TP3 stats

Romain PEREIRA

2 Avril 2018

1. Ajuster une loi de Bernouilli

```
N <- 10
X_N <- rbinom(n=N, size=1, prob=0.7)
X_N
```

```
##  [1] 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1
```

(a) Une estimation simple et empirique est $p \simeq \frac{m}{N}$, avec m le nombre de 1 dans l'echantillon.

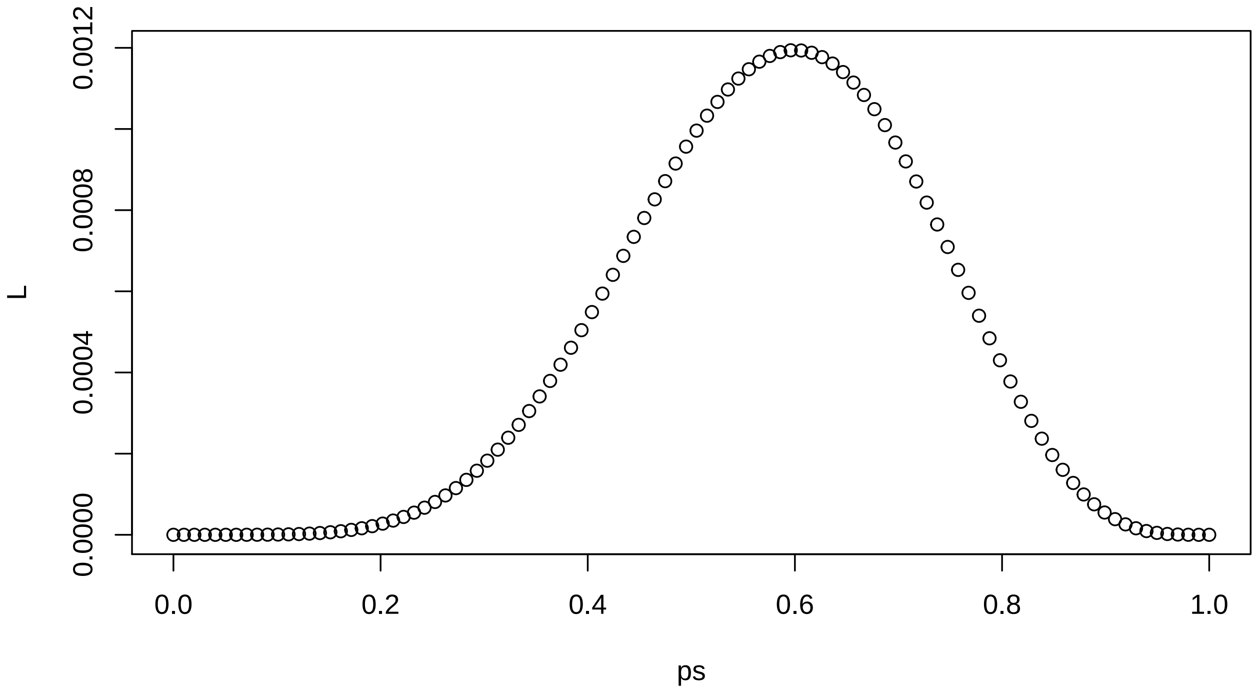
(b)

```
# fonction qui à un echantillon de Bernouilli, et une probabilité 'p',
# associe la vraisemblance d'un echantillon de Bernouilli
L_bern <- function(X_N, p) {
  s   <- sum(X_N)
  n   <- length(X_N)
  L_N <- (p**s) * ((1 - p)**(n - s))
  return (L_N)
}
L_bern(X_N, 0.5)
```

```
## [1] 0.0009765625
```

(c)

```
ps <- c() # vecteur discretisant [0, 1]
L  <- c() # vecteur des vraisemblances
# pour chaque p dans [0, 1], avec une discretisation à n points...
n    <- 100 # taille de la discretisation
p0   <- 0 # [p0, pn]
pn   <- 1
step <- (pn - p0) / (n - 1) # pas de discretisation
m    <- 1 # l'indice pour lequel le maximum est atteint
for (i in 1:n) {
  ps[i] <- p0 + (i - 1) * step
  L[i]  <- L_bern(X_N, ps[i])
  m     <- if (L[i] > L[m]) i else m
}
plot(ps, L)
```



On remarque que la vraisemblance semble être une fonction continue, admettant un maximum en p_m, et symétrique par rapport à la droite $x = p_m$.

Ici, on a $p_m =$

```
ps[m]
```

```
## [1] 0.5959596
```

(d)

```
optimize(function(p) { L_bern(X_N, p) }, interval=c(p0, pn), maximum=TRUE)
```

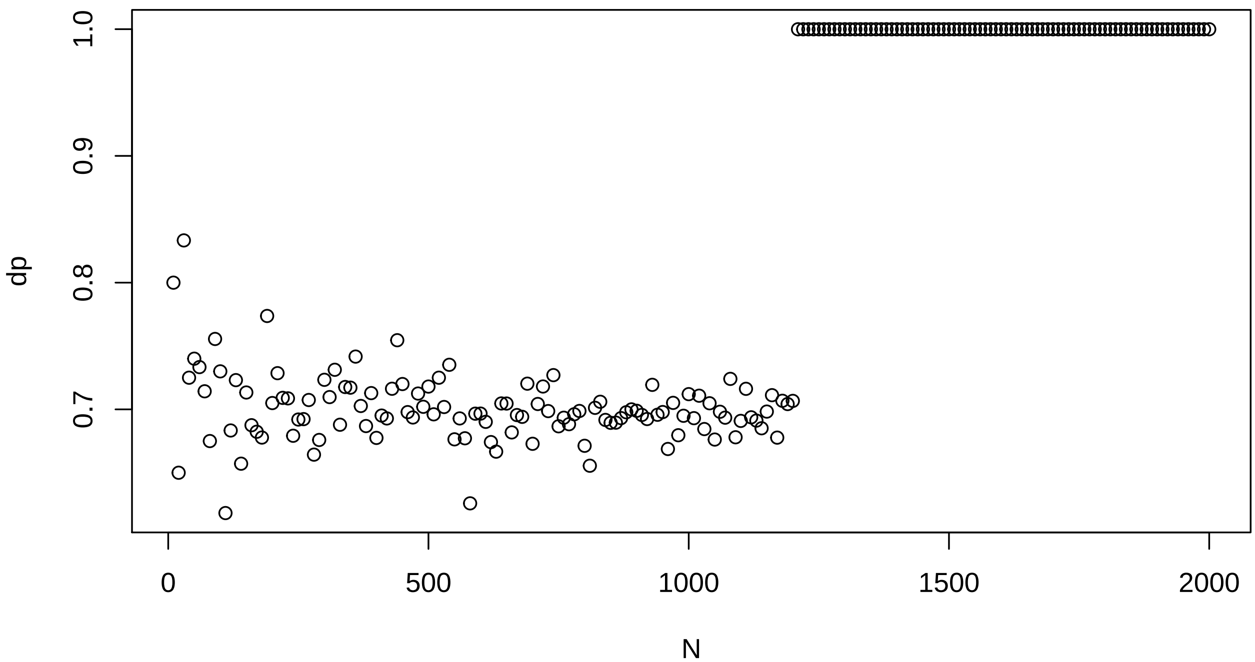
```
## $maximum
## [1] 0.600002
##
## $objective
## [1] 0.001194394
```

Remarque: on trouve une valeur proche de celle obtenu avec notre discretisation en (c).

(e)

```
p    <- 0.7 # le paramètre réel de notre loi de bernouilli
N0   <- 10
Nn   <- 2000
n    <- 200
N    <- 0 * 1:n # vecteur des 'N'
dp   <- 0 * 1:n # vecteur des '| p - px |', où p = 0.7, et px la valeur d'optimize
step <- (Nn - N0) / (n - 1)
for (i in 1:n) {
  N[i]  <- as.integer(N0 + (i - 1) * step)
  X_Ni  <- rbinom(n=N[i], size=1, prob=p)
  px    <- optimize(function(px) { L_bern(X_Ni, px) }, interval=c(0, 1), maximum=TRUE)
  dp[i] <- px$maximum
}
```

```r
plot(N, dp)
```




```r
mean(dp)
```

```
## [1] 0.8204082
```