

第2章 运筹学建模方法概述

本章旨在论述运筹学(OR)中采用的各种数学方法。鉴于定量技术是当前运筹学的主要内容构成,本书的编排具有一定的实用性。尽管如此,并不意味着各种实际的运筹学研究仅仅是做一些数学演算。实际上,数学分析通常在全部分工作中所占比例很少。本章通过对一种典型的大型运筹学研究的主要阶段的阐述,帮助读者更清晰地了解相关内容。

运筹学研究的一般步骤有重叠归纳如下:

- (1) 确定问题并收集相关数据。
- (2) 建立数学模型以描述该问题。
- (3) 编制一项基于计算机的程序,根据数学模型推演出该问题的各种解决方案。
- (4) 测试该模型,必要时加以精炼。
- (5) 按管理要求,将该模型应用于当前课题。
- (6) 实施。

下面对上述各阶段依次进行讨论。

本章末尾处的参考文献包含了部分获奖的运筹学研究资料,这些资料列举了有关如何妥善实施这些阶段的优秀案例。本章全篇穿插这些案例的一些片断。欲了解更多有关获奖的运筹学应用,本书网站上有部分详细阐述运筹学研究的文章,详见网址:www.mhhe.com/hillier。

2.1 确定问题并收集数据

与教材范例不同,多数运筹学研究小组最初遇到的实际问题描述模糊不清,不够准确。因此,首要任务是研究相关系统,并对待研究问题进行清晰界定,包括确定合适的研究目标、限制条件、待研究领域与组织中其他领域的相互关系、备选方案、决策时限等。确定问题这一过程至关重要,它极大地影响着相关研究结论。因为从“错误”的问题中推导出“正确”答案并非易事。

首先需要认识到,运筹学研究小组常以顾问的身份出现。因此,小组成员不仅要接受课题并提出他们认为合理的解决方案,还需向管理层(通常是一位核心决策者)提供建议。运筹学研究小组对问题进行详细的技术分析,并向管理层提出建议。通常,提交给管理层的报告会提出一些备选方案,这些备选方案针对不同的前提条件,或只有管理层能进行评估的不同的政策性参数(如权衡成本和收益)针对不同取舍(权衡成本和收益)。管理者对研究结果及和建议进行评估,综合考虑诸多不确定因素,最后根据自己的判断做出最终决策。因此,至关重要的是,运筹学研究小组必须与管理者保持合拍,包括从管理者的角度确定“正确”的问题,以获得管理层对研究过程的支持。

确定合适的目标是界定问题的一个非常重要的方面。确定合适目标需先确定对待研究系统拥有实际决策权的管理者(一名或多名),并了解其对相关目标的见解(为获得决策者对研究的支持,从刚开始就要让决策人参与其中,这点非常关键)。

就性质而言,运筹学主要针对组织的整体利益而非局部利益。一项运筹学研究是为整个组织寻求最优解,而非为某一局部最优化获取次优解。因此,所确定的理想目标即为整个组织的目标。

标,但做到这点并非总能轻而易举。许多问题主要针对组织的局部利益,若确定的目标过于笼统,且对组织各部门的负面影响均明确加以考虑,则分析会变得过于冗杂。所以,研究目标要尽量具体,不但应涵盖决策者的主要目标,还应与组织更高层级的目标保持合理程度的一致性。

营利性组织规避次优化问题的可能方式是将长期利润最大化(考虑资金的时间价值)作为唯一目标。长期这一限定词表明,目标具有灵活性,可把不能立即转化为利润的活动(如研究和开发项目)确定为目标,可以从最终利润产出角度,表明上述目标的合理性。该方法具有相当大的优点。该目标具体、实用、足够宽泛,且涵盖营利组织的基本目标。事实上,有人认为,所有其他正当合理的目标均可转化为长期利润最大化目标。

但在现实实践中,许多营利机构并不采用此法。对许多美国公司的研究表明,管理者倾向于将追求令人满意的利润和与其他目标相结合,而非长期利润的最大化。通常,其他目标包括保持稳定的利润、提高(或维持)市场份额、产品多样化、维持价格的稳定、提高员工士气、保持企业的家族控制,以及提高公司的声望。实现这些目标或许会实现长期利润的最大化,但这种关系过于含糊,不便于将其全部纳入长期利润最大化这一目标。

此外,还需要考虑不同于利润动机的社会责任。通常,非跨国企业要考虑对以下五方产生的影响:①希望获得利润(股息、股票升值等)的企业所有者(股东等);②希望以合理工资稳定就业的企业员工;③希望以合理价格获得可靠产品的客户;④希望以合理价格售卖其产品的供应商;⑤希望获取公平税收并兼顾国家利益的政府或国家。上述五方对企业均不可或缺,公司不应被视为任何一方剥削他方的专属工具。依此类推,跨国企业在社会责任方面应承担更多义务。因此,即使管理层的首要责任是创造利润(最终惠及所有五方),但还必须承认,管理层还需承担更为广泛的社会责任。

运筹学研究小组常花费大量时间收集问题相关数据。通常,许多数据既有助于准确理解问题,也为下一阶段数学模型的构建提供了必要的输入信息。但往往由于信息缺失或已有的信息过时或格式错误,致研究开始时无法获得大部分所需数据。因此,有必要安装一个新的计算机管理信息系统,用于按规定格式持续收集所需数据。通常,运筹学研究小组需争取组织中其他关键人物(包括信息技术专家)的协助,以便追踪所有重要数据。即便如此,仍有许多数据可能非常“软”,如仅基于推测的粗略估计。通常,运筹学研究小组会花费相当多的时间提高数据精确度,并利用最优数据。

近年来,随着数据库的广泛使用以及数据库规模的迅猛增长,运筹学研究小组屡屡发现数据问题的最大障碍并非是可用数据太少,而是数据太多。数据来源可能成千上万,可用GB甚至TB来计量。在此环境下,锁定相关数据并确定数据关联模式或会工作量浩繁。运筹学研究小组可采用新研发的数据挖掘工具解决该问题。数据挖掘可搜索大量数据库并作出有用的决策提供有趣的方式(数据挖掘的更多背景资料请参阅本章末参考文献[6])。

案例:20世纪90年代后期,金融综合服务公司受到电子经纪公司极低交易成本的冲击。对此,美林证券公司进行了一项大型的运筹学研究,以应对这一冲击。公司对收取服务费项目进行了全面调查,调查范围涵盖全服务资产期权(按资产价值的一定比例收费,而非单笔交易收费)及期望在网上直接投资客户的低成本期权。数据收集和处理在该项研究中发挥了关键作用。为了分析不同期权对单个客户行为的影响,小组需要收集处理500万客户、1000万个账户、1亿交易记录以及2.5亿笔台账记录等200GB的综合性客户数据库。这需从海量生产数据库中合并、协调、过滤和清理数据。本项研究成果的实施,使公司一年内所持客户资产上涨近500亿美元,收益增长近8000万美元(该项研究的详细内容请参阅参考文献[A2]。有关数据采集和处理在运筹学研究中起特别关键作用的其他获奖的实例,请参阅参考文献[A1,A10,A14])。

2.2 构建数学模型

决策者的问题确定后,下一阶段是以便于分析的形式重新表述该问题。传统的运筹学方法就是构建一个能代表问题实质的数学模型。在讨论如何构建数学模型之前,首先探讨模型的一般性质和数学模型的特殊性质。

模型或理想化表述是日常生活中不可或缺的一部分。常见的模型包括飞机模型、肖像、地球仪等。同样,模型在科学和商务方面也起着非常重要的作用,如原子模型、遗传结构模型、描述运动物理规律或化学反应的数学方程式、图形、组织结构图和工业会计系统等。此类模型对于抽象出调查对象的本质、显示相互关系和帮助分析具有巨大价值。

数学模型也是一种理想化表述,但以数学符号和表达式表示。物理学定律 $F=ma$ 和 $E=mc^2$ 均为常见例子。同样,商业问题的数学模型是由描述问题本质的方程式及其相关数学表达式构成的系统。因此,如要做 n 个相关的定量决策,这些决策可表示为值待定的决策变量(如 x_1, x_2, \dots, x_n)。绩效(比如利润)的适当测定则采用这些决策变量的数学函数表示(如 $P=3x_1+2x_2+\dots+5x_n$)。该函数称为目标函数。可分配给决策变量值的任何限制也用数学方式表示,一般用不等式或等式表示(如 $x_1+3x_1x_2+2x_2\leq 10$)。表示这些限制条件的数学表达式常称为约束条件。约束条件和目标函数中的常数(即系数和右侧值)称为模型参数。那么,数学模型可以表述为,选择决策变量的值以便在规定的约束条件下使目标函数最大化。该类模型及其不同的变化形式,构成了运筹学模型的典型特征。

确定分配至模型参数的合适值(每个参数分配一个值)是建模过程中既关键又具有挑战性的一环。与教科书的案例(数字是给定的)不同,确定一个真实问题的参数值需要搜集相关数据。如前文所述,搜集准确数据通常比较困难。因此,分配至参数的值往往(必定)是一个粗略的估算值。由于参数真值的不确定性,如果分配至参数的值在合理范围内发生变化,非常有必要分析所导出的模型的解是如何改变的。这一过程称为灵敏度分析,下节(和第7章的大量内容)将进一步予以论述。

尽管我们常说商业问题的数学模型,但实际问题通常不会只有一种正确模型。2.4节将讲述模型测试过程通常是如何导出一系列模型以更好地描述问题的。建立两个或多个完全不同的模型帮助分析同一个问题甚至也是有可能的。

本书其余部分有大量数学模型案例。下面几个章节将研究一个特别重要的模型类型——线性规划模型,该模型中目标函数和约束条件的数学函数均为线性函数。第3章论述线性规划模型的具体构建过程,以便解决如下问题:①使利润最大化的产品组合;②最大程度地减少附近组织损伤的同时有效攻击肿瘤的放射治疗方案;③作物净收益最大化的面积分配;④空气质量达标的最低成本污染治理方法组合。

数学模型相对于语言描述问题具有诸多优点。优点之一就在于数学模型描述问题更简明扼要,更易于理解问题的整体结构,有助于揭示重要的因果关系。这样便可更清楚地表述其他数据与分析的相关性。同时,也有利于从总体上处理问题,并同步考虑所有与之相关的关系。最后,数学模型在强大的数学和计算机技术与问题分析之间构建了桥梁。实际上,个人计算机和大型计算机套装软件已广泛应用于数学模型问题的求解。

然而,应用数学模型时须避免其存在的陷阱。该类模型必然是对问题理想化的抽象,为使模型易于求解(能解决),一般须取近似值,并简化假设。因此,必须注意确保模型对问题的有效描述。判断一个模型有效性的正确标准是看该模型是否能足够准确地预测备选方案的相对有效