MPM2 Projet Mathématique 2017-2018

Etienne TAILLEFER DE LAPORTALIERE
Romain PEREIRA
Cyril PIQUET

13/02/2018

Sommaire

Préambule

Ce projet est réalisé dans le cadre de nos études à l'ENSIIE. L'objectif est de modéliser un marché financier et de déterminer les prix et la couverture d'option européenne.

1 Modèle de Cox-Ross-Rubinstein

On a $\boxed{l = 2^N}$ trajectoire possible pour l'évolution du prix de l'actif risqué, entre l'instant initial 1 et l'instant final N.
On a $\boxed{N+1}$ valeurs possibles pour $S_{t_N}^N$
1. $\mathbb{Q}$ est la probabilité risque-neutre, vérifiant: $\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[T_1^{(N)}] = 1 + r_N$
On note: $q_n = \mathbb{Q}(T_1^{(N)} = 1 + h_N)$ Donc:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[T_1^{(N)}] &= \sum_{t \in T_1^{(N)}(\Omega)} x\mathbb{P}(T_1^{(N)} = t) \\
&= (1 + h_n) * q_N + (1 + b_n) * (1 - q_n) \\
&= 1 + r_N \\
\Rightarrow & \boxed{q_N = \frac{r_N - b_N}{h_N - b_N}}
\end{aligned} \tag{1}$$

1.1 Premier pricer

1.2 Deuxième pricer

1.3 Comparaison

1.4 La couverture

2 Modèle de Black-Scholes

2.1 Le modèle

2.2 Le pricer par la méthode de Monte-Carlo

2.3 Le pricer par formule fermée

3 Convergence des prix

4 EDP de Black-Scholes

5 Références