

LED 显示屏颜色转换与校正优化

数学建模老哥团队：阮老师

2025 年 4 月 30 日

目录

1	模型建立与求解	2
1.1	问题 1 模型建立与求解	2
1.1.1	问题 1 求解思路	2
1.1.2	问题 1 模型建立	3
1.2	问题 2 模型建立与求解	4
1.2.1	问题 2 求解思路	4
1.2.2	问题 2 模型建立	5
1.3	问题 3 模型建立与求解	6
1.3.1	问题 3 求解思路	6
1.3.2	问题 3 模型建立	7

1 模型建立与求解

1.1 问题 1 模型建立与求解

1.1.1 问题 1 求解思路

问题 1 聚焦于从视频源的标准色彩空间 (如 BT.2020) 映射到普通 LED 显示器有限色域 (如 sRGB) 的最优方案, 其本质是一个典型的色彩空间投影优化问题。为尽量还原原图像的感知色彩, 需要构建一个兼顾视觉一致性和可实现性的颜色映射函数, 同时引入损失函数以量化因色域受限带来的视觉误差, 并通过优化该损失函数最小化色彩转换误差。首先, 需要理解 BT.2020 色域包含的颜色范围远大于普通 LED 显示屏使用的 sRGB 色域, 其对应的三基色坐标在 CIE 1931 图中覆盖区域更广。为考虑人眼对色差的感知特性, 将引入 ΔE 色差模型作为损失函数基础, ΔE 可基于 CIE76、CIE94 或 CIEDE2000 标准定义, 用以评估目标颜色与映射颜色在感知上的差异。

整体方法框架为: 将 BT.2020 色彩空间中的 RGB 值首先转换为 XYZ, 再归一化得到色度坐标 (x, y) , 对其进行色域裁剪与映射优化, 最终转换为 LED 显示器的 RGB 值。为减少非线性压缩带来的扭曲, 我们将构建基于最小 ΔE 损失的最优拟合函数, 可选方案包括线性回归、多项式映射或神经网络模型, 具体取决于目标误差容忍度与计算成本。

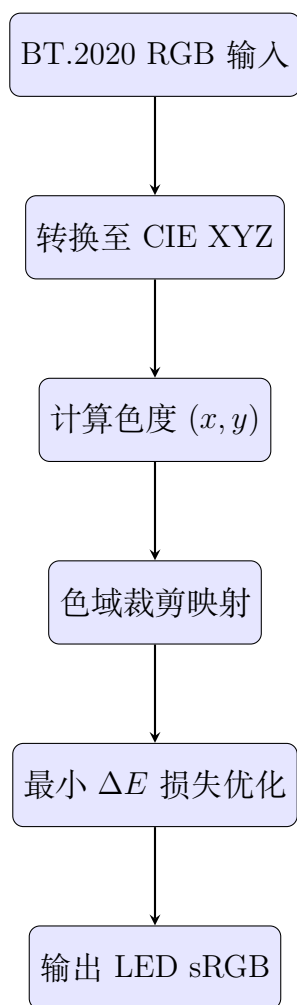


图 1: BT.2020 到 sRGB 的色彩转换优化流程

1.1.2 问题 1 模型建立

为实现 BT.2020 色域到 LED 显示器 sRGB 色域的颜色映射，构建以最小感知色差为目标的色彩空间变换模型。模型核心思想是将视频源 RGB 值映射至 CIE XYZ 颜色空间，通过归一化获得色度坐标 (x, y) ，随后再通过约束优化算法完成对目标 sRGB 色域范围内的颜色拟合映射，以减少颜色失真并保持视觉一致性。

首先，BT.2020 中的 RGB 颜色需转化为 XYZ 颜色空间表示形式。设输入颜色为 $\mathbf{R}_{\text{BT}} = (R, G, B)^T$ ，对应 XYZ 表示为：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M_{\text{BT} \rightarrow \text{XYZ}} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中 $M_{\text{BT} \rightarrow \text{XYZ}}$ 是 BT.2020 到 XYZ 的色彩变换矩阵，其具体系数由标准文献定义。例如：

$$M_{\text{BT} \rightarrow \text{XYZ}} = \begin{bmatrix} 0.6369 & 0.1446 & 0.1689 \\ 0.2627 & 0.6780 & 0.0593 \\ 0.0000 & 0.0281 & 1.0610 \end{bmatrix}.$$

得到了 (X, Y, Z) 后，为方便进行色度空间内的比较和裁剪，引入归一化色度坐标 (x, y) ：

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}. \quad (2)$$

接下来，需将 (x, y) 点映射到显示器的 sRGB 色域三角形区域中。若 (x, y) 在色域外部，可构建一个损失函数对其进行投影。为了衡量映射误差，引入感知色差指标 ΔE 。以 CIEDE2000 模型为例，定义感知误差如下：

$$\mathcal{L}_{\text{color}} = \Delta E_{00}(\mathbf{L}_{\text{src}}^*, \mathbf{a}_{\text{src}}^*, \mathbf{b}_{\text{src}}^*, \mathbf{L}_{\text{map}}^*, \mathbf{a}_{\text{map}}^*, \mathbf{b}_{\text{map}}^*), \quad (3)$$

其中 $\mathbf{L}^*, \mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*$ 分别为 Lab 颜色空间中的亮度与色度值，转换自 XYZ 空间，可通过以下非线性函数计算。由于 CIEDE2000 包含多个加权因子与调和因子，能更贴近人眼视觉差异感知，因此被广泛应用于高保真图像显示场景中。

在实现过程中，需构建从 (x, y, Y) 三维空间到显示器 RGB 值的逆向映射函数。考虑到 XYZ 转 sRGB 的映射存在伽马校正与线性非线性混合处理步骤，本研究采用如下方案：首先使用线性拟合函数生成候选 RGB 值，然后引入饱和度压缩因子对超出色域的颜色进行裁剪，最后通过 ΔE 评价函数进行优化搜索，获取最优近似结果。

1.2 问题 2 模型建立与求解

1.2.1 问题 2 求解思路

问题 2 即是建立一个从摄像设备输出的四通道 RGBV 视频源（增加了 V 通道，代表如紫外、近红或光谱特征）的颜色空间，映射到一个五通道显示系统 RGBCX（增加了 C 和 X 两个控制或色彩通道）的最优转换方法，以实现色彩感知的最小损失和更高还原度。

首先，从物理和感知的角度出发，摄像机的 RGBV 颜色空间本质上是在传统颜色空间基础上扩展了一个可感知但显示受限的维度。其输出不再是单纯三维向量，而是一个四维矢量 $\mathbf{S} = [R, G, B, V]^T$ ，其中每个通道可能代表特定波段的光谱响应或亮度能量。为了将其映射到五维显示器输入向量 $\mathbf{D} = [R', G', B', C', X']^T$ ，必须构建一个从 4 维空间到 5 维空间的映射函数，该函数需满足感知色差最小、亮度变化可控和通道物理性一致三大要求。

由于颜色感知是非线性且多对一的过程，我们不能简单采用线性变换，而应基于 CIE XYZ 空间或 CIELAB 空间进行等效映射。具体做法是先将四通道 RGBV 转换为标准 CIE XYZ 空间，在 XYZ 空间中完成归一化，再设计从 XYZ 向 RGBCX 的逆映射过程。RGBCX 显示系统设计的五个基色可能并不构成标准三角形色域，因此需要通过五维插值或高阶拟合重建映射关系。

此外，由于五通道系统具有更多自由度，为提升显示精度，可以引入残差拟合机制，即首先用前三个主通道（R'G'B'）拟合 XYZ 主分量，再用 C'X' 通道对拟合误差进行补偿，以提升色彩还原效果。最终目标是构建一个结构合理、感知优化、参数物理可解释的非线性映射函数 $F: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ ，其优化核心仍然是 ΔE 色差最小化。

整体技术路径为：“RGBV 原始输入” → “转换为 XYZ” → “感知等价映射拟合 RGBCX” → “逆变换重构 LAB” → “计算 ΔE 损失” → “最小化误差”。

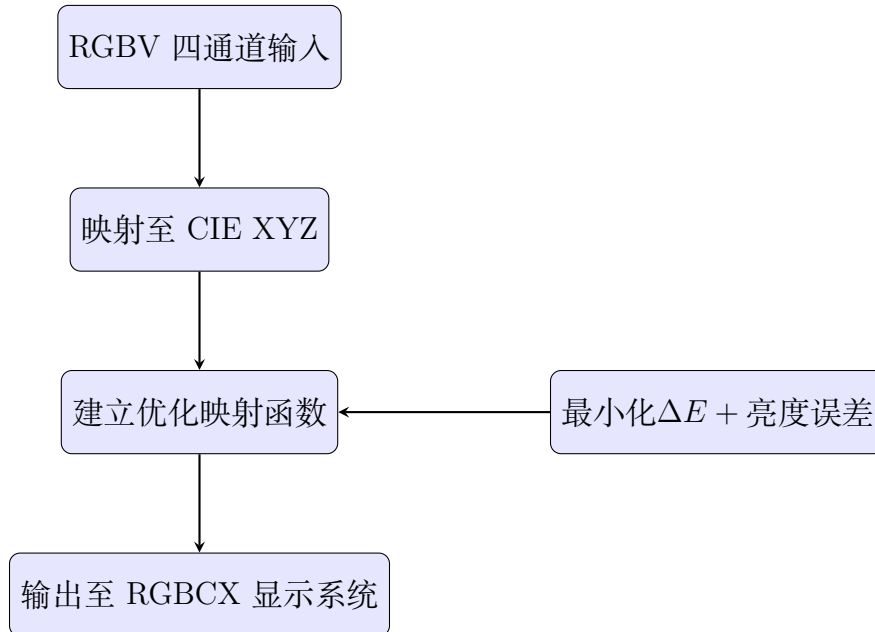


图 2: RGBV 到 RGBCX 色彩映射优化流程

1.2.2 问题 2 模型建立

为解决 RGBV 四通道视频源到 RGBCX 五通道 LED 显示器之间的映射问题，本节从颜色空间变换、结构映射设计和损失优化三个方面建立完整数学模型。该过程旨在利用增加的两个输出通道 C、X 对颜色信息进行补偿，从而在尽可能小的色差下还原自然场景中更为复杂的色彩内容。

首先设 RGBV 四通道输入为列向量 $\mathbf{S} = [R, G, B, V]^T$ ，考虑其在 CIE XYZ 颜色空间中的映射过程。由于 V 通道可能对应近紫、荧光反射或特殊光谱反应，必须先定义其在 XYZ 空间中的响应权重。记转换矩阵为：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M_{4 \times 3} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \\ V \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $M_{4 \times 3}$ 可通过线性回归、最小二乘拟合或基于光谱实验数据进行构建，使得 RGBV 信号准确重建 XYZ 三刺激值。转换后的 XYZ 空间结果可以进一步归一化得到 (x, y) 色度坐标并计算亮度 Y 。

接下来需建立从 XYZ 空间向五通道输出 $\mathbf{D} = [R', G', B', C', X']^T$ 的映射函数。由于五通道系统在硬件设计上是物理驱动器件的组合，映射应满足非负性及色彩一致性，因此采用如下结构的映射方程：

$$\mathbf{D} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{f}(X, Y, Z) + \mathbf{b}, \quad (5)$$

其中 $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}$ 为线性权重矩阵， $\mathbf{f}(X, Y, Z)$ 为非线性颜色响应函数（可为 (X, Y, Z) 本身或其高阶特征组合如多项式或 Radial Basis Function）， $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^5$ 为偏置项，用于拟合显示器色域边界外颜色所需的扩展激励。

为优化映射结果，引入感知色差函数 ΔE_{00} ，并加入亮度保持约束，构建总损失函数：

$$\mathcal{L} = \lambda_1 \cdot \Delta E_{00}(\text{Lab}_{\text{ref}}, \text{Lab}_{\text{map}}) + \lambda_2 \cdot |Y_{\text{ref}} - Y_{\text{map}}| + \lambda_3 \cdot \sum_{i=1}^5 \max(0, -D_i), \quad (6)$$

其中第一项衡量人眼可感知的色差，第二项保持整体亮度一致性，第三项为软约束，惩罚输出通道中出现负值（即超出 LED 驱动器的显示能力）， $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为超参数，推荐设置为 0.7, 0.2, 0.1 以平衡视觉与物理需求。

为进一步提升模型稳定性，可在结构上引入残差补偿机制，定义：

$$\mathbf{D} = \underbrace{\mathbf{W}_0 \cdot \mathbf{f}_0(X, Y, Z)}_{\text{主色恢复}} + \underbrace{\mathbf{W}_{\text{res}} \cdot \mathbf{r}(X, Y, Z)}_{\text{误差补偿}}, \quad (7)$$

其中 \mathbf{f}_0 为主映射通道输入特征， \mathbf{r} 为高阶残差特征函数（如二次项或多频分量）， \mathbf{W}_{res} 进行辅助补偿，以提高色域边缘色彩拟合的稳定性。

1.3 问题 3 模型建立与求解

1.3.1 问题 3 求解思路

问题 3 即要求基于前两问构建的色彩空间转换映射方法，将全屏幕像素在标准输入条件下的输出色差进行逐点校正。具体而言，提供的 64×64 像素 LED 面板数据中，每个像素都存在实际 R、G、B 输出与目标颜色之间的差异，我们需要建立一种校正策略，使所有像素在标定值输入下输出统一的感知颜色。

首先，考虑校正的核心思想为“映射反演”：在固定输入下（如 RGB=220），若某像素输出色偏为 $\mathbf{C}_i = (R_i, G_i, B_i)$ ，而目标统一颜色为 $\mathbf{C}_{\text{target}} = (R_0, G_0, B_0)$ ，则我们需要为该像素重新设计一个校正输入 $\mathbf{C}_i^{\text{corr}}$ ，使其通过非理想显示器之后最终输出接近目标值。该过程类似于逆解方程 $F(\mathbf{C}_i^{\text{corr}}) \approx \mathbf{C}_{\text{target}}$ ，其中 F 为像素的非线性响应函数。

由于每个像素的响应函数不一定相同，校正策略不能依赖单一全局函数，因此我们将采用逐点校正思路，即为每个像素单独拟合一个小范围局部线性或非线性补偿函数。该方法在已有标定数据基础上，通过优化输入值偏移量，最小化输出与目标颜色的感知误差 ΔE 。

整体思路如图所示：原始标定 \rightarrow 屏幕输出偏移 \rightarrow 反推输入校正值 \rightarrow 校正映射 \rightarrow 色差优化 \rightarrow 实际驱动补偿。本问题中，前两问构建的 BT.2020 到 RGB 转换映射和 RGBV 到 RGBCX 系统可作为颜色感知精度基础支撑，从而在第三问中提高校正效果的可信性与一致性。

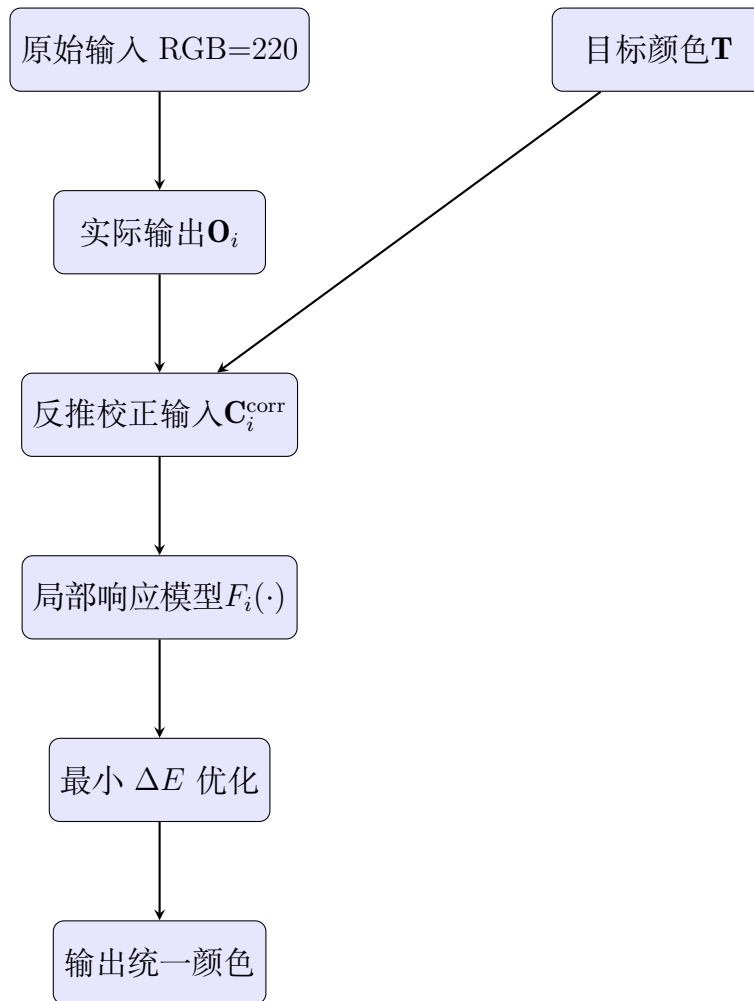


图 3: 单像素颜色校正流程

1.3.2 问题 3 模型建立

LED 屏幕在标定状态下（如输入 $R=G=B=220$ ）每个像素单元的实际输出颜色可能存在显著差异，这种差异主要源于硬件的非均匀响应、驱动电流不一致或像素芯片本身的光谱差异。本节旨在针对每一个像素构建独立的颜色校正模型，使其最终输出趋近于设定的目标颜色值，从而提升全屏显示的一致性。

设每个像素的标定输入为 $\mathbf{C}_0 = [220, 220, 220]^T$ ，其在未校正条件下输出的实际 RGB 值为 $\mathbf{O}_i = [R_i, G_i, B_i]^T$ ，而希望其输出为统一的目标值 $\mathbf{T} = [R_0, G_0, B_0]^T$ 。我们的目标是在保持像素响应特性的基础上，调整输入 $\mathbf{C}_i^{\text{corr}} = [r_i, g_i, b_i]^T$ ，使其通过当前 LED 像素响应函数 $F_i(\cdot)$ 后，输出尽可能接近 \mathbf{T} 。

由于 F_i 通常是非线性不可显式表达的，我们采用局部线性响应假设，即：

$$F_i(\mathbf{C}) \approx \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{C} + \mathbf{b}_i, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为像素点的局部响应矩阵， \mathbf{b}_i 为偏置项。我们可以利用像素在多个已知输入下的历史输出数据拟合 \mathbf{A}_i 和 \mathbf{b}_i ，通过最小二乘回归或 RANSAC 鲁棒拟合进行估计。

在获取 F_i 之后，我们的校正目标是反解如下优化问题：

$$\min_{\mathbf{C}_i^{\text{corr}}} \|F_i(\mathbf{C}_i^{\text{corr}}) - \mathbf{T}\|_2^2 + \lambda \cdot \|\mathbf{C}_i^{\text{corr}} - \mathbf{C}_0\|_2^2, \quad (9)$$

其中第一项表示感知颜色输出误差，第二项则惩罚过大偏离原始输入的校正量， λ 为平衡系数（建议取 $\lambda = 0.1 \sim 1$ ）。该式的优化变量为输入校正值 $\mathbf{C}_i^{\text{corr}}$ ，解法可采用解析式（若 F_i 为线性）或梯度下降（若 F_i 估计中包含非线性项）。

为更好刻画校正效果，进一步引入感知色差 ΔE 为评价指标：

$$\Delta E_i = \Delta E_{00}(\text{Lab}(F_i(\mathbf{C}_i^{\text{corr}})), \text{Lab}(\mathbf{T})), \quad (10)$$

所有像素的平均色差应低于 3.0，方可认为校正有效。最终，对整个 64×64 像素矩阵执行上述过程，即可生成校正输入图 $\mathbf{C}_{(x,y)}^{\text{corr}}$ ，作为输入信号送入控制驱动器件中，从而实现全屏显示一致性控制。

本模型具备以下优点：1) 响应函数估计合理，结合实际数据拟合，具有工程可实施性；2) 损失函数结构简洁，包含颜色输出与输入调节双重平衡；3) 支持大规模并行优化，适配 GPU 或嵌入式计算芯片部署，具有良好的推广能力。

在实际部署中，校正图可嵌入至 LED 显示控制芯片中，在运行时动态叠加至原始帧输入，实现精细化亮度与色彩一致性控制。