



УДК 534.2;532

# Прямое численное моделирование сильного сжатия осесимметричной газовой полости в жидкости<sup>1</sup>

*А. А. Аганин, Т. Ф. Халитова, Н. А. Хисматуллина*

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань

**Аннотация.** Предлагается методика расчета сильного сжатия осесимметричного газового пузырька в жидкости методом прямого численного моделирования на основе уравнений динамики жидкости и газа. Эта методика использует схему второго порядка точности по пространству и времени в области гладких решений. Приводятся результаты численного исследования экономичности данной методики. Установлено, что она намного эффективнее широко известной в литературе классической схемы Годунова первого порядка аппроксимации.

**Ключевые слова:** уравнения газовой динамики, ENO, TVD схема Годунова

---

## 1 Введение

При изучении эволюции возмущений сферической формы пузырька широко используются приближенные модели, в которых динамика жидкости и газа представляется как суперпозиция чисто радиального движения и его малого несферического возмущения [1]. Такой подход значительно упрощает математические выкладки и он эффективен в смысле затрат компьютерного времени. Однако точность и область применимости таких моделей ограничены предположениями о характере движения и распределении параметров задачи.

В настоящей работе предлагается методика расчета сильного сжатия осесимметричного газового пузырька в жидкости методом прямого численного моделирования на основе уравнений динамики жидкости и газа.

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-01-0 0415-а) и в рамках программы ОЭМПИУ РАН)

Такой подход является более общим, однако требует значительных временных затрат. в связи с этим в данной работе представлены результаты численного исследования экономичности иетодики на примере тестовой задачи свободных колебаний полости в жидкости. Для иллюстрации правильности описания сферического и несфериического движения поверхности, а также их взаимодействия приводится результаты расчета задачи динамики газовой полости в слое жидкости.

## 2 Математическая модель

В настоящей работе применяются уравнения динамики газа и сжимаемой жидкости без учета вязкости, теплопроводности и испарения-конденсации в виде:

$$\frac{dp}{dt} + p \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \nabla p = 0, \quad \frac{dE}{dt} + \nabla \cdot p\mathbf{u} = 0$$

$$\mathbf{u}^+ \cdot \mathbf{n}^o = \mathbf{u}^- \cdot \mathbf{n}^o = D, \quad p^+ = p^- + 2H\sigma$$

$$a_i(t) = \frac{2i+1}{2} \int_{\pi}^{-\pi} r_s(\theta, t) P_i(\cos \theta) \sin \theta d\theta$$

$$\mathbf{Q}_\tau + \mathbf{F}_\xi + \mathbf{G}_\eta = \mathbf{S}, \quad \mathbf{q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho \varphi E)^T,$$

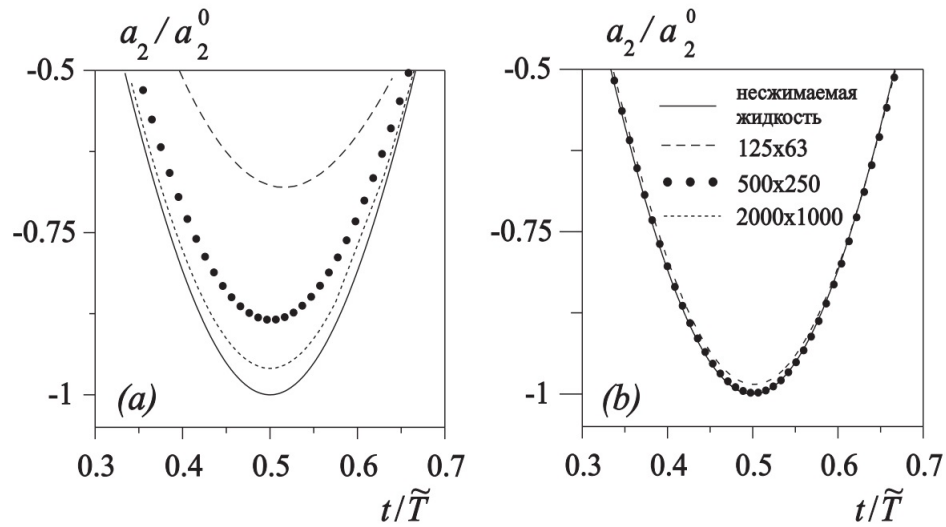


Рис. 1: Зависимость относительного отклонения от относительного времени в задаче свободный колебаний полости в жидкости при использовании а) классической схемы Годунова и б) ENO-модификации схемы Годунова на различных сетках,  $\tilde{T}$  - период колебаний несжимаемой жидкости

## Список литературы

- [1] Аганин А. А., Гусева Т.С. Изменение малого искажения сферической формы газового пузырька при его сильном расширении-сжатии // ПМТФ. 2005. № 4. С. 17-22.
- [2] Годунов С. К.