Condensé Physique BA1-INFO

Elliot Huet (571635)

 $22~\mathrm{mai}~2024$

Table des matières

	ue du Point Matériel
TI 0 T ' '	
	e Newton
	le Loi de Newton
	2 2e Loi de Newton
	3 3e Loi de Newton
	Domaine de Validité
II.3 Force	Gravitationelle
II.4 Poids	
IX Apparoil	s de Mesures Électriques
	nètre
	èremètre
	mètre
	imètre
	loscope
	on Électromagnétique, et Inducteurs
	ditions pour créer des courants induits
	de Faraday et Lenz
	2.1 Loi de Faraday
XII.2	2.2 Loi de Lenz
XII.2	2.3 Faraday et Lenz combinées
XII.3 Indu	actance et Inducteurs
XII.3	3.1 Inductance Mutuelle
XII.3	3.2 Auto-Inductance
XII.3	3.3 Inducteur
XII.4 Circ	uits RL
XII.5 Éne	rgie Emmagasinée dans un Inducteur
XII.6 Circ	uits LC et Oscillations Électromagnétiques
Réactano	
	rce de f.é.m. alternative
	cuits AC simples
XIII	2.1 Circuits à une résistance
	2.2 Circuits à un condensateur
XIII.	2.2 Circuits à un condensateur
XIII. XIII.	
XIII. XIII. XIII.3 Cir	2.3 Circuits à un inducteur
XIII. XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep	2.3 Circuits à un inducteur
XIII. XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha	2.3 Circuits à un inducteur
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII.	2.3 Circuits à un inducteur
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa	2.3 Circuits à un inducteur
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa	2.3 Circuits à un inducteur
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive s à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIII.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive cs à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIII. XIII. XIII. XIII. XIII. XIII. XIV Circuit de Bando XIV.1 Imp	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive cs à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur es pédance Complexe
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII.6 Réa XIII. XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série présentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive cs à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur epédance Complexe 1.1 Résistances
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive cs à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur bédance Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII.6 Réa XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive es à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur es bédance Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII.6 Rés XIII. XIII.6 Rés XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV. XIV. XIV.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série crésentation de Fresnel asseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive se à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur electron de Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Série
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII.6 Réa XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV. XIV. XIV.3 Imp XIV.3 Imp	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série présentation de Fresnel asseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive se à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur electron de Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs electron de Capacitive condence d'un Circuit RLC en Série eledences en série et en parallèle
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII.6 Réa XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV. XIV. XIV.3 Imp XIV.3 Imp XIV.3 Imp XIV.3 Imp	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série présentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive se à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur el pédance Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.1 Résise et en parallèle 3.1 En série
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV. XIV. XIV. XIV.3 Imp XIV. XIV. XIV. XIV.	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive se à Courant Alternatif: Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur el dédance Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.2 Inducteurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.2 Inducteurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.2 Inducteurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIIV. XIV. Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV. XIV. XIV. XIV. XIV.3 Imp XIV. XIV. XIV. XIV.4 Pui	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive sà Courant Alternatif: Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur el bédance Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs bédance d'un Circuit RLC en Série bédences en série et en parallèle 3.1 En série 3.2 En parallèle ssance Dissipée en AC
XIII. XIII.3 Cir XIII.4 Rep XIII.5 Pha XIII. XIII.6 Réa XIII. XIII. XIV Circuit de Bande XIV.1 Imp XIV. XIV. XIV. XIV. XIV. XIV. XIV.2 Imp XIV.3 Imp XIV.3 Imp XIV.4 Pui XIV.4 Pui XIV.4 Pui XIV.4 Pui	2.3 Circuits à un inducteur cuit AC RLC en série orésentation de Fresnel aseurs 5.1 Circuit RLC actance 6.1 Réactance Capacitive 6.2 Réactance Capacitive se à Courant Alternatif: Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur el dédance Complexe 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.1 Résistances 1.2 Condensateurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.2 Inducteurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.2 Inducteurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1.6 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.7 Inducteurs 1.8 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.9 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.0 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.1 Inducteurs 1.2 Inducteurs 1.3 Inducteurs 1.4 Inducteurs 1.5 Inducteurs 1

XIV.4.3 Inducteurs	. 11
XIV.4.4 Puissance moyenne	. 11
XIV.5 Phénomène de résonance	. 11
XIV.5.1 Fréquence de Résonnance pour un Circuit RLC	. 11
XIV.6 Facteur de Qualité	. 11
XIV.6.1 Circuit RLC en Série	. 11
XIV.7 Largeur de Bande	. 11
XIV.7.1 Circuit RLC en Série	. 11

II Dynamique du Point Matériel

II.1 Force

Une force est une grandeur caractérisée par une intensité, une direction, et un sens, qui suit les lois d'addition vectorielles. Elle est exprimée en Newtons (N).

Une force peut être exercée sur un objet :

- Par contact (ex. Force de poussée par quelqu'un poussant un wagonnet).
- Indirectement (ex. Force de répulsion entre deux charges de même signe).

Dynamomètre Outil de mesure de l'intensité d'une force.

II.2 Lois de Newton

II.2.1 1e Loi de Newton

Tout corps reste immobile ou conserve un MRU aussi longtemps qu'aucune force extérieure vient modifier son état.

$$\vec{F} = 0 \Leftrightarrow v(t) = v_0$$

II.2.2 2e Loi de Newton

L'accélération dépend de la force et de la masse.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Newton Force nécessaire pour accélérer un objet de 1kg de $1m \cdot s^{-2}$

$$1N = \frac{1kg \cdot m}{s^2}$$

II.2.3 3e Loi de Newton

Chaque fois qu'un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier exerce sur le premier une force égale et opposée.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

II.2.4 Domaine de Validité

Les Lois de Newton sont vérifiées par l'expérience à deux conditions :

- 1. Appliquées dans un référentiel inertiel (MRU par rapport aux galaxies lointaines)
- 2. Vitesses des mobiles petites par rapport à la vitesse de la lumière ($300000km \cdot s^{-1}$)

II.3 Force Gravitationelle

Il existe entre deux objets ponctuels de masse m_1 et m_2 distants de r_{12} une force d'attraction \vec{F}_G dont le module est donné par :

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}$$

Avec G la constante de Gravitation :

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

II.4 Poids

Un objet ponctuel de masse m à la surface de la Terre subit une force d'attraction gravitationnelle de la part de chaque molécule constituant la Terre.

$$||\vec{P}|| = m \sum_{i} G \frac{m_i}{r_i^2} \hat{i} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

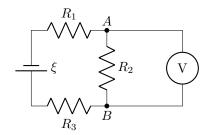
Avec g L'accélération de la pesanteur Terrestre :

$$g = \left| \sum_i G \frac{m_i}{r_i^2} \hat{i} \right| = 9,81 m \cdot s^{-2} \quad \text{à Bruxelles}$$

IX Appareils de Mesures Électriques

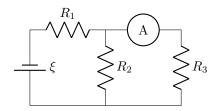
IX.1 Voltmètre

Mesure la différence de potentiel (Volts) entre deux points du circuit. Il s'attache en parallèle : ici aux points A et B.



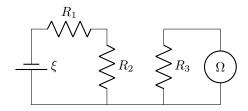
IX.2 Ampèremètre

Mesure l'intensité du courant (Ampères) en un point du circuit. Il s'attache en série : ici on mesure l'intensité du courant passant dans la résistance R_3 .



IX.3 Ohmmètre

Mesure la valeur d'une résistance. Il s'attache aux deux extrémités d'un circuit composé de résistances non alimenté. Ci dessous on mesure la résistance de \mathbb{R}_3 .

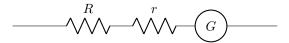


IX.4 Multimètre

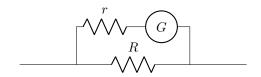
Appareil regroupant les différents appareils décrits ci-dessus. Il peut être réglé pour être utilisé soit comme voltmètre, soit comme ampèremètre, soit comme ohmmètre.

Galvanomètre Un Galvanomètre fait dévier une aiguille sur un cadran de manière proportionnelle au courant qui le traverse. Un multimètre est composé de galvanomètres pour pouvoir indiquer les valeurs sur son cadran.

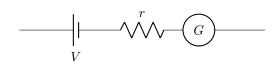
Voltmètre



Ampèremètre



Ohmmètre



IX.5 Oscilloscope

Permet l'étude des tensions alternatives en observant la forme de la variation dans le temps.



XII Induction Électromagnétique, et Inducteurs

XII.1 Conditions pour créer des courants induits

- Lorsqu'un champ magnétique au travers d'une boucle de conducteur varie.
- Pour une boucle de conducteur flexible située dans un champ magnétique constant et uniforme : lorsque l'aire délimitée par cette boucle est modifiée.
- Pour une boucle de conducteur d'aire constante : lorsque l'on fait tourner la boucle par rapport à la direction du champ.

XII.2 Lois de Faraday et Lenz

XII.2.1 Loi de Faraday

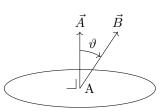
$$|\xi_{\rm ind}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$$

Avec Φ_B étant le flux magnétique en Weber (Wb).

$$1Wb = 1T \cdot 1m^2$$

Boucle Uniforme et Plane

$$\Phi_B = A \cdot B \cdot \cos \vartheta$$



En définissant \vec{A} comme le vecteur perpendiculaire à la boucle de longueur A :

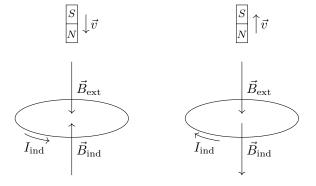
$$\Rightarrow \Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B}$$
 pour \vec{B} uniforme

Champ non Uniforme/ Boucle non Plane

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

XII.2.2 Loi de Lenz

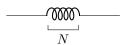
Le sens du courant induit est tel que le champ magnétique qu'il produit s'oppose à la variation de flux qu'il produit.



XII.2.3 Faraday et Lenz combinées

$$\xi_{\rm ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Cas d'un bobinage de N spires

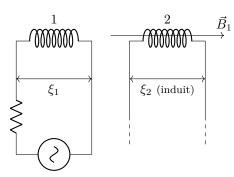


Si Φ_B dans chaque spire est identique, alors chaque spire est siège d'une f.é.m.

$$\xi_{\rm ind} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

XII.3 Inductance et Inducteurs

XII.3.1 Inductance Mutuelle



Avec Φ_{21} le flux magnétique créé dans chaque spire de la bobine 2 par le champ magnétique variable \vec{B}_1 créé par le courant I_1 circulant dans la bobine 1. D'où $N_2\Phi_{21}$ est le flux magnétique traversant la bobine 2 entière.

$$\xi_2 = -\frac{d(N_2 \Phi_{21})}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

En posant
$$N_2 \Phi_{21} = MI_1$$

Avec M la constante de proportionnalité d'inductance mutuelle.

$$\Rightarrow \xi_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

XII.3.2 Auto-Inductance

Un courant variable dans un circuit provoque un flux magnétique variable au sein de ce même circuit.

$$\xi_1 = -N_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$

En posant $N_1 \Phi_{11} = LI_1$
$$\Rightarrow \xi_1 = -L \frac{dI_1}{dT_t}$$

Avec L l'auto-inductance.

XII.3.3 Inducteur

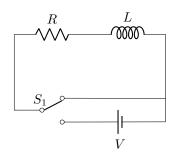
Élément de circuit ayant une auto-inductance non-négligeable. En général : une bobine.

L'unité d'inductance est le Henry (H)

$$1H = \frac{1Wb}{A} = \frac{1V \cdot s}{A}$$

XII.4 Circuits RL

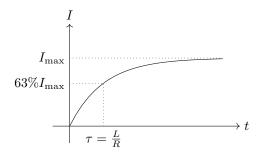
Circuit comportant une résistance R et un inducteur L.



Connexion de la Pile Au moment où l'interrupteur S_1 est enclenché un courant initialement nul augmente. Cette variation de courant produit une f.é.m. dans l'inducteur :

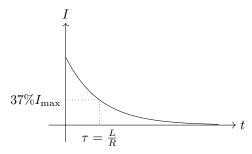
$$\begin{split} V_L &= -L\frac{dI}{dt}\\ V - L\frac{dI}{dt} &= RI \qquad \text{Kirchhoff et Ohm}\\ \Rightarrow I &= \frac{V}{R}(1-e^{\frac{-t}{\tau}}) \end{split}$$

Avec $\tau = \frac{L}{R}$: le temps requis pour que le courant atteigne 63% de sa valeur maximum.



Déconnexion de la Pile

$$I = I_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

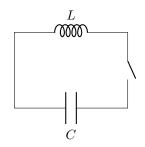


XII.5 Énergie Emmagasinée dans un Inducteur

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

XII.6 Circuits LC et Oscillations Électromagnétiques

Circuit composé d'une inductance L et d'un capaciteur C portant une charge Q.

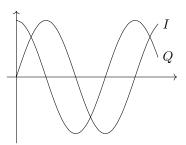


$$V_L = -L\frac{dI}{dt} \Leftrightarrow \frac{Q}{C} = L\frac{dI}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q = 0$$
Solution $Q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Avec $\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$ la fréquence angulaire, Q_0 l'amplitude, et φ la phase.

$$I(t) = \frac{-Q}{dt} = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$



Fermeture de l'Interrupteur Au moment où l'on ferme l'interrupteur, l'armature gauche porte une charge $+Q_0$ et celle de droite une charge $-Q_0$. Une fois l'interrupteur fermé, le condensateur se décharge complètement, et on atteint un maximum pour I. Le courant continue de faire circuler les charges de l'armature gauche vers l'armature droite. Lorsque la tension devient finalement nulle, l'armature gauche du condensateur porte une charge $-Q_0$ et celle de droite une charge $+Q_0$. Le courant repart alors dans l'autre sens.

Énergie Totale Initiale Stockée dans le Condensateur

$$U_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

XIII Circuits à Courant Alternatif : Déphasage, Représentation de Fresnel, Phaseurs, et Réactance

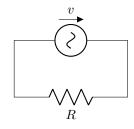
XIII.1 Source de f.é.m. alternative



Exemple Centrale Électrique

XIII.2 Circuits AC simples

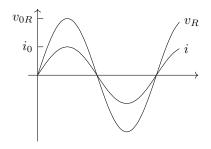
XIII.2.1 Circuits à une résistance



$$v_R = v$$
 Kirchhoff $v_R = Ri$ Ohm
$$\Rightarrow v = Ri$$

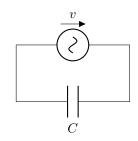
$$= \frac{v_{0R}}{R} \sin(\omega T + \varphi)$$

$$= i_0 \sin(\omega t + \varphi)$$
 Avec $v_{0R} = i_0 R$

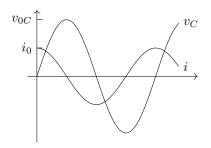


i et v_R ont la même fréquence $f=\frac{\omega}{2\pi}$ et sont en phase.

XIII.2.2 Circuits à un condensateur



$$\begin{split} v_C &= v & \text{Kirchhoff} \\ v_C &= \frac{q}{C} & \text{Chap X} \\ i &= \frac{dq}{dt} & q \to i \\ \Rightarrow dq &= idt = i_0 \sin(\omega t) dt \\ \Leftrightarrow q &= \frac{-i_0}{\omega} \cos(\omega t) = \frac{i_0}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ \Rightarrow v &= \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ \text{Avec} \quad v_{0C} &= \frac{i_0}{\omega C} \end{split}$$



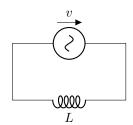
i et v_C ont la même fréquence $f=\frac{\omega}{2\pi}$ mais ne sont pas en phase. Il y a un déphasage de $\varphi=\frac{\pi}{2}$. vC est en retard par rapport à i d'un angle $\frac{\pi}{2}$.

XIII.2.3 Circuits à un inducteur

Note – Loi de Lenz et Loi d'Ohm Une bobine s'oppose au passage du courant alternatif. Ce comportement est similaire à une résistance qui s'oppose au passage du courant continu.

Ohm :
$$V_A - V_B = RI$$

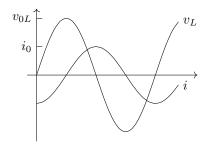
Lenz : $V_A - V_B = L\frac{di}{dt}$



$$v = L\omega i_0 \cos(\omega t)$$

$$= L\omega i_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

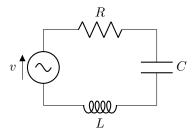
$$= v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$
Avec $v_{0L} = i_0 \omega L$



i et v_L ont la même fréquence $f=\frac{\omega}{2\pi}$ mais ne sont pas en phase. Il y a un déphasage de $\varphi=\frac{\pi}{2}.$ v_L devance i d'un angle $\frac{\pi}{2}.$

XIII.3 Circuit AC RLC en série

Circuit RLC Circuit comportant une résistance R, un inducteur L, et un capaciteur C en série.



Un même courant i circule dans le circuit.

$$i_R = i_C = i_L = i = i_0 \sin(\omega t)$$

D'où on trouve les tensions suivantes :

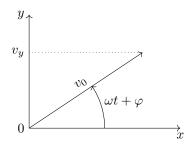
$$\begin{aligned} v_R &= Ri_0 \sin(\omega t) = v_{0R} \sin(\omega t) \\ v_C &= \frac{1}{\omega C} i_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ v_L &= \omega Li_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Par la loi des Mailles :

$$v_{\text{source}} = v_R + v_C + v_L$$

XIII.4 Représentation de Fresnel

Vecteur de Fresnel Une tension $v = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$ est représentée dans le plan Oxy par un vecteur de longueur égale à l'amplitude de la tension v_0 faisant un angle $\omega t + \varphi$ avec l'axe Ox.



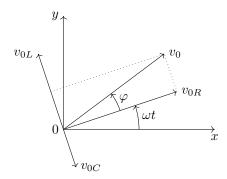
La tension intantanée est donnée par v_y :

$$v_y = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

 $v_{\rm source}$ devient une relation entre les composantes y des vecteurs représentant les trois différentes tensions instantanées :

$$v_y = V_{Ry} + V_{Cy} + v_{Ly}$$

Trouver la tension instantanée Revient à faire la somme des vecteurs v_R , v_C , et v_L et de projeter la résultante v_0 sur l'axe Oy.



Avec v_0 l'amplitude de v donnée par :

$$v_0 = \sqrt{(v_{0L} - v_{0C})^2 + v_{OR}^2}$$

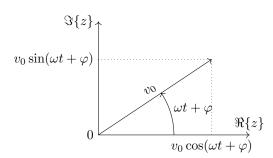
Et φ l'angle que v fait avec i donné par :

$$\cos \varphi = \frac{v_{0R}}{v_0}$$
 ou $\tan \varphi = \frac{v_{0L} - v_{0C}}{v_{0R}}$

XIII.5 Phaseurs

Représentation dans le plan complexe On représente la tension par un point complexe qui est l'extrémité du vecteur de Fresnel

$$z = x + jy$$
 où $j = \sqrt{-1}$



$$\Rightarrow z = v_0[\cos(\omega t + \varphi) + j\sin(\omega t + \varphi)]$$
$$= v_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = v_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi}$$

La tension instantanée est donnée par :

$$v = \Im\{v_0 e^{j(\omega t + \varphi)}\}\$$

Phaseur Dans la représentation de Fresnel, la relation de phase entre les différentes tensions reste constante. On peut donc travailler avec le phaseur \tilde{v} : un nombre complexe associé à une tension instantanée d'amplitude v_0 et de phase φ .

$$\tilde{v} = v_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

XIII.5.1 Circuit RLC

On a les phaseurs suivants :

$$\tilde{v}_R = v_{0R} \qquad \text{car } \varphi = 0$$

$$\tilde{v}_C = v_{0C}e^{-j\frac{\pi}{2}} = -v_{0C}j \qquad \text{car } \varphi = \frac{-\pi}{2}$$

$$\tilde{v}_L = v_{0L}e^{j\frac{\pi}{2}} = v_{0L}j \qquad \text{car } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \tilde{v} = \tilde{v}_R + \tilde{v}_C + \tilde{v}_L$$

$$= v_{0R} + (v_{0L} - v_{0C})j$$

On en déduit l'amplitude v_0 et la phase φ :

$$v_0 = |\tilde{v}| = \sqrt{v_{0R}^2 + (v_{0L} - v_{0C})^2}$$
$$\cos \varphi = \frac{\Re{\{\tilde{v}\}}}{|\tilde{v}|} = \frac{v_{0R}}{v_0}$$

XIII.6 Réactance

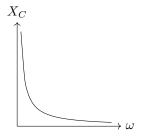
XIII.6.1 Réactance Capacitive

Quantifie la manière dont un condensateur freine le courant. X_C exprimé en Ohm (Ω) .

$$X_C = \frac{v_{0C}}{i_0}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$
 avec $i_0 = \omega C v_{0C}$

 X_C diminue lorsque ω augmente. Plus la fréquence est frande, moins les charges ont le temps de s'accumuler sur les armatures du condensateur, et moins ce dernier freine l'accès aux électrons.



Courant DC Pour un courant DC : $\omega = 0$. Ceci mène à une réactance capacitive qui tend vers $+\infty$.

XIII.6.2 Réactance Capacitive

Quantifie la manière dont un inducteur freine le courant. X_L exprimé en Ohm (Ω) .

$$X_C = \frac{v_{0L}}{i_0}$$

$$X_C = \omega L \quad \text{avec} \quad i_0 = \frac{v_{0L}}{\omega L}$$

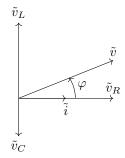
$$X_L$$

XIV Circuits à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur de Bande

XIV.1 Impédance Complexe

Valeur généralisant la notion de résistance, réactance capacitive, et réactance inductive : elle caractérise la manière dont le circuit freine le courant.

$$Z = \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}}$$



$$|Z| = \left| \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} \right| = \left| \frac{v_0 e^{j\varphi}}{i_0} \right| = \frac{v_0}{i_0} = \frac{v_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}$$

Relation entre Impédance et Déphasage

$$\cos\varphi = \frac{\Re\{Z\}}{|Z|} \qquad et \qquad \tan\varphi = \frac{\Re\{Z\}}{\Im\{Z\}}$$

XIV.1.1 Résistances

$$Z_R = \frac{v_{0R}}{I_0} = \frac{RI_0}{i_0} = R$$

Car $\tilde{i}=i_0e^{j\varphi}$ et $\tilde{v}=v_{0R}e^{j\varphi}$ ont un déphasage nul

$$\Rightarrow Z_R = |Z_R| = R$$

XIV.1.2 Condensateurs

$$Z_C = \frac{-V_{0C}j}{i_0} = \frac{\frac{-i_0}{\omega C}}{i_0}j = \frac{-j}{\omega C} = \frac{1}{\omega Cj}$$

Comme $-j^2 = 1 \Leftrightarrow -j = \frac{1}{i}$.

$$Z_C = -X_C j$$
$$|Z_C| = X_C$$

XIV.1.3 Inducteurs

$$Z_L = \frac{V_{0L}j}{i_0} = \frac{\omega L i_0}{i_0} j = \omega L j$$

$$\Rightarrow Z_L = X_L j$$

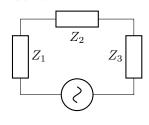
$$|Z_L| = X_L$$

XIV.2 Impédance d'un Circuit RLC en Série

$$\begin{split} Z &= \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} = \frac{V_{0R} + (V_{0L} - V_{0C})j}{i_0} \\ &= \frac{V_{0R}}{i_0} + \left(\frac{V_{0L}}{i_0} - \frac{V_{0C}}{i_0}\right)j \\ \Rightarrow Z &= R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)j \\ |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \end{split}$$

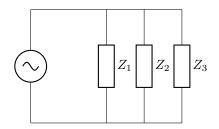
XIV.3 Impédences en série et en parallèle

XIV.3.1 En série



$$Z_{\rm eq} = \sum_{i=1}^{n} Z_i$$

XIV.3.2 En parallèle



$$\frac{1}{Z_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Z_i}$$

XIV.4 Puissance Dissipée en AC

La puissance électrique instantanée en AC est donnée par :

$$p = vi$$

XIV.4.1 Résistances

$$p = Ri^2 = Ri_0^2 \sin^2(\omega t)$$

Avec un taux moyen de :

$$\langle p \rangle = i_{\text{eff}}^2 R = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$

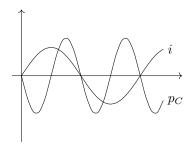
XIV.4.2 Condensateurs

$$p=v_{0C}\sin(\omega t-\frac{\pi}{2})i_0\sin(\omega t))=-\frac{V_{0C}^2C}{2}\sin(2\omega t)$$

$$\langle p \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_{0C}^2 C}{2} \sin(2\omega t) dt = 0$$

Un condensateur ne dissipe pas d'énergie sur un nombre demi-entier de périodes. Pendant un quart de cycle, le condensateur emmagasine de l'énergie : vi est positif; pendant le quart suivant du cycle : vi est négatif. Ce qui s'additionne pour donner une puissance nulle.

Une résistance n'emmagasine pas l'énergie : elle la dissipe en chaleur et ne la restitue donc pas à la source

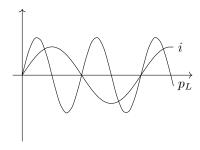


XIV.4.3 Inducteurs

$$p = v_{0L}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})i_0\sin(\omega t) = \frac{1}{2}v_{0L}i_0\sin(2\omega t)$$

$$\langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \frac{V_{0L}^2}{\omega L} \sin(2\omega t) dt = 0$$

Pour les même raisons que pour un condensateur, la puissance moyenne d'un inducteur est nulle.



XIV.4.4 Puissance moyenne

Seule la partie résistive du circuit dissipe de l'énergie.

$$\langle p \rangle = \Re\{Z\} i_{\text{eff}}^2$$

 $\Rightarrow \langle p \rangle = i_{\text{eff}} v_{\text{eff}} \cos \varphi$

XIV.5 Phénomène de résonance

Alors que la composante réelle résistive d'une impédance ne dépend pas de la fréquence angulaire ω , la partie imaginaire vaire avec celle-ci. D'où dans un circuit non purement résistif |Z| varie avec ω et donc $I_{\rm eff}$ varie avec ω pour $V_{\rm eff}$ fixe.

Fréquence de Résonnance Fréquence angulaire ω_0 telle que |Z| atteint un minimum et donc i atteint un maximum.

XIV.5.1 Fréquence de Résonnance pour un Circuit RLC

Pour un circuit RLC, ω_0 et $i_{\text{eff}}^{\text{max}}$ valent :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
 et $i_{\text{eff}}^{\text{max}} = \frac{V_{\text{eff}}}{R}$

XIV.6 Facteur de Qualité

Défini comme:

 $Q = \frac{2\pi \cdot \text{\'e}nergie max emmagasin\'ee dans le circuit}{\text{\'e}nergie dissip\'ee par cycle}$

XIV.6.1 Circuit RLC en Série

À la résonnance, le facteur de qualité vaut :

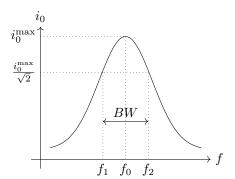
$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

XIV.7 Largeur de Bande

BW ou Bandwidth en anglais.

Différence entre deux fréquences auquelles le courant ne vaut que $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fois le courant maximum.

$$BW = f_2 - f_1$$



XIV.7.1 Circuit RLC en Série

Pour le circuit RLC en série, on établit la relation entre la largeur de bande et le facteur de qualité :

$$Q_0 = \frac{f_0}{DW}$$