

20.1 估计方法简介



估计的方法简介

为了估计结构方程，可采取两种方法：

- 单方程法，又称有限息法(limited information methods) 。
 - 我们逐个估计(联立)方程组中的每一个方程，仅考虑对该方程的约束(如对某些变量的排除)而不考虑对其他方程的约束
- 方程组法(或系统法)，又称完全信息法 (full information methods)
 - 我们同时估计模型中的全部方程，适当考虑了因某些变量被排除而对方程组造成的全部约束



估计的方法简介

工具变量往往被用于估计联立方程问题，主要又包括三类方法：

- 三阶段最小二乘法(three-stage least squares, **3SLS**): 少数情况下可用
- 广义矩估计方法 (Generalized moment method, **GMM**) : 普遍用于动态模型问题
- 完全信息极大似然法 (full information maximum likelihood, **FIML**) : 更具有理论价值，也优于3SLS，但计算量较大。



估计的方法简介

考虑如下的联立方程模型：

$$\begin{cases} Y_{t1} - \gamma_{21}Y_{t2} - \gamma_{31}Y_{t3} - \beta_{01} - \beta_{11}X_{t1} & = u_{t1} \\ Y_{t2} - \gamma_{32}Y_{t3} - \beta_{02} - \beta_{12}X_{1t} - \beta_{22}X_{2t} & = u_{t2} \\ -\gamma_{13}Y_{t1} + Y_{t3} - \beta_{03} - \beta_{13}X_{1t} - \beta_{23}X_{2t} & = u_{t3} \\ -\gamma_{14}Y_{t1} - \gamma_{24}Y_{t2} + Y_{t4} - \beta_{04} - \beta_{34}X_{t3} & = u_{t4} \end{cases}$$

- 如果仅仅关注于估计第三个方程，采用单方程法将只考虑此方程，也即仅注意变量 Y_2, Y_4, X_3 被排除在此方程之外。
- 如果希望同时估计全部四个方程，采用方程组法将会对方程组中多个方程的全部约束都考虑进来。

20.2 普通最小二乘法(OLS)



OLS方法：递归模型

递归模型(recursive model): 也称为三角形模型(triangular model)或因果性(causal model)模型。不同方程中的同期干扰项是不相关的, 每个方程都展现一种单向的因果依赖关系。

考虑下面的联立方程模型:

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= +\beta_{01} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1} \\ Y_{t2} &= +\gamma_{12}Y_{1t} + \beta_{02} + \beta_{12}X_{t1} + \beta_{22}X_{t2} + u_{t2} \\ Y_{t3} &= +\gamma_{13}Y_{t1} + \gamma_{23}Y_{t2} + \beta_{03} + \beta_{13}X_{t1} + \beta_{23}X_{t2} + u_{t3} \end{aligned}$$



OLS方法：递归模型

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= +\beta_{01} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1} \\ Y_{t2} &= +\gamma_{12}Y_{1t} + \beta_{02} + \beta_{12}X_{t1} + \beta_{22}X_{t2} + u_{t2} \\ Y_{t3} &= +\gamma_{13}Y_{t1} + \gamma_{23}Y_{t2} + \beta_{03} + \beta_{13}X_{t1} + \beta_{23}X_{t2} + u_{t3} \end{aligned}$$

我们很容易发现,不同方程中的同期干扰项是不相关的(或者说是零同期相关):

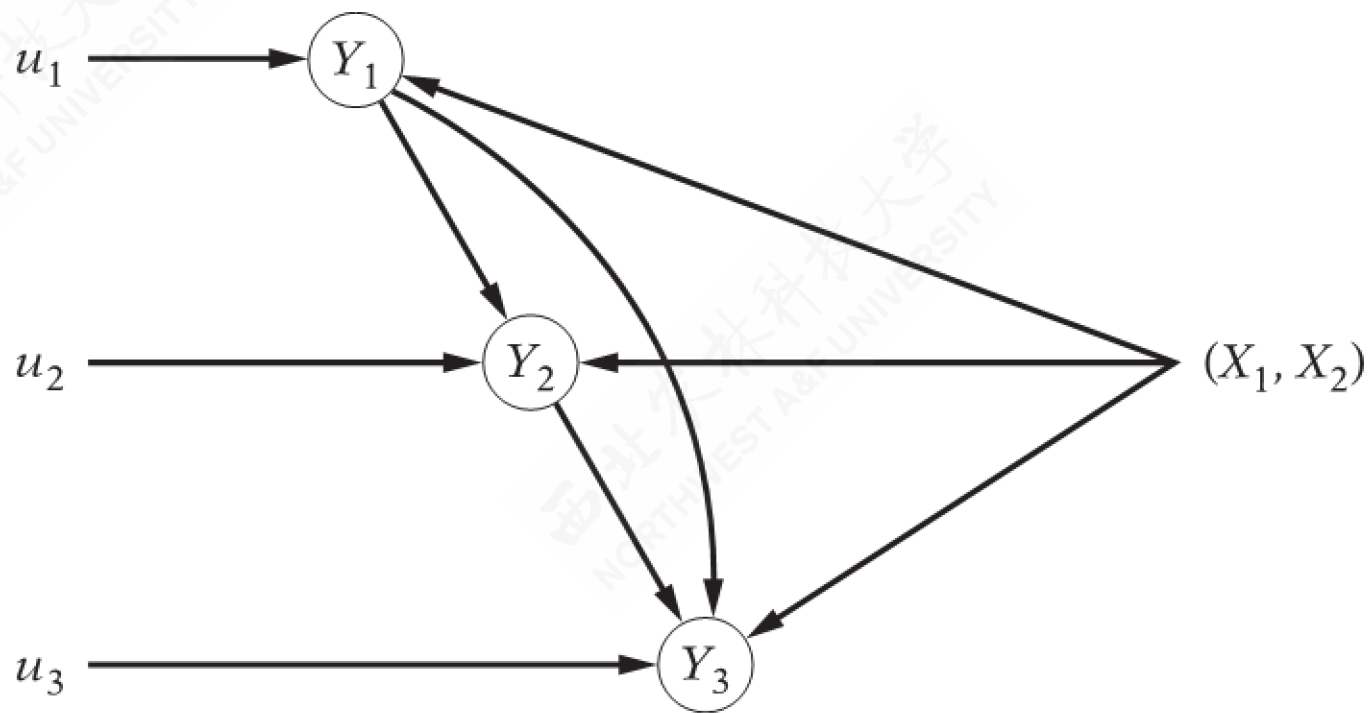
$$\text{cov}(u_{t1}, u_{t2}) = \text{cov}(u_{t1}, u_{t3}) = \text{cov}(u_{t2}, u_{t3}) = 0$$

- 对于第一个方程。因为它的右边仅含有外生变量，又因为按假定外生变量与干扰项均不相关，所以此方程满足经典OLS解释变量与干扰项不相关的基本假定。因而 OLS可直接应用于此方程的估计。
- 对于第二个方程。因为 $\text{cov}(u_{t1}, u_{t2}) = 0$ ，也就意味着 $\text{cov}(Y_{t1}, u_{t2}) = 0$ 。因而OLS可直接应用于此方程的估计。
- 对于第三个方程。因为 $\text{cov}(u_{t1}, u_{t3}) = 0$ ，也就意味着 $\text{cov}(Y_{t1}, u_{t3}) = 0$ 。又因为 $\text{cov}(u_{t1}, u_{t3}) = 0$ ，也就意味着 $\text{cov}(Y_{t2}, u_{t3}) = 0$ 。因而OLS可直接用于此方程的估计。



OLS方法：递归模型

我们也可以用图形进行直观表达：



递归形式的方程组

20.3 间接最小二乘法(ILS)



ILS方法：恰好识别模型

对一个恰好识别的结构方程，从约简型系数的OLS估计值获得结构系数估计值的方法叫做间接最小二乘法 (method of indirect least squares, ILS)，而如此得到的估计值称间接最小二乘估计值。

间接最小二乘法(ILS方法)包含以下三个步骤：

- step 1: 先求约简型方程。从结构方程组解出约简型方程，使得在每个方程的因变量都成为唯一的内生变量，并且仅仅是前定变量(外生或滞后内生)和随机误差项的函数。
- step 2: 对约简型方程逐个应用OLS。因为这些方程中的解释变量是前定的并因而与随机干扰项不相关，所以这种做法是合适的，由此得到的估计值是一致的。
- step 3: 从得到的约简型系数的估计值求原始结构系数的估计值。若方程恰可识别，则结构与约简型系数之间有一一对应关系，就是说可以从后者导出前者的唯一估计值。



美国农作物供需案例

美国农作物供需案例的变量说明如下：

美国农作物供需案例的变量说明

变量	含义	备注
Q	作物产量指数(1996=100)	连续变量
P	农产品收购价格指数(1990-1992=100)	连续变量
X	人均个人消费支出(按2007年美元计算)	连续变量

Showing 1 to 3 of 3 entries

Previous

1

Next



美国农作物供需案例

美国农作物供需案例的数据如下：

美国农作物供需数据(样本数n=30)

year	Q	P	X
1975	66	88	4789
1976	67	87	5282
1977	71	83	5804
1978	73	89	6417
1979	78	98	7073
1980	75	107	7716
1981	81	111	8439

Showing 1 to 7 of 30 entries

Previous

1

2

3

4

5

Next



美国农作物供需案例

因此我们可以构造出如下的联立方程：

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 X_t + u_{t1} \quad (\alpha_1 < 0, \alpha_2 > 0) \quad (\text{需求函数})$$

$$Q = \beta_0 + \beta_1 P_t + u_{t2} \quad (\beta_1 > 0) \quad (\text{供给函数})$$

其中：Q=作物产量指数；P=农产品收购价格指数；X=人均个人消费支出。



美国农作物供需案例

得到其对应的约简方程形式：

$$P_t = \pi_{11} + \pi_{21}X_t + w_t \quad (\text{约简方程1})$$

$$Q_t = \pi_{12} + \pi_{22}X_t + v_t \quad (\text{约简方程2})$$

其中，约简系数表达为：

$$\pi_{11} = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{21} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$w_t = \frac{u_{2t} - u_{t1}}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{12} = \frac{\alpha_1\beta_0 - \alpha_0\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{22} = -\frac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$v_t = \frac{\alpha_1u_{t2} - \beta_1u_{1t}}{\alpha_1 - \beta_1}$$



美国农作物供需案例

对于上述约简方程形式,我们可以采用OLS方法进行估计,可以得到:

$$\hat{\pi}_{21} = \frac{\sum p_t x_t}{\sum x_t^2} \quad (\text{价格约简方程的斜率})$$

$$\hat{\pi}_{11} = \bar{P} - \hat{\pi}_1 \cdot \bar{X} \quad (\text{价格约简方程的截距})$$

$$\hat{\pi}_{22} = \frac{\sum q_t x_t}{\sum x_t^2} \quad (\text{数量约简方程的斜率})$$

$$\hat{\pi}_{12} = \bar{Q} - \hat{\pi}_3 \cdot \bar{X} \quad (\text{数量约简方程的截距})$$



美国农作物供需案例

因为我们已经知道（复习阶条件和秩条件），供给方程是恰好可识别的，因此供给方程的结构系数是可以由简约系数唯一地估计得到：

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \pi_{12} + \beta_1 \pi_{11} \\ \beta_1 &= \frac{\pi_{22}}{\pi_{21}}\end{aligned}$$

也即：

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_0 &= \hat{\pi}_{12} + \hat{\beta}_1 \hat{\pi}_{11} \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{21}}\end{aligned}$$



美国农作物供需案例

下面我们对约简方程进行OLS回归。

$$P_t = \pi_{11} + \pi_{21}X_t + w_t \quad (\text{约简方程1})$$

$$Q_t = \pi_{12} + \pi_{22}X_t + v_t \quad (\text{约简方程2})$$

价格约简方程的回归结果如下：

$$\begin{aligned} \hat{P} &= + 90.96 & + 0.00X \\ (t) & (22.4499) & (3.0060) \\ (se) & (4.0517) & (0.0002) \\ (\text{fitness}) R^2 &= 0.2440; \bar{R}^2 = 0.2170 \\ F^* &= 9.04; \quad p = 0.0055 \end{aligned}$$

数量约简方程的回归结果如下：

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= + 59.76 & + 0.00X \\ (t) & (38.3080) & (20.9273) \\ (se) & (1.5600) & (0.0001) \\ (\text{fitness}) R^2 &= 0.9399; \bar{R}^2 = 0.9378 \\ F^* &= 437.95; p = 0.0000 \end{aligned}$$



美国农作物供需案例

可以得到约简系数：

$$\hat{\pi}_{21} = 0.00074$$

$$\hat{\pi}_{22} = 0.00197$$

$$\hat{\pi}_{11} = 90.96007$$

$$\hat{\pi}_{12} = 59.76183$$

由于供给方程是恰好识别的。因此，利用约简系数，进一步可以计算得到供给方程的结构系数：

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{12}} = 0.00197 / 0.00074 = 2.68052$$

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\pi}_{12} + \hat{\beta}_1 \hat{\pi}_{11} = 59.76183 - 2.68052 \cdot 90.96007 = -184.05874$$

因此，基于间接最小二乘法(ILS)估计得到的供给方程是：

$$\hat{Q}_t = -184.05874 + 2.68052 P_t$$

20.4 两阶段最小二乘法(TSLS)



2SLS方法：过度识别模型

考虑下面的联立方程模型：

$$Y_{t1} = \quad + \gamma_{21}Y_{2t} + \beta_{01} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1} \quad (\text{收入方程})$$

$$Y_{t2} = + \gamma_{12}Y_{t1} \quad + \beta_{02} \quad + u_{t2} \quad (\text{货币供给方程})$$

其中： Y_1 = 收入； Y_2 = 货币存量； X_1 = 投资支出； X_2 = 政府对商品和服务的支出

运用阶条件识别规则和秩条件识别规则（复习提问？），可以知道：

- 收入方程是不可识别的
 - 如果不改变模型设定，那“神也帮不了你”！
- 货币供给方程是过度识别的
 - 容易证明，如果采用ILS估计方法， γ_{21} 有两个ILS估计值。所以也没办法估计得到！



2SLS方法：过度识别模型

寻找工具变量破解过度识别问题：

- 从实际考虑，人们也许想用OLS去估计货币供给方程，但却因为 Y_1 和 u_2 之间可能存在相关关系而使得估计量有偏。
- 如果能找到这样的—一个代理变量——它和 Y_1 高度相关而又与 u_2 不相关——则OLS就可直接用于估计货币供给函数。这样的代理变量被称为工具变量(Instrument Variable)
- 由瑟尔和巴斯曼 (Robert Basman)各自独立发现的两阶段最小二乘 (two-stage least squares, 2SLS)成为寻找合适工具变量的重要途径和方法。



2SLS方法：过度识别模型

两阶段最小二乘 (two-stage least squares, 2SLS) 实际上连续使用两次OLS估计方法的过程：

stage 1: 为摆脱 Y_1 和 u_2 之间可能的相关性，先求 Y_1 对整个方程组(不仅仅是所考虑的方程中)全部前定变量的回归。也即：

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= \hat{\pi}_{01} + \hat{\pi}_{11}X_{t1} + \hat{\pi}_{21}X_{t2} + \hat{v}_{t1} \\ &= \hat{Y}_{t1} + \hat{v}_{t1} \\ \hat{Y}_{t1} &= \hat{\pi}_{01} + \hat{\pi}_{11}X_{t1} + \hat{\pi}_{21}X_{t2} \end{aligned}$$

表明随机的 Y_1 是由两部分构成：

- 随机X的一个线性组合而成的 \hat{Y}_{t1}
- 随机成分 \hat{u}_t
- 按照OLS理论， \hat{Y}_{t1} 与 \hat{v}_{t1} 是不相关的（Why? 提问）。



2SLS方法：过度识别模型

stage 2: 现在重新变换过度识别的供给方程如下：

$$\begin{aligned} Y_{t2} &= \beta_{02} + \gamma_{12}Y_{t1} + u_{t2} \\ &= \beta_{02} + \gamma_{12}(\hat{Y}_{t1} + \hat{v}_{t1}) + u_{t2} \\ &= \beta_{02} + \gamma_{12}\hat{Y}_{t1} + (\gamma_{12}\hat{v}_{t1} + u_{t2}) \\ &= \beta_{02} + \gamma_{12}\hat{Y}_{t1} + u_{t2}^* \end{aligned}$$

我们可以证明：

- Y_{t1} 和干扰项 u_{t2} 很可能相关，从而使得OLS估计方法不适用！
- 但是 \hat{Y}_{1t} 和干扰项 u_{t2}^* 之间，渐进地（随着样本数无限增加时）不相关。从而OLS估计方法又变得适用了！（也即参数估计是一致性的！）



2SLS方法：过度识别模型

两阶段最小二乘法(2SLS方法)的特点：

- 它可以应用于方程组中的某个方程而无需考虑方程组中的其他方程。因此，在求解涉及大量方程的计量经济模型时，2SLS提供了一个经济适用的方法。由于这一原因，此法在实际中被广泛应用。
- 相对于ILS为过度识别的方程提供参数的多个估计值，而2SLS对每个参数只提供一个估计值。
- 它只需知道方程组中一共有多少个外生或前定变量，而无需知道方程组中的任何其他变量，故易于应用。



2SLS方法：过度识别模型

两阶段最小二乘法(2SLS方法)的特点(续):

- 此法虽然专为过度识别的方程而设计，但同样适用于恰好识别的方程。但这时ILS和2SLS将给出相同的估计。(为什么?)
- 如果约简型回归（即阶段1的回归）的F值很高，比如说高于0.8。则经典OLS估计和2SLS估计将相差无几。
- 在ILS方法的回归报告中，我们没有给出所估系数的标准误，但我们能对2SLS估计值给出这些标准误。



2SLS方法：关于标准误校正

在ILS方法的回归报告中，我们没有给出所估系数的标准误，但我们能对 2SLS 估计值给出这些标准误。

- 需要注意的是： $u_{t2}^* = u_{t2} + \gamma_{12}\hat{v}_{t1}$
- 这意味着 $u_{t2}^* \neq u_{t2}$ ，因此需要进行误差校正
- 误差校正的具体办法，可以参考教材附录20A.2
- 下面的案例展示中，我们将会分别展示没有误差校正的2SLS估计和经过误差校正的2SLS估计。



2SLS方法：关于标准误校正

误差校正的计算过程如下：

- **stage 2:** 中供给方程的回归形式为

$$\begin{aligned} Y_{t2} &= \beta_{02} + \gamma_{12}Y_{1t} + u_{2t} \\ &= \beta_{02} + \gamma_{12}(\hat{Y}_{1t} + \hat{v}_{t1}) + u_{2t} \\ &= \beta_{02} + \gamma_{12}\hat{Y}_{1t} + (\gamma_{12}\hat{v}_{t1} + u_{2t}) \\ &= \beta_{02} + \gamma_{12}\hat{Y}_{1t} + u_{t2}^* \end{aligned}$$

- 其中 $u_{t2}^* = u_{2t} + \gamma_{12}\hat{v}_{t1}$



2SLS方法：关于标准误校正

- **stage 2:**中对于参数 γ_{12} 的估计值 $\hat{\gamma}_{12}$ ，其估计标准误 $s.e_{\hat{\gamma}_{12}}$ 的计算公式为：

$$Y_{t2} = \beta_{02} + \gamma_{12}\hat{Y}_{1t} + u_{t2}^*$$

$$s.e_{\hat{\gamma}_{12}} = \frac{\hat{\sigma}_{u_{t2}^*}^2}{\sum \hat{y}_{t1}^2}$$
$$\hat{\sigma}_{u_{t2}^*}^2 = \frac{\sum (u_{t2}^*)^2}{n-2} = \frac{\sum (Y_{t2} - \hat{\beta}_{02} - \hat{\gamma}_{12}\hat{Y}_{1t})^2}{n-2}$$



2SLS方法：关于标准误校正

实际上 $u_{t2}^* \neq u_{t2}$ ，也即意味着 $\hat{\sigma}_{u_{t2}^*} \neq \hat{\sigma}_{u_{t2}}$ 。

下面我们也可以计算得到 $\hat{\sigma}_{u_{t2}}$ 。

$$\hat{u}_{t2} = Y_{t2} - \hat{\beta}_{02} - \hat{\gamma}_{12}Y_{t1}$$
$$\hat{\sigma}_{u_{2t}}^2 = \frac{\sum (u_{2t})^2}{n-2} = \frac{\sum (Y_{t2} - \hat{\beta}_{02} - \hat{\gamma}_{12}Y_{1t})^2}{n-2}$$

20.5 货币市场案例



货币市场案例：数据和变量说明

美国货币市场案例的变量说明如下：

美国货币市场案例的变量说明

变量	含义	备注
Y1	GDP:国内生产总值(按2000年10亿美元计)	连续变量
Y2	M2:货币供给(10亿美元)	连续变量
X1	GDPI:私人国内总投资(按2000年10亿美元计)	连续变量
X2	FEDEXP:联邦政府支出(10亿美元)	连续变量
Y1.11	GDP_t-1:前一期的国内生产总值	连续变量
Y2.11	M2_t-1:前一期的货币供给	连续变量
X3	TB6:6个月国债利率(%)	连续变量

Showing 1 to 7 of 7 entries

Previous

1

Next



货币市场案例：数据和变量说明

美国货币市场案例的数据如下：

美国货币市场案例(样本数n=36)

year	Y1	Y2	X1	X2	Y1.l1	Y2.l1
1970	3771.9	626.5	427.1	201.1		
1971	3898.6	710.3	475.7	220	3771.9	626.5
1972	4105	802.3	532.1	244.4	3898.6	710.3
1973	4341.5	855.5	594.4	261.7	4105	802.3
1974	4319.6	902.1	550.6	293.3	4341.5	855.5
1975	4311.2	1016.2	453.1	346.2	4319.6	902.1
1976	4540.9	1152	544.7	374.3	4311.2	1016.2
1977	4750.5	1270.3	627	407.5	4540.9	1152

Showing 1 to 8 of 36 entries

Previous

1

2

3

4

5

Next



建模情形I：仅货币供给方程过度识别

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY



模型构建及识别情况

因此我们可以构造出如下的联立方程：

$$Y_{t1} = \beta_{01} + \gamma_{21}Y_{t2} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1} \quad (\text{收入方程})$$

$$Y_{t2} = \beta_{02} + \gamma_{12}Y_{1t} + u_{t2} \quad (\text{货币供给方程})$$

其中： $Y_1 = GDP$ (国内生产总值)； $Y_2 = M2$ 货币供给； $X_1 = GDPI$ (私人国内投资)； $X_2 = FEDEXP$ (联邦政府的支出)



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= \beta_{01} + \gamma_{21}Y_{t2} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1} && \text{(收入方程)} \\ Y_{t2} &= \beta_{02} + \gamma_{12}Y_{t1} + u_{t2} && \text{(货币供给方程)} \end{aligned}$$

stage 1: 先求 Y_1 对整个方程组(不仅仅是所考虑的方程中)全部前定变量的回归, 并分别得到 $\hat{Y}_{t1}; \hat{v}_{t1}$ 。也即:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= \widehat{\pi}_0 + \widehat{\pi}_1 X_{1t} + \widehat{\pi}_2 X_{2t} + \hat{v}_{t1} \\ &= \hat{Y}_{1t} + \hat{v}_{t1} \end{aligned}$$

stage 1的回归结果如下:

$$\begin{aligned} \widehat{Y_1} &= + 2689.85 & + 1.87X_1 & + 2.03X_2 \\ (t) & (39.5639) & (10.8938) & (18.9295) \\ (se) & (67.9874) & (0.1717) & (0.1075) \\ (\text{fitness}) R^2 &= 0.9964; \bar{R}^2 = 0.9962 \\ F^* &= 4534.36; p = 0.0000 \end{aligned}$$



两阶段最小二乘法估计（没有误差修正）

同时，我们可以得到 $\hat{Y}_{t1}; \hat{v}_{t1}$

stage 1 回归后得到的新变量 \hat{y}_{t1} 和 \hat{v}_{t1}

year	Y1	Y2	X1	X2	Y1.l1	Y2.l1	Y1.hat	v1.hat
1970	3771.9	626.5	427.1	201.1			3897.6136	-125.7136
1971	3898.6	710.3	475.7	220	3771.9	626.5	4026.9427	-128.3427
1972	4105	802.3	532.1	244.4	3898.6	710.3	4182.0464	-77.0464
1973	4341.5	855.5	594.4	261.7	4105	802.3	4333.7391	7.7609
1974	4319.6	902.1	550.6	293.3	4341.5	855.5	4316.1193	3.4807
1975	4311.2	1016.2	453.1	346.2	4319.6	902.1	4241.4135	69.7865
1976	4540.9	1152	544.7	374.3	4311.2	1016.2	4469.867	71.033
1977	4750.5	1270.3	627	407.5	4540.9	1152	4691.3048	59.1952

Showing 1 to 8 of 36 entries

Previous

1

2

3

4

5

Next



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= \beta_{01} + \gamma_{21}Y_{t2} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t2} && \text{(收入方程)} \\ Y_{t2} &= \beta_{02} + \gamma_{12}Y_{1t} + u_{t2} && \text{(货币供给方程)} \end{aligned}$$

stage 2: 现在重新变换过度识别的供给方程如下:

$$Y_{t2} = \beta_{02} + \gamma_{12}\hat{Y}_{1t} + u_{t2}^*$$

利用**stage 1**的结果, 采用OLS进一步回归, 得到:

$$\begin{aligned} \hat{\bar{Y}}_2 &= -2440.20 + 0.79Y1.hat \\ (t) & (-19.1578) \quad (44.5241) \\ (se) & (127.3738) \quad (0.0178) \\ (fitness) & R^2 = 0.9831; \bar{R}^2 = 0.9826 \\ & F^* = 1982.40; p = 0.0000 \end{aligned}$$



对比：有偏误的普通最小二乘法OLS估计

作为对比，我们给出一个"有偏误"的估计方法，也即直接对数量 Y_2 对 Y_1 采用 OLS 方法，将得到如下结果：

$$\begin{aligned}\widehat{Y_2} &= -2430.34 + 0.79Y_1 \\ (t) & \quad (-19.1042) \quad (44.5059) \\ (se) & \quad (127.2148) \quad (0.0178) \\ (\text{fitness}) & R^2 = 0.9831; \bar{R}^2 = 0.9826 \\ & F^* = 1980.77; p = 0.0000\end{aligned}$$



对比：有偏误的普通最小二乘法OLS估计

这是原始分析报告：

```
Call:
lm(formula = models_money$mod.ols, data = us_money_new)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-418.3 -151.7   40.2  143.5  380.8

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.430e+03  1.272e+02  -19.10  <2e-16 ***
Y1           7.905e-01  1.776e-02   44.51  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 229.1 on 34 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9831,    Adjusted R-squared:  0.9826
F-statistic: 1981 on 1 and 34 DF,  p-value: < 2.2e-16
```



建模情形2：收入方程和货币供给方程都是过度识别

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY



改进后的模型及识别情况

因此我们可以构造出如下的联立方程：

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= \beta_{01} + \gamma_{12}Y_{t2} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1} \quad (\text{收入方程}) \\ Y_{t2} &= \beta_{02} + \gamma_{12}Y_{1t} + \beta_{12}Y_{1,t-1} + \beta_{22}Y_{2,t-1} + u_{t2} \quad (\text{货币供给方程}) \end{aligned}$$

下面，我们根据阶条件规则2，对上述联立方程模型进行判断：

- 联立方程模型中前定变量个数 $K = 4$ （分别是什么？）
- 对于第一个方程（收入方程），前定变量个数 $k = 2$ ，则 $(K - k) = 2$ ；第一个方程的内生变量个数 $m = 2$ ，则 $(m - 1) = 1$ ；显然 $(K - k) > (m - 1)$ 。因此第一个方程是过度识别的
- 对于第二个方程（货币供给方程），前定变量个数 $k = 2$ ，则 $(K - k) = 2$ ；第二个方程的内生变量个数 $m = 2$ ，则 $(m - 1) = 1$ ；显然 $(K - k) > (m - 1)$ 。因此第二个方程是过度识别的
- 结论：收入方程和货币供给方程都是过度识别的



两阶段最小二乘法估计 (没有误差矫正)

下面我们将使用两阶段最小二乘法 (2SLS) 对收入方程和货币供给方程进行一致性的估计。

stage 1: 先求 Y_1 对整个方程组(不仅仅是所考虑的方程中)全部前定变量的回归, 并分别得到 $\hat{Y}_{t1}; \hat{v}_{t1}^*$ 。同时, 求 Y_2 对整个方程组(不仅仅是所考虑的方程中)全部前定变量的回归, 并分别得到 $\hat{Y}_{t2}; \hat{v}_{t2}^*$ 。也即:

$$\begin{aligned} Y_{t1} &= \hat{\pi}_{01} + \hat{\pi}_{11}X_{t1} + \hat{\pi}_{21}X_{t2} + \hat{\pi}_{31}Y_{t-1,1} + \hat{\pi}_{41}Y_{t-1,2} + \hat{v}_{t1} \\ &= \hat{Y}_{1t} + \hat{v}_{t1} \\ Y_{t2} &= \hat{\pi}_{02} + \hat{\pi}_{12}X_{t1} + \hat{\pi}_{22}X_{t2} + \hat{\pi}_{32}Y_{t-1,1} + \hat{\pi}_{42}Y_{t-1,2} + \hat{v}_{t2} \\ &= \hat{Y}_{t2} + \hat{v}_{t2} \end{aligned}$$



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

- 收入方程在stage 1的OLS回归结果

$$\begin{aligned}\widehat{Y1} = & + 1098.90 & + 0.98X1 & + 0.77X2 + 0.59Y1.l1 - 0.01Y2.l1 \\ (t) & (5.9222) & (7.4954) & (4.1895) (8.8729) & (-0.1024) \\ (se) & (185.5566) & (0.1308) & (0.1831) (0.0667) & (0.0721) \\ (\text{fitness}) & R^2 = 0.9990; \bar{R}^2 = 0.9989 \\ & F^* = 7857.58; p = 0.0000\end{aligned}$$



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

- 货币供给方程在stage 1的OLS回归结果

$$\begin{aligned} \widehat{Y}_2 = & -207.14 & + 0.20X_1 & - 0.35X_2 & + 0.06Y_{1.l1} & + 1.06Y_{2.l1} \\ (t) & (-1.1202) & (1.5298) & (-1.9455) & (0.9352) & (14.7779) \\ (se) & (184.9121) & (0.1303) & (0.1824) & (0.0665) & (0.0718) \\ (\text{fitness}) & R^2 = 0.9985; & \bar{R}^2 = 0.9983 & & & \\ & F^* = 5050.57; & p = 0.0000 & & & \end{aligned}$$



两阶段最小二乘法估计（没有误差修正）

同时，我们可以得到 $\hat{Y}_{t1}; \hat{v}_{t1}$ 以及 $\hat{Y}_{t2}; \hat{v}_{t2}$

stage 1 回归后得到的新变量

Y1	Y1.l1	Y1.hat	v1.hat	Y2	Y2.l1	Y2.hat	v2.hat
3,771.9				626.5			
3,898.6	3,771.9	3,963.2	-64.5622	710.3	626.5	709.5	0.8424
4,105.0	3,898.6	4,111.6	-6.5777	802.3	710.3	808.9	-6.6001
4,341.5	4,105.0	4,307.5	34.0275	855.5	802.3	925.7	-70.2030
4,319.6	4,341.5	4,428.4	-108.8458	902.1	855.5	977.0	-74.8543
4,311.2	4,319.6	4,360.1	-48.9302	1,016.2	902.1	986.9	29.3416

Showing 1 to 6 of 36 entries

Previous 1 2 3 4 5 6 Next



两阶段最小二乘法估计 (没有误差矫正)

stage 2: 重新变换过度识别的收入方程和货币供给方程如下:

$$Y_{t1} = \beta_{01} + \gamma_{21}\hat{Y}_{t2} + \beta_{11}X_{t1} + \beta_{21}X_{t2} + u_{t1}^*$$

$$Y_{t2} = \beta_{20} + \gamma_{12}\hat{Y}_{1t} + \beta_{12}Y_{t-1,1} + \beta_{22}Y_{t-1,2} + u_{t2}^*$$



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

- 收入方程在stage 2的OLS估计结果

$$\begin{aligned} \widehat{Y1} = & + 2723.68 & + 0.22Y2.hat & + 1.71X1 & + 1.57X2 \\ (t) & (40.3310) & (1.8961) & (9.2748) & (5.9811) \\ (se) & (67.5331) & (0.1156) & (0.1848) & (0.2623) \\ (fitness) & R^2 = 0.9966; & \bar{R}^2 = 0.9963 & & \\ & F^* = 3073.97; & p = 0.0000 & & \end{aligned}$$



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

- 货币供给方程在stage 2的OLS估计结果

$$\begin{aligned} \widehat{Y}_2 = & -228.13 & + 0.11Y1.hat & - 0.03Y1.l1 & + 0.93Y2.l1 \\ (t) & (-1.4843) & (0.7685) & (-0.1691) & (15.0961) \\ (se) & (153.6925) & (0.1431) & (0.1481) & (0.0618) \\ (fitness) & R^2 = 0.9981; & \bar{R}^2 = 0.9979 & & \\ & F^* = 5461.60; & p = 0.0000 & & \end{aligned}$$



两阶段最小二乘法估计 (没有误差修正)

- 收入方程在**stage 2**的OLS估计具体摘要如下:

```
Call:
lm(formula = models_money2$mod2.stage2.1, data = us_money_new2)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-360.45  -66.79   35.70   81.22  186.18

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2723.6809    67.5331  40.331  < 2e-16 ***
Y2.hat        0.2192     0.1156   1.896   0.0673 .
X1            1.7142     0.1848   9.275 1.87e-10 ***
X2            1.5690     0.2623   5.981 1.29e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 130.1 on 31 degrees of freedom
(因为不存在, 1个观察量被删除了)
Multiple R-squared:  0.9966,    Adjusted R-squared:  0.9963
F-statistic: 3074 on 3 and 31 DF,  p-value: < 2.2e-16
```



两阶段最小二乘法估计 (没有误差矫正)

- 货币供给方程在**stage 2**的OLS估计具体摘要如下:

```
Call:
lm(formula = models_money2$mod2.stage2.2, data = us_money_new2)

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-192.585  -42.964    7.051   42.930  218.677

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -228.13204   153.69248   -1.484   0.148
Y1.hat        0.10997    0.14309    0.769   0.448
Y1.l1        -0.02504    0.14813   -0.169   0.867
Y2.l1         0.93296    0.06180   15.096 7.79e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 78.08 on 31 degrees of freedom
(因为不存在, 1个观察量被删除了)
Multiple R-squared:  0.9981,    Adjusted R-squared:  0.9979
F-statistic: 5462 on 3 and 31 DF,  p-value: < 2.2e-16
```



两阶段最小二乘法估计（矫正误差）

R软件下采用systemfit 分析包，得到的“误差矫正”后的两阶段最小二乘法估计结果汇总如下：

两阶段最小二乘法（2SLS）回归结果

eq	vars	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
eq1	(Intercept)	2,723.68	69.1017	39.4155	0.0000
eq1	Y2	0.22	0.1183	1.8530	0.0734
eq1	X1	1.71	0.1891	9.0642	0.0000
eq1	X2	1.57	0.2684	5.8453	0.0000
eq2	(Intercept)	-228.13	157.9455	-1.4444	0.1587
eq2	Y1	0.11	0.1471	0.7478	0.4602
eq2	Y1.11	-0.03	0.1522	-0.1645	0.8704
eq2	Y2.11	0.93	0.0635	14.6896	0.0000

Showing 1 to 8 of 8 entries

Previous

1

Next



两阶段最小二乘法估计 (矫正误差)

R软件下采用systemfit 分析包，得到的“误差矫正”后的两阶段最小二乘法估计结果详细报告：

```
systemfit results
```

```
method: 2SLS
```

	N	DF	SSR	detRCov	OLS-R2	McElroy-R2
system	70	62	749260	107381032	0.997082	0.998059

	N	DF	SSR	MSE	RMSE	R2	Adj R2
eq1	35	31	549669	17731.24	133.1587	0.996492	0.996153
eq2	35	31	199592	6438.44	80.2399	0.998006	0.997813

```
The covariance matrix of the residuals
```

	eq1	eq2
eq1	17731.24	-2603.96
eq2	-2603.96	6438.44

```
The correlations of the residuals
```

	eq1	eq2
eq1	1.00000	-0.24371
eq2	-0.24371	1.00000

20.6 松露供需案例



松露供需案例



西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY

西北农林科技大学
NORTHWEST A&F UNIVERSITY



数据说明

案例来源：Hill, R. C., W. E. Griffiths and G. C. Lim. Principles of Econometrics 4th Edition [M], Wiley, 2011. chpt 11

实例参考：[PoE with R](#)

松露案例的变量说明 (样本数n=30)

变量	含义	单位
P	松露市场价格	美元/盎司
Q	松露产量或需求量	盎司
PS	松露替代品的市场价格	美元/盎司
DI	当地居民可支配收入	美元/人
PF	生产成本(小猪的租金)	美元/小时

Showing 1 to 5 of 5 entries

Previous

1

Next



数据说明

松露案例的数据 (样本数n=30)

变量	含义	单位
P	松露市场价格	美元/盎司
Q	松露产量或需求量	盎司
PS	松露替代品的市场价格	美元/盎司
DI	当地居民可支配收入	美元/人
PF	生产成本(小猪的租金)	美元/小时

Showing 1 to 5 of 5 entries

Previous

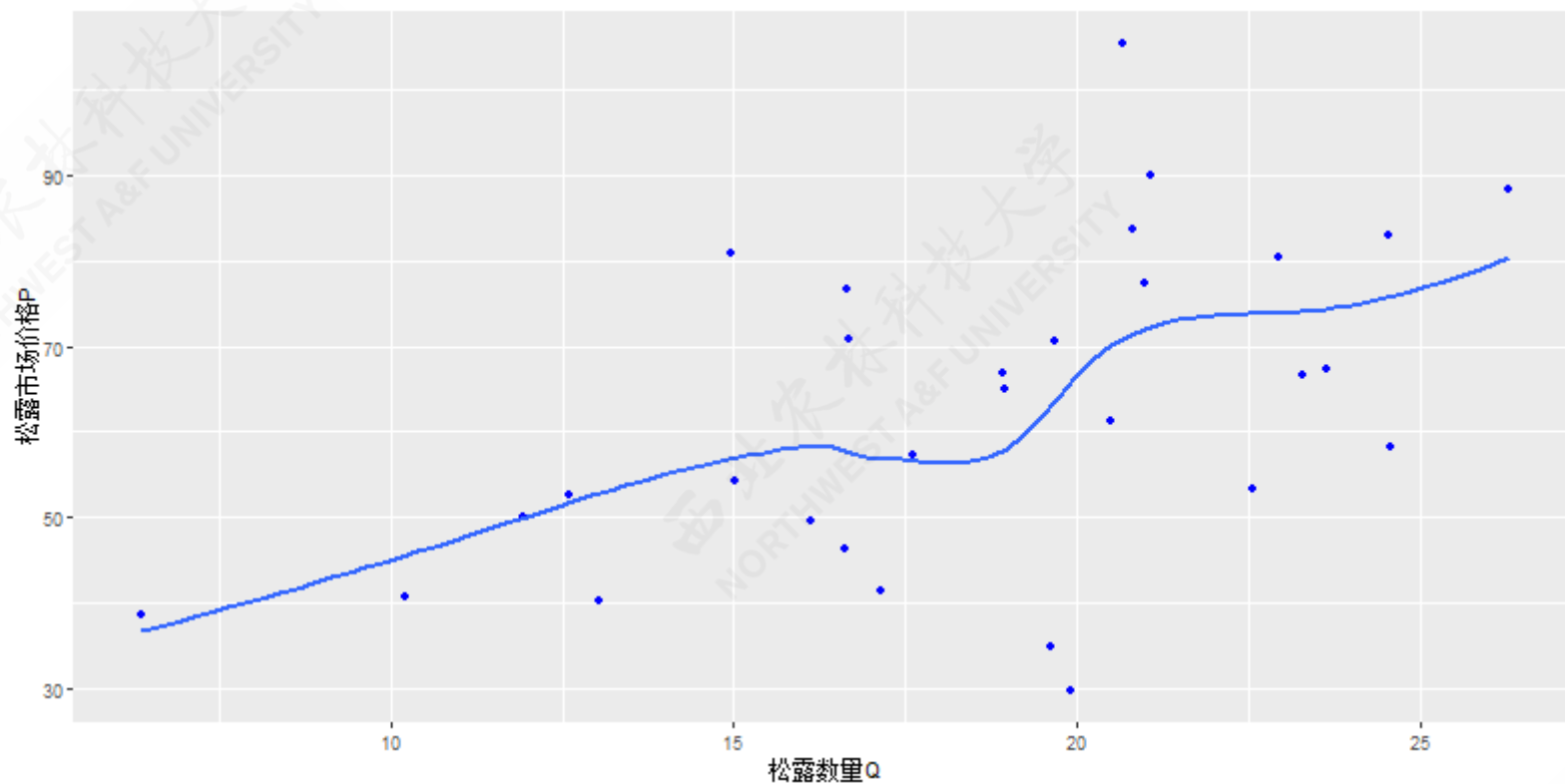
1

Next



数据说明

下面给出松露数量 Q 与松露市场价格 P 的散点图：





结构方程

给定联立方程：

$$Q_i = \alpha_0 + \alpha_1 P_i + \alpha_2 PS_i + \alpha_3 DI_i + u_{i1} \quad (\text{需求函数})$$

$$Q_i = \beta_0 + \beta_1 P_i + \beta_2 PF_i + u_{i2} \quad (\text{供给函数})$$



约简方程

我们可以得到约简方程1:

$$\begin{cases} P_i = \pi_{01} + \pi_{11}PS_i + \pi_{21}DI_i + \pi_{31}PF_i + v_{t1} \\ Q_i = \pi_{02} + \pi_{12}PS_t + \pi_{22}DI_i + \pi_{32}PF_i + v_{t2} \end{cases}$$

$$\pi_{01} = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{11} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{21} = -\frac{\alpha_3}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{31} = \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$v_{t1} = \frac{u_{2t} - u_{1t}}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{02} = -\frac{\alpha_1\beta_0 - \alpha_0\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{12} = -\frac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{22} = -\frac{\alpha_3\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{32} = \frac{\alpha_1\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$v_{t2} = \frac{\alpha_1 u_{2t} - \beta_1 u_{1t}}{\alpha_1 - \beta_1}$$



约简模型回归结果

价格约简方程1的回归结果如下：

$$\begin{aligned}\hat{P} &= -32.51 & + 1.71PS & + 7.60DI + 1.35PF \\ (t) & (-4.0721) & (4.8682) & (4.4089) (4.5356) \\ (se) & (7.9842) & (0.3509) & (1.7243) (0.2985) \\ (\text{fitness}) & R^2 = 0.8887; \bar{R}^2 = 0.8758 \\ & F^* = 69.19; p = 0.0000\end{aligned}$$

数量约简方程2的回归结果如下：

$$\begin{aligned}\hat{Q} &= +7.90 & + 0.66PS & + 2.17DI - 0.51PF \\ (t) & (2.4342) & (4.6051) & (3.0938) (-4.1809) \\ (se) & (3.2434) & (0.1425) & (0.7005) (0.1213) \\ (\text{fitness}) & R^2 = 0.6974; \bar{R}^2 = 0.6625 \\ & F^* = 19.97; p = 0.0000\end{aligned}$$



两阶段最小二乘法 (2SLS) 回归结果

两阶段最小二乘法 (2SLS) 回归结果

eq	vars	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
eq1	(Intercept)	-4.2795	5.5439	-0.7719	0.4471
eq1	P	-0.3745	0.1648	-2.2729	0.0315
eq1	PS	1.2960	0.3552	3.6488	0.0012
eq1	DI	5.0140	2.2836	2.1957	0.0372
eq2	(Intercept)	20.0328	1.2231	16.3785	0.0000
eq2	P	0.3380	0.0249	13.5629	0.0000
eq2	PF	-1.0009	0.0825	-12.1281	0.0000



有偏误的OLS估计

作为对比，我们下面给出有偏误的OLS估计——也即不采用2SLS估计联立方程，而是简单而执意地使用OLS方法分别估计需求方程和供给方程！

- 需求方程有偏误的OLS估计结果为：

$$\begin{aligned}\hat{Q} &= + 1.09 & + 0.02P & + 0.71PS + 0.08DI \\ (t) & (0.2940) & (0.3032) & (3.3129) & (0.0642) \\ (se) & (3.7116) & (0.0768) & (0.2143) & (1.1909) \\ (\text{fitness}) R^2 &= 0.4957; \bar{R}^2 = 0.4375 \\ F^* &= 8.52; p = 0.0004\end{aligned}$$



有偏误的OLS估计

作为对比，我们下面给出有偏误的OLS估计——也即不采用2SLS估计联立方程，而是简单而执意地使用OLS方法分别估计需求方程和供给方程！

- 供给方程有偏误的OLS估计结果为：

$$\begin{aligned}\hat{Q} &= + 20.03 & + 0.34P & - 1.00PF \\ (t) & (16.3938) & (15.5436) & (-13.1028) \\ (se) & (1.2220) & (0.0217) & (0.0764) \\ (\text{fitness}) R^2 &= 0.9019; \bar{R}^2 = 0.8946 \\ F^* &= 124.08; p = 0.0000\end{aligned}$$



有偏误的OLS估计

- 需求方程有偏误的OLS估计的R软件摘要结果具体为：

```
Call:
lm(formula = D, data = truffles)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-7.155 -1.936 -0.374  2.396  6.335

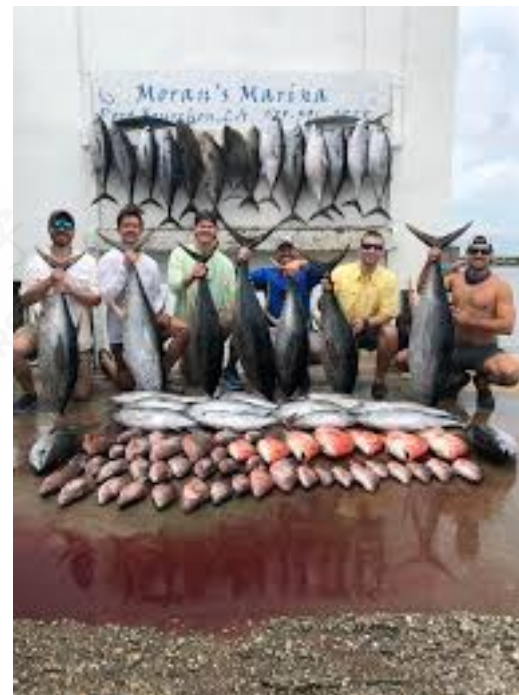
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   1.09105     3.71158   0.294  0.77112
P              0.02330     0.07684   0.303  0.76418
PS             0.71004     0.21432   3.313  0.00272 **
DI             0.07644     1.19086   0.064  0.94931
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3.46 on 26 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4957,    Adjusted R-squared:  0.4375
F-statistic:  8.52 on 3 and 26 DF,  p-value: 0.0004159
```


20.7 鳕鱼供需案例



鳕鱼供需案例





数据说明

鳕鱼案例的变量说明

变量	含义	备注
lprice	对数化的鳕鱼市场价格	连续变量
lquan	对数化的鳕鱼数量	连续变量
mon	周一	虚拟变量0/1
tue	周二	虚拟变量0/1
wen	周三	虚拟变量0/1
thu	周四	虚拟变量0/1
stormy	暴风雨天气	虚拟变量0/1

Showing 1 to 7 of 7 entries

Previous

1

Next



数据说明

鳕鱼供需日期数据 (样本数n=111)

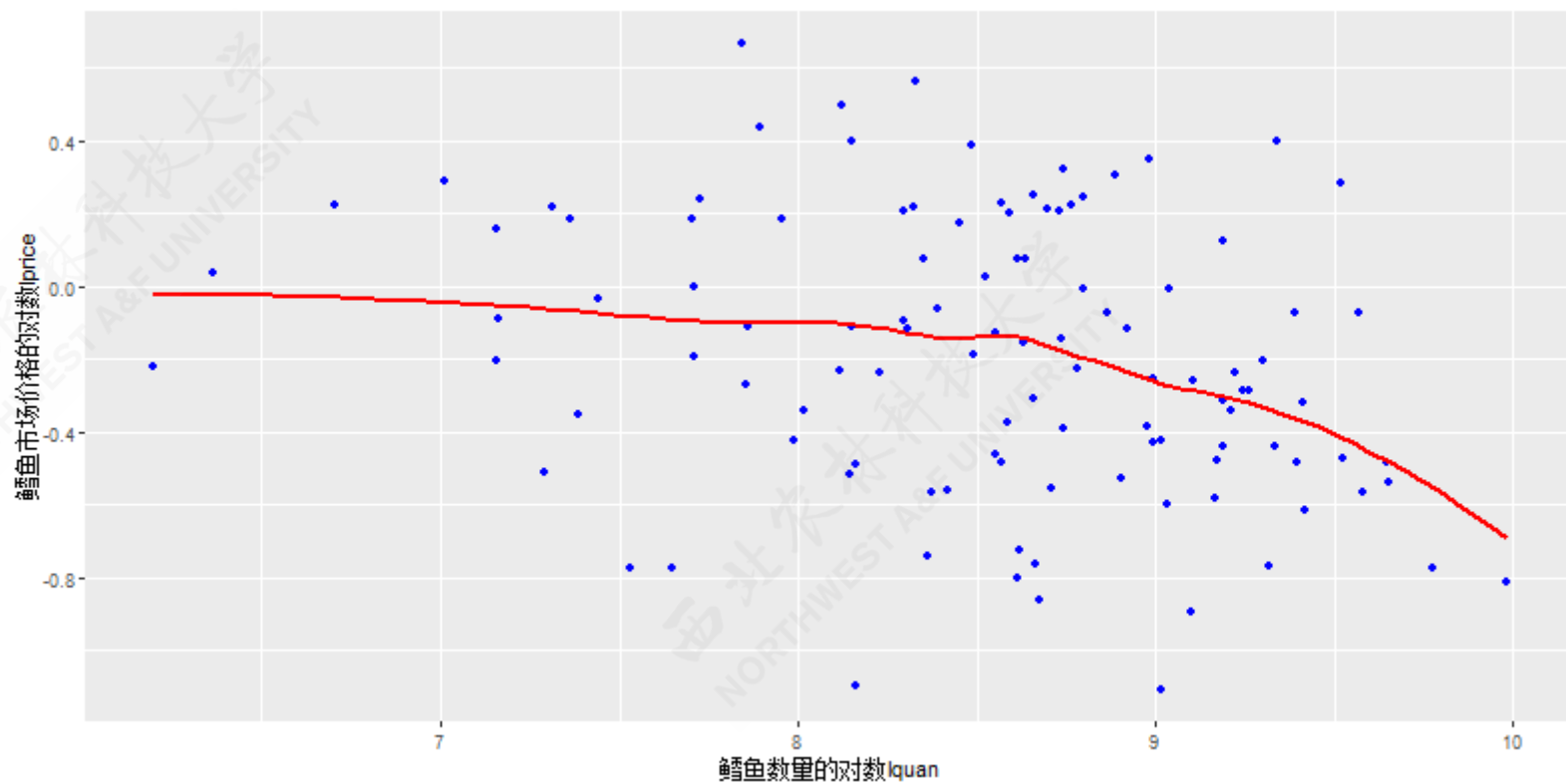
date	lprice	quan	lquan	mon	tue	wed	thu	stormy
1991-12-02	-0.43	8,058	8.99	1	0	0	0	1
1991-12-03	0.00	2,224	7.71	0	1	0	0	1
1991-12-04	0.07	4,231	8.35	0	0	1	0	0
1991-12-05	0.25	5,750	8.66	0	0	0	1	1
1991-12-06	0.66	2,551	7.84	0	0	0	0	1
1991-12-09	-0.21	10,952	9.30	1	0	0	0	0
1991-12-10	-0.12	7,485	8.92	0	1	0	0	0
1991-12-11	-0.26	9,009	9.11	0	0	1	0	0
1991-12-12	-0.12	4,055	8.31	0	0	0	1	0

Showing 1 to 9 of 111 entries

Previous 1 2 3 4 5 ... 13 Next



数据说明





联立方程模型

给定联立方程：

$$lquan_t = \alpha_0 + \alpha_1 lprice_t + \alpha_2 mon_t + \alpha_3 tue_t + \alpha_4 wen_t + \alpha_5 thu_t + u_{1t} \quad (\text{需求函数})$$

$$lquan_t = \beta_0 + \beta_1 lprice_t + \beta_3 stormy_t + u_{2t} \quad (\text{供给函数})$$

可得到约简方程：

$$lquan_t = \pi_0 + \pi_1 mon_t + \pi_2 tue_t + \pi_3 wen_t + \pi_4 thu_t + \pi_5 stormy_t + v_t \quad (\text{约简方程1})$$

$$lprice_t = \pi_0 + \pi_1 mon_t + \pi_2 tue_t + \pi_3 wen_t + \pi_4 thu_t + \pi_5 stormy_t + v_t \quad (\text{约简方程2})$$



约简模型回归结果

数量约简方程的回归结果如下：

$$\begin{aligned} \widehat{lquan} = & + 8.81 & + 0.10mon & - 0.48tue & - 0.55wed & + 0.05thu & - 0.39stormy \\ (t) & (59.9225) & (0.4891) & (-2.4097) & (-2.6875) & (0.2671) & (-2.6979) \\ (se) & (0.1470) & (0.2065) & (0.2011) & (0.2058) & (0.2010) & (0.1437) \\ (fitness) & n = 111; & R^2 = 0.1934; & \bar{R}^2 = 0.1550 \\ & F^* = 5.03; & p = 0.0004 \end{aligned}$$

价格约简方程的回归结果如下：

$$\begin{aligned} \widehat{lprice} = & - 0.27 & - 0.11mon & - 0.04tue & - 0.01wed & + 0.05thu & + 0.35stormy \\ (t) & (-3.5569) & (-1.0525) & (-0.3937) & (-0.1106) & (0.4753) & (4.6387) \\ (se) & (0.0764) & (0.1073) & (0.1045) & (0.1069) & (0.1045) & (0.0747) \\ (fitness) & n = 111; & R^2 = 0.1789; & \bar{R}^2 = 0.1398 \\ & F^* = 4.58; & p = 0.0008 \end{aligned}$$



两阶段最小二乘法 (2SLS) 回归结果

两阶段最小二乘法 (2SLS) 回归结果

eq	vars	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
eq1	(Intercept)	8.5059	0.1662	51.1890	0.0000
eq1	lprice	-1.1194	0.4286	-2.6115	0.0103
eq1	mon	-0.0254	0.2148	-0.1183	0.9061
eq1	tue	-0.5308	0.2080	-2.5518	0.0122
eq1	wed	-0.5664	0.2128	-2.6620	0.0090
eq1	thu	0.1093	0.2088	0.5233	0.6018
eq2	(Intercept)	8.6284	0.3890	22.1826	0.0000
eq2	lprice	0.0011	1.3095	0.0008	0.9994
eq2	stormy	-0.3632	0.4649	-0.7813	0.4363



两阶段最小二乘法 (2SLS) 回归结果

systemfit results

method: 2SLS

	N	DF	SSR	detRCov	OLS-R2	McElroy-R2
system	222	213	109.612	0.107301	0.094242	-0.597812

	N	DF	SSR	MSE	RMSE	R2	Adj R2
eq1	111	105	52.0903	0.496098	0.704342	0.139124	0.098130
eq2	111	108	57.5218	0.532610	0.729801	0.049360	0.031755

The covariance matrix of the residuals

	eq1	eq2
eq1	0.496098	0.396138
eq2	0.396138	0.532610

The correlations of the residuals

	eq1	eq2
eq1	1.000000	0.770653
eq2	0.770653	1.000000

2SLS estimates for 'eq1' (equation 1)

Model Formula: $lquan \sim lprice + mon + tue + wed + thu$

Instruments: $\sim mon + tue + wed + thu + stormy$



有偏误的OLS估计

- 需求方程有偏误的OLS估计结果为：

$$\begin{aligned} \widehat{lquan} = & + 8.61 & - 0.56lprice & + 0.01mon & - 0.52tue & - 0.56wed & + 0.08thu \\ (t) & (60.1698) & (-3.3443) & (0.0706) & (-2.6114) & (-2.7450) & (0.4126) \\ (se) & (0.1430) & (0.1682) & (0.2026) & (0.1977) & (0.2023) & (0.1978) \\ (fitness) & R^2 = 0.2205; \bar{R}^2 = 0.1834 \\ & F^* = 5.94; \quad p = 0.0001 \end{aligned}$$

- 供给方程有偏误的OLS估计结果为：

$$\begin{aligned} \widehat{lquan} = & + 8.50 & - 0.44lprice & - 0.22stormy \\ (t) & (86.6914) & (-2.2560) & (-1.3253) \\ (se) & (0.0981) & (0.1942) & (0.1630) \\ (fitness) & R^2 = 0.0923; \bar{R}^2 = 0.0755 \\ & F^* = 5.49; \quad p = 0.0053 \end{aligned}$$



有偏误的OLS估计

- 需求方程有偏误的OLS估计的R软件摘要结果具体为：

```
Call:
lm(formula = fish.D, data = fultonfish)

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.23844 -0.36737  0.08832  0.42304  1.24866

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   8.60689    0.14304  60.170  < 2e-16 ***
lprice       -0.56255    0.16821  -3.344  0.00114 **
mon           0.01432    0.20265   0.071  0.94381
tue          -0.51624    0.19769  -2.611  0.01034 *
wed          -0.55537    0.20232  -2.745  0.00712 **
thu           0.08162    0.19782   0.413  0.68073
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6702 on 105 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2205,    Adjusted R-squared:  0.1834
F-statistic:  5.94 on 5 and 105 DF,  p-value: 7.08e-05
```



有偏误的OLS估计

- 供给方程有偏误的OLS估计的R软件摘要结果具体为：

```
Call:
lm(formula = fish.S, data = fultonfish)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.40421 -0.37543  0.07341  0.51970  1.22666

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   8.50086    0.09806  86.691  <2e-16 ***
lprice       -0.43808    0.19418  -2.256   0.0261 *
stormy       -0.21602    0.16299  -1.325   0.1879
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7131 on 108 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.09234,    Adjusted R-squared:  0.07553
F-statistic: 5.494 on 2 and 108 DF,  p-value: 0.005344
```

本章結束

