Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Economia

Métodos Quantitativos

Vicente Lima Crisóstomo

Fortaleza, 2020

Sumário

- Introdução
- Estatística Descritiva
- Probabilidade
- Distribuições de Probabilidades
- Amostragem e Distribuições Amostrais
- Estimação
- Testes de Significância
- Análise de Variância
- Teste de Significância para Proporções
- Testes Não Paramétricos
- Correlação e Regressão

Distribuições de Probabilidades

- Uma Distribuição de Probabilidades é
  - Uma distribuição de freqüências para os resultados de um espaço amostral
  - Uma distribuição de freqüências para os resultados de uma variável aleatória
- As freqüências de uma DP
  - São relativas
  - São probabilidades
  - Tais probabilidades indicam
    - Percentagem de vezes que se pode esperar a ocorrência dos vários resultados de uma variável aleatória num grande número de observações

Variável aleatória

- Variável aleatória
  - Variável tem valores que variam de uma observação para outra devido à chance
  - Função com valores numéricos
  - Valor determinado por fatores de chance
  - Deve ser definida associada a uma amostra ou experimento
  - VA pode ter um número infinito de valores possíveis

Variável aleatória

- Exemplos de variáveis aleatórias
  - Número de caras no lance de uma moeda
  - Número de caras no lance de três moedas
  - Número de clientes que entram na agência bancária a cada 30 min
  - Peso dos clientes de uma academia de ginástica
  - Salário dos funcionários de uma empresa
  - Número de acidentes de trânsito por dia em certa região da cidade
  - Número de aparelhos defeituosos por remessa
  - Conteúdo de garrafas de suco industrializado
  - Tempo de conexão de chamadas telefônicas
  - Rentabilidade de empresas brasileiras

Variável aleatória

- Variável aleatória
  - Variável aleatória DISCRETA
    - Valores podem ser contados
    - Exemplos
      - Número de ocorrências (enfermidades, acidentes, chamadas...)

  - Variável aleatória CONTÍNUA
    - Pode tomar qualquer valor em certo intervalo
    - Exemplos
      - Peso, altura, salário, rentabilidade, endividamento ...

Valor esperado de uma variável aleatória

- Variável aleatória Discreta e Contínua
  - Distinção importante entre VA Discreta e Contínua
    - Tipo de variável determina o modelo (distribuição) de probabilidades
  - Valor esperado de uma variável aleatória
    - Em função do número de ocorrências
    - O valor esperado é uma **média** a longo prazo
    - **Média** que leva em consideração as ocorrências e respectivas probabilidades

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i \, x_i$$

Valor esperado de uma variável aleatória

- Número de acidentes em um cruzamento em certo período de tempo

N. Acid. (x_i)	Freq. Relativa (P(x))
0	0,10
1	0,15
2	0,20
3	0,30
4	0,20
5	0,05
	1,00

x_i * P(x)
0,00
0,15
0,40
0,90
0,80
0,25
E(x)= 2,50 acidentes

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = 2{,}5$$

Distribuições de Probabilidades

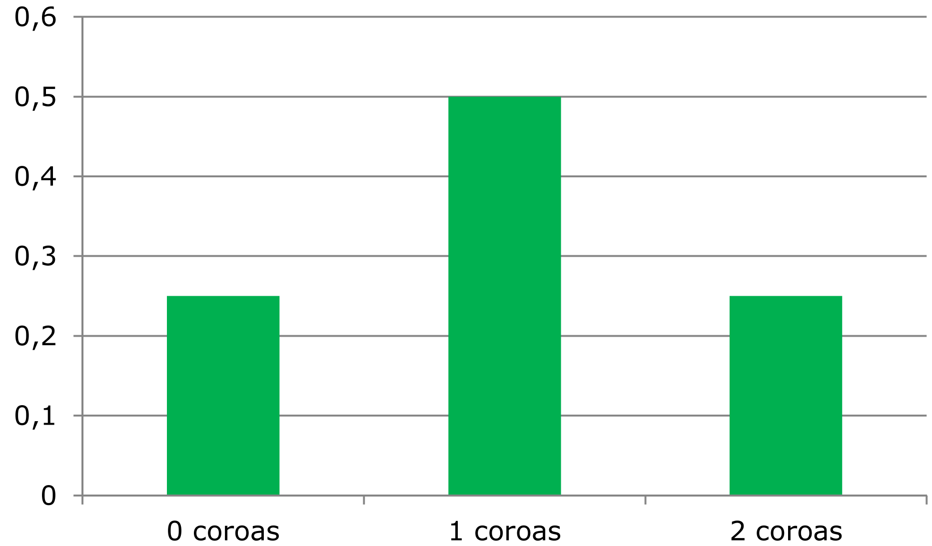
- Se sabe-se o número possível de ocorrências
  - Pode-se calcular o Valor Esperado sem observações
    - Quando é possível estimar o número de ocorrências
      - Jogadas de um dado equilibrado
      - Retirada de cartas de um baralho sem vícios
- A maioria das situações não são como estas
  - Prazo para execução de um projeto
  - Retorno financeiro de um projeto
  - Retorno financeiro do investimento em ações
  - Arrecadação de impostos de um governo
  - Número de falhas de certo modelo de equipamento

Distribuições de Probabilidades

- Uma **Distribuição de Probabilidades** é
  - Uma distribuição de freqüências para os resultados de espaço amostral
  - Uma distribuição de freqüências para os resultados de uma variável aleatória
  - As freqüências são relativas, ou **probabilidades**
  - Probabilidade total atribuída a um espaço amostral (1 ou 100%)
    - É distribuída pelos diversos resultados possíveis
    - Mostra a proporção das vezes que a VA tende a assumir cada um dos diversos valores

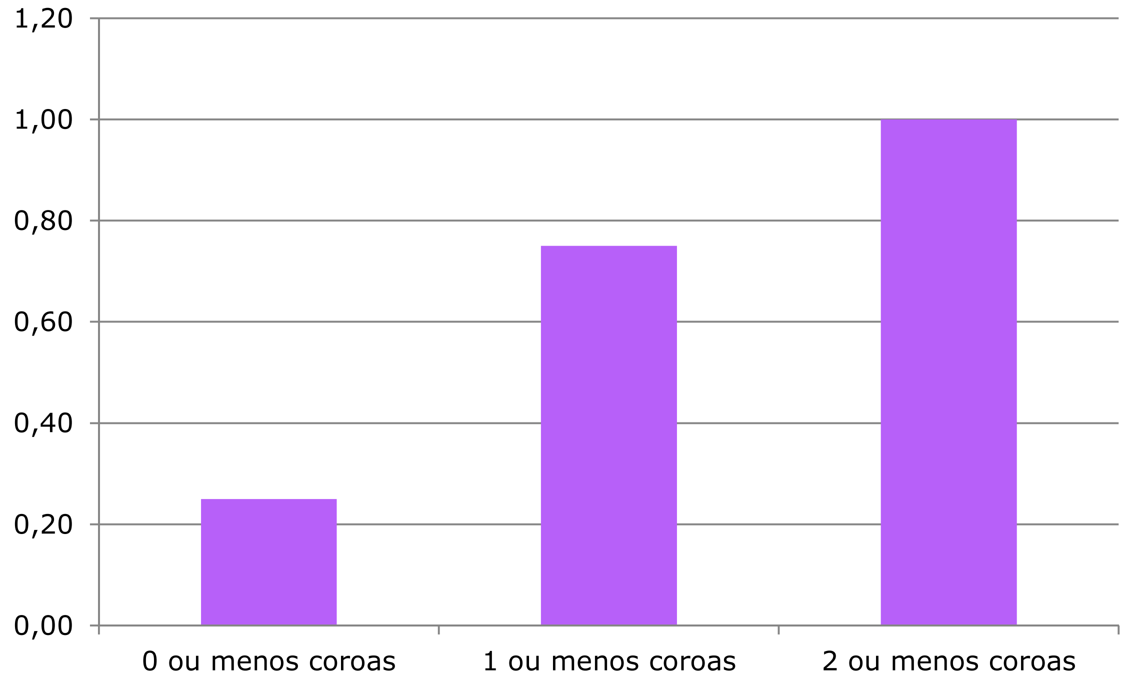
- V.A. = Número de coroas (C) em duas jogadas de uma moeda equilibrada

Resultado	Valor de VA	Probabilidade de cada valor de VA	P(x)
KK	0	0,25	0,25
KC	1	***0,25***	***0,50***
CK	1	***0,25***	
CC	2	0,25	0,25
		1,00	1,00



- V.A. = Número de coroas (C) em duas jogadas de uma moeda equilibrada

Resultado	Valor de VA	Probabilidade de VA	P(x)	P(x) acumulada
KK	0	0,25	0,25	0,25
KC	1	***0,25***	***0,50***	
CK	1	***0,25***		0,75
CC	2	0,25	0,25	1,00
		1,00	1,00	



Distribuições de Probabilidades

- Normalmente não se calcula probabilidades individuais para obter uma DP
- Há tabelas de probabilidades
- Importante
  - Usar DP para solucionar situações
  - Explicar algo, algum fenômeno
- Aplicação de uma DP a um problema
  - Depende do grau de aproximação
    - Situação real e conjunto de condições admitidas na DP

Distribuições de Probabilidades

- Essência da Análise Estatística
  - Confrontar hipóteses de uma DP com especificações de determinado problema

- <u>Distribuições DESCONTÍNUAS</u>
  - DP que envolvem VA discretas
    - VAs discretas estão submetidas a contagem
- <u>Distribuições CONTÍNUAS</u>
  - DP que envolvem VA discretas com grande número de resultados possíveis
  - VAs contínuas

Distribuições ***<u>Descontínuas</u>*** de Probabilidades

- Envolvem variáveis aleatórias discretas
  - VA relativas a dados que podem ser contados
    - Número de ocorrências por amostra
    - Número de ocorrências por intervalo de tempo
    - Número de ocorrências num espaço geográfico
- Distribuição **BINOMIAL**
  - Resultados podem ser agrupados em duas classes, ou categorias
- Distribuição de **POISSON**
  - Útil para descrever probabilidade de ocorrências num certo campo ou intervalo

- Distribuição **BINOMIAL**
  - Resultados agrupados em duas categorias
    - Dados Nominais
  - Categorias Mutuamente Excludentes
    - Clara pertinência de observações a classes
  - Categorias Coletivamente Exaustivas
    - Nenhum outro resultado afora os dois é possível
  - Exemplos
    - Respostas a testes Verdadeiro ou Falso
    - Respostas Sim ou Não
      - Produto com ou sem defeito
      - Empresa listada ou não na Bolsa de Valores
      - Empresa do setor Têxtil ou não
      - Empresa exporta para o mercado internacional ou não
      - País localizado no continente americano ou não

- Distribuição **BINOMIAL**
  - Mesmo resultados de VA contínuas podem ser enquadrados em classes mutuamente exclusivas
    - Indivíduos com colesterol acima do valor X
    - Empresas com total de ativos superior à mediana do grupo
    - Indivíduos com idade superior a Y
    - Velocidade de tráfego do veículo dentro do limite permitido
    - País com renda per capta acima de um valor de referência ou não
    - Tempo usado pelo atleta no percurso superior a Z
    - Resultado do experimento (prova), ou, categorias de uma Distribuição Binomial
      - SUCESSO ou FRACASSO/FALHA

- Distribuição **BINOMIAL**
  - **Condições para uso da Distribuição Binomial**
    - N observações, ou provas, realizadas em condições idênticas
    - Cada prova tem somente dois resultados possíveis
    - Probabilidade **p** de sucesso e (**1 - p**) de falha são constantes em todas as provas
    - Resultados das provas são independentes
  - Duas formas, ou métodos, para encontrar probabilidades de uma VA com distribuição binomial
    - Fórmula Binomial
    - Tabelas de probabilidades binomiais

- Distribuição **BINOMIAL**
  - ***Fórmula Binomial***
    - Mensurar P(Sucesso)
    - “Mapear” resultados possíveis (Sucessos e Fracassos)
    - Calcular a P de cada resultado (Sucesso e Fracasso)
    - Somar as probabilidades (trata-se de alternativas)
    - Necessita-se
      - Probabilidade de sucesso de cada experimento
      - Número de observações
      - Número de sucessos desejados/esperados que deseja-se saber a probabilidade de ocorrência.

Distribuição **BINOMIAL**

Exemplo

- Qual a probabilidade de 2 sucessos em 4 provas de certo experimento, sendo a probabilidade de sucesso em cada prova de 60%?
- P(sucesso) = 0,6 e P(fracasso)= 1 – 0,6 = 0,4

Resultados Provas 1 -> 4	Probabilidade			
S S F F	P(S e S e F e F)=	P(S) x P(S) x P(F) x P(F) =	(0,6) x (0,6) x (0,4) x (0,4) =	0,0576
S F S F	P(S e F e S e F)=	P(S) x P(F) x P(S) x P(F) =	(0,6) x (0,4) x (0,6) x (0,4) =	0,0576
S F F S	P(S e F e F e S)=	P(S) x P(F) x P(F) x P(S) =	(0,6) x (0,4) x (0,4) x (0,6) =	0,0576
F S S F	P(F e S e S e F)=	P(F) x P(S) x P(S) x P(F) =	(0,4) x (0,6) x (0,6) x (0,4) =	0,0576
F S F S	P(F e S e F e S)=	P(F) x P(S) x P(F) x P(S) =	(0,4) x (0,6) x (0,4) x (0,6) =	0,0576
F F S S	P(F e F e S e S)=	P(F) x P(F) x P(S) x P(S) =	(0,4) x (0,4) x (0,6) x (0,6) =	0,0576
	P(SSFF ou SFSF ou SFFS ou FSSF ou FSFS ou FFSS) =			0,3456

Distribuição BINOMIAL

Fórmula Binomial

- Considerar todos os sucessos ocorrendo inicialmente
- Depois as falhas
- Para 2 sucessos e 2 falhas:
  - $(0,6).(0,6).(0,4).(0,4) = (0,6)^2 . (0,4)^2 = 0,0576$
  - Há seis possibilidades de resultados
  - $P(2S \text{ e } 2F) = 6 \times 0,0576 = 0,3456$

- Levando em consideração
  - Número de maneiras de resultados e
  - probabilidade de uma delas

- Distribuição **BINOMIAL**
  - Fórmula Binomial
    - n – número de provas (observações)
    - x – número de sucessos
    - p – probabilidade de sucesso em cada observação

$$P(x) = \binom{n}{x}[P(sucesso)]^{x}[P(falha)]^{n-x}$$

- Onde $\binom{n}{x}$ é o número de formas de obter-se **x** sucessos e (**n – x**) falhas em n provas

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

- Distribuição BINOMIAL
  - Observe-se que se deseja
    - **x** sucessos em **n** provas
    - Tem-se então (**n – x**) falhas nas **n** provas
    - P(sucesso) + P(falha) = 1
    - P(falha) = 1 - P(sucesso)

- Distribuição BINOMIAL
  - Para o exemplo anterior
    - Qual a probabilidade de 2 sucessos em 4 provas sendo a probabilidade de sucesso em cada prova de 60%?

    - n = 4 (número de provas (observações))
    - x = 2 (número de sucessos ao longo do experimento)
    - p = 0,6 (probabilidade de sucesso em cada prova)

$$P(2) = \binom{4}{2}(0{,}6)^2[(1-0{,}6)]^{4-2} = 0{,}3456$$

- Tabelas de Distribuição BINOMIAL
  - ***Tabelas de Probabilidades***
    - Cálculos prévios de probabilidades para um conjunto de situações
      - Número de provas (n)
      - Número de sucessos que se deseja (x)
      - Probabilidade individual de sucesso
    - Resultados individualizados
      - Obtém-se a probabilidade de um valor específico
      - Função de distribuição de probabilidades individuais
    - Resultados acumulados
      - Obtém-se a probabilidade combinada de um conjunto de resultados
      - Função de distribuição de probabilidades acumuladas

Tabela de Distribuição BINOMIAL

Probabilidade individual de sucesso em um experimento

n	*x*	*0,0500*	*0,1000*	*0,1500*	*0,2000*	*0,2500*	*0,3000*	*0,3500*	*0,4000*	*0,4500*	*0,5000*	*0,5500*	*0,6000*
1	**0**	0,9500	0,9000	0,8500	0,8000	0,7500	0,7000	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000	0,4500	0,4000
1	**1**	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500	0,3000	0,3500	0,4000	0,4500	0,5000	0,5500	0,6000
2	**0**	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500	0,2025	0,1600
2	**1**	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4550	0,4800	0,4950	0,5000	0,4950	0,4800
2	**2**	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1225	0,1600	0,2025	0,2500	0,3025	0,3600
3	**0**	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250	0,0911	0,0640
3	**1**	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4436	0,4320	0,4084	0,3750	0,3341	0,2880
3	**2**	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2389	0,2880	0,3341	0,3750	0,4084	0,4320
3	**3**	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0429	0,0640	0,0911	0,1250	0,1664	0,2160
4	**0**	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625	0,0410	0,0256
4	**1**	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3845	0,3456	0,2995	0,2500	0,2005	0,1536
4	**2**	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,3105	0,3456	0,3675	0,3750	0,3675	0,3456
4	**3**	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,1115	0,1536	0,2005	0,2500	0,2995	0,3456
4	**4**	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0150	0,0256	0,0410	0,0625	0,0915	0,1296

- Distribuição BINOMIAL
  - Consulte a tabela de Distribuição Binomial
    - Qual a probabilidade de um vendedor autônomo realizar nenhuma venda, em 4 visitas. Estudos prévios mostram que a probabilidade de sucesso em uma venda é de 25%?
      - 31,64%
    - E a probabilidade de 1 venda?
      - 42,19%
    - E a probabilidade de 2 vendas?
      - 21,09%
    - E a probabilidade de 3 vendas?
      - 4,69%
    - E a probabilidade de 4 vendas?
      - 0,39%

Tabelas de Distribuição BINOMIAL

- Seja p(x) = λ
- Resultados individualizados
  - Função de probabilidades

$$f(x|\lambda) = P(X = x) = \binom{n}{x} \lambda^{x} [1 - \lambda]^{n-x}$$

- Resultados acumulados
  - Função de probabilidades

$$f(x|\lambda) = P(X \leq x) = \sum_{i=0}^{x} \binom{n}{i} \lambda^{i} [1 - \lambda]^{n-i}$$

Tabelas de Distribuição BINOMIAL

Buscar na tabela de Distribuição BINOMIAL

- Sejam:
  - P(s) = probabilidade de sucesso em cada observação
  - n = número de observações
  - x = número de sucessos

- P(s) = 0,30; n = 5; x = 3; P(x = 3) = 0,1323
- P(s) = 0,45; n = 7; x = 6; P(x = 6) = 0,0320
- P(s) = 50%; n = 6; x = 5; P(x = 5) = 0,0937
- P(s) = 25%; n = 7; x = 0; P(x = 0) = 0,1335
- P(s) = 25%; n = 7; x = 3; P(x = 3) = 0,1730
- P(s) = 25%; n = 7; x = 7; P(x = 7) = 0,0001
- P(s) = 0,5%; n = 5; x = 0; P(x = 0) = ***0,0313***
- P(s) = 0,5%; n = 5; x = 3; P(x = 3) = 0,3125
- P(s) = 0,5%; n = 5; x = 5; P(x = 5) = ***0,0312***

$$P(x) = \binom{n}{x}[P(sucesso)]^x[P(falha)]^{n-x}$$

Tabela de Distribuição BINOMIAL **Acumulada**

Probabilidade individual de sucesso em um experimento

		P(SUCESSO EM UM EXPERIMENTO)											
n	**x**	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500	0,3000	0,3500	0,4000	0,4500	0,5000	0,5500	0,6000
1	0	0,9500	0,9000	0,8500	0,8000	0,7500	0,7000	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000	0,4500	0,4000
1	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500	0,2025	0,1600
2	1	0,9975	0,9900	0,9775	0,9600	0,9375	0,9100	0,8775	0,8400	0,7975	0,7500	0,6975	0,6400
2	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250	0,0911	0,0640
3	1	0,9928	0,9720	0,9393	0,8960	0,8438	0,7840	0,7183	0,6480	0,5748	0,5000	0,4253	0,3520
3	2	0,9999	0,9990	0,9966	0,9920	0,9844	0,9730	0,9571	0,9360	0,9089	0,8750	0,8336	0,7840
3	3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625	0,0410	0,0256
4	1	0,9860	0,9477	0,8905	0,8192	0,7383	0,6517	0,5630	0,4752	0,3910	0,3125	0,2415	0,1792
4	2	0,9995	0,9963	0,9880	0,9728	0,9492	0,9163	0,8735	0,8208	0,7585	0,6875	0,6090	0,5248
4	3	1,0000	0,9999	0,9995	0,9984	0,9961	0,9919	0,9850	0,9744	0,9590	0,9375	0,9085	0,8704
4	4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabelas de Distribuição BINOMIAL

- Buscar na tabela de Distribuição BINOMIAL acumulada
  - Sejam:
    - P(s) = probabilidade de sucesso em cada observação
    - n = número de observações
    - x = número de sucessos
- P(s) = 0,2; n = 4; $x \leq 2$; $P(x \leq 2) = P(x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) = 0{,}9728$
- P(s) = 50%; n = 6; $x \leq 5$; $P(x \leq 5) = 0{,}8555$
- P(s) = 25%; n = 7; $x < 4$; $P(x < 4) = P(x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = 2$ ou $x = 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) = 0{,}9294$
- P(s) = 35%; n = 6; $1 < x \leq 4$; $P(1 < x \leq 4) = P(x = 2$ ou $x = 3$ ou $x = 4) = P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) = 0{,}6586 = P(x \leq 4) - P(x \leq 1) = 0{,}9777 - 0{,}3191 = 0{,}6586$

$$P(x) = \binom{n}{x} [P(sucesso)]^x [P(falha)]^{n-x}$$

Gráfico de Distribuição BINOMIAL

- P(s) = 50%; n = 5; x = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5
- P(s) = P(f) = 50% => equilíbrio

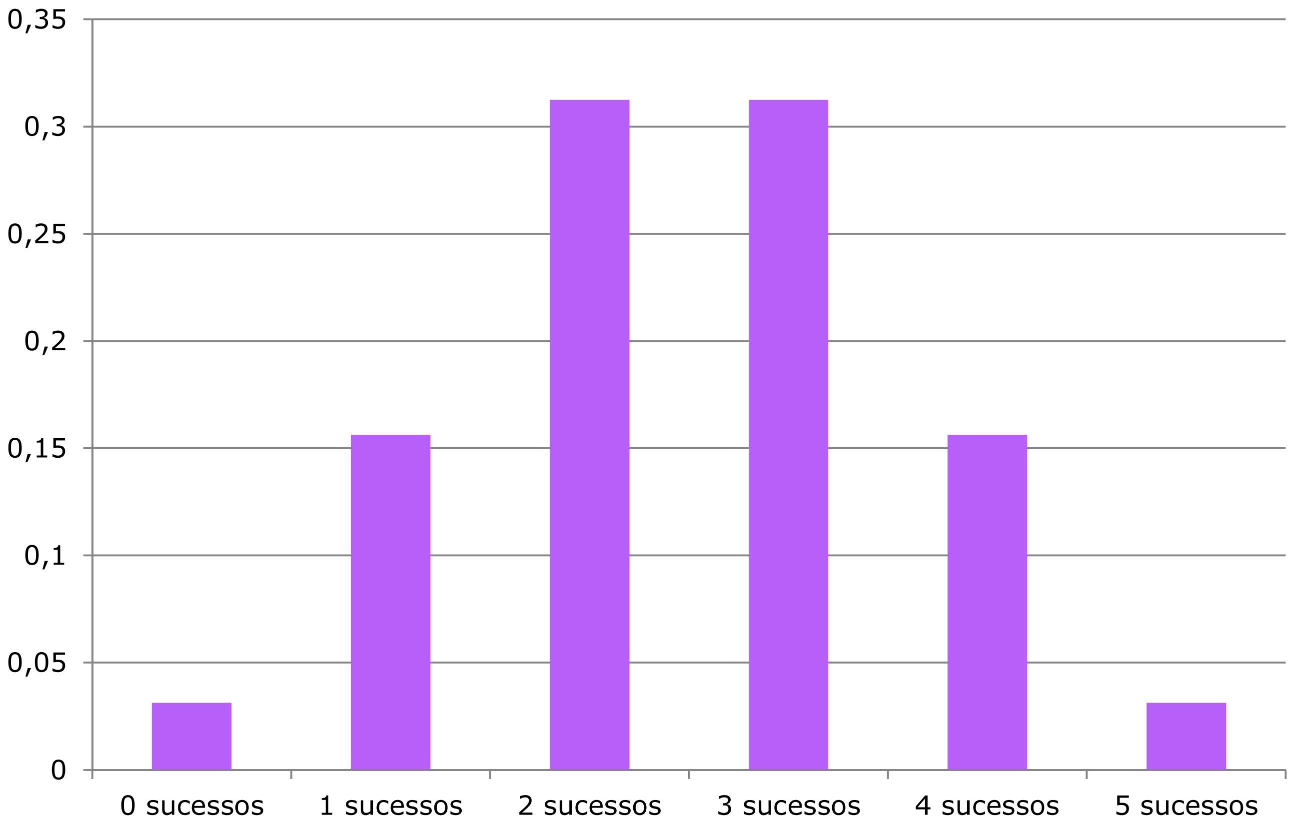
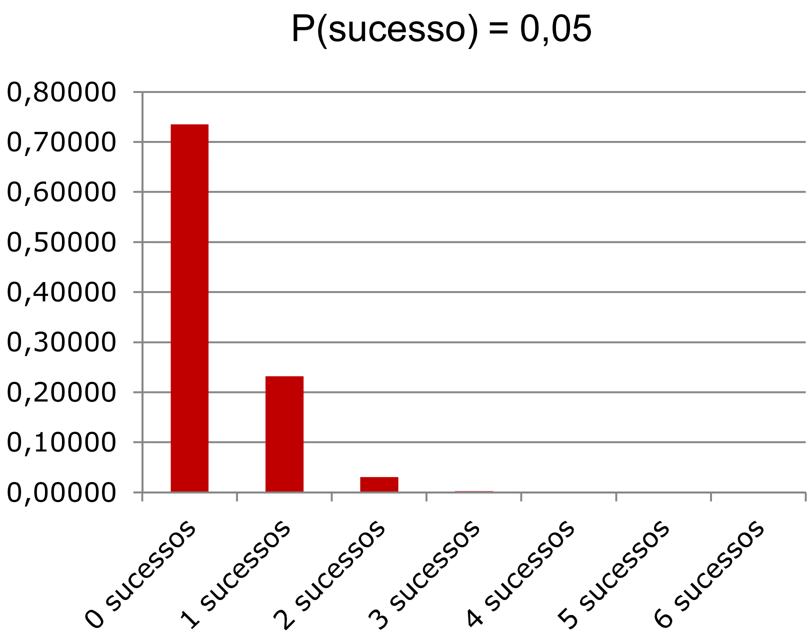
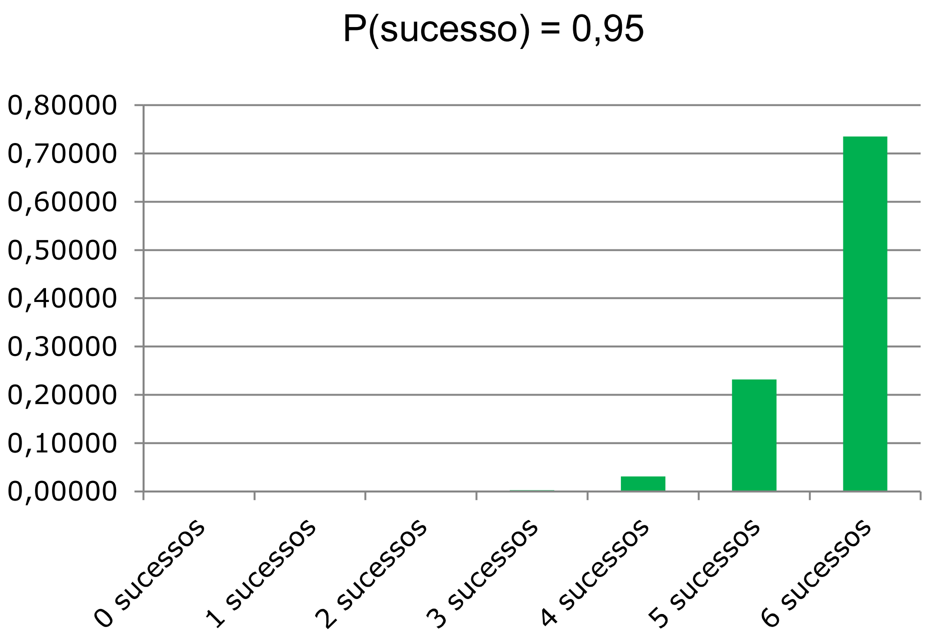
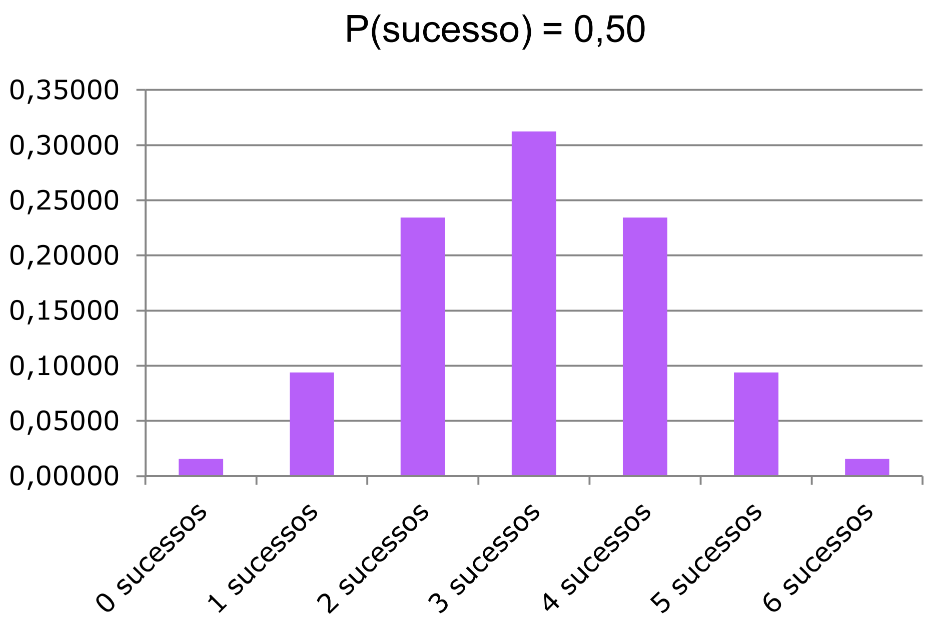


Gráfico de Distribuição BINOMIAL: N = 6







- Características da Distribuição BINOMIAL
  - Média de uma DB é a média a longo prazo, ou o valor Esperado de uma VA Binomial
  - Desvio Padrão de um DB indica até que ponto os valores amostrais tendem a afastar-se da média
  - Média e Desvio Padrão de uma DB podem ser expressos em função do número, ou percentagem, de sucessos

Características da Distribuição BINOMIAL

- Em uma Distribuição Binomial
  - Média e Desvio Padrão podem ser expressos em função do número de sucessos, e/ou da percentagem de sucessos

	Média	Desvio Padrão
Número de sucessos	n. p	$\sqrt{n.p(1-p)}$
Percentagem de sucessos	P	$\sqrt{\frac{p.(1-p)}{n}}$

Distribuição de POISSON

- Uma Distribuição de **Poisson**
  - Distribuição discreta de probabilidade aplicável a ocorrências de um evento em um intervalo especificado
  - Descreve probabilidades de ocorrência num campo, ou intervalo, contínuo

- Distribuição de Poisson
  - Exemplos:
    - Defeitos por metro quadrado
    - Unidades vendidas por dia
    - Cabeças de gado por hectare
    - Cirurgias cardíacas realizadas por dia
    - Chamadas recebidas por hora em um *call-center*
    - Número de carros que chegam a um posto por hora
    - Número de navios que atracam em um porto por semana
    - Número de requisições a um servidor Web por minuto

Distribuição de POISSON

- Distribuição de Poisson
  - Unidade é contínua
  - A variável é aleatória

- Distribuição de Poisson
  - Baseada em hipóteses
    1. Probabilidade de ocorrência igual em todo o campo de observação
    2. Probabilidade de mais de uma ocorrência num único ponto é aproximadamente zero
    3. Número de ocorrências em qualquer intervalo independe do número de ocorrências em outros intervalos
  - Características da Distribuição de Poisson
    - Limite inferior do número de ocorrências:
      - Zero
    - Limite superior do número de ocorrências
      - Teoricamente infinito

Distribuição de POISSON

- DP representa a probabilidade de que o evento ocorra um determinado número de vezes em um intervalo, quando a taxa de ocorrência é fixa

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^{x}}{x!}$$

- x = número de ocorrências do evento no intervalo a calcular-se a probabilidade de ocorrência
- λt = taxa média (esperada) **λ** de ocorrências no intervalo dado **t**
  - Referido por **μ** (= **λt**)
- *e* = base dos logaritmos naturais

Gráfico de uma Distribuição de Poisson

- A taxa média esperada deve ter a maior probabilidade

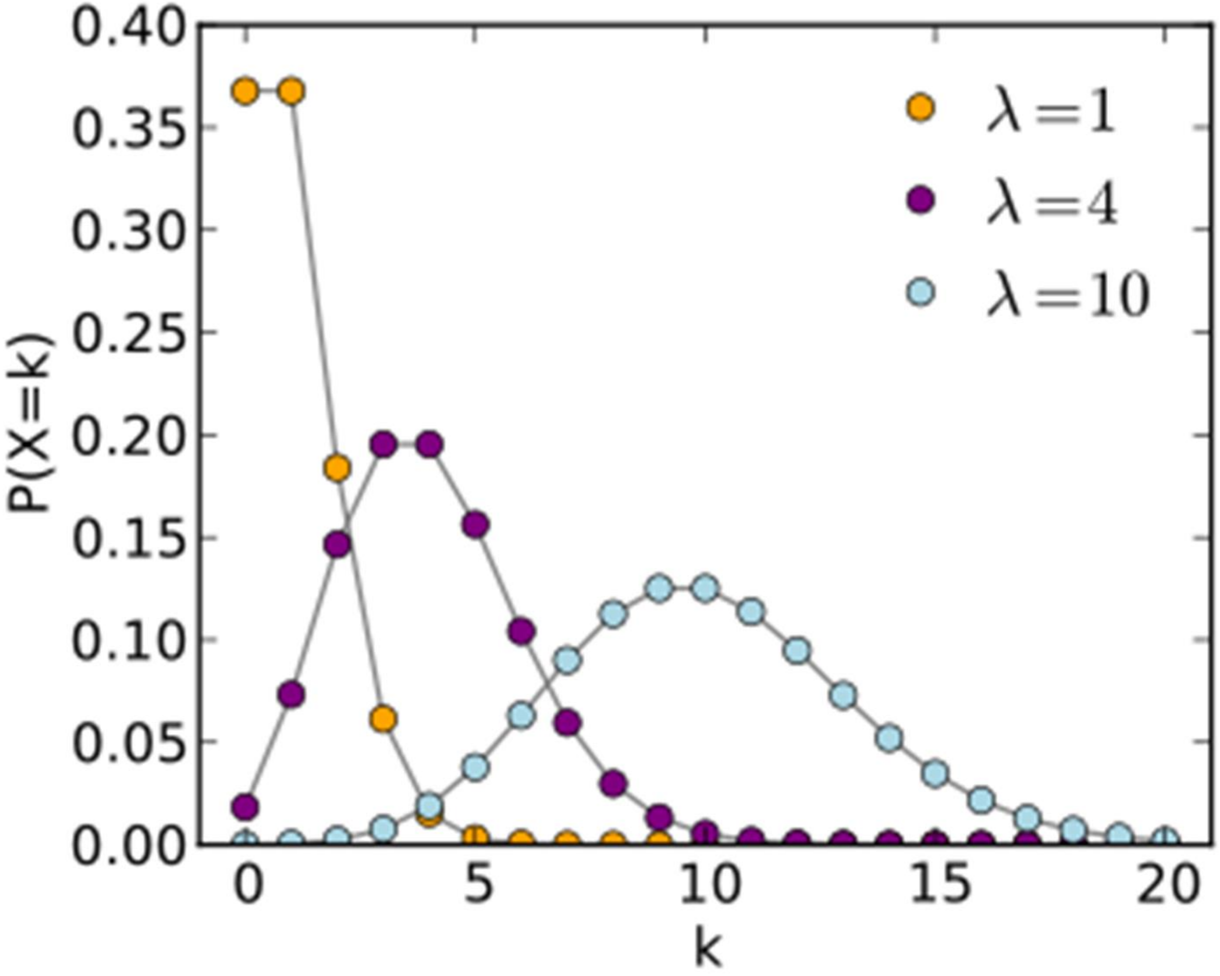
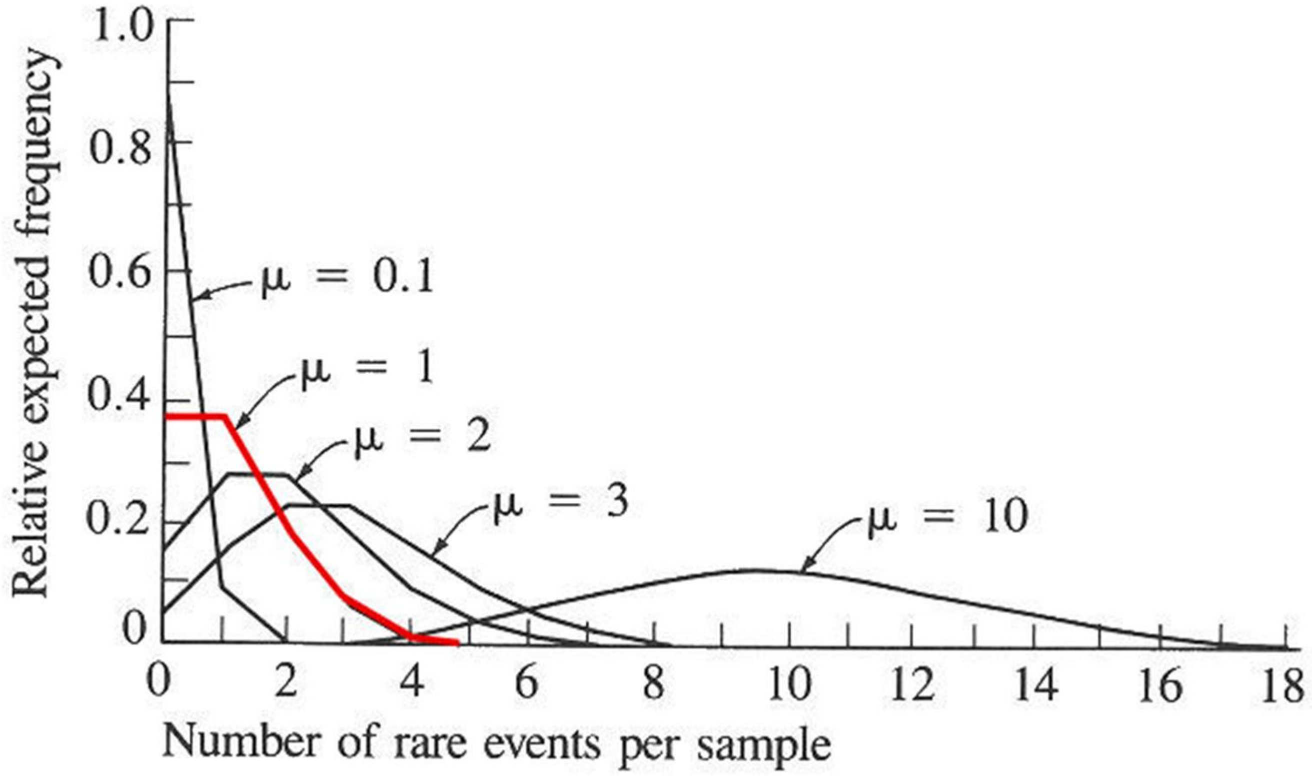


Gráfico de uma Distribuição de Poisson

- A taxa média esperada deve ter a maior probabilidade



Distribuição POISSON

- Exemplo: Suponha que os defeitos em peças de tecido possam ser aproximados por um processo de Poisson com **média de 0,2 defeitos por m²**. Verificando-se peças de tecido de 6m², determine qual a probabilidade de encontrar-se 2 defeitos.

$$P(x = 2) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!} = \frac{e^{-0,2\,.6}(0,2\,.6)^2}{2!} = 0,21686$$

$$e = 2,71828183$$

Distribuição de POISSON

- Exemplo: Suponha que as chegadas de navios ao porto Delta possam ser aproximados por um processo de Poisson **com média de 1,3 atracações por dia**. Analisando-se um período de 3 dias, qual a probabilidade de ter-se 5 navios a atracar neste período.

$$P(x=5)=\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}=\frac{e^{-1,3\,.3}(1,3\;.\,3)^5}{5!}=0,15219$$

$$e=2,71828183$$

Tabela de Distribuição de Probabilidades POISSON

λt = μ (taxa média esperada)

x	1	1,2	2,1	3	3,9	4,3	7	14
0	0,36788	0,30119	0,12246	0,04979	0,02024	0,01357	0,00091	0,00000
1	0,36788	0,36143	0,25716	0,14936	0,07894	0,05834	0,00638	0,00001
2	0,18394	0,21686	0,27002	0,22404	0,15394	0,12544	0,02234	0,00008
3	0,06131	0,08674	0,18901	0,22404	0,20012	0,17980	0,05213	0,00038
4	0,01533	0,02602	0,09923	0,16803	0,19512	0,19328	0,09123	0,00133
5	0,00307	0,00625	0,04168	0,10082	0,15219	0,16622	0,12772	0,00373
6	0,00051	0,00125	0,01459	0,05041	0,09893	0,11913	0,14900	0,00870
7	0,00007	0,00021	0,00438	0,02160	0,05512	0,07318	0,14900	0,01739
8	0,00001	0,00003	0,00115	0,00810	0,02687	0,03933	0,13038	0,03044
9	0,00000	0,00000	0,00027	0,00270	0,01164	0,01879	0,10140	0,04734
10	0,00000	0,00000	0,00006	0,00081	0,00454	0,00808	0,07098	0,06628
11	0,00000	0,00000	0,00001	0,00022	0,00161	0,00316	0,04517	0,08436
12	0,00000	0,00000	0,00000	0,00006	0,00052	0,00113	0,02635	0,09842
13	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00016	0,00037	0,01419	0,10599
14	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00004	0,00011	0,00709	0,10599
15	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00003	0,00331	0,09892

Distribuição de POISSON

- Exemplo: Suponha que os defeitos em peças de tecido possam ser aproximados por um processo de Poisson com média de 0,2 defeito por m^2. verificando-se peças de tecido de 6m^2, determine qual a probabilidade de encontrar-se menos de 2 defeitos.

$$P(x < 2) = P(x \leq 1) =$$

$$P(x = 0) + P(x = 1) = \frac{e^{-0,2\,.\,6}(0,2\,.6)^0}{0!} + \frac{e^{-0,2\,.\,6}(0,2\,.\,6)^1}{1!} = 0,301 + 0,361 = 0,662$$

$$e = 2,71828183$$

Tabela de Distribuição de Probabilidades POISSON

X	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,99	0,951	0,905	0,819	0,741	0,67	0,607	0,549	0,497	0,449	0,407
1	1	0,999	0,995	0,982	0,963	0,938	0,91	0,878	0,844	0,809	0,772
2		1	1	0,999	0,996	0,992	0,986	0,977	0,966	0,953	0,937
3				1	1	0,999	0,998	0,997	0,994	0,991	0,987
4						1	1	1	0,999	0,999	0,998
5									1	1	1
X	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
0	0,368	0,333	0,301	0,273	0,247	0,223	0,202	0,183	0,165	0,15	0,135
1	0,736	0,699	0,663	0,627	0,592	0,558	0,525	0,493	0,463	0,434	0,406
2	0,92	0,9	0,879	0,857	0,833	0,809	0,783	0,757	0,731	0,704	0,677
3	0,981	0,974	0,966	0,957	0,946	0,934	0,921	0,907	0,891	0,875	0,857
4	0,996	0,995	0,992	0,989	0,986	0,981	0,976	0,97	0,964	0,956	0,947
5	0,999	0,999	0,998	0,998	0,997	0,996	0,994	0,992	0,99	0,987	0,983
6	1	1	1	1	0,999	0,999	0,999	0,998	0,997	0,997	0,995
7					1	1	1	1	0,999	0,999	0,999
8									1	1	1

Distribuição de POISSON

- Exemplo: Suponha que os defeitos em peças de tecido possam ser aproximados por um processo de Poisson com média de 0,2 defeito por m^2. verificando-se peças de tecido de $6m^2$, determine a probabilidade de encontrar-se de 2 ou mais defeitos.

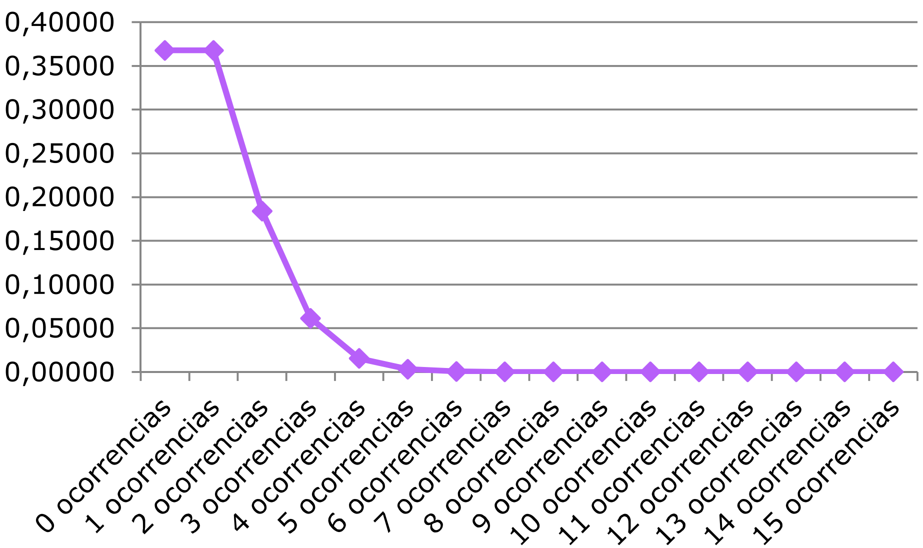
$$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) =$$

$$1 - [P(x = 0) + P(x = 1)] = 1 - 0{,}662 = 0{,}338$$

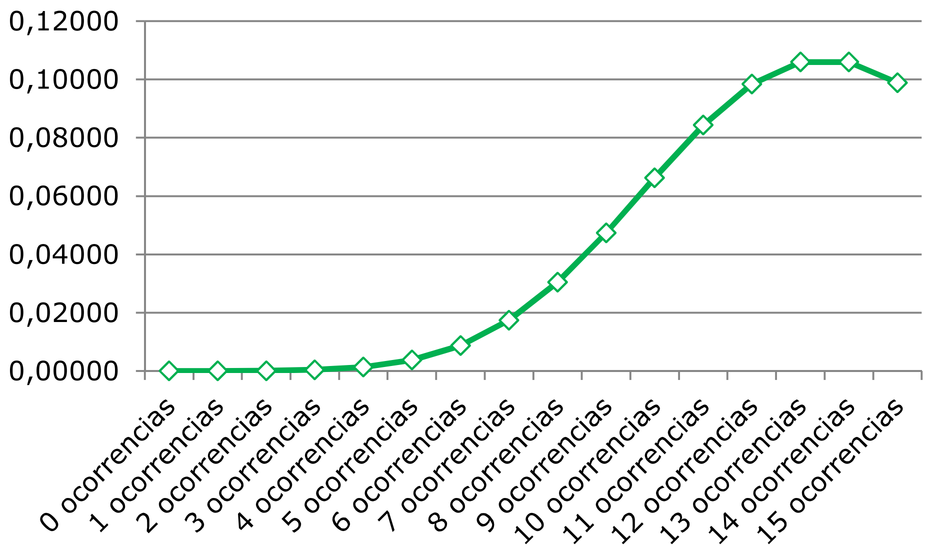
$$e = 2{,}71828183$$

Tabela de Distribuição de POISSON

μ = λt = 1



μ = λt = 14



μ = λt = 3