Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Economia

Métodos Quantitativos

Vicente Lima Crisóstomo

Fortaleza, 2020

Sumário

Testes de Significância

- Estimação e Teste de Significância são cruciais para a inferência estatística
- Estimação
  - Estima um parâmetro populacional
    - em termos pontuais ou intervalares
- Teste de Significância
  - Indica, ou fornece subsídio para decidir-se
    - se a afirmação sobre um parâmetro populacional é verdadeira

Testes de Significância

- Exemplos de afirmações passíveis de um Teste de Significância
  - O salário médio do trabalhador do setor X é de 2.000,00
  - O tempo médio de uma consulta médica é de 15min
  - Esta moeda é equilibrada
  - A rentabilidade média da empresa cearense é de 10%
  - 10% dos alunos do curso X gostariam de mudar de curso
  - A vida útil de um pneu Y é de 45.000Km
  - A vida útil de uma bateria Z é de 2 anos
  - A renda média mensal de engenheiros é de 6.600
  - 50% de todos os processos judiciais são finalizados em até 6 meses

Testes de Significância

- Finalidade do Teste de Significância
  - *Avaliar afirmações sobre valores de **parâmetros populacionais alegados**, ou especificados, ou declarados*
    - *Afirmação pode ser Verdadeira ou Falsa*

Testes de Significância

- Núcleo/Ponto Central de um Teste de Significância
  - **Avaliar a razão da diferença entre**
    - **Valor de uma estatística amostral** e
    - **Valor alegado populacional**
  - Há duas alternativas para haver a diferença
    1- Resultado (diferença) deve-se somente à variabilidade amostral
    2- Diferença muito grande para ser somente casualidade devida à variabilidade amostral

Testes de Significância

- Formulação de **Hipóteses** sobre a afirmação a ser testada
  - **Hipótese**
    - É uma proposição sobre a veracidade da afirmação
    - É uma sentença sobre o valor de um parâmetro populacional desenvolvida para o propósito de teste
    - Exemplo de **hipótese**
      - O parâmetro populacional alegado **está correto**
        - Neste caso, a diferença é casual
      - O parâmetro populacional alegado **NÃO está correto**
        - Neste caso, a diferença Não é casual
        - De fato, o parâmetro alegado não é “verdadeiro”/correto

Testes de Significância

- Formulação de Hipóteses
  - Formalmente
    - **Hipótese NULA (H_0)**
      - O parâmetro populacional alegado é verdadeiro, é realmente como especificado, está correto
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**
      - *Oferece uma alternativa à alegação, i.e, o verdadeiro parâmetro é distinto (maior ou menor) do valor especificado*

Testes de Significância

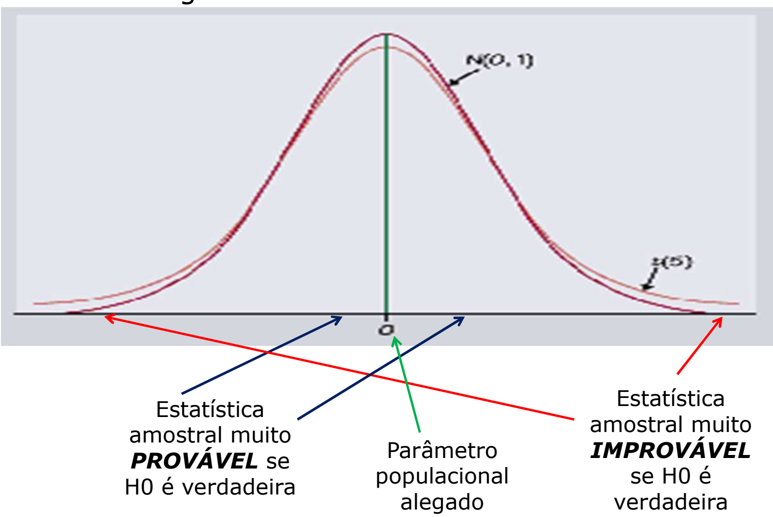
- Formulação de Hipóteses
  - Formalmente
    - **Hipótese NULA (H_0)**
      - O **parâmetro** populacional alegado é **verdadeiro**, é realmente como especificado, está correto
        - A diferença nominal existente entre valor amostral e alegado é devida ao acaso
        - A diferença não é estatisticamente significativa
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**
      - *Oferece uma alternativa à alegação, i.e, o verdadeiro **parâmetro** populacional é **distinto** (maior ou menor) do valor especificado*
        - A diferença entre valor amostral e especificado Não é casual
        - A diferença é estatisticamente significativa

Testes de Significância

- Exemplos de Hipóteses
  - Sobre o salário médio de trabalhadores do setor X
    - **Hipótese NULA (H_0)**: O salário médio do trabalhador do setor X é de 2.000,00
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**: O salário médio do trabalhador do setor X é diferente de 2.000,00
  - Sobre a rentabilidade média da empresa cearense é de 10%
    - **Hipótese NULA (H_0)**: A rentabilidade média da empresa cearense é de 10%
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**: A rentabilidade média da empresa cearense difere de 10%
  - Sobre a vida útil de um pneu Y
    - **Hipótese NULA (H_0)**: A vida útil de um pneu Y é de 45.000Km
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**: A vida útil de um pneu Y difere de 45.000Km
  - ***Decisão será:***
    - ***Aceitar* Hipótese NULA (H_0)**

    Ou
    - ***Rejeitar* Hipótese NULA (H_0) e Aceitar Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**

Testes de Significância



Testes de Significância

- Teste de Hipóteses
  - Fundamento do teste de significância
    - Particionar uma distribuição amostral basendo-se na suposição de que H0 seja verdadeira
  - A Distribuição Amostral é particionada em regiões
    - **Região de aceitação da Hipótese Nula**
      - **(parâmetro observado próximo ao alegado)**
    - **Região de rejeição da Hipótese Nula**
      - **(parâmetro observado distante do alegado)**
  - **Valor Crítico** da região
    - Limite do intervalo de confiança
    - Baseado em probabilidade específica estabelecida por “conhecedor” do assunto

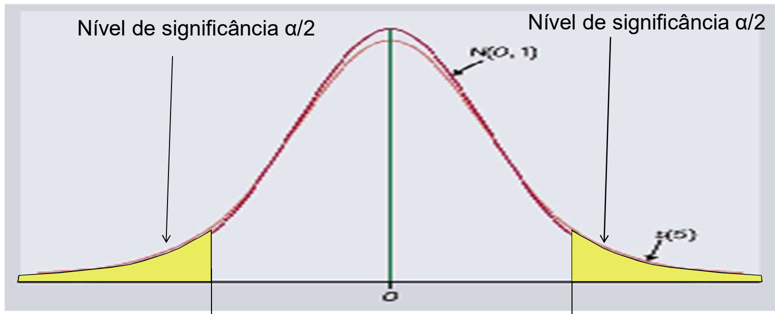
Testes de Significância

Teste de Hipóteses

- A Distribuição Amostral é particionada em regiões
- Cálculo do **Valor Crítico** que indica valor mínimo (ou máximo) aceito
- **Valor Crítico é um valor limite**, ou valor divisório entre zonas de aceitação e rejeição da Hipótese Nula
  - Associado ao nível de significância do teste
- **Nível de significância do teste**
  - O nível de significância do teste determina o Valor Crítico
    - Padrão de comparação para julgamento da ***estatística de teste***
  - É a probabilidade de uma hipótese nula ser rejeitada quando, de fato, é verdadeira

Distribuição Amostral baseada no parâmetro especificado

Teste Bilateral: Estatística de teste dentro do intervalo de confiança?



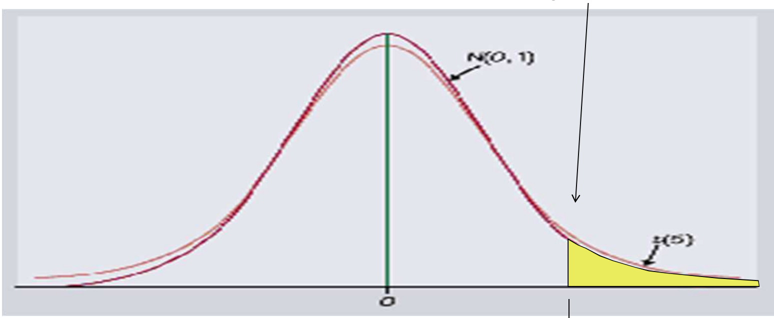
Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo	Aceitar H0 se estatística de teste está neste intervalo	Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Valor Crítico — Valor Crítico

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional ≠ Parâmetro de referência

Teste Unilateral: Estatística de teste supera o valor crítico?

Nível de significância α



Aceitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

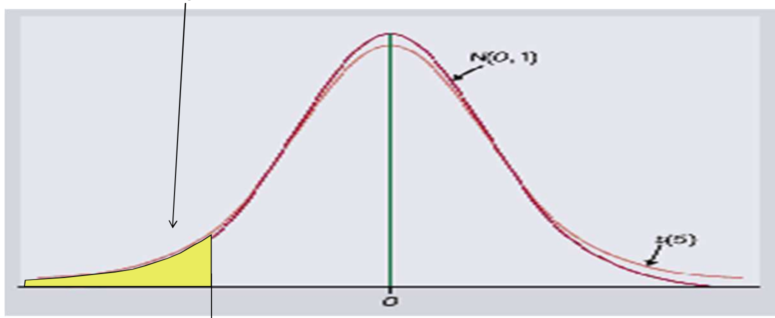
Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

H_0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H_1: Parâmetro populacional > Parâmetro de referência

Valor Crítico

Teste Unilateral: Estatística de teste é inferior ao valor crítico?

Nível de significância α



Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Aceitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Valor Crítico

H_0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H_1: Parâmetro populacional < Parâmetro de referência

Testes de Significância

Teste de Hipóteses

- A Distribuição Amostral é particionada em regiões
  - **Região de <u>aceitação</u> da Hipótese Nula** e
  - **Região de <u>rejeição</u> da Hipótese Nula**
- Valor crítico e Nível de Significância do teste
  - Baseado em probabilidade específica
  - Analista/especialista do problema estabelece
    - Ele determina até que nível está disposto a aceitar
  - **Estatística de teste dentro do limite do valor crítico**
    - **Sugere Não rejeição de H0**
  - **Estatística de teste além do valor crítico**
    - **Sugere rejeição de H0 e aceitação de H1**

Testes de Significância

Teste de Hipóteses - Resumo

- Um procedimento, baseado na evidência amostral e na teoria da probabilidade, usado para determinar se a hipótese é uma afirmação razoável e não seria rejeitada, ou não é razoável e seria rejeitada.
- 5 passos para um teste de hipóteses:
  - Passo 1: Estabelecer a Hipótese Nula (H_0) e a Hipótese Alternativa (H_1)
  - Passo 2: Estabelecer um nível de significância: α
  - Passo 3: Identificar a Distribuição Amostral adequada que determinará a Estatística de teste usada: z, t, outra
  - Passo 4: Dividir a distribuição amostral em regiões de <u>aceitação</u> (variação provavelmente casual) e de <u>rejeição</u> (variação provavelmente NÃO casual)
  - Passo 5: A partir de uma amostra, calcule a ***<u>estatística de teste</u>*** que servirá de subsídio para a decisão: Não rejeitar H_0, ou, rejeitar H_0 e aceitar H_1

Testes de Significância

Testes Unilaterais e Bilaterais

- O teste de hipótese, ou do parâmetro populacional pode envolver
  - desvios em ambas direções
  - desvio em apenas uma direção

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
Possibilidades para Hipótese Alternativa
H1: Parâmetro populacional ≠ Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional > Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional < Parâmetro de referência

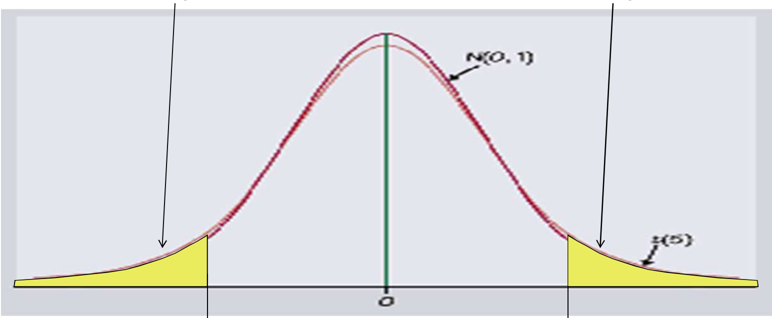
Testes de Significância

Testes Bilaterais

- Desvio em ambas direções
  - Situações nas quais há parâmetros de para valor mínimo e máximo
  - Verificar se o valor populacional está dentro de intervalo aceito
    - Tamanho de peças de roupa
    - Tamanho de componentes eletrônicos
    - Conteúdo mínimo e máximo de líquidos que exija muita precisão
    - Componentes mecânicos de máquinas para os quais se exija muita precisão

Teste Bilateral: Estatística de teste dentro do intervalo de confiança?

Nível de significância α/2 | Nível de significância α/2



Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo | Aceitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo | Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Valor Crítico | Valor Crítico

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional ≠ Parâmetro de referência

Testes de Significância

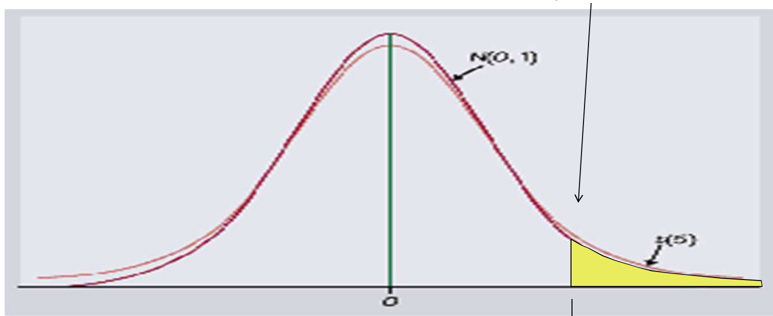
- Testes Unilaterais
  - Verificação se valor populacional
    - é inferior a certo valor mínimo ou
    - é superior a certo valor máximo

Testes de Significância

- Testes Unilaterais
  - Desvio apenas numa direção
    - Testar se valor populacional está acima de um padrão mínimo “aceitável”
      - Conteúdo mínimo de gordura no leite
      - Peso mínimo de determinados produtos alimentícios
      - Vida útil de uma bateria, pilha, lâmpada
      - Vida útil de certos bens ou componentes de bens

Teste Unilateral: Estatística de teste supera o valor crítico?

Nível de significância α



Aceitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo | Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional > Parâmetro de referência

Valor Crítico

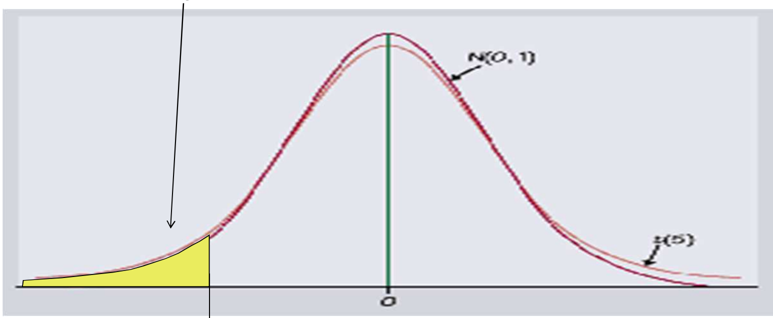
Testes de Significância

- Testes Unilaterais

  - Desvio apenas numa direção
    - Testar se valor populacional está abaixo de um certo valor padrão “estabelecido“
      - Conteúdo máximo de gordura em categorias de leite
      - Conteúdo máximo de gordura trans em alimentos
      - Radiação máxima tolerada no ambiente
      - Nível Máximo de CO_2 aceito no ar da cidade
      - Número máximo de unidades do produto com defeito num lote

Teste Unilateral: Estatística de teste é inferior ao valor crítico?

Nível de significância α



Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Aceitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Valor Crítico

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional < Parâmetro de referência

Testes de Significância

- Erros em Testes de Significância

Condição “real” de H0:

		Verdadeira	Falsa
Ação	Aceitar H0	Decisão correta	Erro tipo II (β)
	Rejeitar H0 e aceitar H1	Erro tipo I (α)	Decisão correta

<u>Testes de Significância de Médias</u>

- Objetivo de Testes de Significância de Médias
  - Verificar se afirmações sobre médias populacionais são verdadeiras
  - Três tipos de afirmações envolvendo médias
    - **A média de uma população única em relação a um valor de referência**
      - Teste de uma amostra
    - **A média de duas populações comparativamente**
      - Teste comparativo de duas amostras
    - A média de mais de duas populações comparativamente
      - Teste comparativo de k amostras

Testes de Significância de Médias

- **Teste de média de uma população única em relação a um valor de referência**
  - Testar afirmação sobre a média da populacional
    - Tem-se um valor de referência/alegado/especificado da população
  - Calcula-se a média de uma amostra daquela população

Testes de Significância de Médias

- **Teste de média de uma população única em relação a um valor de referência**
  - Calcula-se a relação entre
    - o diferença (desvio) entre parâmetro especificado populacional e a média amostral, e,
    - a variabilidade da distribuição amostral baseada na afirmação a respeito da média

$$\text{estatítica de teste} = \frac{\text{média amostral} - \text{média alegada populacional}}{\text{desvio padrão da distribuição amostral}}$$

Testes de Significância de Médias

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - O teste desta afirmativa envolve o uso de uma amostra com teste destrutivo, ou, consultando-se usuários
  - A hipótese nula **H_0: $\mu = 500h$**
  - Hipóteses alternativas possíveis
    - **H1: $\mu \neq 500h$**
    - **H1: $\mu > 500h$**
    - **H1: $\mu < 500h$**
  - Avaliação leva em conta até que ponto a estimativa amostral pode variar, ou seja, que desvio pode haver do parâmetro especificado devido a apenas variação casual na amostra

Testes de Significância de Médias

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Distribuição Amostral** será
    - **Distribuição Normal**
      - Amostras de uma população Normal com DP conhecido
    - **Distribuição t**
      - DP populacional desconhecido
      - Pequenas amostras (n < 30)
  - Valores críticos
    - Baseados em Parâmetros técnicos específicos
    - De acordo com nível de aceitação
      - *Depende do ponto de vista, ou interesse, do realizador do teste*

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Nível de Significância
    - Associado a valores críticos
  - Estatística de teste

$$estatítica\ de\ teste = \frac{média\ amostral - média\ alegada\ populacional}{desvio\ padrão\ da\ distribuição\ amostral}$$

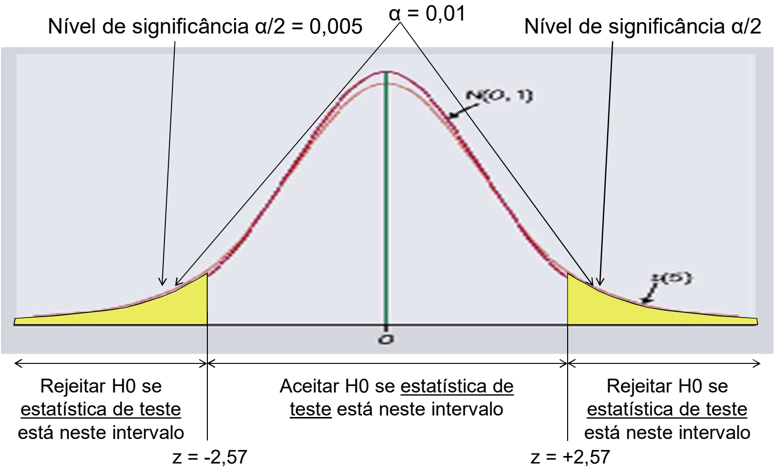
  - Desvio Padrão Populacional
    - Conhecido: **teste z**
    - Desconhecido: **teste t**

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Do ponto de vista do fabricante
    - Não quer divulgar um valor de referência que possa ser superior ao valor real e trazer prejuízos para a imagem da empresa se descoberto
    - Não quer vender uma lâmpada com maior durabilidade por preço inferior ao que poderia cobrar se o produto tem realmente mais durabilidade
    - Seu interesse é que a lâmpada realmente tenha uma vida útil bem próxima do valor declarado/alegado

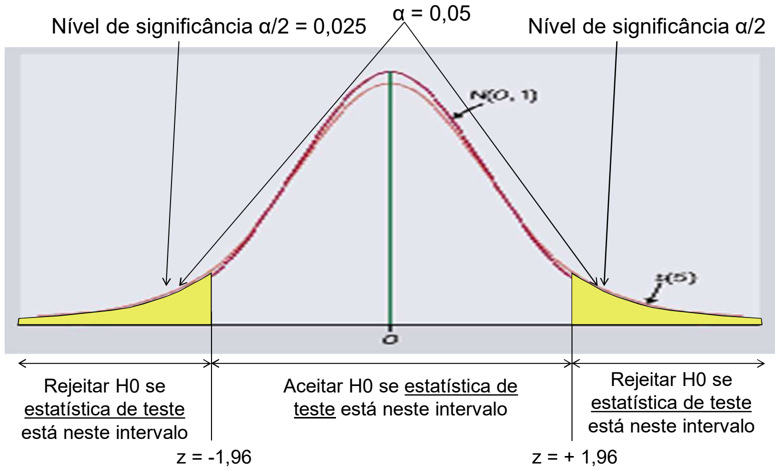
- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional Conhecido: teste z**
  - Amostra de tamanho n = 49
  - Média amostral = **480 horas**
  - DP ***populacional*** = 30 horas
  - Passo 1: Proposição de Hipóteses
    - **H_0: μ = 500h**
    - **H_1: μ ≠ 500h**
  - Nível de Significância (0,10; 0,05; 0,01)
    - Valor Crítico
    - Unilateral ou Bilateral
  - Estatística de teste

- Teste do ponto de vista do fabricante
  - *Teste Bicaudal (**Bilateral**) **z***
- Nível de Significância
- **α = 1%**: z = **+/- 2,57** (Grau de confiança = 99%)
  - bilateral = **0,01** ➔ área unilateral = (0,01 / 2) = 0,005;
    - 0,5 – 0,005 = **0,495** (tabela z = 2,57)
  - Valores Críticos padronizados: z = -2,57; +2,57
  - Valores Críticos efetivos: x = 422,9; +577,1
- **α = 5%**: z = **+/- 1,96** (Grau de confiança = 95%)
  - bilateral = **0,05** ➔ área unilateral = (0,05 / 2) = 0,025;
    - 0,5 – 0,025 = **0,475** (tabela z = 1,96)
  - Valores Críticos padronizados: z = -1,96; +1,96
  - Valores Críticos efetivos: x = 441,2; +558,8
- **α = 10%**: z = **+/-1,65** (Grau de confiança = 90%)
  - bilateral = **0,10** ➔ área unilateral = (0,10 / 2) = 0,05;
    - 0,5 – 0,05 = **0,45** (tabela z = 1,65)
  - Valores Críticos padronizados: z = -1,65; +1,65
  - Valores Críticos efetivos: x = 450,5; +549,5

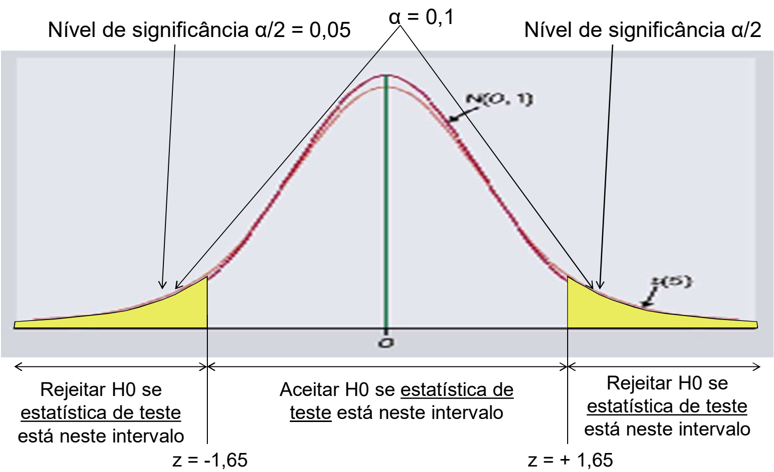
Teste Bilateral a nível de significância de 1% e grau de confiança de 99%



Teste Bilateral a nível de significância de 5% e grau de confiança de 95%



Teste Bilateral a nível de significância de 10% e grau de confiança de 90%



- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do fabricante
    - *Teste Bicaudal*
  - Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{480 - 500}{\frac{30}{\sqrt{49}}} = -4{,}66$$

- z = -4,66 (x = 360,2horas) é menor que VC inferior
    - ao nível de 10%, 5% e 1%
  - **Há subsídio/razão/suporte para Rejeitar-se H0 e Aceitar-se H1**
  - É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração diferente de 500 horas. No caso, o verdadeiro valor é inferior a 500 horas
  - Fabricante deve mudar especificação

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional Conhecido: teste z**
  - Amostra de tamanho n = 49
  - Média amostral = **515 horas**
  - DP ***populacional*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H_0: μ = 500h**
    - **H_1: μ ≠ 500h**
  - Nível de Significância (0,10; 0,05; 0,01)
    - Valor Crítico
    - Unilateral ou Bilateral
  - Estatística de teste

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do fabricante
    - *Teste Bicaudal (Bilateral)*
  - Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{515 - 500}{\frac{30}{\sqrt{49}}} = +3{,}5$$

- z = +3,5 (x = 605horas) é maior que VC superior
    - ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Há subsídio para Rejeitar-se H0 e aceitar-se H1
  - É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração superior a 500 horas
  - Fabricante deve mudar especificação e aumentar o preço? Refazer o teste com outras amostras?

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Do ponto de vista do mercado (controle externo)
    - Quer-se ter certeza que o parâmetro especificado pelo fabricante é verdadeiro pois ele pagou pelo produto em função deste parâmetro/informação/durabilidade especificada
    - Estabelece-se um VC mínimo para aceitação do parâmetro alegado pelo fabricante

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional Conhecido: teste z**
  - Amostra de tamanho n = 49
  - Média amostral = **492 horas**
  - DP ***populacional*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H_0: μ = 500h (fabricante diz a verdade)**
    - **H_1: μ < 500h (fabricante não diz a verdade)**
  - Nível de Significância (0,10; 0,05; 0,01)
    - Valor Crítico
    - Unilateral ou Bilateral
  - Estatística de teste

- Teste do ponto de vista do mercado
  - *Teste Unicaudal* ***z***
- Nível de Significância
- **α = 1%**: z = 2,33 (Grau de confiança = 99%)
  - área unilateral = 0,01
    - 0,5 – 0,01 = 0,49 (tabela z = 2,33)
  - Valor Crítico padronizado: z = -2,33
  - Valor Crítico efetivo: x = 430,1
- **α = 5%**: z = 1,65 (Grau de confiança = 95%)
  - área unilateral = 0,05
    - 0,5 – 0,05 = 0,45 (tabela z = 1,65)
  - Valor Crítico padronizado: z = -1,65
  - Valor Crítico efetivo: x = 441,2
- **α = 10%**: z = 1,3 (Grau de confiança = 90%)
  - área unilateral = 0,10
    - 0,5 – 0,1 = 0,4 (tabela z = 1,3)
  - Valor Crítico padronizado: z = -1,3
  - Valor Crítico efetivo: x = 461

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do mercado
    - *Teste Unicaudal (Unilateral)*
  - Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{492-500}{\frac{30}{\sqrt{49}}} = -1{,}87$$

- z = -1,87 (x = 444 horas) é menor que VC inferior
    - ao nível de 10% e 5%
  - Há subsídio para Rejeitar-se H0 e aceitar-se H1
  - É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração inferior a 500 horas
  - Mercado deve destruir a fábrica? Coletar outras amostras e refazer o teste? Tentar obter mais forte evidência a nível de 1%?

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional *Desconhecido***
    - Se n > 30 (grande amostra)
      - z aproximadamente t
  - Exemplo
    - n = 25 observações ➔ ***Distribuição t***
    - Média amostral = **480 horas**
    - DP ***amostral*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H0: μ = 500h**
    - **H1: μ < 500h**

- *Teste Unicaudal (Unilateral)*
- n = 25 ➔ 24 **Graus de Liberdade**
- Nível de Significância
  - **α = 1%**: t = -2,49 (tabeça t)
    - Valor Crítico padronizado: t = -2,49
    - Valor Crítico efetivo: x = 425,3
  - **α = 5%**: t = -1,71 (tabeça t)
    - Valor Crítico padronizado: t = -1,71
    - Valor Crítico efetivo: x = 448,7
  - **α = 10%**: t = 1,32
    - Valor Crítico padronizado: t = -1,32
    - Valor Crítico efetivo: x = 460,4

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do mercado
    - *Teste Unicaudal*
  - Estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s_x}{\sqrt{n}}} = \frac{480 - 500}{\frac{30}{\sqrt{25}}} = -3{,}33$$

- t = -3,33 (x = 400,1 horas) é menor que VC inferior
    - ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Há forte subsídio para Rejeitar-se H0 e aceita-se H1
  - É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração inferior a 500 horas, ou seja, que o fabricante esteja ludibriando o consumidor com a informação declarada sobre o produto.

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional *Desconhecido***
    - Se n > 30 (grande amostra)
      - z aproximadamente t
  - Exemplo
    - n = 25 observações ➔ Distribuição t
    - Média amostral = **493 horas**
    - DP ***amostral*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H0: μ = 500h**
    - **H1: μ < 500h**

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do mercado
    - *Teste Unicaudal*
  - Estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s_x}{\sqrt{n}}} = \frac{492 - 500}{\frac{30}{\sqrt{25}}} = -1{,}17$$

- t = -1,17 (x = 465 horas) NÃO é menor que VC inferior
  - Não há subsídio para Rejeitar-se H0
  - É muito IMprovável que a vida da lâmpada tenha média de duração inferior a 500 horas, ou seja, o fabricante está dizendo a verdade sobre o produto.

Testes de Significância de Médias

- *A média de duas populações comparativamente*
  - ***As médias de duas populações são iguais (estatisticamente)?***
  - Populações independentes!
  - Exemplos
    - Consumo de veículos de mesmo porte de fabricantes distintos
    - Desempenho de empresas por distintas características (país, setor, tamanho, etc)
    - Métodos de ensino
    - Produtos equivalentes de marcas distintas
    - Longevidade populacional média entre países

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - Hipóteses sobre a igualdade de médias de duas populações 1 e 2
  - A hipótese nula
    - $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
  - Hipóteses alternativas possíveis
    - $H1: \mu_1 \neq \mu_2$
    - $H1: \mu_1 > \mu_2$
    - $H1: \mu_1 < \mu_2$

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - O teste estatístico centra-se na diferença relativa entre as duas médias
  - Conhece-se as médias amostrais e quer-se inferir sobre as médias populacionais. São iguais (estatisticamente)?
  - Cálculo da estatística de teste
    - Diferença entre médias amostrais dividida por
    - Desvio padrão de uma distribuição amostral

$$estatítica\ de\ teste = \frac{média\ amostra\ 1 - média\ amostra\ 2}{desvio\ padrão\ da\ distribuição\ amostral}$$

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - Diferença entre médias amostrais
  - Desvio padrão de uma distribuição amostral
    - Combinação das variâncias das duas populações (ou amostras se variâncias populacionais desconhecidas)
  - ***Para DP populacionais conhecidos (teste z)***

$$z_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

  - z_{teste}
    - diretamente proporcional à diferença das médias
    - inversamente proporcional à variabilidade populacional

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - Diferença entre médias amostrais
  - Desvio padrão de uma distribuição amostral
    - Combinação das variâncias das duas populações (ou amostras se variâncias populacionais desconhecidas)
  - ***Para DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)***

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}}}$$

  - t_{teste}
    - diretamente proporcional à diferença das médias
    - inversamente proporcional à variabilidade populacional

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais conhecidos (teste z)
    - Sabe-se os DP de salários de dois setores da economia
    - Pesquisa uma amostra de cada setor, diga se as médias salariais são iguais
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **populacional** 1.000; n = 30
      - Setor B: média 4.300; DP **populacional** 1.050; n = 24

$$z_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = -1{,}066$$

Testes de Significância de Médias

Valores de z

Teste Bicaudal		Teste Unicaudal	
Nível de Significância (α)	z limite do IC	Nível de Significância (α)	z limite do IC
0,01 = 1%	2,57	0,01 = 1%	2,53
0,05 = 5%	1,96	0,05 = 5%	1,65
0,10 = 10%	1,65	0,10 = 10%	1,3

Testes de Significância de Médias

- z_{teste} = -1,066
  - z teste inferior a z referência ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Como a estatística de teste é inferior a VC
    - Não há razão (subsídio) para rejeitar H0
  - A diferença “nominal” das médias amostrais é provavelmente resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Situação 2:
  - Setor A: média 3.800; DP popul 1.000; n = 30
  - Setor B: média 4.300; DP popul 1.050; n = 24
  - z_{teste} = -1,776
- Trabalhadores do setor A se “agarrariam” a este resultado para barganhar aumento
  - teste unilateral: diferença significativa a nível de 5%
- Os patrões já diriam que evidência não garante que a diferença de médias salariais entre os setores é significativa
  - teste bilateral: diferença significativa somente a nível de 10%
- Já os patrões do setor B teriam um argumento para adiar aumentos
  - Teste unilateral mostra que seus salários estão superiores em média

Testes de Significância de Médias

- Situação 3:
  - Setor A: média 3.900; DP popul 1.000; n = 30
  - Setor B: média 4.700; DP popul 1.200; n = 24
  - z_{teste} = -2,841
- Trabalhadores do setor A infelizes por saber que ganham menos e felizes por terem forte argumento para barganhar aumento
  - teste unilateral: diferença significativa a nível de 1%
- Os patrões do setor A já não podem questionar muito a evidência de que seus colaboradores realmente ganham menos em média
  - teste bilateral: diferença significativa a nível de 1%
- Patrões do setor B nem querem ouvir falar de aumento
  - Teste unilateral e bilateral mostram que seus salários estão superiores em média

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - ***DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)***
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP AMOSTRAL 1.000; n_1 = 30
      - Setor B: média 4.300; DP AMOSTRAL 1.050; n_2 = 32
    - $n_1 + n_2 > 30$; então $z \approx t$

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}}}$$

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **AMOSTRAL** 1.000; n_1 = 30
      - Setor B: média 4.300; DP **AMOSTRAL** 1.050; n_2 = 32
    - t = -1,152
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 62 - 2 = 60$

	Valores de t para GL = 60				
Uma Cauda (α)	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	90%	95%	97,5%	99%	99,5%
Duas Caudas (α)	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
	80%	90%	95%	98%	99%
GL = 60	***1,296***	***1,671***	***2,000***	***2,390***	***2,660***

Testes de Significância de Médias

- t_{teste} = -1,152
  - t_{teste} não é inferior a t de referência ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Como a estatística de teste t não é inferior a VC
    - Não há razão (subsídio) para rejeitar H0
  - A diferença “nominal” das médias amostrais é provavelmente resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 3.950; DP **AMOSTRAL** 1.000; $n_1 = 30$
      - Setor B: média 4.390; DP **AMOSTRAL** 1.050; $n_2 = 32$
    - t = -1,69
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 62 - 2 = 60$

	Valores de t para GL = 60				
Uma Cauda (α)	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	90%	95%	97,5%	99%	99,5%
Duas Caudas (α)	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
	80%	90%	95%	98%	99%
GL = 60	***1,296***	***1,671***	***2,000***	***2,390***	***2,660***

Testes de Significância de Médias

- $t_{teste} = -1{,}69$
  - t_{teste} superior (em valor absoluto) a t de referência ao nível de 10% (bilateral), 5% (unilateral) (t de referência = VC = 1,671)
  - Como a estatística de teste t é superior a VC
    - Há razão (subsídio) para rejeitar H0 e aceitar H1
  - A diferença "nominal" das médias amostrais provavelmente NÃO é resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 3.950; DP **AMOSTRAL** 500; $n_1 = 30$
      - Setor B: média 4.390; DP **AMOSTRAL** 600; $n_2 = 32$
    - t = -3,144
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 62 - 2 = 60$

	Valores de t para GL = 60				
Uma Cauda (α)	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	90%	95%	97,5%	99%	99,5%
Duas Caudas (α)	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
	80%	90%	95%	98%	99%
GL = 60	***1,296***	***1,671***	***2,000***	***2,390***	***2,660***

Testes de Significância de Médias

- $t_{teste} = -3{,}144$
  - t_{teste} superior (em valor absoluto) a t de referência ao nível de 10%, 5% e 1% (bilateral e unilateral)
  - Como a estatística de teste t é superior a VC
    - Há razão (subsídio) para rejeitar H0 e aceitar H1
  - A diferença "nominal" das médias amostrais provavelmente NÃO é resultado de variação casual devida à amostragem aleatória
    - Neste caso, com mais segurança ainda que o exemplo anterior

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **AMOSTRAL** 1.000; **n_1 = 15**
      - Setor B: média 4.300; DP **AMOSTRAL** 1.050; **n_2 = 14**
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 29 - 2 = 27$
    - $t_{teste} = -0{,}788$

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1 - 1)s_{\bar{x}_1}^2 + (n_2 - 1)s_{\bar{x}_2}^2}{(n_1 + n_2 - 2)}\right]\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Testes de Significância de Médias

- $t_{teste} = -0{,}788$
  - t_{teste} inferior (em valor absoluto) a t de referência ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Como a estatística de teste t é inferior a VC
    - Não há razão (subsídio) para rejeitar H0
  - A diferença “nominal” das médias amostrais é provavelmente resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **AMOSTRAL** 200; n_1 = 15
      - Setor B: média 4.300; DP **AMOSTRAL** 350; n_2 = 14
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 29 - 2 = 27$
    - $t_{teste} = -2{,}859$

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1 - 1)s_{\bar{x}_1}^2 + (n_2 - 1)s_{\bar{x}_2}^2}{(n_1 + n_2 - 2)}\right]\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Testes de Significância de Médias

- $t_{teste} = -3{,}144$
  - t_{teste} superior (em módulo) a t de referência ao nível de 1% (VC = 2,771) (bilateral e unilateral)
  - Como a estatística de teste t é superior a VC
    - Há razão (subsídio) para rejeitar H0 e aceitar H1
  - A diferença “nominal” das médias amostrais provavelmente NÃO é resultado de variação casual devida à amostragem aleatória