:

Estructuras Discretas 2017-1
Tarea 5

Alumno: Luis Alberto Martinez Monroy
N cuenta: 314212391

1.- Establezca la validez de los sigueintes argumentos usando sólo las principales reglas de inferencia y especificando que regla se usa en cada paso (*)

a)$(p \wedge (p \to q) \wedge (\neg q \vee r)) \to r$

1. $(p \wedge (p \to q) \wedge (\neg q \vee r)$ PREMISA
2. $p \wedge (p \to q)$ $Por E \wedge (1)$
3. $(\neg q \vee r)$ $Por E \wedge (1)$
4. $pPorE \wedge (2)$
5. $(p \to q)$ $PorE \wedge (2)$
6. q $PorMP(4)y(5)$
7. r $PorSD(3)y(6)$

b)$p \wedge q, p \to (r \wedge q), r \to (s \vee t), \neg s \therefore t$

1. $p \wedge q$ PREMISA
2. $p \to (r \wedge q)$ PREMISA
3. $r \to (s \vee t)$ PREMISA
4. $\neg s$ PREMISA
5. p $PorE \wedge (1)$
6. $(r \wedge q)$ Por MP (1) y (5)
7. r $PorE \wedge (6)$
8. $(s \vee t)$ Por MP (3) y (7)
9. t Por SD (4) y (8)

c)$p \to (q \to r), \neg q \to \neg p, p \therefore r(**)$

1. $p \to (p \to r)$ PREMISA
2. $\neg q \to \neg p$ PREMISA
3. P PREMISA
4. $(q \to r)$ Por MP (1) y (3)
5. $\neg p \vee r$ Por Inferencia especial (**) (2) y (4)
6. r Por SD (3) y (5)

(**)= $A \to B, \neg A \to C / B \vee C$

d)$p \wedge q, r, p \wedge r \to s \therefore s$

1. $p \wedge q$ PREMISA
2. r PREMISA
3. $p \wedge r \to s$ PREMISA
4. $p\ Por E \wedge (3)$
5. $r \to s\ Por E \wedge (3)$
6. s Por MP (2) y (5)

e)$p \vee (\neg q \wedge s) \to s, t, (s \wedge t) \to u, u \to \neg w, (\neg p \wedge \neg s) \to (l \vee \neg k), i \to (\neg l \wedge k), w \therefore \neg i$

1. $p \vee (\neg q \wedge s) \to s$ PREMISA
2. t PREMISA
3. $(s \wedge t) \to u$ PREMISA
4. $u \to \neg w$ PREMISA
5. $(\neg p \wedge \neg s) \to (l \vee \neg k)$ PREMISA
6. $i \to (\neg l \wedge k)$ PREMISA
7. w PREMISA
8. $(s \wedge t) \to \neg w$ Por SH (3) Y (4)

9. $\neg(s \wedge t) \equiv \neg s \vee \neg t$ Por MT (7) y (8) y equivalente por ley de morgan
10. $\neg s$ Por SD (9) y (2)
11. $\neg(p \vee \neg(q \wedge s)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg q \wedge s)$ Por MT (1) y (10) y equivalencia por ley de morgan
12. $\neg p$ Por E$\wedge$ de (11)
13. $\neg p \wedge \neg s$ Por I$\wedge$ de (12) y (10)
14. $(l \vee \neg k) \equiv (\neg\neg l \vee \neg k) \equiv \neg(\neg l \wedge k)$ Por MP (13) y (5)
15. $\neg i$ Por MT (14) y (6)

2.- Demostrar las siguientes propiedades:
a) sea Γ, ϕ un conjunto de formulas y P una expresión lógica, demuestre que si $\Gamma \models P$ y $\Gamma \subseteq \phi$ entonces $\phi \models P$.

$\Gamma \models P, \Gamma \subseteq \phi \therefore \phi \models P$

Tenemos que la premisa $\Gamma \models P$, y sabemos que hay una propiedad de consecuencia lógica que dice que $A \in \Gamma \rightarrow \Gamma \models A$.
Por lo que podemos decir que es necesario $\Gamma \models P$ para $P \in \Gamma$.
Si supodemos que $\Gamma \models P$ es cierta, necesariamente $P \in \Gamma$ es cierta.

Tenemos que la premisa $\Gamma \subseteq \phi$, dado que $\Gamma y \phi$ es un conjunto de formulas, podemos interpretar que $\Gamma \subseteq \phi$ nos dice que para el conjunto de formulas ϕ, Γ es un elemento, lo que quiere decir que Γ es subconjunto de ϕ.

Sabemos que $\phi = \{\{\Gamma\}\}$
Sabemos que $P \in \Gamma$
Sabemos que $\Gamma = \{P_0 \wedge ... \wedge P\}$
Por lo que podemos deducir que$\phi = \{\{P_0 \wedge ... \wedge P\}\}$
y deducimos $\Gamma \in phi$, por lo tanto $P \in \phi$.
Por ultimo concluimos que como $P \in \phi, \phi \models P$

b) Sea Γ, ϕ, Δ un conjunto de fórmulas, demuestre que: Si $\Gamma \models \phi$ y $\phi \models \Delta$ entonces $\Gamma \models \Delta$

Ya sabemos que para que se cumpla $\Gamma \models A$, es necesario $A \in \Gamma$, por lo que sustituimos y a A por ϕ y nos queda que $\phi \in \Gamma$.
Aplicamos la misma formula $A \in \Gamma$ y cambiamos A por Δ y Γ por ϕ, lo que nos queda $\Delta \in \phi$. Ya sabiendo esto podemos decir que al ser Δ un elemento de ϕ y ϕ un elemento de Γ, podemos deducir que $\Delta \in \Gamma$.
Por lo que concluimos que al ser Δ un elemento de Γ, $\Gamma \models \Delta$