

Condensé Physique BA1-INFO

Elliot Huet (571635)

25 mai 2024

Table des matières

II Dynamique du Point Matériel	3
II.1 Force	3
II.2 Lois de Newton	3
II.2.1 1e Loi de Newton	3
II.2.2 2e Loi de Newton	3
II.2.3 3e Loi de Newton	3
II.2.4 Domaine de Validité	3
II.3 Force Gravitationnelle	3
II.4 Poids	3
IX Appareils de Mesures Électriques	4
IX.1 Voltmètre	4
IX.2 Ampèremètre	4
IX.3 Ohmmètre	4
IX.4 Multimètre	4
IX.5 Oscilloscope	4
X Condensateurs	5
X.1 Capacité	5
X.2 Rôle des Diélectriques	5
X.3 Condensateurs en série et en parallèle	5
X.3.1 En série	5
X.3.2 En parallèle	5
X.4 Énergie emmagasinée par un condensateur	5
X.5 Circuits RC	6
X.5.1 Charge d'un condensateur	6
X.5.2 Décharge d'un condensateur	6
XII Induction Électromagnétique, et Inducteurs	7
XII.1 Conditions pour créer des courants induits	7
XII.2 Lois de Faraday et Lenz	7
XII.2.1 Loi de Faraday	7
XII.2.2 Loi de Lenz	7
XII.2.3 Faraday et Lenz combinées	7
XII.3 Inductance et Inducteurs	7
XII.3.1 Inductance Mutuelle	7
XII.3.2 Auto-Inductance	7
XII.3.3 Inducteur	8
XII.4 Circuits RL	8
XII.5 Énergie Emmagasinée dans un Inducteur	8
XII.6 Circuits LC et Oscillations Électromagnétiques	8
XIII Circuits à Courant Alternatif : Déphasage, Représentation de Fresnel, Phaseurs, et Réactance	9
XIII.1 Source de f.é.m. alternative	9
XIII.2 Circuits AC simples	9
XIII.2.1 Circuits à une résistance	9
XIII.2.2 Circuits à un condensateur	9
XIII.2.3 Circuits à un inducteur	9
XIII.3 Circuit AC RLC en série	10
XIII.4 Représentation de Fresnel	10
XIII.5 Phaseurs	10
XIII.5.1 Circuit RLC	11
XIII.6 Réactance	11
XIII.6.1 Réactance Capacitive	11
XIII.6.2 Réactance Inductive	11
XIV Circuits à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur de Bande	12
XIV.1 Impédance Complexe	12

XIV.1.1 Résistances	12
XIV.1.2 Condensateurs	12
XIV.1.3 Inducteurs	12
XIV.2 Impédance d'un Circuit RLC en Série	12
XIV.3 Impédances en série et en parallèle	12
XIV.3.1 En série	12
XIV.3.2 En parallèle	12
XIV.4 Puissance Dissipée en AC	12
XIV.4.1 Résistances	12
XIV.4.2 Condensateurs	13
XIV.4.3 Inducteurs	13
XIV.4.4 Puissance moyenne	13
XIV.5 Phénomène de résonance	13
XIV.5.1 Fréquence de Résonnance pour un Circuit RLC	13
XIV.6 Facteur de Qualité	13
XIV.6.1 Circuit RLC en Série	13
XIV.7 Largeur de Bande	13
XIV.7.1 Circuit RLC en Série	13

II Dynamique du Point Matériel

II.1 Force

Une force est une grandeur caractérisée par une intensité, une direction, et un sens, qui suit les lois d'addition vectorielles. Elle est exprimée en Newtons (N).

Une force peut être exercée sur un objet :

- Par contact (ex. Force de poussée par quelqu'un poussant un wagonnet).
- Indirectement (ex. Force de répulsion entre deux charges de même signe).

Dynamomètre Outil de mesure de l'intensité d'une force.

II.2 Lois de Newton

II.2.1 1e Loi de Newton

Tout corps reste immobile ou conserve un MRU aussi longtemps qu'aucune force extérieure vient modifier son état.

$$\vec{F} = 0 \Leftrightarrow v(t) = v_0$$

II.2.2 2e Loi de Newton

L'accélération dépend de la force et de la masse.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Newton Force nécessaire pour accélérer un objet de $1kg$ de $1m \cdot s^{-2}$

$$1N = \frac{1kg \cdot m}{s^2}$$

II.2.3 3e Loi de Newton

Chaque fois qu'un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier exerce sur le premier une force égale et opposée.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

II.2.4 Domaine de Validité

Les Lois de Newton sont vérifiées par l'expérience à deux conditions :

1. Appliquées dans un référentiel inertiel (MRU par rapport aux galaxies lointaines)
2. Vitesses des mobiles petites par rapport à la vitesse de la lumière ($300000km \cdot s^{-1}$)

II.3 Force Gravitationnelle

Il existe entre deux objets ponctuels de masse m_1 et m_2 distants de r_{12} une force d'attraction \vec{F}_G dont le module est donné par :

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}$$

Avec G la constante de Gravitation :

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

II.4 Poids

Un objet ponctuel de masse m à la surface de la Terre subit une force d'attraction gravitationnelle de la part de chaque molécule constituant la Terre.

$$\|\vec{P}\| = m \sum_i G \frac{m_i}{r_i^2} \hat{i} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

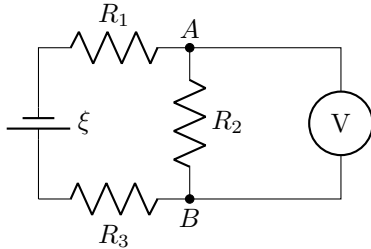
Avec g L'accélération de la pesanteur Terrestre :

$$g = \left| \sum_i G \frac{m_i}{r_i^2} \hat{i} \right| = 9,81 m \cdot s^{-2} \quad \text{à Bruxelles}$$

IX Appareils de Mesures Électriques

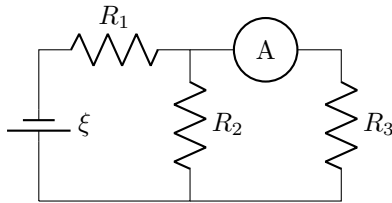
IX.1 Voltmètre

Mesure la différence de potentiel (Volts) entre deux points du circuit. Il s'attache en parallèle : ici aux points A et B .



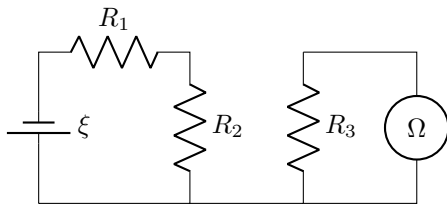
IX.2 Ampèremètre

Mesure l'intensité du courant (Ampères) en un point du circuit. Il s'attache en série : ici on mesure l'intensité du courant passant dans la résistance R_3 .



IX.3 Ohmmètre

Mesure la valeur d'une résistance. Il s'attache aux deux extrémités d'un circuit composé de résistances non alimenté. Ci dessous on mesure la résistance de R_3 .

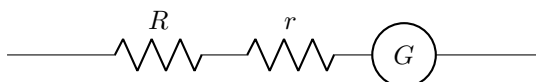


IX.4 Multimètre

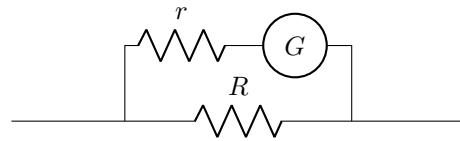
Appareil regroupant les différents appareils décrits ci-dessus. Il peut être réglé pour être utilisé soit comme voltmètre, soit comme ampèremètre, soit comme ohmmètre.

Galvanomètre Un Galvanomètre fait dévier une aiguille sur un cadran de manière proportionnelle au courant qui le traverse. Un multimètre est composé de galvanomètres pour pouvoir indiquer les valeurs sur son cadran.

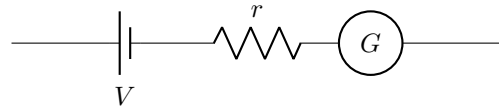
Voltmètre



Ampèremètre

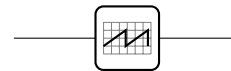


Ohmmètre



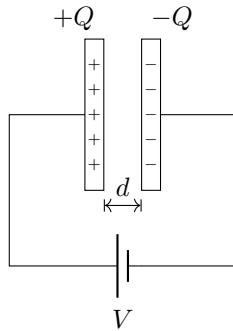
IX.5 Oscilloscope

Permet l'étude des tensions alternatives en observant la forme de la variation dans le temps.



X Condensateurs

Un condensateur est un élément de circuit qui permet d'emmagasiner des charges électriques et donc de l'énergie électrique. Il est constitué de deux plaques conductrices placées à coté l'une de l'autre.



Les électrons provenant de l'électrode négative de la batterie chargent l'armature négative. Par induction, les électrons dans l'armature positive sont repoussés vers l'électrode positive.

X.1 Capacité

La charge Q d'un condensateur dépend de la tension V à ses bornes.

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{constante}$$

La capacité C d'un condensateur est exprimée en Farad (F)

$$1F = \frac{1C}{V}$$

Déterminer la capacité d'un condensateur à forme géométrique simple La distance entre les armatures étant très faible, on peut faire approximation que les plaques sont infinies. On a donc :

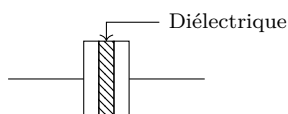
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 A} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

On a aussi $\Delta U = -qED$ et $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$, ce qui nous donne :

$$V_{ba} = V_b - V_a = Ed \Rightarrow V_{ba} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V_{ba}} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \text{dans le Vide}$$

X.2 Rôle des Diélectriques



Diélectrique Matériau isolant séparant les armatures. Il permet de rapprocher les armatures plus près, ce qui augmente la capacité ; et d'empêcher les charges de sauter, ce qui permet d'appliquer une tension plus haute sans décharger le condensateur.

Constante diélectrique κ Dépend du matériau composant le diélectrique.

Matériau	κ
Vide	1,0000
Air	1,0006
Papier	3 – 7
Porcelaine	6 – 8
Eau	80

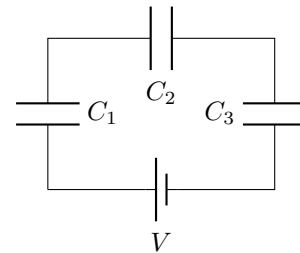
La capacité d'un condensateur avec diélectrique est donnée par :

$$C = \kappa C_0 \quad \Leftrightarrow C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \kappa \quad \text{Permittivité du diélectrique}$$

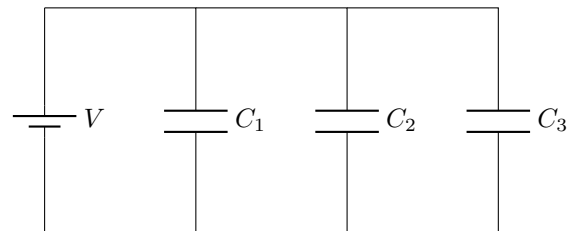
X.3 Condensateurs en série et en parallèle

X.3.1 En série



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

X.3.2 En parallèle



$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$$

X.4 Énergie emmagasinée par un condensateur

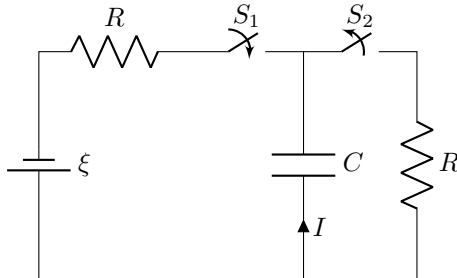
$$U_E = \frac{1}{2} CV^2$$

X.5 Circuits RC

Circuit constitué d'une résistance R et d'un condensateur C .

En introduisant un condensateur dans un circuit : le courant varie en fonction du temps pendant la charge et la décharge du condensateur.

X.5.1 Charge d'un condensateur

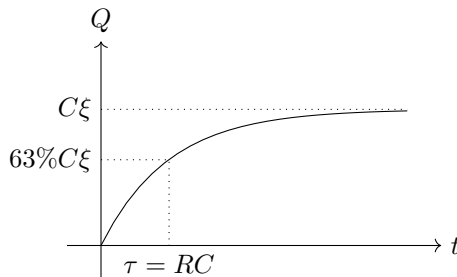


Avec S_2 ouvert et le condensateur déchargé à $t = 0s$. Lorsqu'on ferme S_1 :

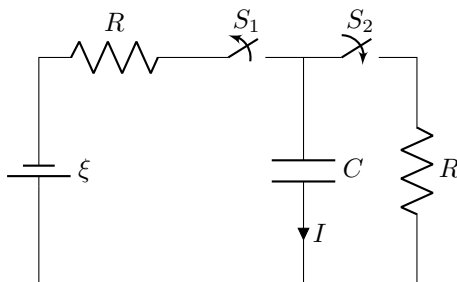
$$Q = Q_f(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \text{Avec } Q_f = C\xi$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\xi}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Constante de temps RC $\tau = RC$ en secondes, représente le temps requis pour que le condensateur atteigne 63% de la charge finale Q_f . C'est une mesure de la vitesse avec laquelle le condensateur accumule les charges.

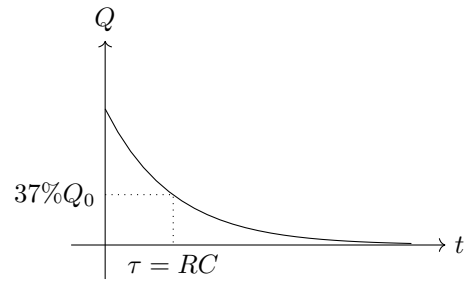


X.5.2 Décharge d'un condensateur



Avec S_1 ouvert et le condensateur chargé à $t = 0s$. Lorsqu'on ferme S_2 :

$$I = \frac{-dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$



Avec $Q_0 \approx C\xi$ si le condensateur est chargé presque au maximum.

XII Induction Électromagnétique, et Inducteurs

XII.1 Conditions pour créer des courants induits

- Lorsqu'un champ magnétique au travers d'une boucle de conducteur varie.
- Pour une boucle de conducteur flexible située dans un champ magnétique constant et uniforme : lorsque l'aire délimitée par cette boucle est modifiée.
- Pour une boucle de conducteur d'aire constante : lorsque l'on fait tourner la boucle par rapport à la direction du champ.

XII.2 Lois de Faraday et Lenz

XII.2.1 Loi de Faraday

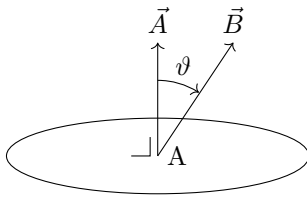
$$|\xi_{\text{ind}}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$$

Avec Φ_B étant le flux magnétique en Weber (Wb).

$$1Wb = 1T \cdot 1m^2$$

Boucle Uniforme et Plane

$$\Phi_B = A \cdot B \cdot \cos \vartheta$$



En définissant \vec{A} comme le vecteur perpendiculaire à la boucle de longueur A :

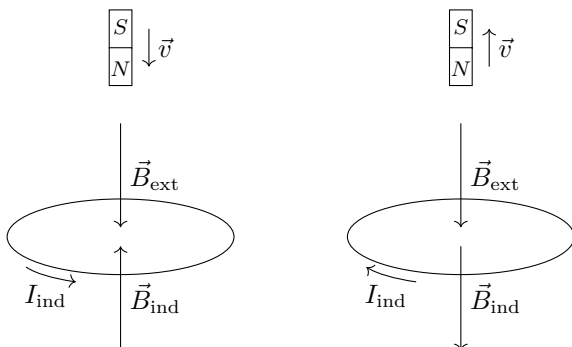
$$\Rightarrow \Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} \quad \text{pour } \vec{B} \text{ uniforme}$$

Champ non Uniforme/ Boucle non Plane

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

XII.2.2 Loi de Lenz

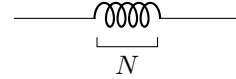
Le sens du courant induit est tel que le champ magnétique qu'il produit s'oppose à la variation de flux qu'il produit.



XII.2.3 Faraday et Lenz combinées

$$\xi_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Cas d'un bobinage de N spires

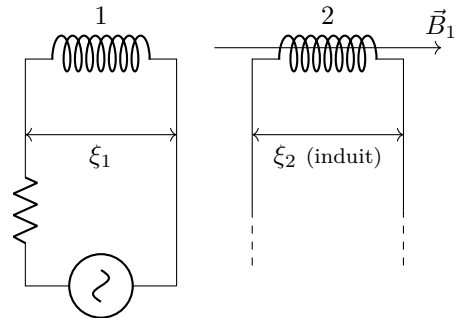


Si Φ_B dans chaque spire est identique, alors chaque spire est siège d'une f.é.m.

$$\xi_{\text{ind}} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

XII.3 Inductance et Inducteurs

XII.3.1 Inductance Mutuelle



Avec Φ_{21} le flux magnétique créé dans chaque spire de la bobine 2 par le champ magnétique variable \vec{B}_1 créé par le courant I_1 circulant dans la bobine 1. D'où $N_2\Phi_{21}$ est le flux magnétique traversant la bobine 2 entière.

$$\xi_2 = - \frac{d(N_2\Phi_{21})}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

$$\text{En posant} \quad N_2\Phi_{21} = MI_1$$

Avec M la constante de proportionnalité d'inductance mutuelle.

$$\Rightarrow \xi_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

XII.3.2 Auto-Inductance

Un courant variable dans un circuit provoque un flux magnétique variable au sein de ce même circuit.

$$\xi_1 = -N_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$

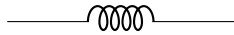
$$\text{En posant} \quad N_1\Phi_{11} = LI_1$$

$$\Rightarrow \xi_1 = -L \frac{dI_1}{dt}$$

Avec L l'auto-inductance.

XII.3.3 Inducteur

Élément de circuit ayant une auto-inductance non-négligeable. En général : une bobine.

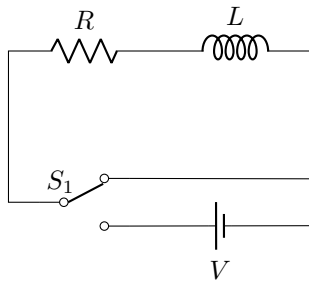


L'unité d'inductance est le Henry (H)

$$1H = \frac{1Wb}{A} = \frac{1V \cdot s}{A}$$

XII.4 Circuits RL

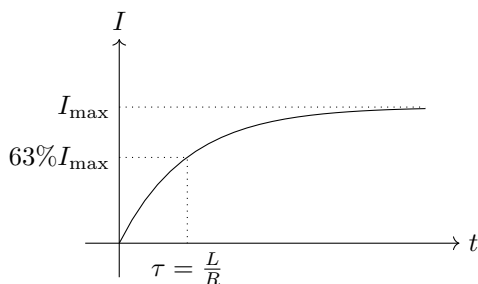
Circuit comportant une résistance R et un inducteur L .



Connexion de la Pile Au moment où l'interrupteur S_1 est enclenché un courant initialement nul augmente. Cette variation de courant produit une f.é.m. dans l'inducteur :

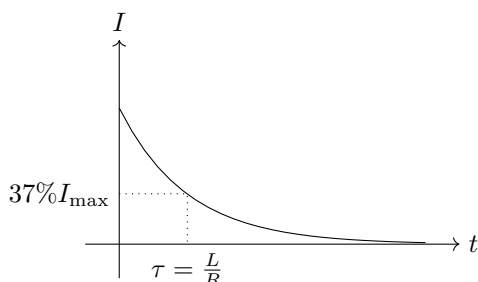
$$\begin{aligned} V_L &= -L \frac{dI}{dt} \\ V - L \frac{dI}{dt} &= RI \quad \text{Kirchhoff et Ohm} \\ \Rightarrow I &= \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \end{aligned}$$

Avec $\tau = \frac{L}{R}$: le temps requis pour que le courant atteigne 63% de sa valeur maximum.



Déconnexion de la Pile

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

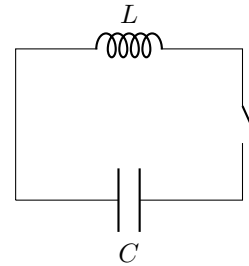


XII.5 Énergie Emmagasinee dans un Inducteur

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

XII.6 Circuits LC et Oscillations Électromagnétiques

Circuit composé d'une inductance L et d'un condensateur C portant une charge Q .

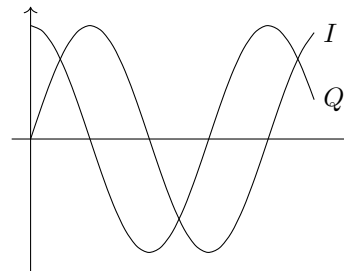


$$\begin{aligned} V_L &= -L \frac{dI}{dt} \Leftrightarrow \frac{Q}{C} = L \frac{dI}{dt} \\ &\Leftrightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Solution } Q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Avec $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ la fréquence angulaire, Q_0 l'amplitude, et φ la phase.

$$I(t) = \frac{-Q}{dt} = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$



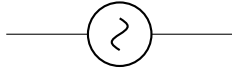
Fermeture de l'Interrupteur Au moment où l'on ferme l'interrupteur, l'armature gauche porte une charge $+Q_0$ et celle de droite une charge $-Q_0$. Une fois l'interrupteur fermé, le condensateur se décharge complètement, et on atteint un maximum pour I . Le courant continue de faire circuler les charges de l'armature gauche vers l'armature droite. Lorsque la tension devient finalement nulle, l'armature gauche du condensateur porte une charge $-Q_0$ et celle de droite une charge $+Q_0$. Le courant repart alors dans l'autre sens.

Énergie Totale Initiale Stockée dans le Condensateur

$$U_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} LI_0^2$$

XIII Circuits à Courant Alternatif : Déphasage, Représentation de Fresnel, Phaseurs, et Réactance

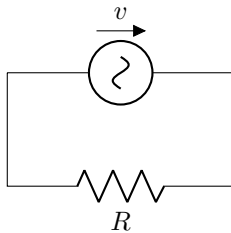
XIII.1 Source de f.é.m. alternative



Exemple Centrale Électrique

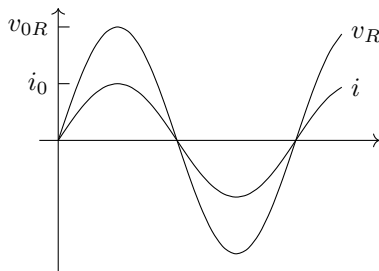
XIII.2 Circuits AC simples

XIII.2.1 Circuits à une résistance



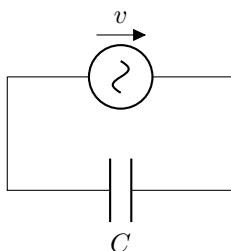
$$\begin{aligned} v_R &= v && \text{Kirchhoff} \\ v_R &= Ri && \text{Ohm} \\ \Rightarrow v &= Ri \\ &= \frac{v_{0R}}{R} \sin(\omega t + \varphi) \\ &= i_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Avec $v_{0R} = i_0 R$



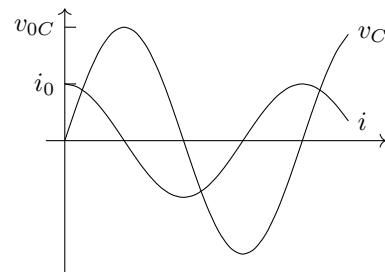
i et v_R ont la même fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ et sont en phase.

XIII.2.2 Circuits à un condensateur



$$\begin{aligned} v_C &= v && \text{Kirchhoff} \\ v_C &= \frac{q}{C} && \text{Chap X} \\ i &= \frac{dq}{dt} && q \rightarrow i \\ \Rightarrow dq &= i dt = i_0 \sin(\omega t) dt \\ \Leftrightarrow q &= \frac{-i_0}{\omega} \cos(\omega t) = \frac{i_0}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ \Rightarrow v &= \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Avec $v_{0C} = \frac{i_0}{\omega C}$

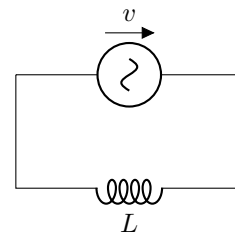


i et v_C ont la même fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ mais ne sont pas en phase. Il y a un déphasage de $\varphi = \frac{\pi}{2}$. v_C est en retard par rapport à i d'un angle $\frac{\pi}{2}$.

XIII.2.3 Circuits à un inducteur

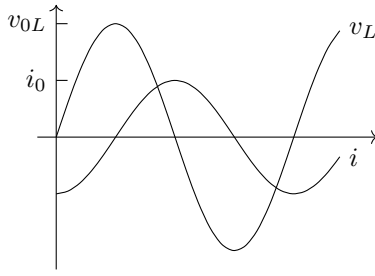
Note – Loi de Lenz et Loi d'Ohm Une bobine s'oppose au passage du courant alternatif. Ce comportement est similaire à une résistance qui s'oppose au passage du courant continu.

$$\begin{aligned} \text{Ohm : } V_A - V_B &= RI \\ \text{Lenz : } V_A - V_B &= L \frac{di}{dt} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} v &= L \omega i_0 \cos(\omega t) \\ &= L \omega i_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ &= v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

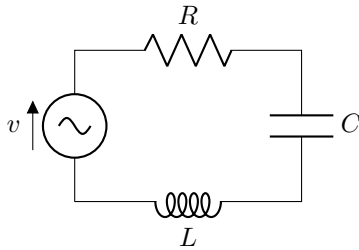
Avec $v_{0L} = i_0 \omega L$



i et v_L ont la même fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ mais ne sont pas en phase. Il y a un déphasage de $\varphi = \frac{\pi}{2}$. v_L devance i d'un angle $\frac{\pi}{2}$.

XIII.3 Circuit AC RLC en série

Circuit RLC Circuit comportant une résistance R , un inducteur L , et un capaciteur C en série.



Un même courant i circule dans le circuit.

$$i_R = i_C = i_L = i = i_0 \sin(\omega t)$$

D'où on trouve les tensions suivantes :

$$v_R = Ri_0 \sin(\omega t) = v_{0R} \sin(\omega t)$$

$$v_C = \frac{1}{\omega C} i_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

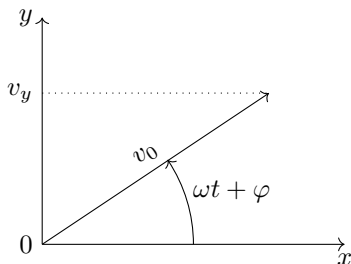
$$v_L = \omega L i_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Par la loi des Mailles :

$$v_{\text{source}} = v_R + v_C + v_L$$

XIII.4 Représentation de Fresnel

Vecteur de Fresnel Une tension $v = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$ est représentée dans le plan Oxy par un vecteur de longueur égale à l'amplitude de la tension v_0 faisant un angle $\omega t + \varphi$ avec l'axe Ox .



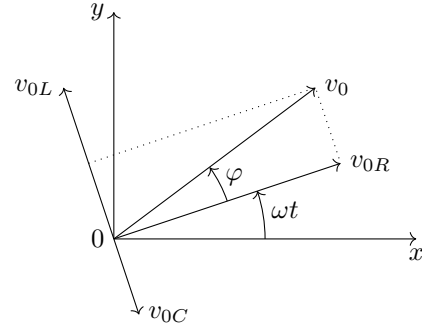
La tension instantanée est donnée par v_y :

$$v_y = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

v_{source} devient une relation entre les composantes y des vecteurs représentant les trois différentes tensions instantanées :

$$v_y = v_{Ry} + v_{Cy} + v_{Ly}$$

Trouver la tension instantanée Revient à faire la somme des vecteurs v_R , v_C , et v_L et de projeter la résultante v_0 sur l'axe Oy .



Avec v_0 l'amplitude de v donnée par :

$$v_0 = \sqrt{(v_{0L} - v_{0C})^2 + v_{0R}^2}$$

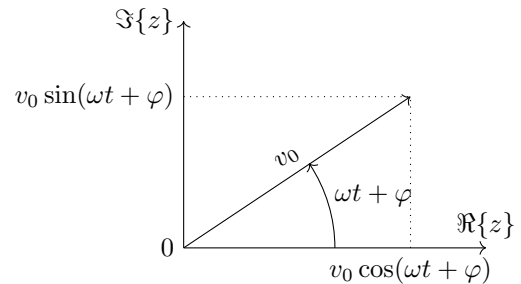
Et φ l'angle que v fait avec i donné par :

$$\cos \varphi = \frac{v_{0R}}{v_0} \quad \text{ou} \quad \tan \varphi = \frac{v_{0L} - v_{0C}}{v_{0R}}$$

XIII.5 Phaseurs

Représentation dans le plan complexe On représente la tension par un point complexe qui est l'extrémité du vecteur de Fresnel

$$z = x + jy \quad \text{où} \quad j = \sqrt{-1}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow z &= v_0 [\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)] \\ &= v_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = v_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi} \end{aligned}$$

La tension instantanée est donnée par :

$$v = \Im\{v_0 e^{j(\omega t + \varphi)}\}$$

Phaseur Dans la représentation de Fresnel, la relation de phase entre les différentes tensions reste constante. On peut donc travailler avec le phaseur \tilde{v} : un nombre complexe associé à une tension instantanée d'amplitude v_0 et de phase φ .

$$\tilde{v} = v_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

XIII.5.1 Circuit RLC

On a les phaseurs suivants :

$$\tilde{v}_R = v_{0R} \quad \text{car } \varphi = 0$$

$$\tilde{v}_C = v_{0C} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -v_{0C}j \quad \text{car } \varphi = \frac{-\pi}{2}$$

$$\tilde{v}_L = v_{0L} e^{j\frac{\pi}{2}} = v_{0L}j \quad \text{car } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tilde{v} &= \tilde{v}_R + \tilde{v}_C + \tilde{v}_L \\ &= v_{0R} + (v_{0L} - v_{0C})j \end{aligned}$$

On en déduit l'amplitude v_0 et la phase φ :

$$\begin{aligned} v_0 = |\tilde{v}| &= \sqrt{v_{0R}^2 + (v_{0L} - v_{0C})^2} \\ \cos \varphi &= \frac{\Re\{\tilde{v}\}}{|\tilde{v}|} = \frac{v_{0R}}{v_0} \end{aligned}$$

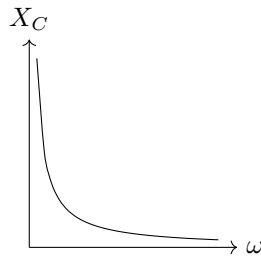
XIII.6 Réactance

XIII.6.1 Réactance Capacitive

Quantifie la manière dont un condensateur freine le courant. X_C exprimé en Ohm (Ω).

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{v_{0C}}{i_0} \\ X_C &= \frac{1}{\omega C} \quad \text{avec } i_0 = \omega C v_{0C} \end{aligned}$$

X_C diminue lorsque ω augmente. Plus la fréquence est grande, moins les charges ont le temps de s'accumuler sur les armatures du condensateur, et moins ce dernier freine l'accès aux électrons.

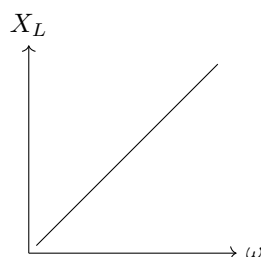


Courant DC Pour un courant DC : $\omega = 0$. Ceci mène à une réactance capacitive qui tend vers $+\infty$.

XIII.6.2 Réactance Inductive

Quantifie la manière dont un inducteur freine le courant. X_L exprimé en Ohm (Ω).

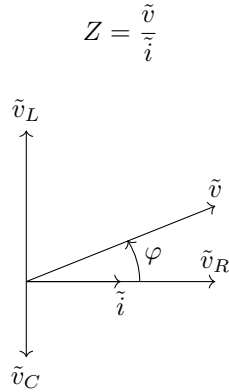
$$\begin{aligned} X_L &= \frac{v_{0L}}{i_0} \\ X_L &= \omega L \quad \text{avec } i_0 = \frac{v_{0L}}{\omega L} \end{aligned}$$



XIV Circuits à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur de Bande

XIV.1 Impédance Complexe

Valeur généralisant la notion de résistance, réactance capacitive, et réactance inductive : elle caractérise la manière dont le circuit freine le courant.



$$|Z| = \left| \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} \right| = \left| \frac{v_0 e^{j\varphi}}{i_0} \right| = \frac{v_0}{i_0} = \frac{v_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}$$

Relation entre Impédance et Déphasage

$$\cos \varphi = \frac{\Re\{Z\}}{|Z|} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{\Im\{Z\}}{\Re\{Z\}}$$

XIV.1.1 Résistances

$$Z_R = \frac{v_{0R}}{I_0} = \frac{RI_0}{I_0} = R$$

Car $\tilde{i} = i_0 e^{j\varphi}$ et $\tilde{v} = v_{0R} e^{j\varphi}$ ont un déphasage nul.

$$\Rightarrow Z_R = |Z_R| = R$$

XIV.1.2 Condensateurs

$$Z_C = \frac{-V_{0C}j}{i_0} = \frac{-i_0}{\omega C} j = \frac{-j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C j}$$

Comme $-j^2 = 1 \Leftrightarrow -j = \frac{1}{j}$.

$$Z_C = -X_C j$$

$$|Z_C| = X_C$$

XIV.1.3 Inducteurs

$$Z_L = \frac{V_{0L}j}{i_0} = \frac{\omega L i_0}{i_0} j = \omega L j$$

$$\Rightarrow Z_L = X_L j$$

$$|Z_L| = X_L$$

XIV.2 Impédance d'un Circuit RLC en Série

$$Z = \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} = \frac{V_{0R} + (V_{0L} - V_{0C})j}{i_0}$$

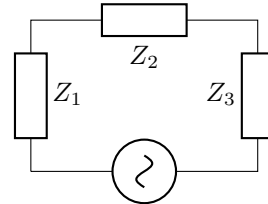
$$= \frac{V_{0R}}{i_0} + \left(\frac{V_{0L}}{i_0} - \frac{V_{0C}}{i_0} \right) j$$

$$\Rightarrow Z = R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) j$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

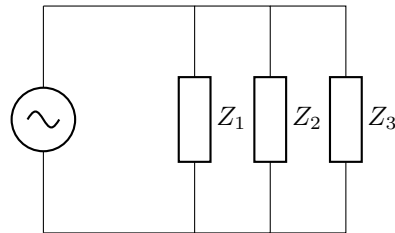
XIV.3 Impédances en série et en parallèle

XIV.3.1 En série



$$Z_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n Z_i$$

XIV.3.2 En parallèle



$$\frac{1}{Z_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}$$

XIV.4 Puissance Dissipée en AC

La puissance électrique instantanée en AC est donnée par :

$$p = vi$$

XIV.4.1 Résistances

$$p = Ri^2 = Ri_0^2 \sin^2(\omega t)$$

Avec un taux moyen de :

$$\langle p \rangle = i_{\text{eff}}^2 R = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$

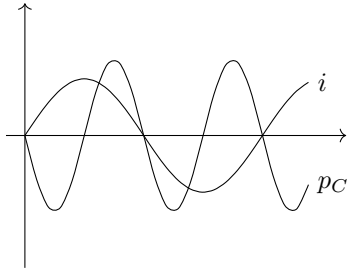
XIV.4.2 Condensateurs

$$p = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) i_0 \sin(\omega t) = -\frac{V_{0C}^2 C}{2} \sin(2\omega t)$$

$$\langle p \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_{0C}^2 C}{2} \sin(2\omega t) dt = 0$$

Un condensateur ne dissipe pas d'énergie sur un nombre demi-entier de périodes. Pendant un quart de cycle, le condensateur emmagasine de l'énergie : vi est positif; pendant le quart suivant du cycle : vi est négatif. Ce qui s'additionne pour donner une puissance nulle.

Une résistance n'emmagasine pas l'énergie : elle la dissipe en chaleur et ne la restitue donc pas à la source.

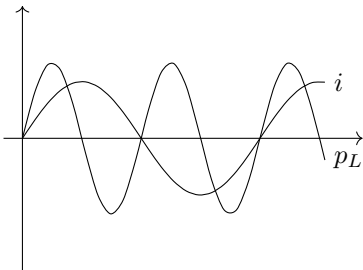


XIV.4.3 Inducteurs

$$p = v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) i_0 \sin(\omega t) = \frac{1}{2} v_{0L} i_0 \sin(2\omega t)$$

$$\langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \frac{V_{0L}^2}{\omega L} \sin(2\omega t) dt = 0$$

Pour les mêmes raisons que pour un condensateur, la puissance moyenne d'un inducteur est nulle.



XIV.4.4 Puissance moyenne

Seule la partie résistive du circuit dissipe de l'énergie.

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \Re\{Z\} i_{\text{eff}}^2 \\ \Rightarrow \langle p \rangle &= i_{\text{eff}} v_{\text{eff}} \cos \varphi \end{aligned}$$

XIV.5 Phénomène de résonance

Alors que la composante réelle résistive d'une impédance ne dépend pas de la fréquence angulaire ω , la partie imaginaire varie avec celle-ci. D'où dans un circuit non purement résistif $|Z|$ varie avec ω et donc I_{eff} varie avec ω pour V_{eff} fixe.

Fréquence de Résonance Fréquence angulaire ω_0 telle que $|Z|$ atteint un minimum et donc i atteint un maximum.

XIV.5.1 Fréquence de Résonance pour un Circuit RLC

Pour un circuit RLC, ω_0 et $i_{\text{eff}}^{\text{max}}$ valent :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad i_{\text{eff}}^{\text{max}} = \frac{V_{\text{eff}}}{R}$$

XIV.6 Facteur de Qualité

Défini comme :

$$Q = \frac{2\pi \cdot \text{énergie max emmagasinée dans le circuit}}{\text{énergie dissipée par cycle}}$$

XIV.6.1 Circuit RLC en Série

À la résonance, le facteur de qualité vaut :

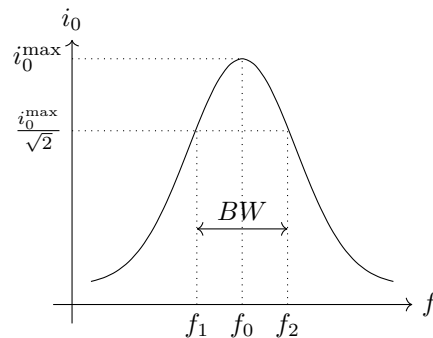
$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

XIV.7 Largeur de Bande

BW ou Bandwidth en anglais.

Différence entre deux fréquences auxquelles le courant ne vaut que $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fois le courant maximum.

$$BW = f_2 - f_1$$



XIV.7.1 Circuit RLC en Série

Pour le circuit RLC en série, on établit la relation entre la largeur de bande et le facteur de qualité :

$$Q_0 = \frac{f_0}{BW}$$