

# Condensé Physique BA1-INFO

Elliot Huet (571635)

25 mai 2024

# Table des matières

<b>II Dynamique du Point Matériel</b>	<b>3</b>
II.1 Force	3
II.2 Lois de Newton	3
II.2.1 1e Loi de Newton	3
II.2.2 2e Loi de Newton	3
II.2.3 3e Loi de Newton	3
II.2.4 Domaine de Validité	3
II.3 Force Gravitationnelle	3
II.4 Poids	3
<b>VII Courant Électrique, Résistance, Piles</b>	<b>4</b>
VII.1 Courant Électrique	4
VII.2 Résistance et Loi d'Ohm	4
VII.2.1 Résistances Ohmiques	4
VII.2.2 Résistances non Ohmique	4
VII.3 Résistivité et Conductivité	4
VII.3.1 Résistivité	4
VII.3.2 Conductivité	4
VII.4 Force Électro-Motrice et Tension aux Bornes	4
VII.5 Puissance Électrique	5
VII.6 Courant Alternatif	5
VII.6.1 Courant Fourni par une Génératrice	5
VII.6.2 Puissance Instantanée	5
VII.6.3 Puissance Moyenne	5
<b>VIIIa Circuits à Résistances Ohmiques</b>	<b>6</b>
VIIIa.1 Résistances en Série et en Parallèle	6
VIIIa.1.1 En série	6
VIIIa.1.2 En parallèle	6
VIIIa.2 Lois de Kirchhoff	6
VIIIa.2.1 Loi des Nœuds	6
VIIIa.2.2 Loi des Mailles	6
VIIIa.3 Méthode de Résolution de Circuits par Lois de Kirchhoff	6
VIIIa.4 Théorème de Thévenin	6
<b>IX Appareils de Mesures Électriques</b>	<b>8</b>
IX.1 Voltmètre	8
IX.2 Ampèremètre	8
IX.3 Ohmmètre	8
IX.4 Multimètre	8
IX.5 Oscilloscope	8
<b>X Condensateurs</b>	<b>9</b>
X.1 Capacité	9
X.2 Rôle des Diélectriques	9
X.3 Condensateurs en série et en parallèle	9
X.3.1 En série	9
X.3.2 En parallèle	9
X.4 Énergie emmagasinée par un condensateur	9
X.5 Circuits RC	10
X.5.1 Charge d'un condensateur	10
X.5.2 Décharge d'un condensateur	10
<b>XII Induction Électromagnétique, et Inducteurs</b>	<b>11</b>
XII.1 Conditions pour créer des courants induits	11
XII.2 Lois de Faraday et Lenz	11
XII.2.1 Loi de Faraday	11
XII.2.2 Loi de Lenz	11
XII.2.3 Faraday et Lenz combinées	11
XII.3 Inductance et Inducteurs	11

XII.3.1 Inductance Mutuelle . . . . .	11
XII.3.2 Auto-Inductance . . . . .	11
XII.3.3 Inducteur . . . . .	12
XII.4 Circuits RL . . . . .	12
XII.5 Énergie Emmagasinée dans un Inducteur . . . . .	12
XII.6 Circuits LC et Oscillations Électromagnétiques . . . . .	12
<b>XIII Circuits à Courant Alternatif : Déphasage, Représentation de Fresnel, Phaseurs, et Réactance</b>	<b>13</b>
XIII.1 Source de f.é.m. alternative . . . . .	13
XIII.2 Circuits AC simples . . . . .	13
XIII.2.1 Circuits à une résistance . . . . .	13
XIII.2.2 Circuits à un condensateur . . . . .	13
XIII.2.3 Circuits à un inducteur . . . . .	13
XIII.3 Circuit AC RLC en série . . . . .	14
XIII.4 Représentation de Fresnel . . . . .	14
XIII.5 Phaseurs . . . . .	14
XIII.5.1 Circuit RLC . . . . .	15
XIII.6 Réactance . . . . .	15
XIII.6.1 Réactance Capacitive . . . . .	15
XIII.6.2 Réactance Capacitive . . . . .	15
<b>XIV Circuits à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur de Bande</b>	<b>16</b>
XIV.1 Impédance Complexe . . . . .	16
XIV.1.1 Résistances . . . . .	16
XIV.1.2 Condensateurs . . . . .	16
XIV.1.3 Inducteurs . . . . .	16
XIV.2 Impédance d'un Circuit RLC en Série . . . . .	16
XIV.3 Impédances en série et en parallèle . . . . .	16
XIV.3.1 En série . . . . .	16
XIV.3.2 En parallèle . . . . .	16
XIV.4 Puissance Dissipée en AC . . . . .	16
XIV.4.1 Résistances . . . . .	16
XIV.4.2 Condensateurs . . . . .	17
XIV.4.3 Inducteurs . . . . .	17
XIV.4.4 Puissance moyenne . . . . .	17
XIV.5 Phénomène de résonance . . . . .	17
XIV.5.1 Fréquence de Résonance pour un Circuit RLC . . . . .	17
XIV.6 Facteur de Qualité . . . . .	17
XIV.6.1 Circuit RLC en Série . . . . .	17
XIV.7 Largeur de Bande . . . . .	17
XIV.7.1 Circuit RLC en Série . . . . .	17

## II Dynamique du Point Matériel

### II.1 Force

Une force est une grandeur caractérisée par une intensité, une direction, et un sens, qui suit les lois d'addition vectorielles. Elle est exprimée en Newtons ( $N$ ).

Une force peut être exercée sur un objet :

- Par contact (ex. Force de poussée par quelqu'un poussant un wagonnet).
- Indirectement (ex. Force de répulsion entre deux charges de même signe).

**Dynamomètre** Outil de mesure de l'intensité d'une force.

### II.2 Lois de Newton

#### II.2.1 1e Loi de Newton

Tout corps reste immobile ou conserve un MRU aussi longtemps qu'aucune force extérieure vient modifier son état.

$$\vec{F} = 0 \Leftrightarrow v(t) = v_0$$

#### II.2.2 2e Loi de Newton

L'accélération dépend de la force et de la masse.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

**Newton** Force nécessaire pour accélérer un objet de  $1kg$  de  $1m \cdot s^{-2}$

$$1N = \frac{1kg \cdot m}{s^2}$$

#### II.2.3 3e Loi de Newton

Chaque fois qu'un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier exerce sur le premier une force égale et opposée.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

#### II.2.4 Domaine de Validité

Les Lois de Newton sont vérifiées par l'expérience à deux conditions :

1. Appliquées dans un référentiel inertiel (MRU par rapport aux galaxies lointaines)
2. Vitesses des mobiles petites par rapport à la vitesse de la lumière ( $300000km \cdot s^{-1}$ )

### II.3 Force Gravitationnelle

Il existe entre deux objets ponctuels de masse  $m_1$  et  $m_2$  distants de  $r_{12}$  une force d'attraction  $\vec{F}_G$  dont le module est donné par :

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}$$

Avec  $G$  la constante de Gravitation :

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

### II.4 Poids

Un objet ponctuel de masse  $m$  à la surface de la Terre subit une force d'attraction gravitationnelle de la part de chaque molécule constituant la Terre.

$$\|\vec{P}\| = m \sum_i G \frac{m_i}{r_i^2} \hat{i} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

Avec  $g$  L'accélération de la pesanteur Terrestre :

$$g = \left| \sum_i G \frac{m_i}{r_i^2} \hat{i} \right| = 9,81 m \cdot s^{-2} \quad \text{à Bruxelles}$$

## VII Courant Électrique, Résistance, Piles

### VII.1 Courant Électrique

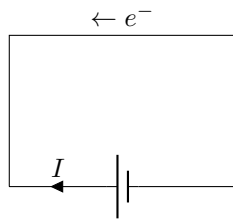
L'intensité  $I$  du courant électrique est une mesure de la charge traversant une surface par unité de temps.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Avec  $I$  en Ampères (A) :

$$1A = \frac{1C}{s}$$

**Direction de mouvement du courant et des électrons**



Les électrons vont de la borne négative à la borne positive, alors que le courant va dans le sens inverse : de la borne positive vers la borne négative de la pile.

### VII.2 Résistance et Loi d'Ohm

$$R = \frac{V}{I}$$

$R$  est une résistance en Ohm ( $\Omega$ ). Une résistance d' $1\Omega$  laisse passer un courant d' $1A$  lorsqu'on lui applique une tension d' $1V$ .

$$1\Omega = \frac{1V}{A}$$

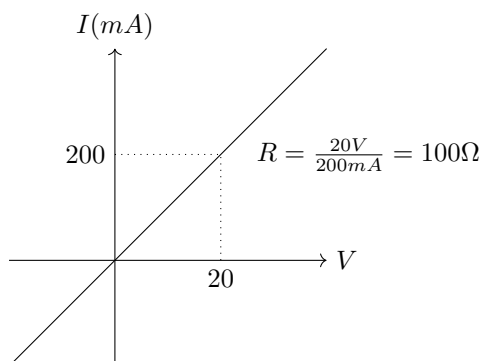
**Loi d'Ohm** Pour un conducteur Ohmique avec  $R$  constant :

$$V = RI$$

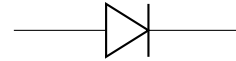
#### VII.2.1 Résistances Ohmiques



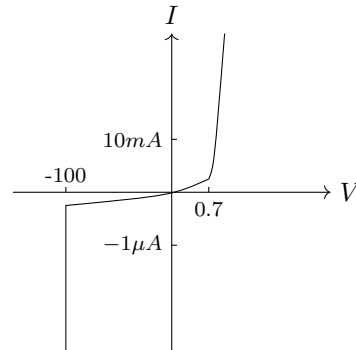
**Conducteur Ohmique** Conducteur dont la fonction  $I = f(V)$  est linéaire.



#### VII.2.2 Résistances non Ohmiques



**Diode** Élément qui n'obéit pas à la loi d'Ohm et qui ne laisse passer le courant que dans un sens.



### VII.3 Résistivité et Conductivité

**Résistance d'un fil homogène** La résistance d'un fil de longueur  $L$  et d'aire de section  $A$  est donnée par

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Où  $\rho$  est une constante de proportionnalité : la résistivité.

#### VII.3.1 Résistivité

La résistivité d'un matériau est exprimée en Ohm-mètres ( $\Omega m$ ).

Pour les métaux, elle augmente linéairement avec la température : plus d'agitation dans le matériau empêche les électrons de passer.

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

Avec  $\rho_0$  la résistivité à une température de référence  $T_0$ , et  $\alpha$  le coefficient thermique de résistivité ( $\frac{1}{^\circ C}$ ).

#### VII.3.2 Conductivité

Tout simplement l'inverse de la résistivité  $\rho$

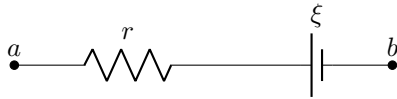
$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

### VII.4 Force Électro-Motrice et Tension aux Bornes

Une source de force électro-motrice (ou f.é.m.) est un instrument qui transforme un type d'énergie (chimique, cinétique, ...) en énergie électrique.

**Exemples** Pile, Générateur, ...

**Force Électro-Motrice** Différence de potentiel aux bornes de  $\xi$



Une source de f.é.m contient souvent une résistance interne  $r$ . Celle-ci est due au frein des électrons au sein de la source de f.é.m. Ceci implique que la différence de potentiel mesurée à ses bornes est différente de la f.é.m. nominale :

$$V_{ab} = \xi - rI$$

## VII.5 Puissance Électrique

En parcourant les fils, les électrons de conduction percutent les atomes du matériau les composant. L'énergie cinétique des atomes augmente, ce qui fait monter la température.

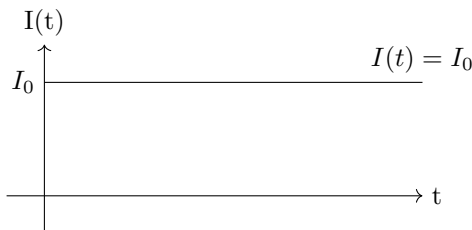
**Puissance d'un appareil électrique**

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} V$$

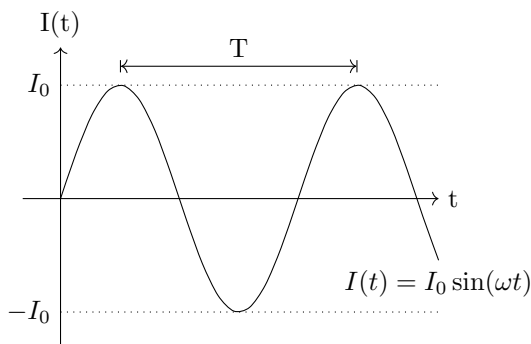
$$\Leftrightarrow P = IV = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

## VII.6 Courant Alternatif

**Courant Continu – DC** (Direct Current), l'intensité du courant reste constant dans le temps.



**Courant Alternatif – AC** (Alternative Current), l'intensité du courant varie avec le temps. Usuellement de forme sinusoïdale.



Avec  $\omega = 2\pi f$  avec la fréquence du courant des centrales Belges  $f = 50Hz$ .

### VII.6.1 Courant Fourni par une Génératrice

$$I = I_0 \sin(\omega t)$$

$$V = RI = RI_0 \sin(\omega t) = V_0 \sin(\omega t)$$

Avec la tension maximale  $V_0 = RI_0$

### VII.6.2 Puissance Instantanée

$$P(t) = RI^2(t) = RI_0^2 \sin^2(\omega t)$$

### VII.6.3 Puissance Moyenne

$$P_m = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

La puissance moyenne d'un courant AC d'amplitude  $I_0$  dans une résistance  $R$  est égale à la puissance dissipée par un courant continu :

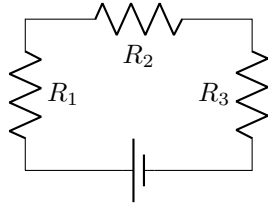
$$I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{avec} \quad V_{\text{eff}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$P_m = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R} = RI_{\text{eff}}^2$$

## VIIIa Circuits à Résistances Ohmiques

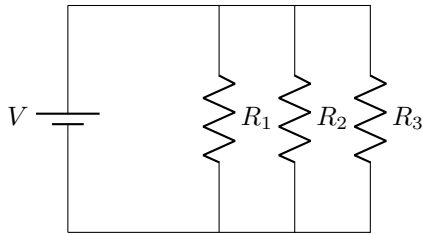
### VIIIa.1 Résistances en Série et en Parallèle

#### VIIIa.1.1 En série



$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

#### VIIIa.1.2 En parallèle

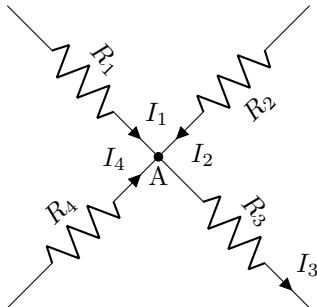


$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

### VIIIa.2 Lois de Kirchhoff

#### VIIIa.2.1 Loi des Nœuds

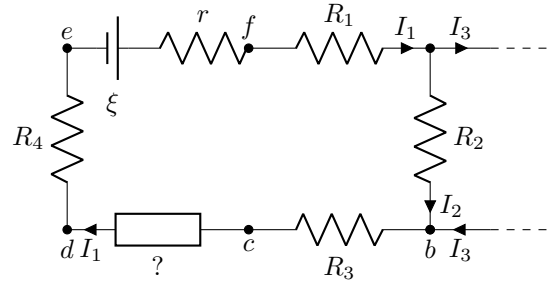
La somme de tous les courants qui pénètrent dans un nœud est égale à la somme de tous les courants qui en sortent.



$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3$$

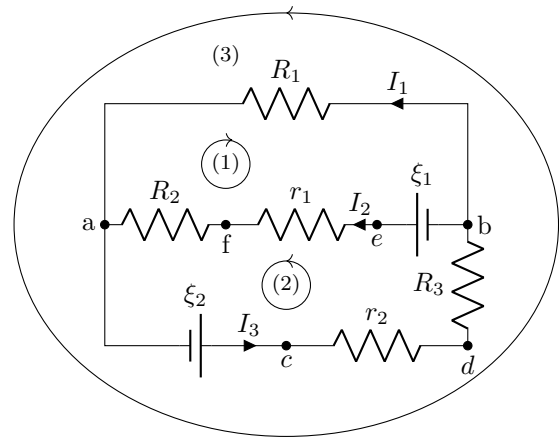
#### VIIIa.2.2 Loi des Mailles

La somme des variations de potentiel le long d'un parcours fermé (une maille) est nulle.



$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{de} + V_{ef} + V_{fa} = 0$$

### VIIIa.3 Méthode de Résolution de Circuits par Lois de Kirchhoff



**Étape 1** Établir un schéma clair et un tableau de toutes les valeurs numériques.

**Étape 2** Identifier chaque branche et attribuer un symbole  $I_i$ , choisir le sens arbitrairement.

**Étape 3** Identifier les nœuds et les désigner par une lettre. Indiquer les mailles par une boucle dans le sens qu'on va les parcourir, choisir ce sens arbitrairement.

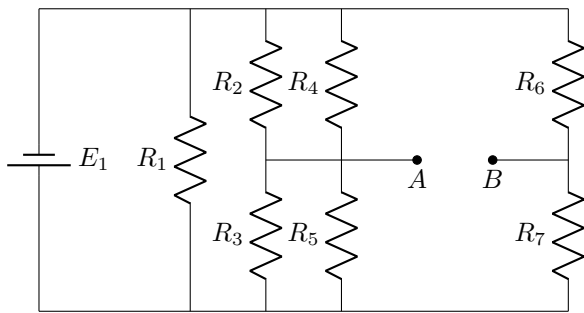
**Étape 4** Écrire la loi des nœuds pour chaque nœud. Ignorer la dernière équation.

**Étape 5** Ajouter une lettre de référence entre chaque élément et écrire la loi des mailles. Ignorer la dernière équation.

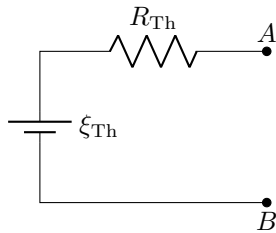
**Étape 6** Résoudre le système de n équations à n inconnues.

### VIIIa.4 Théorème de Thévenin

Tout circuit à deux bornes A et B, composé de plusieurs sources de f.é.m, et à plusieurs résistances, peut être remplacé par une source de f.é.m unique  $\xi_{Th}$  placée en série avec une résistance unique  $R_{Th}$ .



Peut être remplacé par :



**Tension de Thévenin**  $\xi_{Th}$  – Calculer la différence de potentiel entre les bornes  $A$  et  $B$  lorsque le circuit est ouvert.

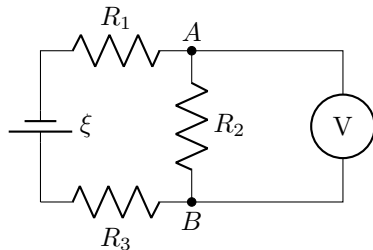
**Résistance de Thévenin**  $R_{Th}$  – Calculer la résistance équivalente entre  $A$  et  $B$  avec toutes les f.é.m court-circuitées.



## IX Appareils de Mesures Électriques

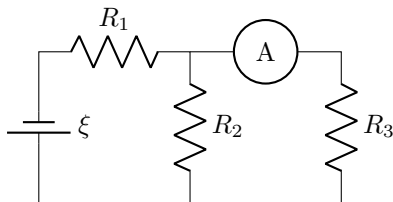
### IX.1 Voltmètre

Mesure la différence de potentiel (Volts) entre deux points du circuit. Il s'attache en parallèle : ici aux points  $A$  et  $B$ .



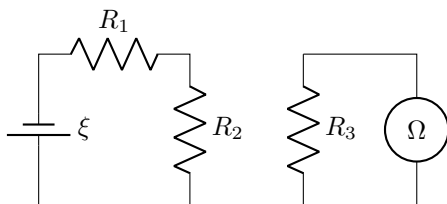
### IX.2 Ampèremètre

Mesure l'intensité du courant (Ampères) en un point du circuit. Il s'attache en série : ici on mesure l'intensité du courant passant dans la résistance  $R_3$ .



### IX.3 Ohmmètre

Mesure la valeur d'une résistance. Il s'attache aux deux extrémités d'un circuit composé de résistances non alimenté. Ci dessous on mesure la résistance de  $R_3$ .

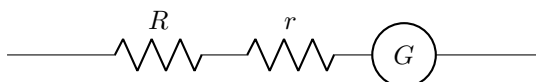


### IX.4 Multimètre

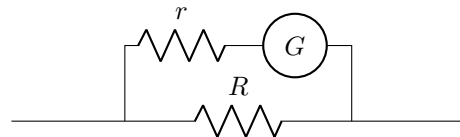
Appareil regroupant les différents appareils décrits ci-dessus. Il peut être réglé pour être utilisé soit comme voltmètre, soit comme ampèremètre, soit comme ohmmètre.

**Galvanomètre** Un Galvanomètre fait dévier une aiguille sur un cadran de manière proportionnelle au courant qui le traverse. Un multimètre est composé de galvanomètres pour pouvoir indiquer les valeurs sur son cadran.

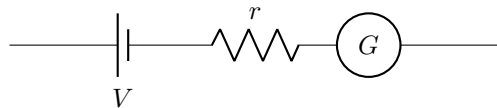
#### Voltmètre



#### Ampèremètre

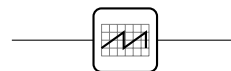


#### Ohmmètre



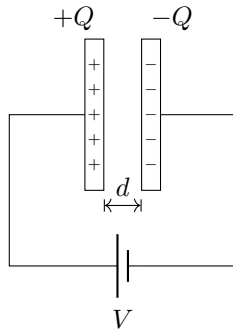
### IX.5 Oscilloscope

Permet l'étude des tensions alternatives en observant la forme de la variation dans le temps.



## X Condensateurs

Un condensateur est un élément de circuit qui permet d'emmagasiner des charges électriques et donc de l'énergie électrique. Il est constitué de deux plaques conductrices placées à coté l'une de l'autre.



Les électrons provenant de l'électrode négative de la batterie chargent l'armature négative. Par induction, les électrons dans l'armature positive sont repoussés vers l'électrode positive.

### X.1 Capacité

La charge  $Q$  d'un condensateur dépend de la tension  $V$  à ses bornes.

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{constante}$$

La capacité  $C$  d'un condensateur est exprimée en Farad ( $F$ )

$$1F = \frac{1C}{V}$$

**Déterminer la capacité d'un condensateur à forme géométrique simple** La distance entre les armatures étant très faible, on peut faire approximation que les plaques sont infinies. On a donc :

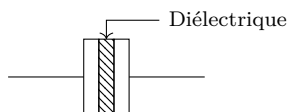
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 A} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

On a aussi  $\Delta U = -qED$  et  $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ , ce qui nous donne :

$$V_{ba} = V_b - V_a = Ed \Rightarrow V_{ba} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V_{ba}} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \text{dans le Vide}$$

### X.2 Rôle des Diélectriques



**Diélectrique** Matériau isolant séparant les armatures. Il permet de rapprocher les armatures plus près, ce qui augmente la capacité ; et d'empêcher les charges de sauter, ce qui permet d'appliquer une tension plus haute sans décharger le condensateur.

**Constante diélectrique  $\kappa$**  Dépend du matériau composant le diélectrique.

Matériau	$\kappa$
Vide	1,0000
Air	1,0006
Papier	3 – 7
Porcelaine	6 – 8
Eau	80

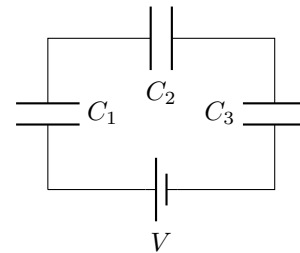
La capacité d'un condensateur avec diélectrique est donnée par :

$$C = \kappa C_0 \quad \Leftrightarrow C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \kappa \quad \text{Permittivité du diélectrique}$$

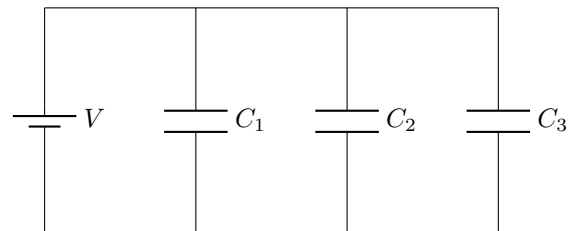
### X.3 Condensateurs en série et en parallèle

#### X.3.1 En série



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

#### X.3.2 En parallèle



$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$$

### X.4 Énergie emmagasinée par un condensateur

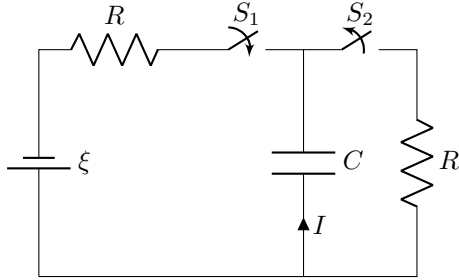
$$U_E = \frac{1}{2} CV^2$$

## X.5 Circuits RC

Circuit constitué d'une résistance  $R$  et d'un condensateur  $C$ .

En introduisant un condensateur dans un circuit : le courant varie en fonction du temps pendant la charge et la décharge du condensateur.

### X.5.1 Charge d'un condensateur

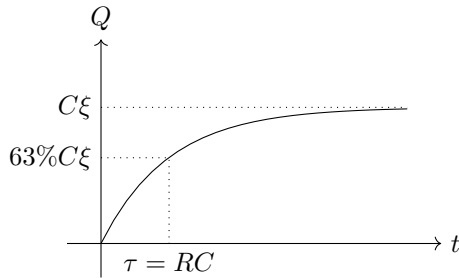


Avec  $S_2$  ouvert et le condensateur déchargé à  $t = 0s$ . Lorsqu'on ferme  $S_1$  :

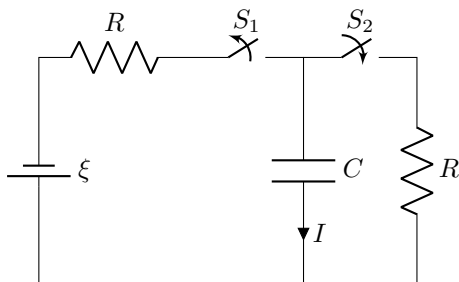
$$Q = Q_f(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \text{Avec } Q_f = C\xi$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\xi}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

**Constante de temps RC**  $\tau = RC$  en secondes, représente le temps requis pour que le condensateur atteigne 63% de la charge finale  $Q_f$ . C'est une mesure de la vitesse avec laquelle le condensateur accumule les charges.

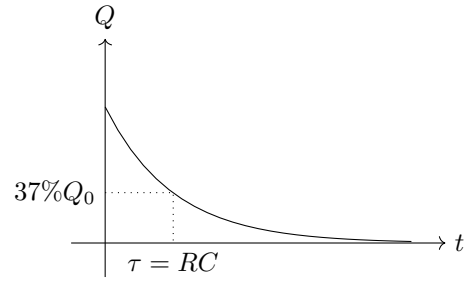


### X.5.2 Décharge d'un condensateur



Avec  $S_1$  ouvert et le condensateur chargé à  $t = 0s$ . Lorsqu'on ferme  $S_2$  :

$$I = \frac{-dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$



Avec  $Q_0 \approx C\xi$  si le condensateur est chargé presque au maximum.

## XII Induction Électromagnétique, et Inducteurs

### XII.1 Conditions pour créer des courants induits

- Lorsqu'un champ magnétique au travers d'une boucle de conducteur varie.
- Pour une boucle de conducteur flexible située dans un champ magnétique constant et uniforme : lorsque l'aire délimitée par cette boucle est modifiée.
- Pour une boucle de conducteur d'aire constante : lorsque l'on fait tourner la boucle par rapport à la direction du champ.

### XII.2 Lois de Faraday et Lenz

#### XII.2.1 Loi de Faraday

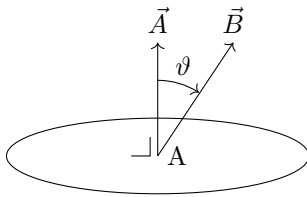
$$|\xi_{\text{ind}}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$$

Avec  $\Phi_B$  étant le flux magnétique en Weber ( $Wb$ ).

$$1Wb = 1T \cdot 1m^2$$

#### Boucle Uniforme et Plane

$$\Phi_B = A \cdot B \cdot \cos \vartheta$$



En définissant  $\vec{A}$  comme le vecteur perpendiculaire à la boucle de longueur A :

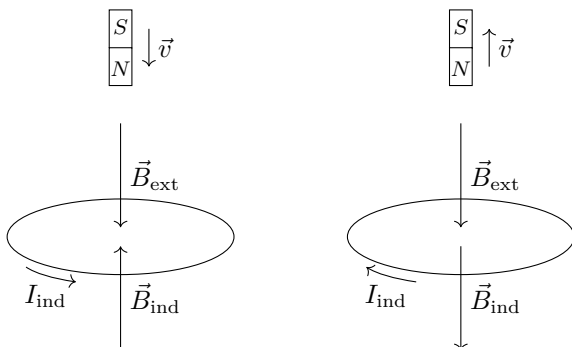
$$\Rightarrow \Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} \quad \text{pour } \vec{B} \text{ uniforme}$$

#### Champ non Uniforme/ Boucle non Plane

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

#### XII.2.2 Loi de Lenz

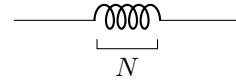
Le sens du courant induit est tel que le champ magnétique qu'il produit s'oppose à la variation de flux qu'il produit.



#### XII.2.3 Faraday et Lenz combinées

$$\xi_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

#### Cas d'un bobinage de N spires

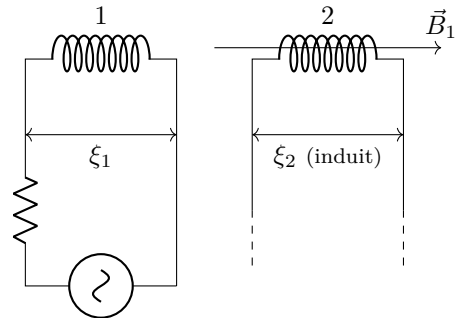


Si  $\Phi_B$  dans chaque spire est identique, alors chaque spire est siège d'une f.é.m.

$$\xi_{\text{ind}} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

### XII.3 Inductance et Inducteurs

#### XII.3.1 Inductance Mutuelle



Avec  $\Phi_{21}$  le flux magnétique créé dans chaque spire de la bobine 2 par le champ magnétique variable  $\vec{B}_1$  créé par le courant  $I_1$  circulant dans la bobine 1. D'où  $N_2\Phi_{21}$  est le flux magnétique traversant la bobine 2 entière.

$$\xi_2 = - \frac{d(N_2\Phi_{21})}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

$$\text{En posant} \quad N_2\Phi_{21} = MI_1$$

Avec  $M$  la constante de proportionnalité d'inductance mutuelle.

$$\Rightarrow \xi_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

#### XII.3.2 Auto-Inductance

Un courant variable dans un circuit provoque un flux magnétique variable au sein de ce même circuit.

$$\xi_1 = -N_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$

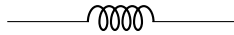
$$\text{En posant} \quad N_1\Phi_{11} = LI_1$$

$$\Rightarrow \xi_1 = -L \frac{dI_1}{dt}$$

Avec  $L$  l'auto-inductance.

### XII.3.3 Inducteur

Élément de circuit ayant une auto-inductance non-négligeable. En général : une bobine.

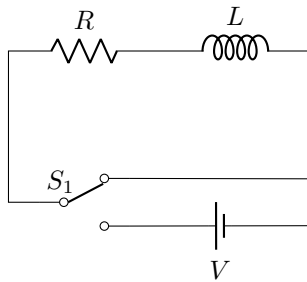


L'unité d'inductance est le Henry ( $H$ )

$$1H = \frac{1Wb}{A} = \frac{1V \cdot s}{A}$$

### XII.4 Circuits RL

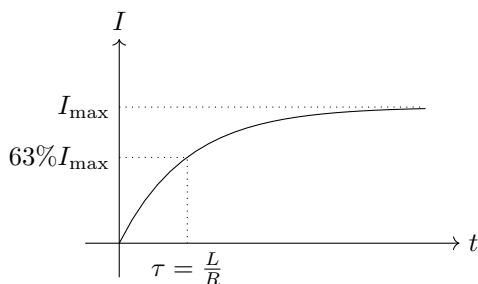
Circuit comportant une résistance  $R$  et un inducteur  $L$ .



**Connexion de la Pile** Au moment où l'interrupteur  $S_1$  est enclenché un courant initialement nul augmente. Cette variation de courant produit une f.é.m. dans l'inducteur :

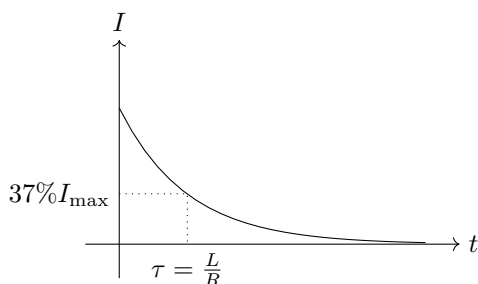
$$\begin{aligned} V_L &= -L \frac{dI}{dt} \\ V - L \frac{dI}{dt} &= RI \quad \text{Kirchhoff et Ohm} \\ \Rightarrow I &= \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \end{aligned}$$

Avec  $\tau = \frac{L}{R}$  : le temps requis pour que le courant atteigne 63% de sa valeur maximum.



### Déconnexion de la Pile

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

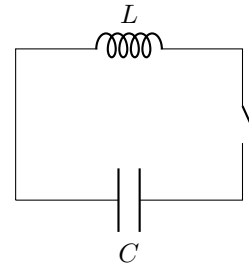


### XII.5 Énergie Emmagasinee dans un Inducteur

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

### XII.6 Circuits LC et Oscillations Électromagnétiques

Circuit composé d'une inductance  $L$  et d'un condensateur  $C$  portant une charge  $Q$ .

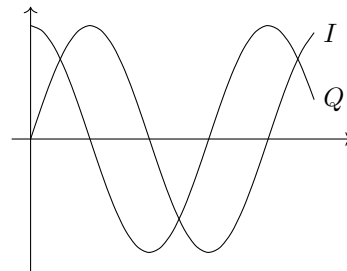


$$\begin{aligned} V_L &= -L \frac{dI}{dt} \Leftrightarrow \frac{Q}{C} = L \frac{dI}{dt} \\ &\Leftrightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Solution } Q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Avec  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  la fréquence angulaire,  $Q_0$  l'amplitude, et  $\varphi$  la phase.

$$I(t) = \frac{-Q}{dt} = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$



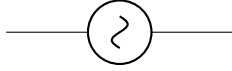
**Fermeture de l'Interrupteur** Au moment où l'on ferme l'interrupteur, l'armature gauche porte une charge  $+Q_0$  et celle de droite une charge  $-Q_0$ . Une fois l'interrupteur fermé, le condensateur se décharge complètement, et on atteint un maximum pour  $I$ . Le courant continue de faire circuler les charges de l'armature gauche vers l'armature droite. Lorsque la tension devient finalement nulle, l'armature gauche du condensateur porte une charge  $-Q_0$  et celle de droite une charge  $+Q_0$ . Le courant repart alors dans l'autre sens.

### Énergie Totale Initiale Stockée dans le Condensateur

$$U_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} LI_0^2$$

# XIII Circuits à Courant Alternatif : Déphasage, Représentation de Fresnel, Phaseurs, et Réactance

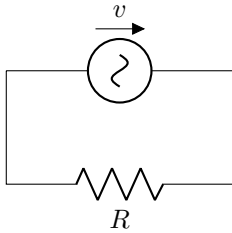
## XIII.1 Source de f.é.m. alternative



**Exemple** Centrale Électrique

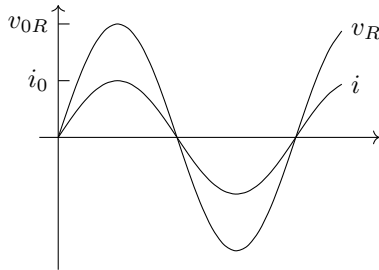
## XIII.2 Circuits AC simples

### XIII.2.1 Circuits à une résistance



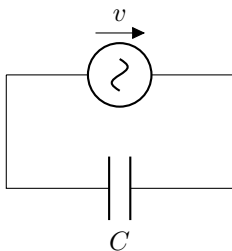
$$\begin{aligned} v_R &= v && \text{Kirchhoff} \\ v_R &= Ri && \text{Ohm} \\ \Rightarrow v &= Ri \\ &= \frac{v_{0R}}{R} \sin(\omega t + \varphi) \\ &= i_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Avec  $v_{0R} = i_0 R$



$i$  et  $v_R$  ont la même fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  et sont en phase.

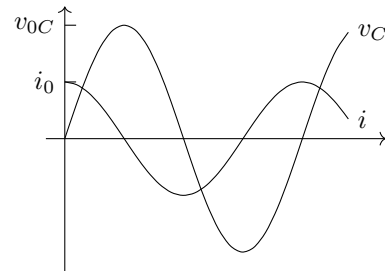
### XIII.2.2 Circuits à un condensateur



$$\begin{aligned} v_C &= v && \text{Kirchhoff} \\ v_C &= \frac{q}{C} && \text{Chap X} \\ i &= \frac{dq}{dt} && q \rightarrow i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow dq &= i dt = i_0 \sin(\omega t) dt \\ \Leftrightarrow q &= \frac{-i_0}{\omega} \cos(\omega t) = \frac{i_0}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ \Rightarrow v &= \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Avec  $v_{0C} = \frac{i_0}{\omega C}$

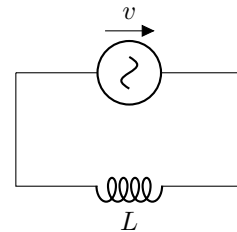


$i$  et  $v_C$  ont la même fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  mais ne sont pas en phase. Il y a un déphasage de  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .  $v_C$  est en retard par rapport à  $i$  d'un angle  $\frac{\pi}{2}$ .

### XIII.2.3 Circuits à un inducteur

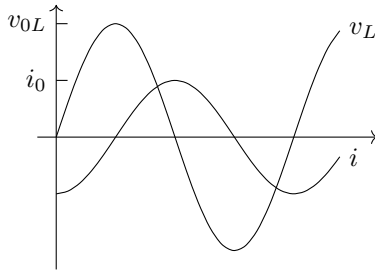
**Note – Loi de Lenz et Loi d'Ohm** Une bobine s'oppose au passage du courant alternatif. Ce comportement est similaire à une résistance qui s'oppose au passage du courant continu.

$$\begin{aligned} \text{Ohm : } V_A - V_B &= RI \\ \text{Lenz : } V_A - V_B &= L \frac{di}{dt} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} v &= L \omega i_0 \cos(\omega t) \\ &= L \omega i_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ &= v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

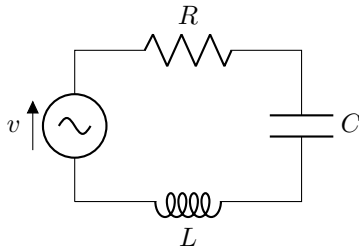
Avec  $v_{0L} = i_0 \omega L$



$i$  et  $v_L$  ont la même fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  mais ne sont pas en phase. Il y a un déphasage de  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .  $v_L$  devance  $i$  d'un angle  $\frac{\pi}{2}$ .

### XIII.3 Circuit AC RLC en série

**Circuit RLC** Circuit comportant une résistance  $R$ , un inducteur  $L$ , et un capaciteur  $C$  en série.



Un même courant  $i$  circule dans le circuit.

$$i_R = i_C = i_L = i = i_0 \sin(\omega t)$$

D'où on trouve les tensions suivantes :

$$v_R = Ri_0 \sin(\omega t) = v_{0R} \sin(\omega t)$$

$$v_C = \frac{1}{\omega C} i_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

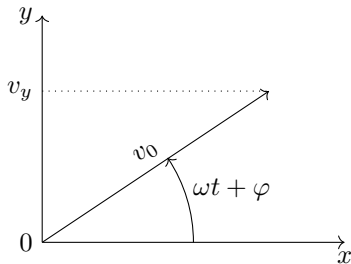
$$v_L = \omega L i_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Par la loi des Mailles :

$$v_{\text{source}} = v_R + v_C + v_L$$

### XIII.4 Représentation de Fresnel

**Vecteur de Fresnel** Une tension  $v = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$  est représentée dans le plan  $Oxy$  par un vecteur de longueur égale à l'amplitude de la tension  $v_0$  faisant un angle  $\omega t + \varphi$  avec l'axe  $Ox$ .



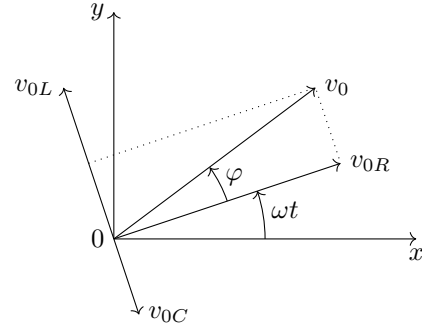
La tension instantanée est donnée par  $v_y$  :

$$v_y = v_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$v_{\text{source}}$  devient une relation entre les composantes  $y$  des vecteurs représentant les trois différentes tensions instantanées :

$$v_y = v_{Ry} + v_{Cy} + v_{Ly}$$

**Trouver la tension instantanée** Revient à faire la somme des vecteurs  $v_R$ ,  $v_C$ , et  $v_L$  et de projeter la résultante  $v_0$  sur l'axe  $Oy$ .



Avec  $v_0$  l'amplitude de  $v$  donnée par :

$$v_0 = \sqrt{(v_{0L} - v_{0C})^2 + v_{0R}^2}$$

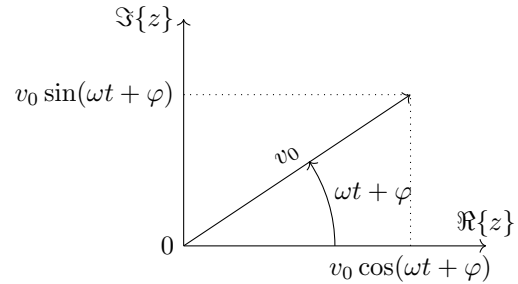
Et  $\varphi$  l'angle que  $v$  fait avec  $i$  donné par :

$$\cos \varphi = \frac{v_{0R}}{v_0} \quad \text{ou} \quad \tan \varphi = \frac{v_{0L} - v_{0C}}{v_{0R}}$$

### XIII.5 Phaseurs

**Représentation dans le plan complexe** On représente la tension par un point complexe qui est l'extrémité du vecteur de Fresnel

$$z = x + jy \quad \text{où} \quad j = \sqrt{-1}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow z &= v_0 [\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)] \\ &= v_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = v_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi} \end{aligned}$$

La tension instantanée est donnée par :

$$v = \Im\{v_0 e^{j(\omega t + \varphi)}\}$$

**Phaseur** Dans la représentation de Fresnel, la relation de phase entre les différentes tensions reste constante. On peut donc travailler avec le phaseur  $\tilde{v}$  : un nombre complexe associé à une tension instantanée d'amplitude  $v_0$  et de phase  $\varphi$ .

$$\tilde{v} = v_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

### XIII.5.1 Circuit RLC

On a les phaseurs suivants :

$$\tilde{v}_R = v_{0R} \quad \text{car } \varphi = 0$$

$$\tilde{v}_C = v_{0C} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -v_{0C}j \quad \text{car } \varphi = \frac{-\pi}{2}$$

$$\tilde{v}_L = v_{0L} e^{j\frac{\pi}{2}} = v_{0L}j \quad \text{car } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tilde{v} &= \tilde{v}_R + \tilde{v}_C + \tilde{v}_L \\ &= v_{0R} + (v_{0L} - v_{0C})j \end{aligned}$$

On en déduit l'amplitude  $v_0$  et la phase  $\varphi$  :

$$\begin{aligned} v_0 = |\tilde{v}| &= \sqrt{v_{0R}^2 + (v_{0L} - v_{0C})^2} \\ \cos \varphi &= \frac{\Re\{\tilde{v}\}}{|\tilde{v}|} = \frac{v_{0R}}{v_0} \end{aligned}$$

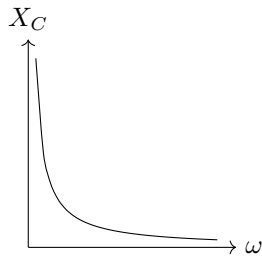
## XIII.6 Réactance

### XIII.6.1 Réactance Capacitive

Quantifie la manière dont un condensateur freine le courant.  $X_C$  exprimé en Ohm ( $\Omega$ ).

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{v_{0C}}{i_0} \\ X_C &= \frac{1}{\omega C} \quad \text{avec } i_0 = \omega C v_{0C} \end{aligned}$$

$X_C$  diminue lorsque  $\omega$  augmente. Plus la fréquence est grande, moins les charges ont le temps de s'accumuler sur les armatures du condensateur, et moins ce dernier freine l'accès aux électrons.

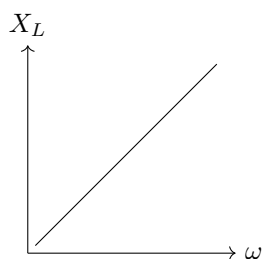


**Courant DC** Pour un courant DC :  $\omega = 0$ . Ceci mène à une réactance capacitive qui tend vers  $+\infty$ .

### XIII.6.2 Réactance Inductive

Quantifie la manière dont un inducteur freine le courant.  $X_L$  exprimé en Ohm ( $\Omega$ ).

$$\begin{aligned} X_L &= \frac{v_{0L}}{i_0} \\ X_L &= \omega L \quad \text{avec } i_0 = \frac{v_{0L}}{\omega L} \end{aligned}$$

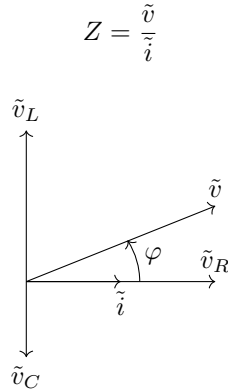




# XIV Circuits à Courant Alternatif : Impédance, Puissance, Facteur de Qualité, et Largeur de Bande

## XIV.1 Impédance Complexe

Valeur généralisant la notion de résistance, réactance capacitive, et réactance inductive : elle caractérise la manière dont le circuit freine le courant.



$$|Z| = \left| \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} \right| = \left| \frac{v_0 e^{j\varphi}}{i_0} \right| = \frac{v_0}{i_0} = \frac{v_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}$$

Relation entre Impédance et Déphasage

$$\cos \varphi = \frac{\Re\{Z\}}{|Z|} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{\Im\{Z\}}{\Re\{Z\}}$$

### XIV.1.1 Résistances

$$Z_R = \frac{v_{0R}}{I_0} = \frac{RI_0}{I_0} = R$$

Car  $\tilde{i} = i_0 e^{j\varphi}$  et  $\tilde{v} = v_{0R} e^{j\varphi}$  ont un déphasage nul.

$$\Rightarrow Z_R = |Z_R| = R$$

### XIV.1.2 Condensateurs

$$Z_C = \frac{-V_{0C}j}{i_0} = \frac{-i_0}{\omega C} j = \frac{-j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C j}$$

Comme  $-j^2 = 1 \Leftrightarrow -j = \frac{1}{j}$ .

$$Z_C = -X_C j$$

$$|Z_C| = X_C$$

### XIV.1.3 Inducteurs

$$Z_L = \frac{V_{0L}j}{i_0} = \frac{\omega L i_0}{i_0} j = \omega L j$$

$$\Rightarrow Z_L = X_L j$$

$$|Z_L| = X_L$$

## XIV.2 Impédance d'un Circuit RLC en Série

$$Z = \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} = \frac{V_{0R} + (V_{0L} - V_{0C})j}{i_0}$$

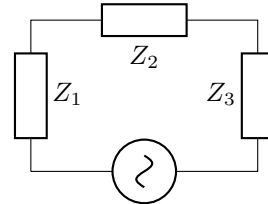
$$= \frac{V_{0R}}{i_0} + \left( \frac{V_{0L}}{i_0} - \frac{V_{0C}}{i_0} \right) j$$

$$\Rightarrow Z = R + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) j$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

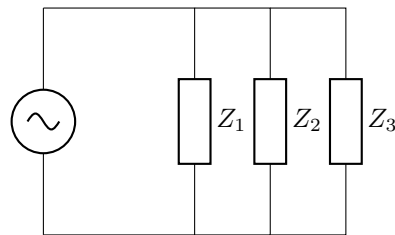
## XIV.3 Impédances en série et en parallèle

### XIV.3.1 En série



$$Z_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n Z_i$$

### XIV.3.2 En parallèle



$$\frac{1}{Z_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}$$

## XIV.4 Puissance Dissipée en AC

La puissance électrique instantanée en AC est donnée par :

$$p = vi$$

### XIV.4.1 Résistances

$$p = Ri^2 = Ri_0^2 \sin^2(\omega t)$$

Avec un taux moyen de :

$$\langle p \rangle = i_{\text{eff}}^2 R = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$

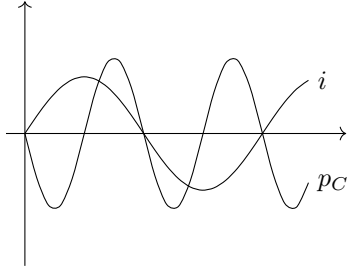
#### XIV.4.2 Condensateurs

$$p = v_{0C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) i_0 \sin(\omega t) = -\frac{V_{0C}^2 C}{2} \sin(2\omega t)$$

$$\langle p \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_{0C}^2 C}{2} \sin(2\omega t) dt = 0$$

Un condensateur ne dissipe pas d'énergie sur un nombre demi-entier de périodes. Pendant un quart de cycle, le condensateur emmagasine de l'énergie :  $vi$  est positif; pendant le quart suivant du cycle :  $vi$  est négatif. Ce qui s'additionne pour donner une puissance nulle.

Une résistance n'emmagasine pas l'énergie : elle la dissipe en chaleur et ne la restitue donc pas à la source.

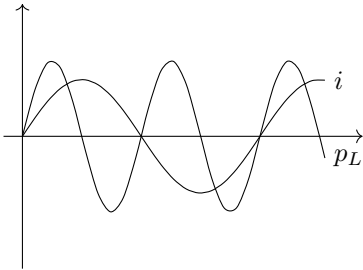


#### XIV.4.3 Inducteurs

$$p = v_{0L} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) i_0 \sin(\omega t) = \frac{1}{2} v_{0L} i_0 \sin(2\omega t)$$

$$\langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \frac{V_{0L}^2}{\omega L} \sin(2\omega t) dt = 0$$

Pour les mêmes raisons que pour un condensateur, la puissance moyenne d'un inducteur est nulle.



#### XIV.4.4 Puissance moyenne

Seule la partie résistive du circuit dissipe de l'énergie.

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \Re\{Z\} i_{\text{eff}}^2 \\ \Rightarrow \langle p \rangle &= i_{\text{eff}} v_{\text{eff}} \cos \varphi \end{aligned}$$

#### XIV.5 Phénomène de résonance

Alors que la composante réelle résistive d'une impédance ne dépend pas de la fréquence angulaire  $\omega$ , la partie imaginaire varie avec celle-ci. D'où dans un circuit non purement résistif  $|Z|$  varie avec  $\omega$  et donc  $i_{\text{eff}}$  varie avec  $\omega$  pour  $V_{\text{eff}}$  fixe.

**Fréquence de Résonance** Fréquence angulaire  $\omega_0$  telle que  $|Z|$  atteint un minimum et donc  $i$  atteint un maximum.

##### XIV.5.1 Fréquence de Résonance pour un Circuit RLC

Pour un circuit RLC,  $\omega_0$  et  $i_{\text{eff}}^{\text{max}}$  valent :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad i_{\text{eff}}^{\text{max}} = \frac{V_{\text{eff}}}{R}$$

#### XIV.6 Facteur de Qualité

Défini comme :

$$Q = \frac{2\pi \cdot \text{énergie max emmagasinée dans le circuit}}{\text{énergie dissipée par cycle}}$$

##### XIV.6.1 Circuit RLC en Série

À la résonance, le facteur de qualité vaut :

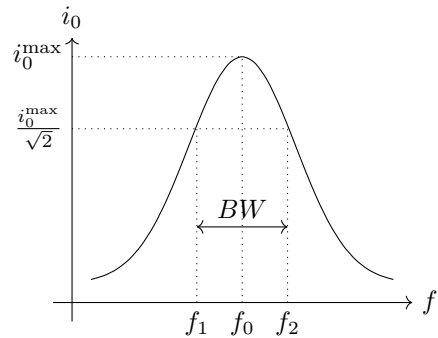
$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

#### XIV.7 Largeur de Bande

BW ou Bandwidth en anglais.

Différence entre deux fréquences auxquelles le courant ne vaut que  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  fois le courant maximum.

$$BW = f_2 - f_1$$



##### XIV.7.1 Circuit RLC en Série

Pour le circuit RLC en série, on établit la relation entre la largeur de bande et le facteur de qualité :

$$Q_0 = \frac{f_0}{BW}$$