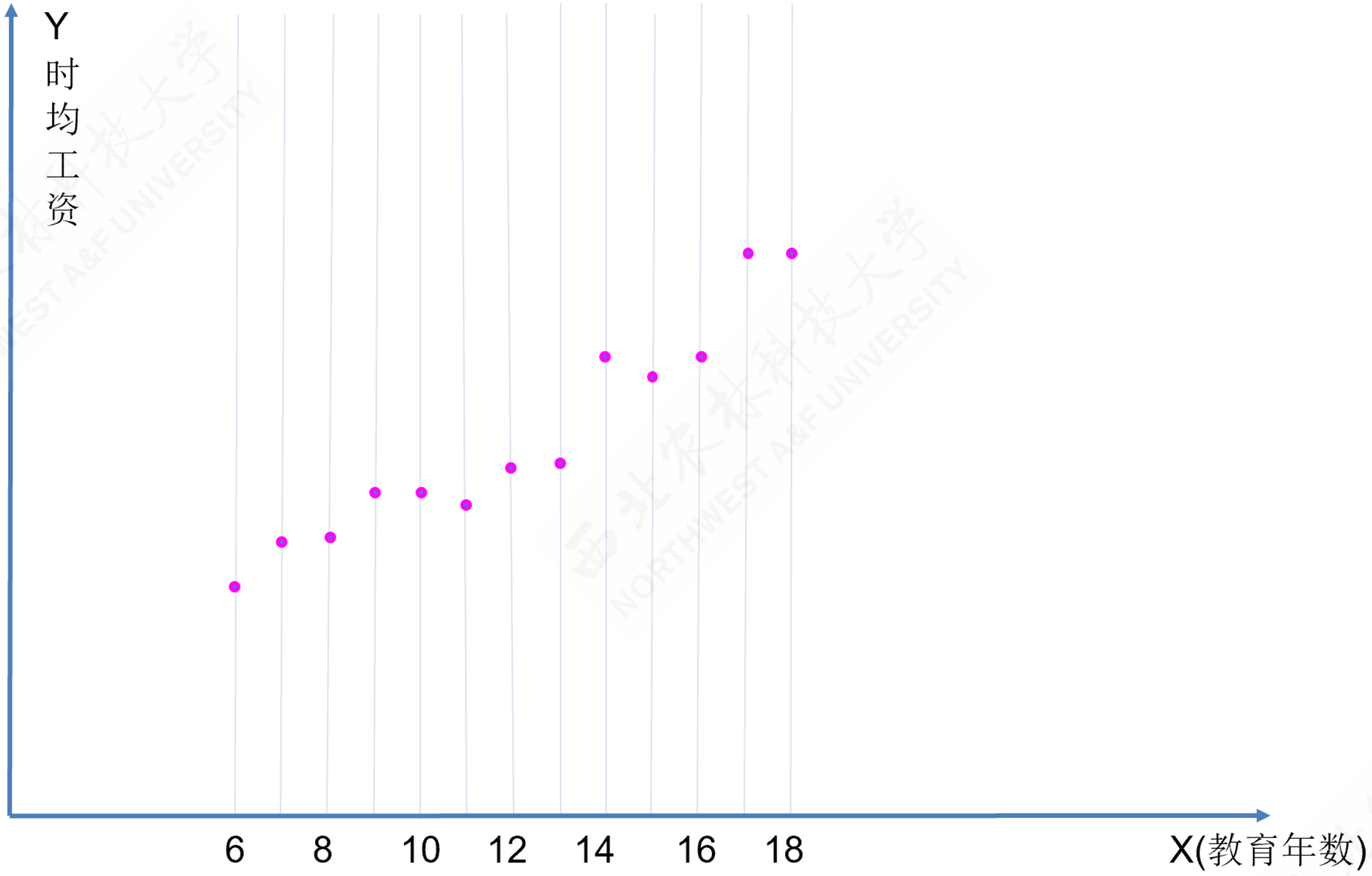
均值预测(mean prediction)：

- 给定 X_0，预测Y的条件均值 $E(Y|X = X_0)$

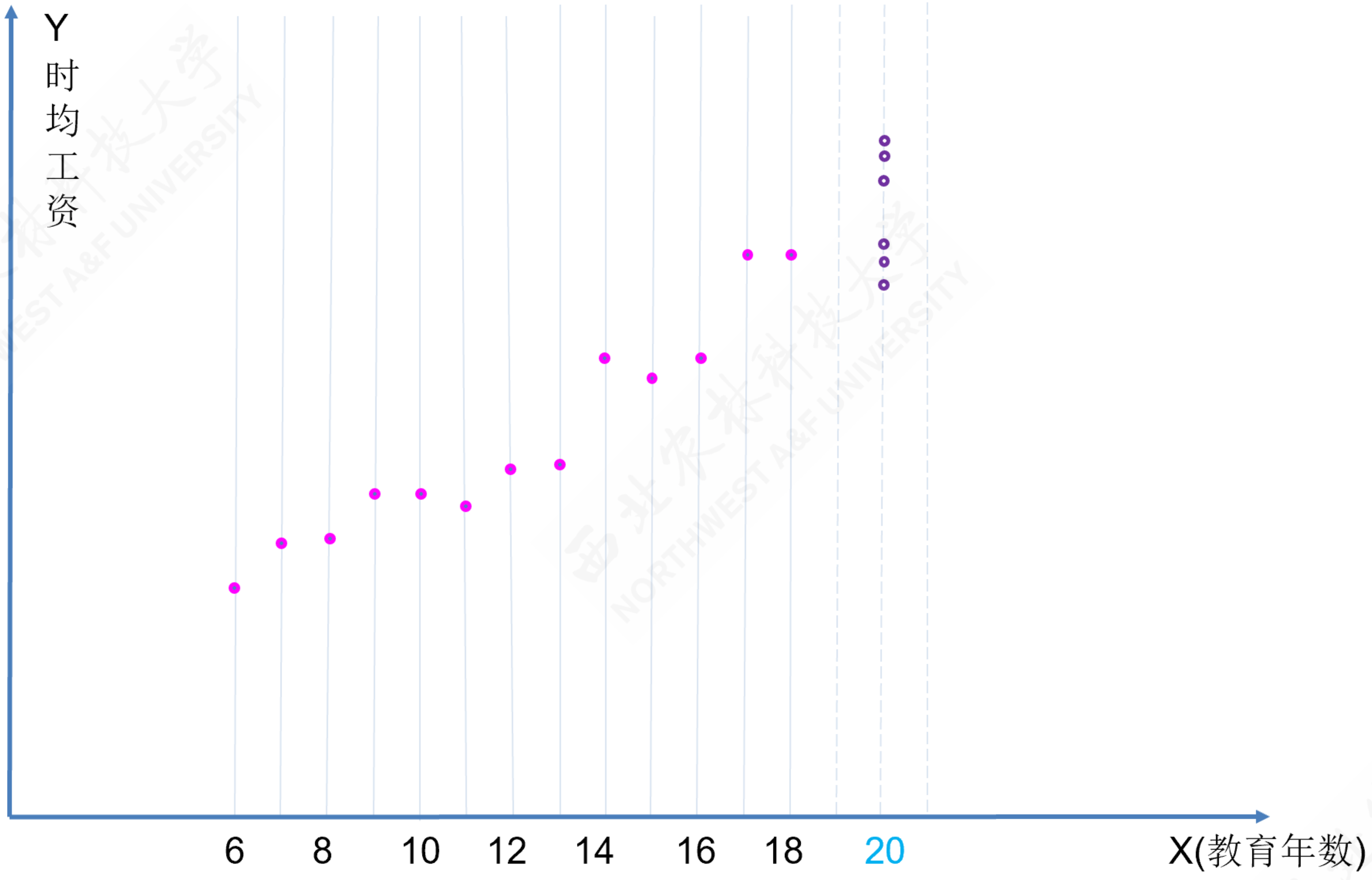
个值预测(individual prediction)：

- 给定 X_0，预测对应于 $X0$的Y的个别值 $(Y_0|X_0)$

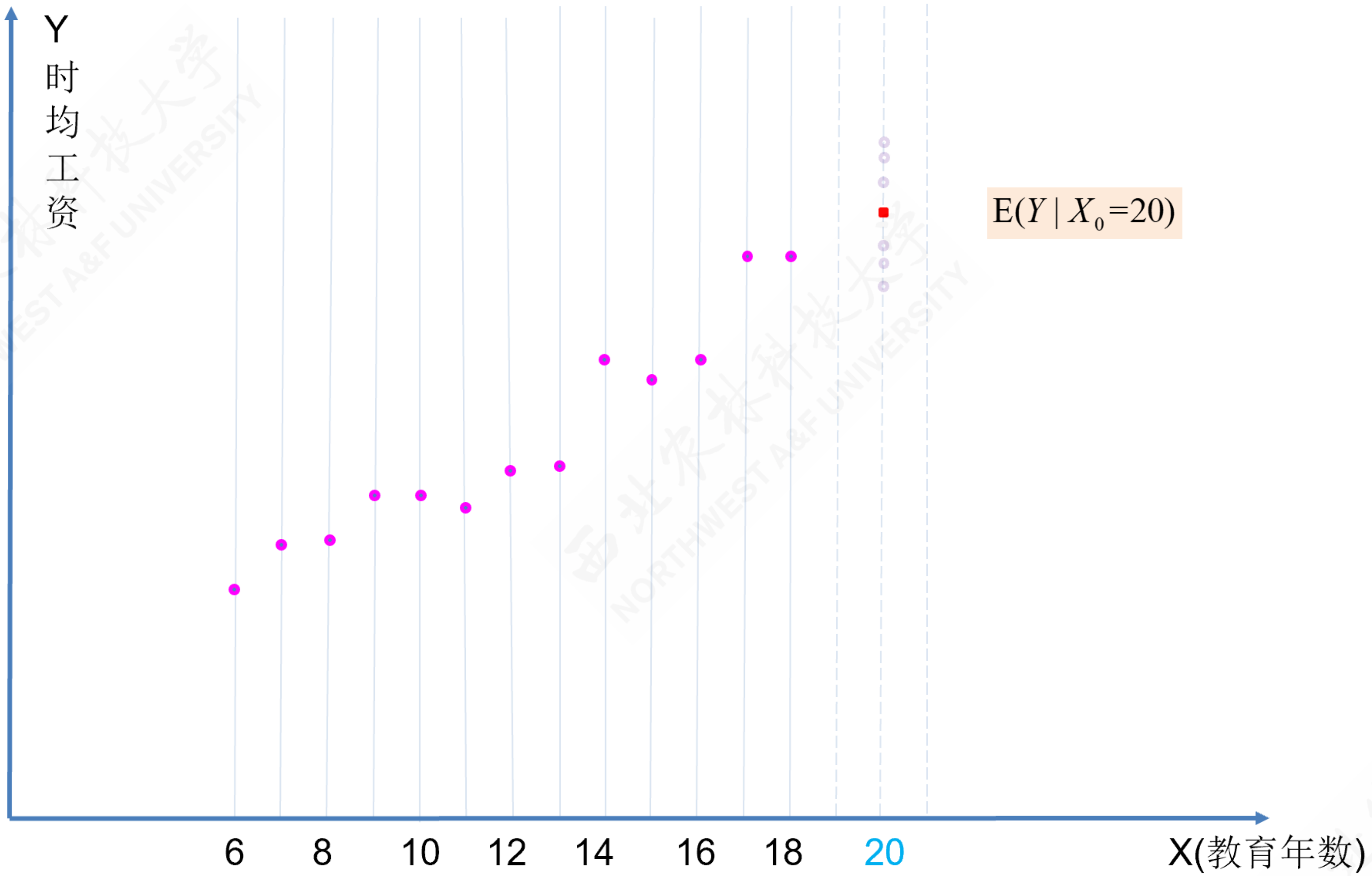
两类预测——图示（样本内）



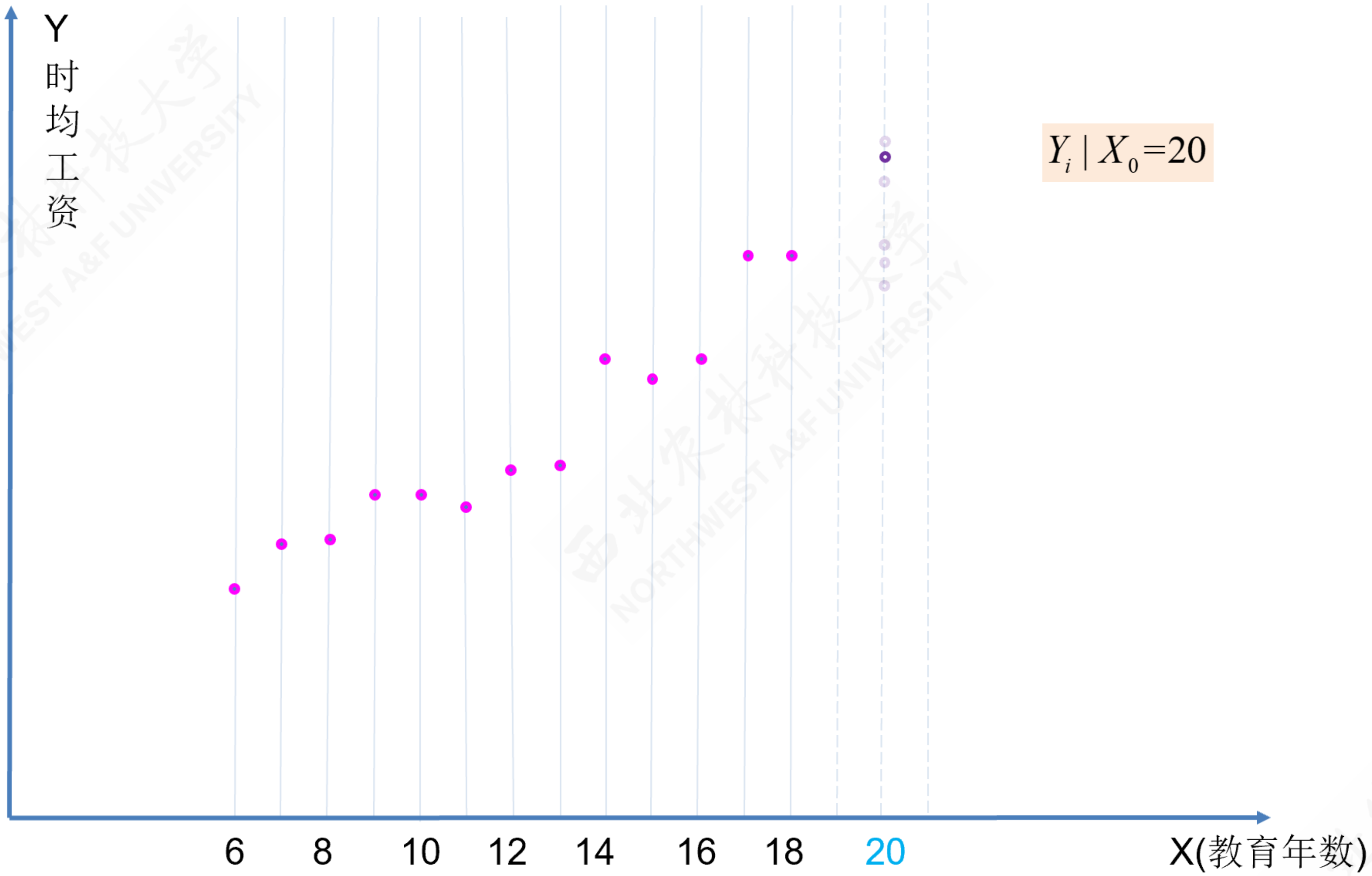
两类预测——图示（样本外）



两类预测——图示（均值预测）



两类预测——图示（个值预测）



预测分析的关键

拿什么来预测？——样本数据？样本回归线？样本拟合值？

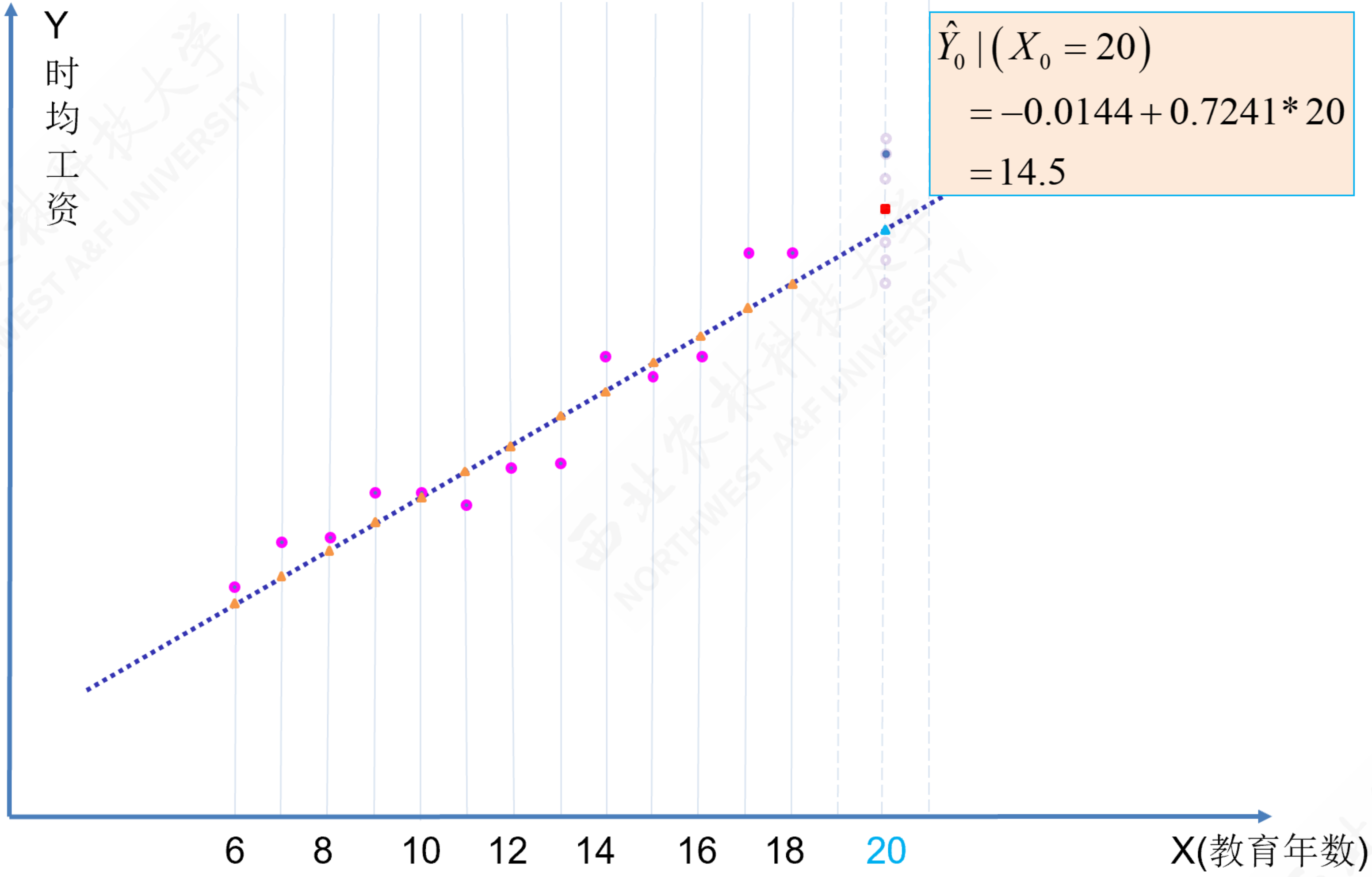
样本外拟合值 $\hat{Y}_0|X=X_0$：

- 可以证明：样本外拟合值 $\hat{Y}_0|X=X_0$是**均值** $E(Y|X=X_0)$的一个**BLUE**
- 也可以证明：样本外拟合值 $\hat{Y}_0|X=X_0$是**个值** $(Y_0|X=X_0)$的一个**BLUE**

工资案例中，给定 $X_0=20$，则可以得到样本外拟合值：

$$\hat{Y}_0=\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2X_0=-0.0145+0.7241*20=14.4675$$

预测分析的关键



$$\hat{Y}_0 \mid (X_0 = 20)$$
$$= -0.0144 + 0.7241 * 20$$
$$= 14.5$$

均值预测

在**N-CLRM**假设和**OLS**方法下，可以证明（证明过程略）给定 X_0下的拟合值 $\hat{Y}_0$ 服从如下正态分布：

$$\hat{Y}_0 \sim \mathrm{N}\left(\mu_{\hat{Y}_0}, \sigma^2_{\hat{Y}_0}\right)$$

$$\mu_{\hat{Y}_0} = E\left(\hat{Y}_0\right) = E\left(\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_0\right) = \beta_1 + \beta_2 X_0 = E(Y|X_0)$$

$$\operatorname{var}\left(\hat{Y}_0\right) = \sigma^2_{\hat{Y}_0} = \sigma^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\left(X_0 - \overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]$$

$$\hat{Y}_0 \sim N\left(E(Y|X_0), \sigma^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\left(X_0 - \overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]\right)$$

均值预测

对 $\hat{Y}_0$构造t统计量：

$$T=\frac{\hat{\mathrm{Y}}_0-\mathrm{E}(\mathrm{Y}|\mathrm{X}_0)}{S_{\hat{Y}_0}} \sim t(n-2) \qquad \Leftarrow S_{\hat{Y}_0}=\sqrt{\hat{\sigma}^2\left[\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]}$$

得到**均值** $E(Y|X=X_0)$置信区间为：

$$\Pr\left[\hat{Y}_0-t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{\hat{Y}_0}\leq E(Y|X_0)\leq \hat{Y}_0+t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{\hat{Y}_0}\right]=1-\alpha$$

$$\Pr\left[\hat{\beta}+\hat{\beta}_2X_0-t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{\hat{Y}_0}\leq E(Y|X_0)\leq \hat{\beta}+\hat{\beta}_2X_0+t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{\hat{Y}_0}\right]=1-\alpha$$

(均值预测)示例:教育程度和时均工资案例

给定 $X_0=20$时，根据早前计算结果：$\hat{\sigma}^2=0.8812$；$\bar{X}=12.0000$；$\sum x_i^2=182.0000$。因此可以得到：

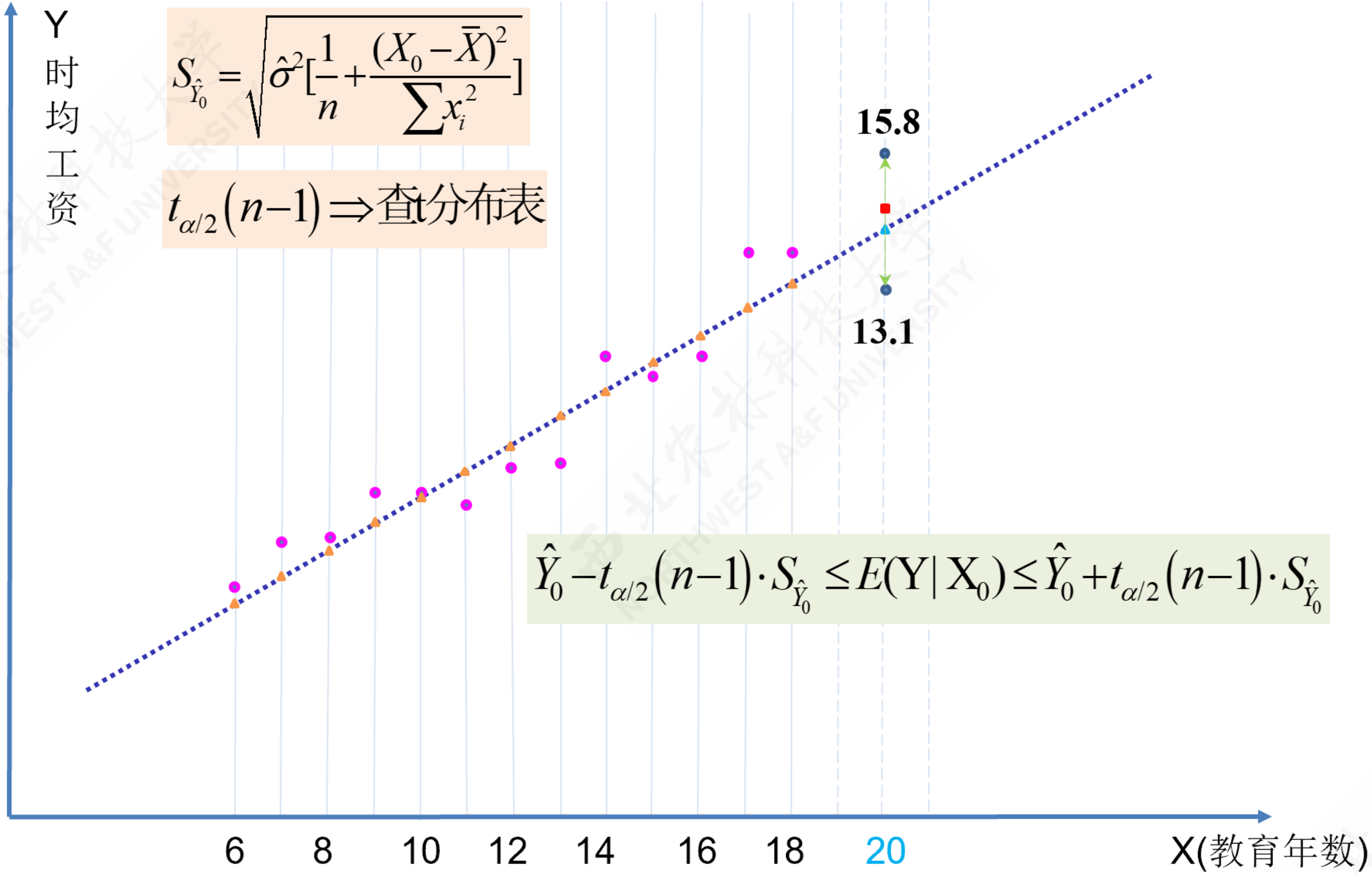
$$S_{\hat{Y}_0}^2=\hat{\sigma}^2\left[\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]=0.8812\left(\frac{1}{13}+\frac{(20-12)^2}{182}\right)=0.3776;\quad S_{\hat{Y}_0}=\sqrt{S_{\hat{Y}_0}^2}=0.6145$$

$$\hat{Y}_0=\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2X_0=-0.0145+0.7241*20=14.4675$$

因此，可以计算得到**均值** $E(Y|X=20)$置信区间为：

$$\begin{aligned}\hat{\beta}+\hat{\beta}_2X_0-t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{\hat{Y}_0}\leq &E(Y|X_0)\leq\hat{\beta}+\hat{\beta}_2X_0+t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{\hat{Y}_0}\\ 14.4675-1.7959*0.6145\leq &E(Y|X_0=20)\leq 14.4675+1.7959*0.6145\\ 13.3639\leq &E(Y|X_0=20)\leq 15.5711\end{aligned}$$

（均值预测）示例:教育程度和时均工资案例



$$S_{\hat{Y}_0}=\sqrt{\hat{\sigma}^2[\frac{1}{n}+\frac{(X_0-\bar{X})^2}{\sum x_i^2}]}$$

$t_{\alpha/2}(n-1)\Rightarrow$查t分布表

$$\hat{Y}_0-t_{\alpha/2}(n-1)\cdot S_{\hat{Y}_0}\le E(Y|X_0)\le\hat{Y}_0+t_{\alpha/2}(n-1)\cdot S_{\hat{Y}_0}$$

个值预测

在**N-CLRM**假设和**OLS**方法下，可以证明（证明过程略）给定 X_0下的个别值 $Y_0 = \beta_1 + \beta_2 X_0 + u_0$服从如下正态分布：

$$
\begin{aligned}
Y_0 &\sim \mathrm{N}\left(\mu_{Y_0}, \sigma^2_{Y_0}\right) \\
\mu_{Y_0} &= E\left(Y_0\right) = E\left(\beta_1 + \beta_2 X_0\right) = \beta_1 + \beta_2 X_0 \\
Var(Y_0) &= Var(u_0) = \sigma^2
\end{aligned}
$$

$$
Y_0 \sim N\left(\beta_1 + \beta_2 X_0, \sigma^2\right)
$$

个值预测

进一步可以构造新的随机变量 $(Y_0-\hat{Y}_0)$，其将服从如下正态分布：

$$
\begin{aligned}
Y_0 &\sim N\left(\beta_1+\beta_2X_0, \sigma^2\right)\\
\hat{Y}_0 &\sim N\left(\beta_1+\beta_2X_0, \sigma^2\left[\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Y_0-\hat{Y}_0 &\sim N\left(0, \sigma^2\left[1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]\right)\\
Y_0-\hat{Y}_0 &\sim N\left(0, \sigma^2_{Y_0-\hat{Y}_0}\right)
\end{aligned}
$$

个值预测

对 $Y_0 - \hat{Y}_0$构造t统计量：

$$T = \frac{(Y_0 - \hat{Y}_0)}{S_{(Y_0 - \hat{Y}_0)}} \sim t(n-2) \qquad \Leftarrow S_{(Y_0 - \hat{Y}_0)} = \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(X_0 - \overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]}$$

得到个值 Y_0置信区间为：

$$\Pr\left[\hat{Y}_0 - t_{1-\alpha/2}(n-2) \cdot S_{(Y_0 - \hat{Y}_0)} \le Y_0 \le \hat{Y}_0 + t_{1-\alpha/2}(n-2) \cdot S_{(Y_0 - \hat{Y}_0)}\right] = 1 - \alpha$$

$$\Pr\left[\hat{\beta} + \hat{\beta}_2 X_0 - t_{1-\alpha/2}(n-2) \cdot S_{(Y_0 - \hat{Y}_0)} \le Y_0 \le \hat{\beta} + \hat{\beta}_2 X_0 + t_{1-\alpha/2}(n-2) \cdot S_{(Y_0 - \hat{Y}_0)}\right] = 1 - \alpha$$

(个值预测)示例:教育程度和时均工资案例

给定 $X_0=20$时，根据早前计算结果：$\hat{\sigma}^2=0.8812$；$\bar{X}=12.0000$；$\sum x_i^2=182.0000$。因此可以得到：

$$S^2_{(Y_0-\hat{Y}_0)}=\hat{\sigma}^2\left[1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\overline{X}\right)^2}{\sum x_i^2}\right]=0.8812\left(1+\frac{1}{13}+\frac{(20-12)^2}{182}\right)=1.2588$$

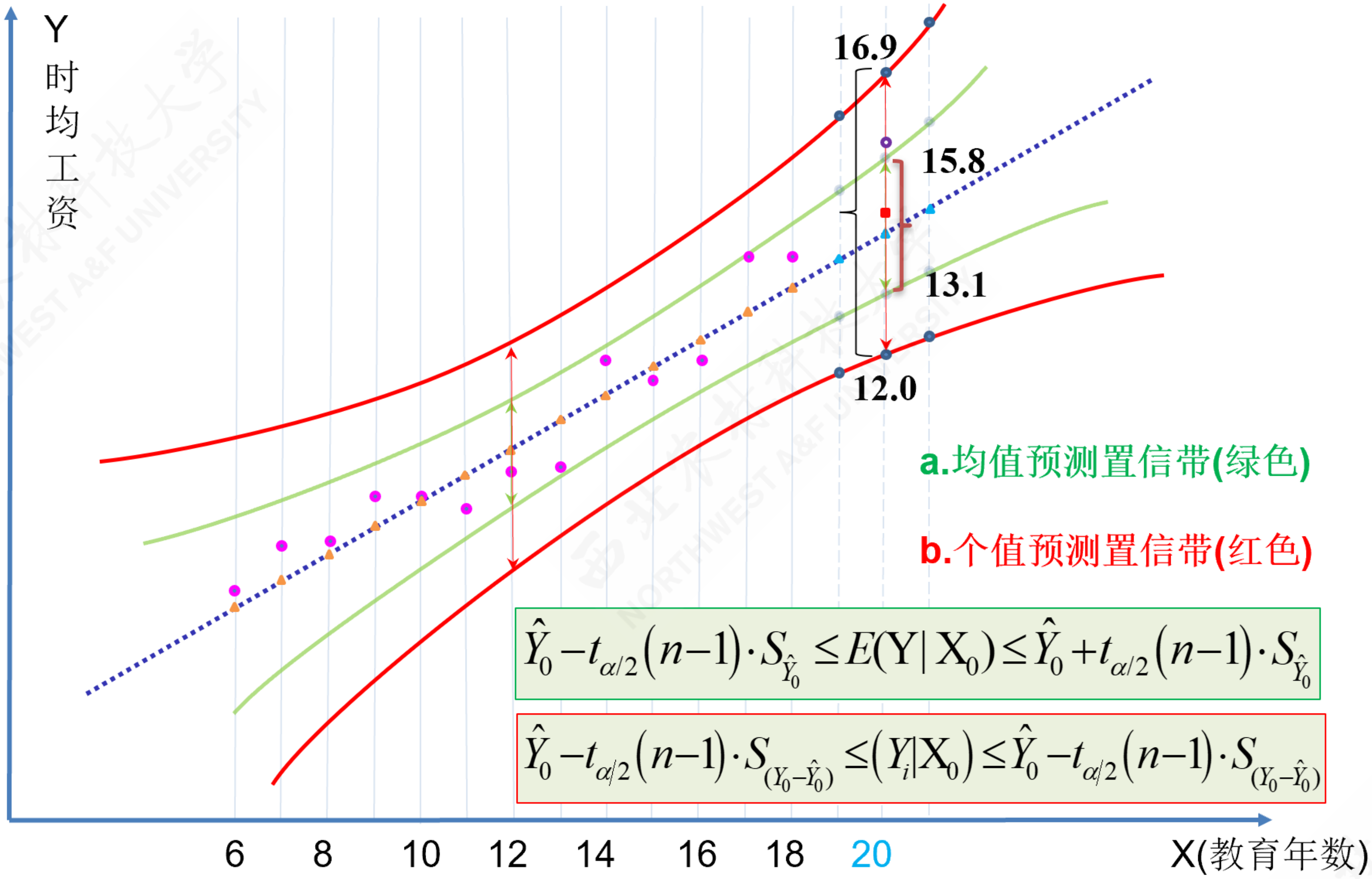
$$S_{\hat{Y}_0}=\sqrt{S^2_{\hat{Y}_0}}=1.122$$

$$\hat{Y}_0=\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2X_0=-0.0145+0.7241*20=14.4675$$

因此，可以计算得到**个值** $(Y_0|X=20)$置信区间为：

$$\begin{gathered}\hat{\beta}+\hat{\beta}_2X_0-t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{(Y_0-\hat{Y}_0)}\leq Y_0|X=X_0)\leq\hat{\beta}+\hat{\beta}_2X_0+t_{1-\alpha/2}(n-2)\cdot S_{(Y_0-\hat{Y}_0)}\\ 14.4675-1.7959*1.122\leq Y_0|X_0=20)\leq 14.4675+1.7959*1.122\\ 12.4525\leq Y_0|X_0=20)\leq 16.4824\end{gathered}$$

(个值预测)示例:教育程度和时均工资案例



$$\hat{Y}_0 - t_{\alpha/2}(n-1)\cdot S_{\hat{Y}_0} \le E(Y|X_0) \le \hat{Y}_0 + t_{\alpha/2}(n-1)\cdot S_{\hat{Y}_0}$$

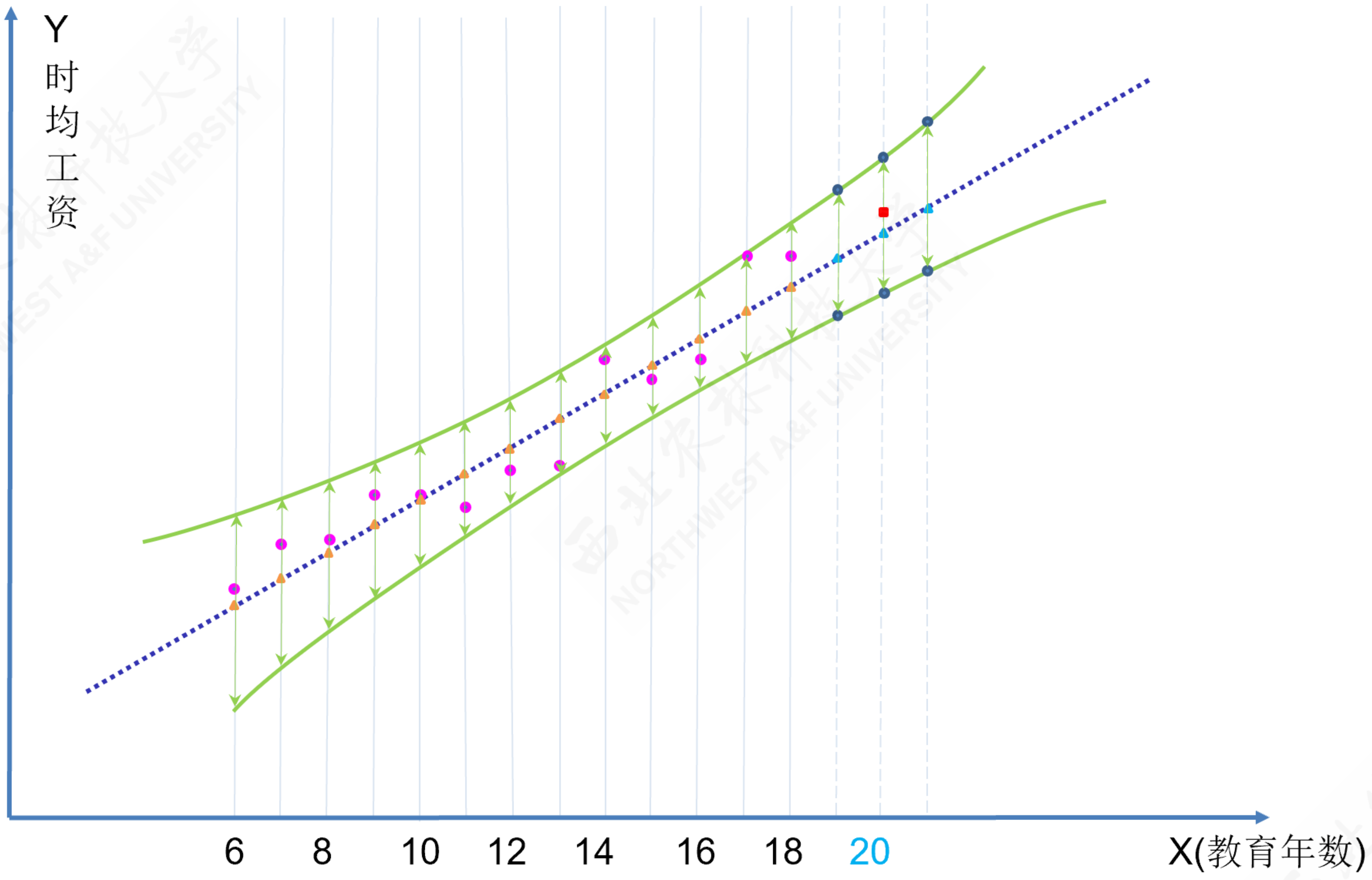
$$\hat{Y}_0 - t_{\alpha/2}(n-1)\cdot S_{(Y_0-\hat{Y}_0)} \le (Y_i|X_0) \le \hat{Y}_0 - t_{\alpha/2}(n-1)\cdot S_{(Y_0-\hat{Y}_0)}$$

置信带

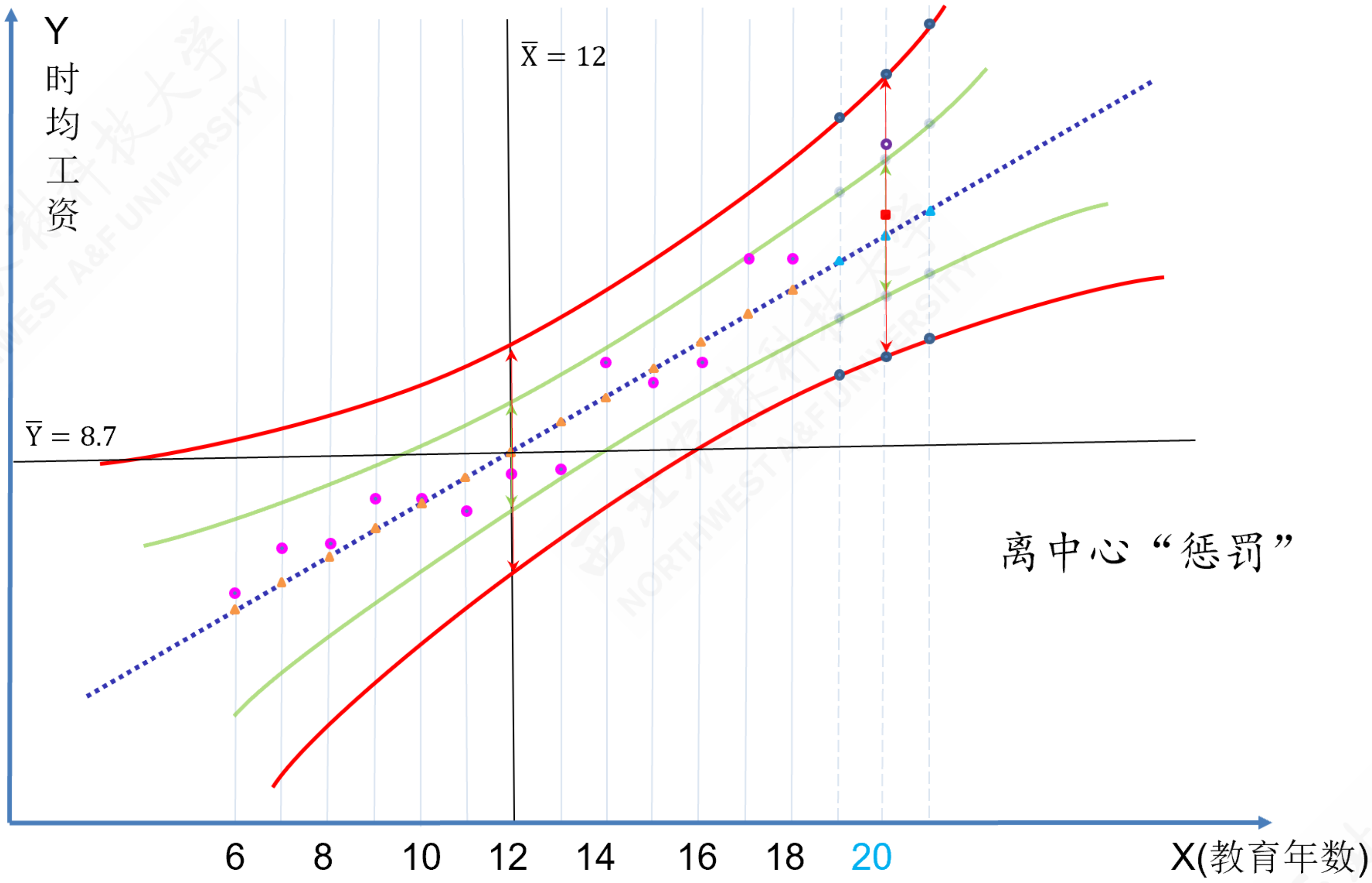
置信带(confidence interval)：对所有的X值，分别进行**均值**和**个值**分别进行预测，就能得到：

- 均值预测的置信带——总体回归函数的置信带
- 个值预测的置信带
- 预测如何可信？
  - 均值预测置信区间
  - 均值预测置信带
- 样本内置信带。——检验可靠性
- 样本外置信带。——预测未来值范围

置信带



置信带



置信带

如何理解置信带？

- 谁更宽？——均值预测更准确
- 何处最窄？—— 中心点 $(\bar{X},\bar{Y}) = (12,8.67)$是历史信息的集中代表。

回归预测

内容总结：

- 回归预测基于一套坚实严密的“底座”：OLS估计方法、CLRM假设、BLUE估计性质
- 均值预测置信带和个值预测置信带，是对预测可信度的形象表达。
- （同等条件下）均值预测比个值预测更准确（置信带宽窄）

课堂思考：

- 同样是95%置信度区间，两个人的认识是一样的么？

课后作业：工资与教育案例扩展

- 请计算置信度 $100(1-\alpha)=95\%$下， $X_0=20$时均值的置信区间。 与 $100(1-\alpha)=90\%$时相比，有什么差异？
- 99%更值得可信么？

4.5 报告回归分析结果

回归分析的形式

课程要求：会熟练、正确阅读统计软件给出的各类分析报告，理解其中的关键信息和内涵。这些分析报告包括：传统的多元回归分析报告；以及各种计量检验的辅助分析报告（如异方差white检验报告）等。

根据统计软件的不同（`stata`；`Eview`；`R` ……），各种分析报告呈现形式略有差异，但基本要素和信息都大抵一致。

给定如下一元回归模型：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

回归分析的形式（多行方程表达法）

形式1：多行方程表达法：统计软件的原始报告，往往是选取最关键的信息，经过整理并以多行**样本回归方程**（SRF）的形式呈现，**精炼报告**的形式一般为：

$$
\begin{aligned}
&\hat{Y} = && -0.01 && +0.72X \\
&(\text{t}) && (-0.0165) && (10.4065) \\
&(\text{se}) && (0.8746) && (0.0696) \\
&(\text{fitness}) && R^2 = 0.9078; \bar{R}^2 = 0.8994 \\
& && F^* = 108.29; p = 0.0000
\end{aligned}
$$

- 第1行表示样本回归函数（回归系数）
- 第2行(t)表示回归系数对应的**样本t统计量**（$t^*_{\hat{\beta}_i}, i \in 1, 2, \cdots, k$）
- 第3行(se)表示回归系数对应的**样本标准误差**（$S_{\hat{\beta}_i}, i \in 1, 2, \cdots, k$）
- 第4行(fitness)表示回归模型**拟合情况和统计检验**的简要信息，其中 R^2表示**判定系数**，$\bar{R}^2$表示**调整判定系数**，F表示模型整体显著性检验中的**样本F统计量值**（F^*）,p表示样本F统计量值对应的概率值。

回归分析的形式（表格列示法）

形式2：表格列示法（整理好的**精炼报告**）：根据统计软件的原始报告，往往是选取最关键的信息，经过整理以表格形式呈现，**表格列示法**的形式呈现为：

term	estimate	std.error	statistic	p.value
(Intercept)	-0.0144527	0.8746239	-0.0165245	0.9871118
X	0.7240967	0.0695813	10.4064779	0.0000005

- **第1列**：`term`表示回归模型中包含的变量，也即 $X_{2i}, X_{3i}, \cdots, X_{ki}$，其中**截距项**默认为`(Intercept)`。
- **第2列**：`estimate`表示回归系数的估计值，也即 $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \cdots, \hat{\beta}_k$。
- **第3列**：`std.error`表示回归系数对应的**样本标准误差**，也即 $S_{\hat{\beta}_i}, i \in 1, 2, \cdots, k$。
- **第4列**：`statistic`表示回归系数对应的**样本t统计量**，也即 $t^*_{\hat{\beta}_i}, i \in 1, 2, \cdots, k$
- **第5列**：`p.value`表示回归系数**样本t统计量**对应的概率值，也即 $Pr(t = t^*_{\hat{\beta}_i}) = p$

回归分析的形式（EViews软件原始报告）

形式3：原始报告：分析软件如EViews、R、STATA等直接自动生成的多元回归分析报告。EViews软件原始分析报告形式如下：**抬头区域**

Equation: EQ_WAGE Workfile: CHPT2::wage\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/09/19 Time: 10:55
Sample: 1 13
Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.014453	0.874624	-0.016525	0.9871
X	0.724097	0.069581	10.40648	0.0000

R-squared	0.907791	Mean dependent var	8.674708
Adjusted R-squared	0.899409	S.D. dependent var	2.959706
S.E. of regression	0.938704	Akaike info criterion	2.852004
Sum squared resid	9.692810	Schwarz criterion	2.938920
Log likelihood	-16.53803	Hannan-Quinn criter.	2.834139
F-statistic	108.2948	Durbin-Watson stat	1.737984
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Dependent Variable: Y：因变量
- Method: Least Squares：分析方法
- Date: 03/09/19 Time: 10:55：分析的时间
- Sample: 1 13：样本范围
- Included observations: 13：样本数n

形式3：原始报告：分析软件如`EViews`、`R`、`STATA`等直接自动生成的多元回归分析报告。`EViews`软件原始分析报告形式如下：**三线表区域**

Equation: EQ_WAGE Workfile: CHPT2::wage\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

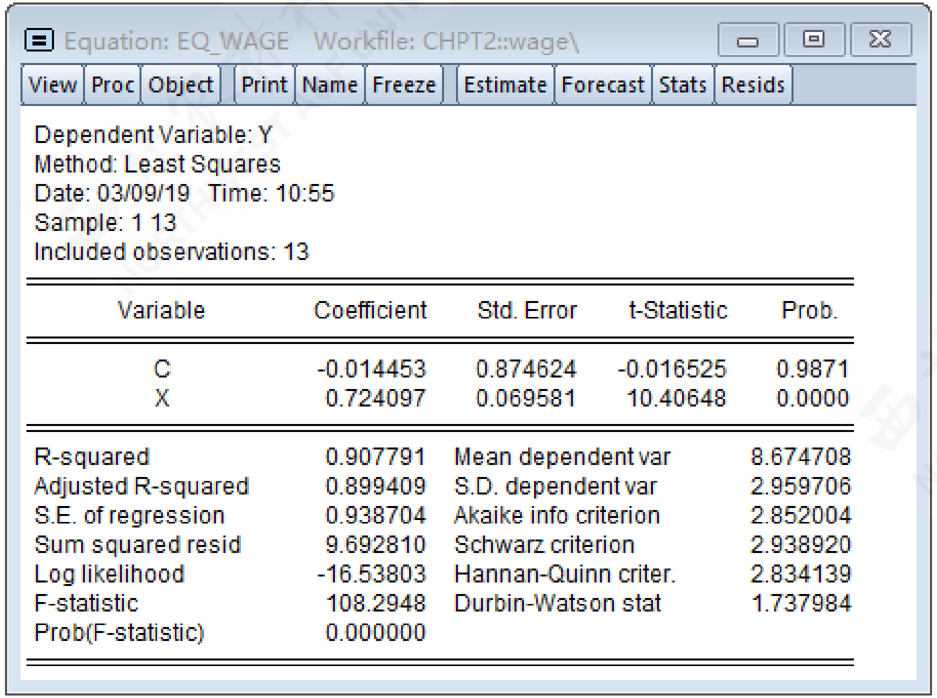
Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/09/19 Time: 10:55
Sample: 1 13
Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.014453	0.874624	-0.016525	0.9871
X	0.724097	0.069581	10.40648	0.0000

R-squared	0.907791	Mean dependent var	8.674708
Adjusted R-squared	0.899409	S.D. dependent var	2.959706
S.E. of regression	0.938704	Akaike info criterion	2.852004
Sum squared resid	9.692810	Schwarz criterion	2.938920
Log likelihood	-16.53803	Hannan-Quinn criter.	2.834139
F-statistic	108.2948	Durbin-Watson stat	1.737984
Prob(F-statistic)	0.000000		

- **第1列：**`Variable`表示模型包含的变量，$X_{2i}, X_{3i}, \cdots, X_{ki}$，其中**截距项**默认为`C`。
- **第2列：**`Coefficient`回归系数，也即 $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \cdots, \hat{\beta}_k$;
- **第3列：**`Std. Error`回归系数的样本标准误差，也即也即 $S_{\hat{\beta}_i}, i \in 1, 2, \cdots, k$。
- **第4列：**`t-Statistic`表示回归系数对应的**样本t统计量**，也即 $t^*_{\hat{\beta}_i}, i \in 1, 2, \cdots, k$;

形式3：原始报告：分析软件如EViews、R、STATA等直接自动生成的多元回归分析报告。EViews软件原始分析报告形式如下：**指标值区域（左）**


Equation: EQ_WAGE Workfile: CHPT2::wage\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/09/19 Time: 10:55
Sample: 1 13
Included observations: 13

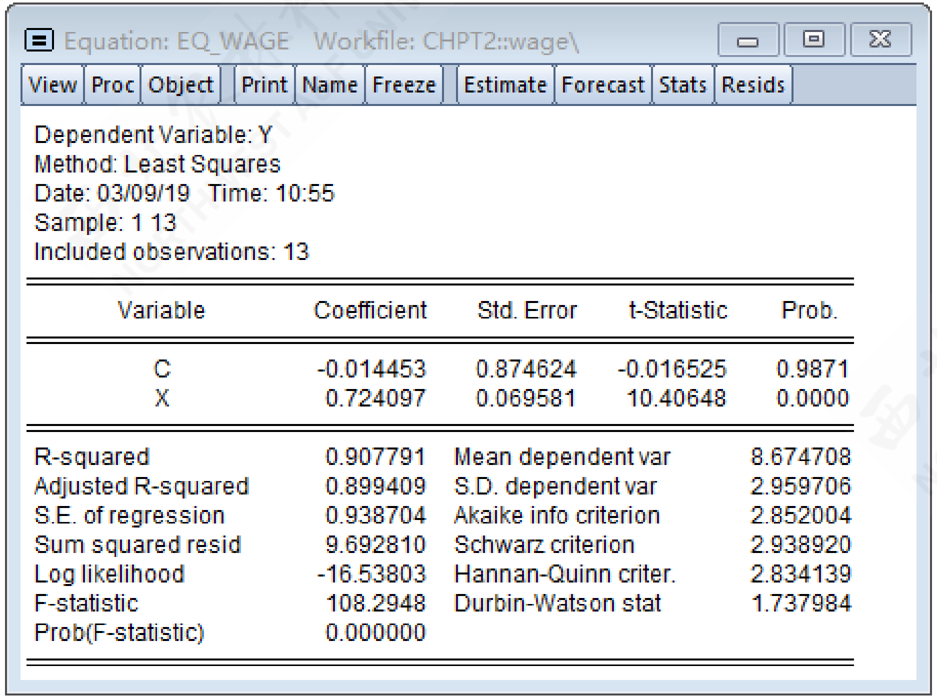
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.014453	0.874624	-0.016525	0.9871
X	0.724097	0.069581	10.40648	0.0000

R-squared	0.907791	Mean dependent var	8.674708
Adjusted R-squared	0.899409	S.D. dependent var	2.959706
S.E. of regression	0.938704	Akaike info criterion	2.852004
Sum squared resid	9.692810	Schwarz criterion	2.938920
Log likelihood	-16.53803	Hannan-Quinn criter.	2.834139
F-statistic	108.2948	Durbin-Watson stat	1.737984
Prob(F-statistic)	0.000000		

- `R-squared`：回归**判定**系数 R^2。
- `Adjusted R-squared`：回归模型**调整判定系数** $\bar{R}^2$。
- `S.E. of regression`：回归模型的**回归误差标准差** $\hat{\sigma}$。
- `Sum squared resid`：回归模型的**残差平方和RSS** $RSS = \sum e_i^2$。
- `Log likelihood`：回归模型的**对数似然值**。
- `F-statistic`：回归模型整体显著性的**样本F统计量** F^*。

回归分析的形式（EViews软件原始报告）

形式3：原始报告：分析软件如`EViews`、`R`、`STATA`等直接自动生成的多元回归分析报告。`EViews`软件原始分析报告形式如下：**指标值区域（右）**



Equation: EQ_WAGE Workfile: CHPT2::wage\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/09/19 Time: 10:55
Sample: 1 13
Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.014453	0.874624	-0.016525	0.9871
X	0.724097	0.069581	10.40648	0.0000

R-squared	0.907791	Mean dependent var	8.674708
Adjusted R-squared	0.899409	S.D. dependent var	2.959706
S.E. of regression	0.938704	Akaike info criterion	2.852004
Sum squared resid	9.692810	Schwarz criterion	2.938920
Log likelihood	-16.53803	Hannan-Quinn criter.	2.834139
F-statistic	108.2948	Durbin-Watson stat	1.737984
Prob(F-statistic)	0.000000		

- `Mean dependent var`：Y的均值 $\bar{Y}$
- `S.D. dependent var`：Y的样本标准差 S_Y。
- `Akaike info criterion`：回归模型的**AIC信息准则**。
- `Schwarz criterion`：回归模型的**Schwarz准则**。
- `Hannan-Quinn criter.`：回归模型的**Hannan-Quinn准则**。
- `Durbin-Watson stat`：回归模型的**德宾沃森统计量d**。

回归分析的形式（R软件原始报告）

形式4：原始报告：分析软件如EViews、R、STATA等直接自动生成的多元回归分析报告。R软件原始分析报告形式如下：

```
Call:
lm(formula = mod_wage, data = data_wage)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.5637 -0.7350  0.1266  0.7158  1.3198 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -0.01445    0.87462  -0.017    0.987    
X            0.72410    0.06958  10.406 4.96e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.9387 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9078,	Adjusted R-squared:  0.8994 
F-statistic: 108.3 on 1 and 11 DF,  p-value: 4.958e-07
```

本章结束