Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Economia

Métodos Quantitativos

Vicente Lima Crisóstomo

Fortaleza, 2020

Sumário

- Introdução
- Estatística Descritiva
- Probabilidade
- Distribuições de Probabilidades
- Amostragem e Distribuições Amostrais
- Estimação
- Testes de Significância
- Análise de Variância
- Teste de Significância para Proporções
- Testes Não Paramétricos
- Correlação e Regressão

Testes de Significância

- Estimação e Teste de Significância são cruciais para a inferência estatística

- Estimação
  - Estima um parâmetro populacional
    - em termos pontuais ou intervalares

- Teste de Significância
  - Indica, ou fornece subsídio para decidir-se
    - se a afirmação sobre um parâmetro populacional é verdadeira

Testes de Significância

- Exemplos de afirmações passíveis de um Teste de Significância
  - O salário médio do trabalhador do setor X é de 2.000,00
  - O tempo médio de uma consulta médica é de 15min
  - Esta moeda é equilibrada
  - A rentabilidade média da empresa cearense é de 10%
  - 10% dos alunos do curso X gostariam de mudar de curso
  - A vida útil de um pneu Y é de 45.000Km
  - A vida útil de uma bateria Z é de 2 anos
  - A renda média mensal de engenheiros é de 6.600
  - 50% de todos os processos judiciais são finalizados em até 6 meses

Testes de Significância

- Finalidade do Teste de Significância
  - *Avaliar afirmações sobre valores de **parâmetros populacionais alegados**, ou especificados, ou declarados*
    - *Afirmação pode ser Verdadeira ou Falsa*

Testes de Significância

- Núcleo/Ponto Central de um Teste de Significância
  - **Avaliar a razão da diferença entre**
    - **Valor de uma estatística amostral** e
    - **Valor alegado populacional**

  - Há duas alternativas para haver a diferença

    1- Resultado (diferença) deve-se somente à variabilidade amostral

    2- Diferença muito grande para ser somente casualidade devida à variabilidade amostral

Testes de Significância

- Formulação de **Hipóteses** sobre a afirmação a ser testada
  - **Hipótese**
    - É uma proposição sobre a veracidade da afirmação
    - É uma sentença sobre o valor de um parâmetro populacional desenvolvida para o propósito de teste
    - Exemplo de **hipótese**
      - O parâmetro populacional alegado **está correto**
        - Neste caso, a diferença é casual
      - O parâmetro populacional alegado **NÃO está correto**
        - Neste caso, a diferença Não é casual
        - De fato, o parâmetro alegado não é “verdadeiro”/correto

Testes de Significância

- Formulação de Hipóteses
  - Formalmente
    - **Hipótese NULA (H_0)**
      - O parâmetro populacional alegado é verdadeiro, é realmente como especificado, está correto
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**
      - *Oferece uma alternativa à alegação, i.e, o verdadeiro parâmetro é distinto (maior ou menor) do valor especificado*

Testes de Significância

- Formulação de Hipóteses
  - Formalmente
    - **Hipótese NULA (H_0)**
      - O **parâmetro** populacional alegado é **verdadeiro**, é realmente como especificado, está correto
        - A diferença nominal existente entre valor amostral e alegado é devida ao acaso
        - A diferença não é estatisticamente significativa
    - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**
      - *Oferece uma alternativa à alegação, i.e, o verdadeiro **parâmetro** populacional é **distinto** (maior ou menor) do valor especificado*
        - A diferença entre valor amostral e especificado Não é casual
        - A diferença é estatisticamente significativa

Testes de Significância

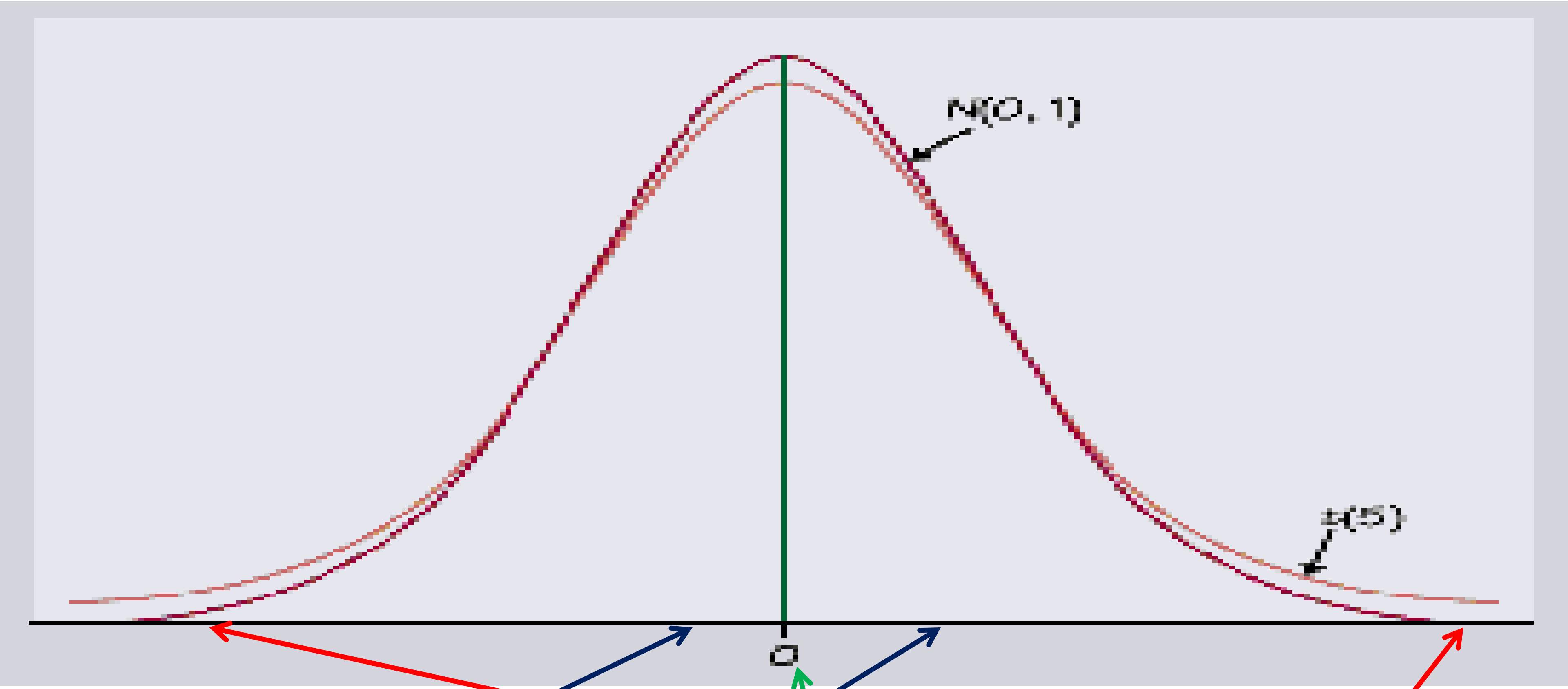
Exemplos de Hipóteses

- Sobre o salário médio de trabalhadores do setor X
  - **Hipótese NULA (H_0)**: O salário médio do trabalhador do setor X é de 2.000,00
  - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**: O salário médio do trabalhador do setor X é diferente de 2.000,00
- Sobre a rentabilidade média da empresa cearense é de 10%
  - **Hipótese NULA (H_0)**: A rentabilidade média da empresa cearense é de 10%
  - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**: A rentabilidade média da empresa cearense difere de 10%
- Sobre a vida útil de um pneu Y
  - **Hipótese NULA (H_0)**: A vida útil de um pneu Y é de 45.000Km
  - **Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**: A vida útil de um pneu Y difere de 45.000Km
- ***Decisão será:***
  - ***Aceitar*** **Hipótese NULA (H_0)**

  Ou

  - ***Rejeitar*** **Hipótese NULA (H_0) e Aceitar Hipótese ALTERNATIVA (H_1)**

Testes de Significância



Estatística amostral muito ***PROVÁVEL*** se H0 é verdadeira

Parâmetro populacional alegado

Estatística amostral muito ***IMPROVÁVEL*** se H0 é verdadeira

Testes de Significância

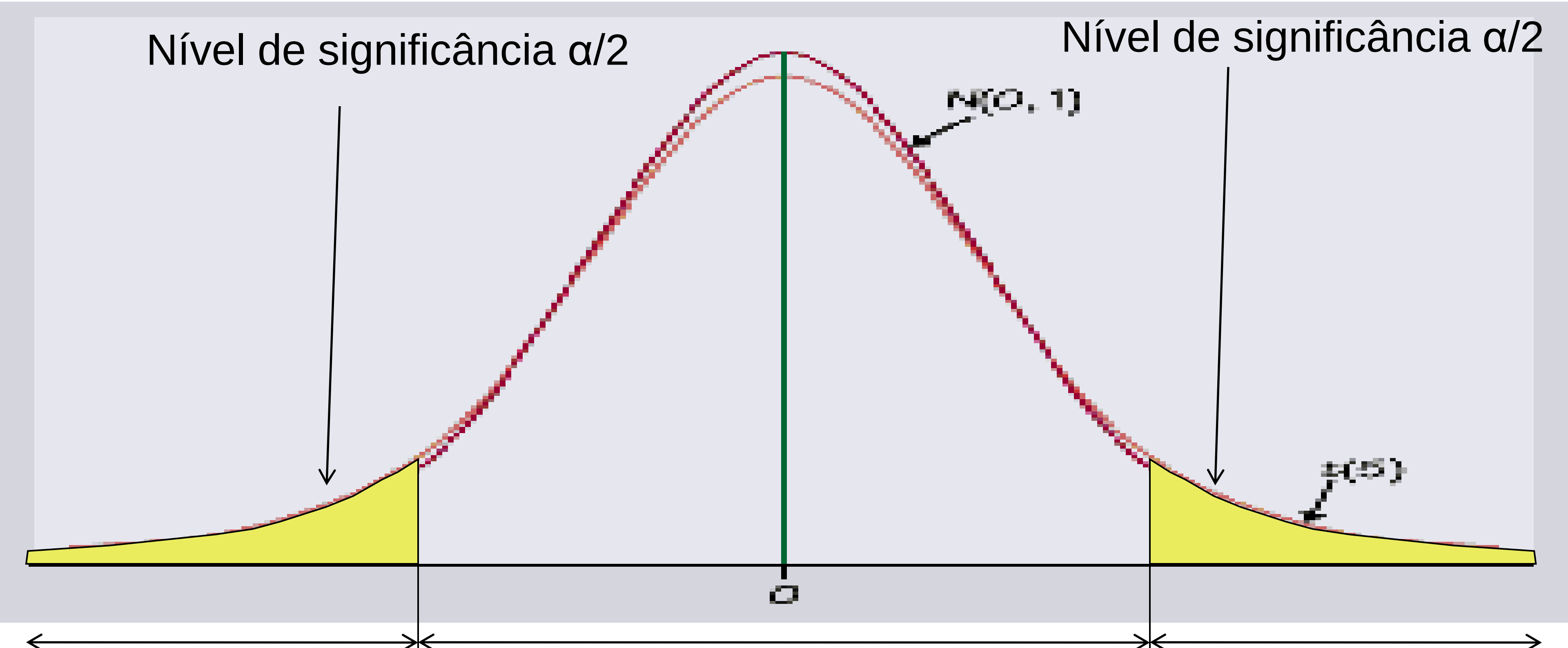
- ## Teste de Hipóteses
  - Fundamento do teste de significância
    - Particionar uma distribuição amostral basendo-se na suposição de que H0 seja verdadeira
  - A Distribuição Amostral é particionada em regiões
    - **Região de aceitação da Hipótese Nula**
      - **(parâmetro observado próximo ao alegado)**
    - **Região de rejeição da Hipótese Nula**
      - **(parâmetro observado distante do alegado)**
  - **Valor Crítico** da região
    - Limite do intervalo de confiança
    - Baseado em probabilidade específica estabelecida por “conhecedor” do assunto

Testes de Significância

- Teste de Hipóteses
  - A Distribuição Amostral é particionada em regiões
  - Cálculo do **Valor Crítico** que indica valor mínimo (ou máximo) aceito
  - **Valor Crítico é um valor limite**, ou valor divisório entre zonas de aceitação e rejeição da Hipótese Nula
    - Associado ao nível de significância do teste
  - **Nível de significância do teste**
    - O nível de significância do teste determina o Valor Crítico
      - Padrão de comparação para julgamento da ***estatística de teste***
    - É a probabilidade de uma hipótese nula ser rejeitada quando, de fato, é verdadeira

Distribuição Amostral baseada no parâmetro especificado

<u>Teste Bilateral</u>: Estatística de teste dentro do intervalo de confiança?



Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Aceitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Valor Crítico

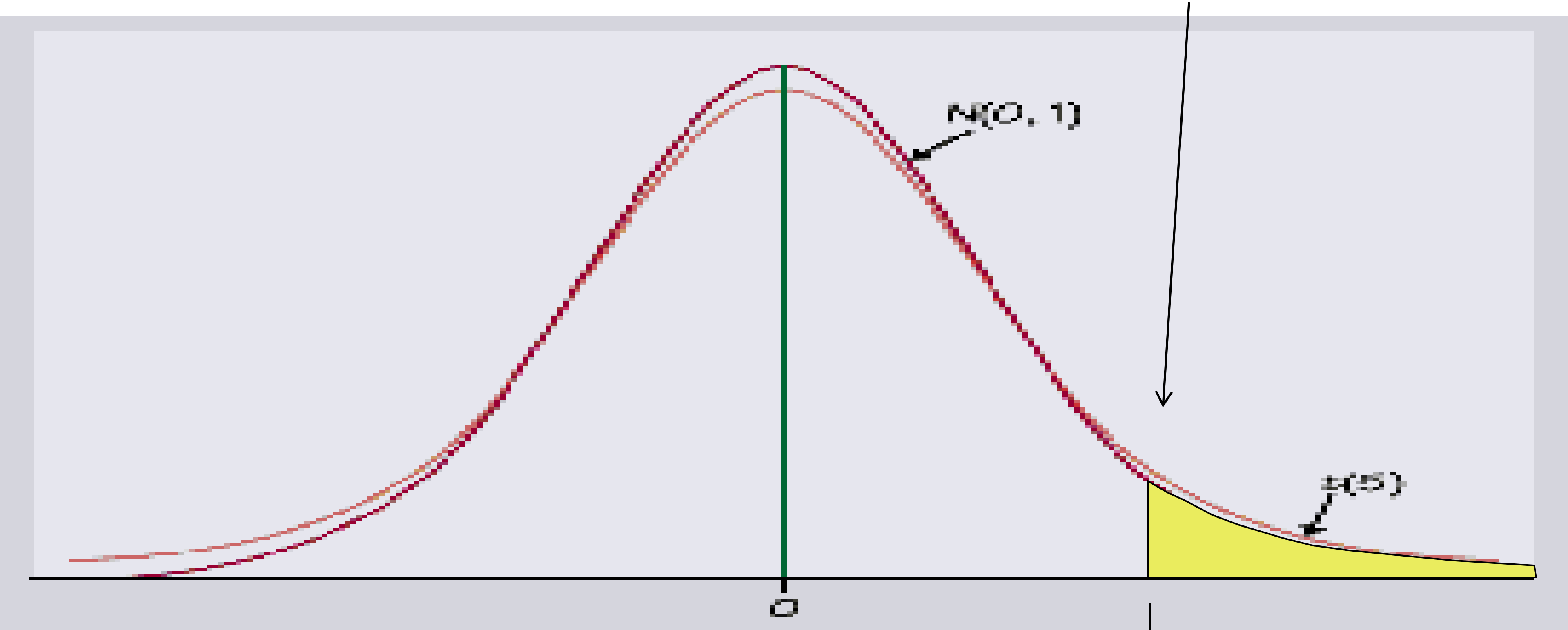
Valor Crítico

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência

H1: Parâmetro populacional ≠ Parâmetro de referência

Teste Unilateral: Estatística de teste supera o valor crítico?

Nível de significância α



Aceitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

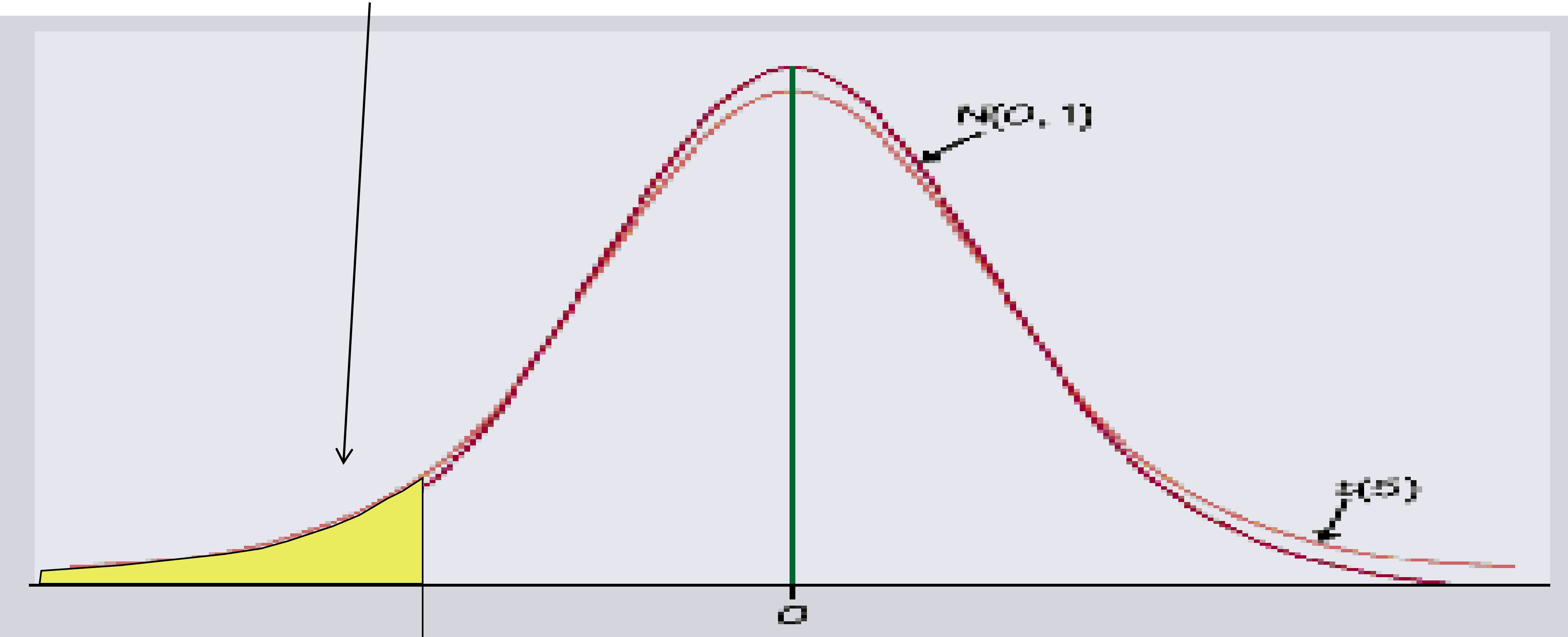
Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

H_0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H_1: Parâmetro populacional > Parâmetro de referência

Valor Crítico

Teste Unilateral: Estatística de teste é inferior ao valor crítico?

Nível de significância α



Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Aceitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Valor Crítico

H_0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H_1: Parâmetro populacional < Parâmetro de referência

Testes de Significância

- Teste de Hipóteses
  - A Distribuição Amostral é particionada em regiões
    - **Região de <u>aceitação</u> da Hipótese Nula** e
    - **Região de <u>rejeição</u> da Hipótese Nula**
  - Valor crítico e Nível de Significância do teste
    - Baseado em probabilidade específica
    - Analista/especialista do problema estabelece
      - Ele determina até que nível está disposto a aceitar
    - **Estatística de teste dentro do limite do valor crítico**
      - **Sugere Não rejeição de H0**
    - **Estatística de teste além do valor crítico**
      - **Sugere rejeição de H0 e aceitação de H1**

Testes de Significância

Teste de Hipóteses - Resumo

- Um procedimento, baseado na evidência amostral e na teoria da probabilidade, usado para determinar se a hipótese é uma afirmação razoável e não seria rejeitada, ou não é razoável e seria rejeitada.
- 5 passos para um teste de hipóteses:
  - Passo 1: Estabelecer a Hipótese Nula (H_0) e a Hipótese Alternativa (H_1)
  - Passo 2: Estabelecer um nível de significância: α
  - Passo 3: Identificar a Distribuição Amostral adequada que determinará a Estatística de teste usada: z, t, outra
  - Passo 4: Dividir a distribuição amostral em regiões de aceitação (variação provavelmente casual) e de rejeição (variação provavelmente NÃO casual)
  - Passo 5: A partir de uma amostra, calcule a ***estatística de teste*** que servirá de subsídio para a decisão: Não rejeitar H_0, ou, rejeitar H_0 e aceitar H_1

Testes de Significância

- Testes Unilaterais e Bilaterais
  - O teste de hipótese, ou do parâmetro populacional pode envolver
    - desvios em ambas direções
    - desvio em apenas uma direção

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência

Possibilidades para Hipótese Alternativa

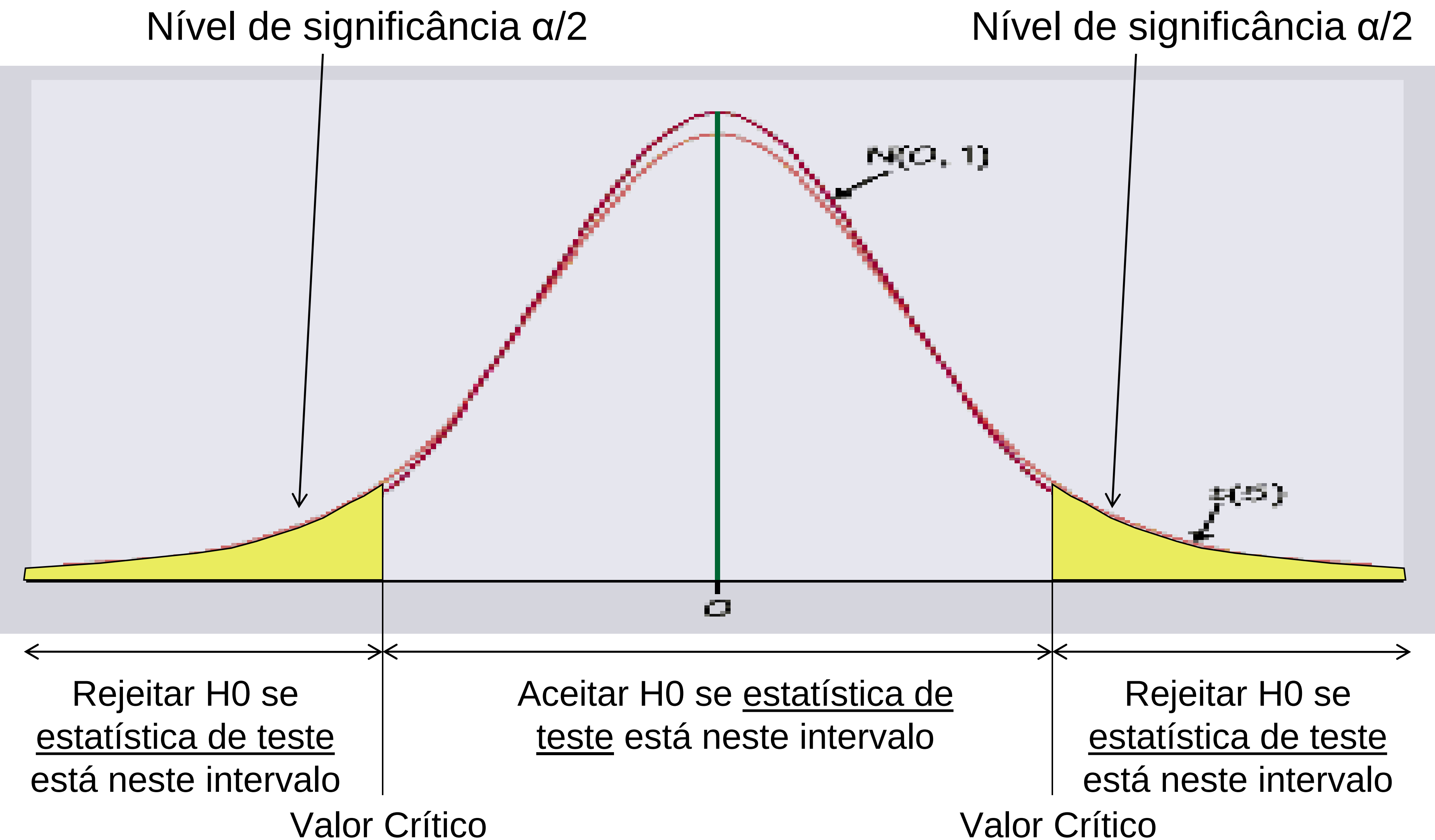
H1: Parâmetro populacional ≠ Parâmetro de referência

H1: Parâmetro populacional > Parâmetro de referência

H1: Parâmetro populacional < Parâmetro de referência

Testes de Significância

- Testes Bilaterais
  - Desvio em ambas direções
    - Situações nas quais há parâmetros de para valor mínimo e máximo
    - Verificar se o valor populacional está dentro de intervalo aceito
      - Tamanho de peças de roupa
      - Tamanho de componentes eletrônicos
      - Conteúdo mínimo e máximo de líquidos que exija muita precisão
      - Componentes mecânicos de máquinas para os quais se exija muita precisão



H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência

H1: Parâmetro populacional ≠ Parâmetro de referência

Testes de Significância

- Testes Unilaterais
  - Verificação se valor populacional
    - é inferior a certo valor mínimo ou
    - é superior a certo valor máximo

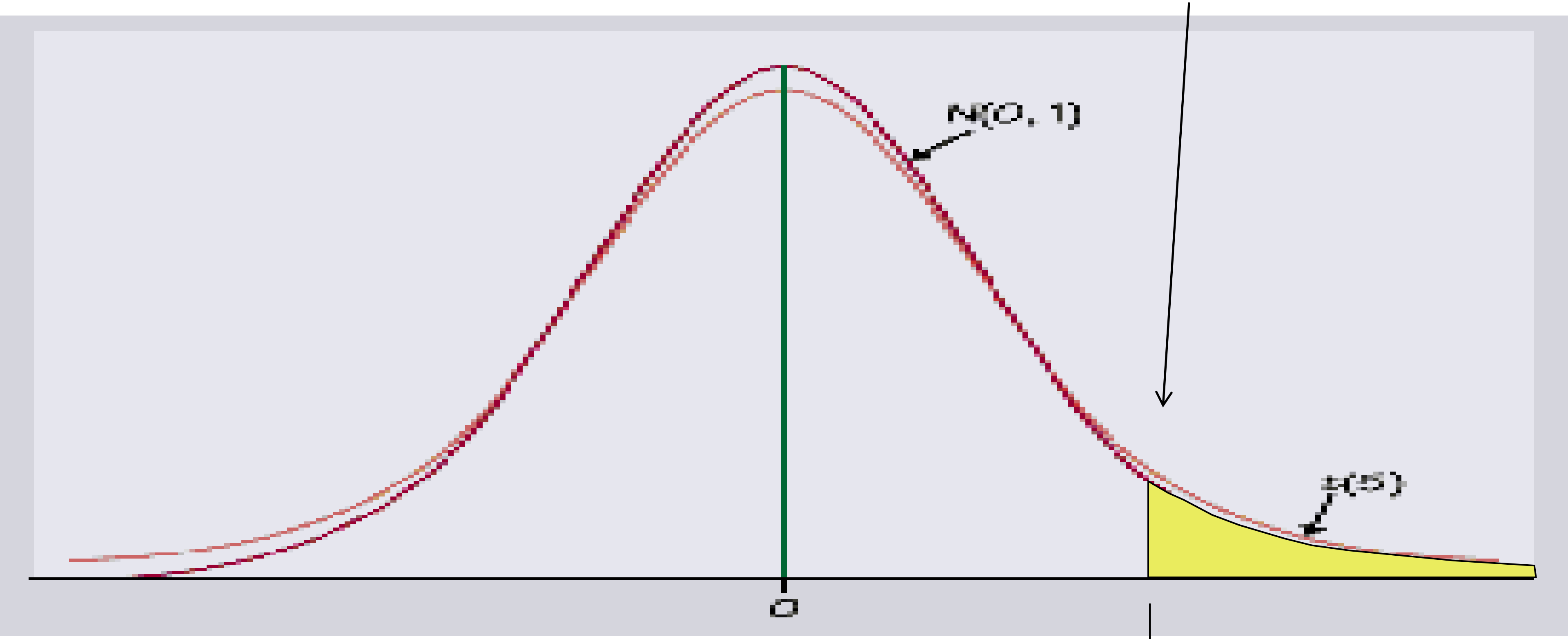
Testes de Significância

- Testes Unilaterais

  - Desvio apenas numa direção
    - Testar se valor populacional está acima de um padrão mínimo “aceitável”
      - Conteúdo mínimo de gordura no leite
      - Peso mínimo de determinados produtos alimentícios
      - Vida útil de uma bateria, pilha, lâmpada
      - Vida útil de certos bens ou componentes de bens

Teste Unilateral: Estatística de teste supera o valor crítico?

Nível de significância α



Aceitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional > Parâmetro de referência

Valor Crítico

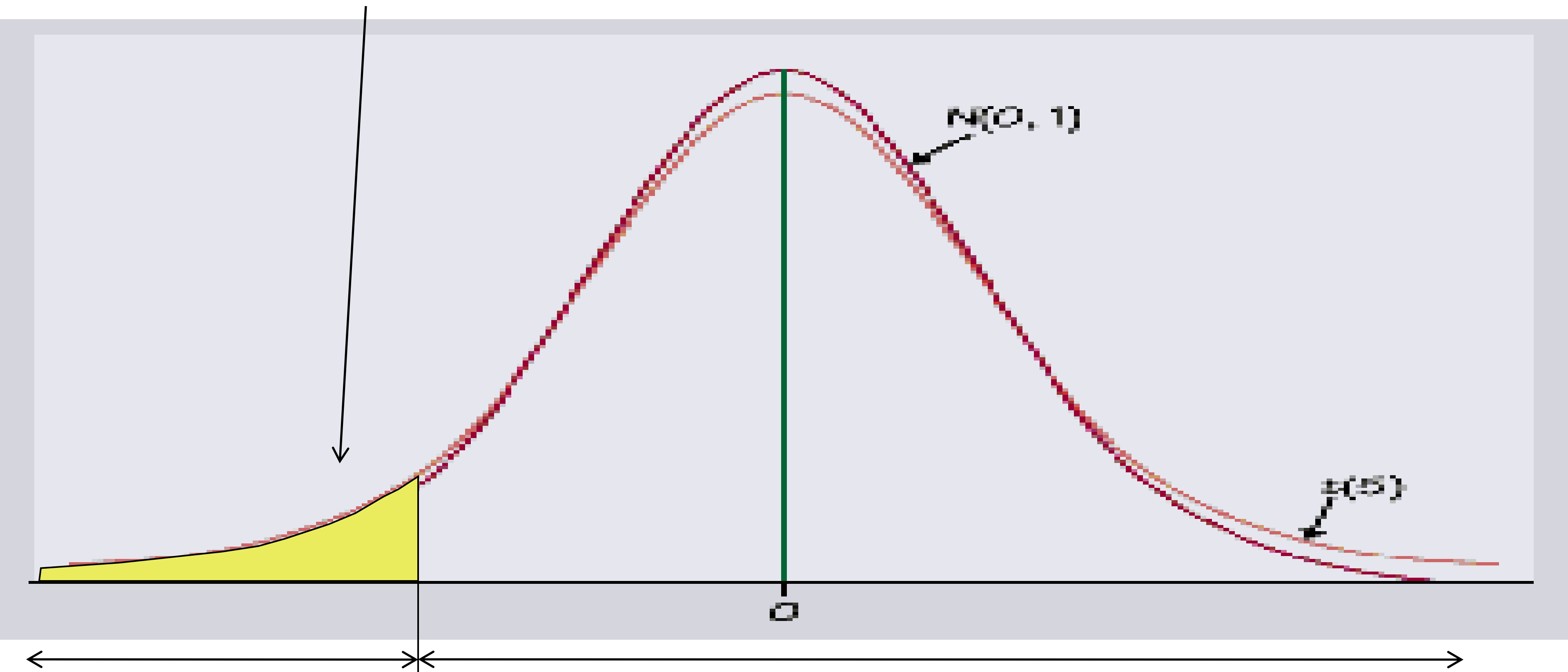
Testes de Significância

- Testes Unilaterais

  - Desvio apenas numa direção
    - Testar se valor populacional está abaixo de um certo valor padrão “estabelecido“
      - Conteúdo máximo de gordura em categorias de leite
      - Conteúdo máximo de gordura trans em alimentos
      - Radiação máxima tolerada no ambiente
      - Nível Máximo de CO_2 aceito no ar da cidade
      - Número máximo de unidades do produto com defeito num lote

Teste Unilateral: Estatística de teste é inferior ao valor crítico?

Nível de significância α



Rejeitar H0 se
estatística de teste
está neste intervalo

Aceitar H0 se estatística de
teste está neste intervalo

Valor
Crítico

H0: Parâmetro populacional = Parâmetro de referência
H1: Parâmetro populacional < Parâmetro de referência

Testes de Significância

- Erros em Testes de Significância

		Condição “real” de H0:	
		Verdadeira	Falsa
Ação	Aceitar H0	Decisão correta	Erro tipo II (β)
	Rejeitar H0 e aceitar H1	Erro tipo I (α)	Decisão correta

Testes de Significância de Médias

- Objetivo de Testes de Significância de Médias
  - Verificar se afirmações sobre médias populacionais são verdadeiras
  - Três tipos de afirmações envolvendo médias
    - **A média de uma população única em relação a um valor de referência**
      - Teste de uma amostra
    - **A média de duas populações comparativamente**
      - Teste comparativo de duas amostras
    - A média de mais de duas populações comparativamente
      - Teste comparativo de k amostras

Testes de Significância de Médias

- **Teste de média de uma população única em relação a um valor de referência**
  - Testar afirmação sobre a média da populacional
    - Tem-se um valor de referência/alegado/especificado da população
  - Calcula-se a média de uma amostra daquela população

Testes de Significância de Médias

- **Teste de média de uma população única em relação a um valor de referência**
  - Calcula-se a relação entre
    - o diferença (desvio) entre parâmetro especificado populacional e a média amostral, e,
    - a variabilidade da distribuição amostral baseada na afirmação a respeito da média

$$estatítica\ de\ teste = \frac{média\ amostral - média\ alegada\ populacional}{desvio\ padrão\ da\ distribuição\ amostral}$$

Testes de Significância de Médias

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - O teste desta afirmativa envolve o uso de uma amostra com teste destrutivo, ou, consultando-se usuários
  - A hipótese nula **$H_0: \mu = 500h$**
  - Hipóteses alternativas possíveis
    - **$H1: \mu \neq 500h$**
    - **$H1: \mu > 500h$**
    - **$H1: \mu < 500h$**
  - Avaliação leva em conta até que ponto a estimativa amostral pode variar, ou seja, que desvio pode haver do parâmetro especificado devido a apenas variação casual na amostra

Testes de Significância de Médias

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Distribuição Amostral** será
    - **Distribuição Normal**
      - Amostras de uma população Normal com DP conhecido
    - **Distribuição t**
      - DP populacional desconhecido
      - Pequenas amostras ($n < 30$)
  - Valores críticos
    - Baseados em Parâmetros técnicos específicos
    - De acordo com nível de aceitação
      - *Depende do ponto de vista, ou interesse, do realizador do teste*

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Nível de Significância
    - Associado a valores críticos
  - Estatística de teste

$$estatítica\ de\ teste = \frac{média\ amostral - média\ alegada\ populacional}{desvio\ padrão\ da\ distribuição\ amostral}$$

  - Desvio Padrão Populacional
    - Conhecido: **teste z**
    - Desconhecido: **teste t**

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Do ponto de vista do fabricante
    - Não quer divulgar um valor de referência que possa ser superior ao valor real e trazer prejuízos para a imagem da empresa se descoberto
    - Não quer vender uma lâmpada com maior durabilidade por preço inferior ao que poderia cobrar se o produto tem realmente mais durabilidade
    - Seu interesse é que a lâmpada realmente tenha uma vida útil bem próxima do valor declarado/alegado

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **<u>Desvio Padrão Populacional Conhecido: teste z</u>**
  - Amostra de tamanho n = 49
  - Média amostral = **480 horas**
  - DP ***<u>populacional</u>*** = 30 horas
  - Passo 1: Proposição de Hipóteses
    - **H_0: μ = 500h**
    - **H_1: μ ≠ 500h**
  - Nível de Significância (0,10; 0,05; 0,01)
    - Valor Crítico
    - Unilateral ou Bilateral
  - Estatística de teste

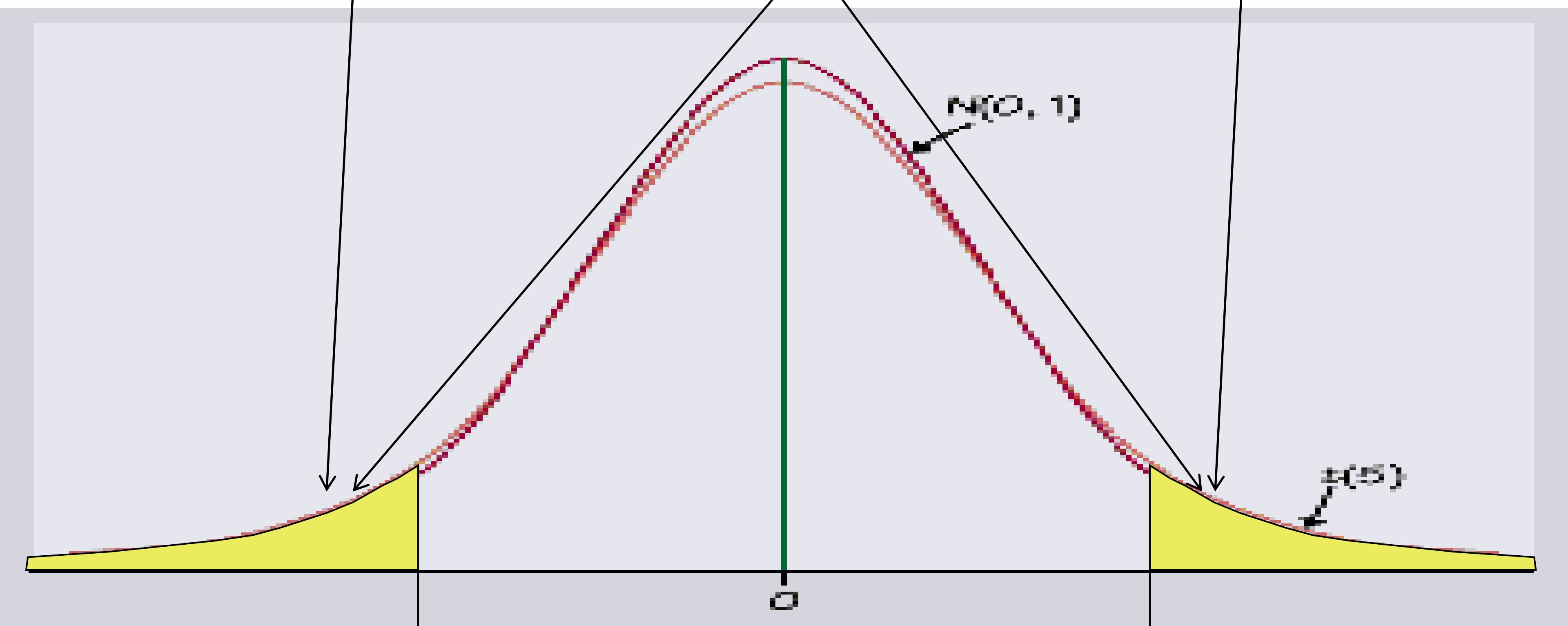
- Teste do ponto de vista do fabricante
  - *Teste Bicaudal (**Bilateral**) **z***
- Nível de Significância
- **α = 1%**: z = **+/- 2,57** (Grau de confiança = 99%)
  - bilateral = **0,01** ➔ área unilateral = (0,01 / 2) = 0,005;
    - 0,5 – 0,005 = **0,495** (tabela z = 2,57)
  - Valores Críticos padronizados: z = -2,57; +2,57
  - Valores Críticos efetivos: x = 422,9; +577,1
- **α = 5%**: z = **+/- 1,96** (Grau de confiança = 95%)
  - bilateral = **0,05** ➔ área unilateral = (0,05 / 2) = 0,025;
    - 0,5 – 0,025 = **0,475** (tabela z = 1,96)
  - Valores Críticos padronizados: z = -1,96; +1,96
  - Valores Críticos efetivos: x = 441,2; +558,8
- **α = 10%**: z = **+/-1,65** (Grau de confiança = 90%)
  - bilateral = **0,10** ➔ área unilateral = (0,10 / 2) = 0,05;
    - 0,5 – 0,05 = **0,45** (tabela z = 1,65)
  - Valores Críticos padronizados: z = -1,65; +1,65
  - Valores Críticos efetivos: x = 450,5; +549,5

Teste Bilateral a nível de significância de 1% e grau de confiança de 99%

Nível de significância α/2 = 0,005

α = 0,01

Nível de significância α/2



Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Aceitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

Rejeitar H0 se estatística de teste está neste intervalo

z = -2,57

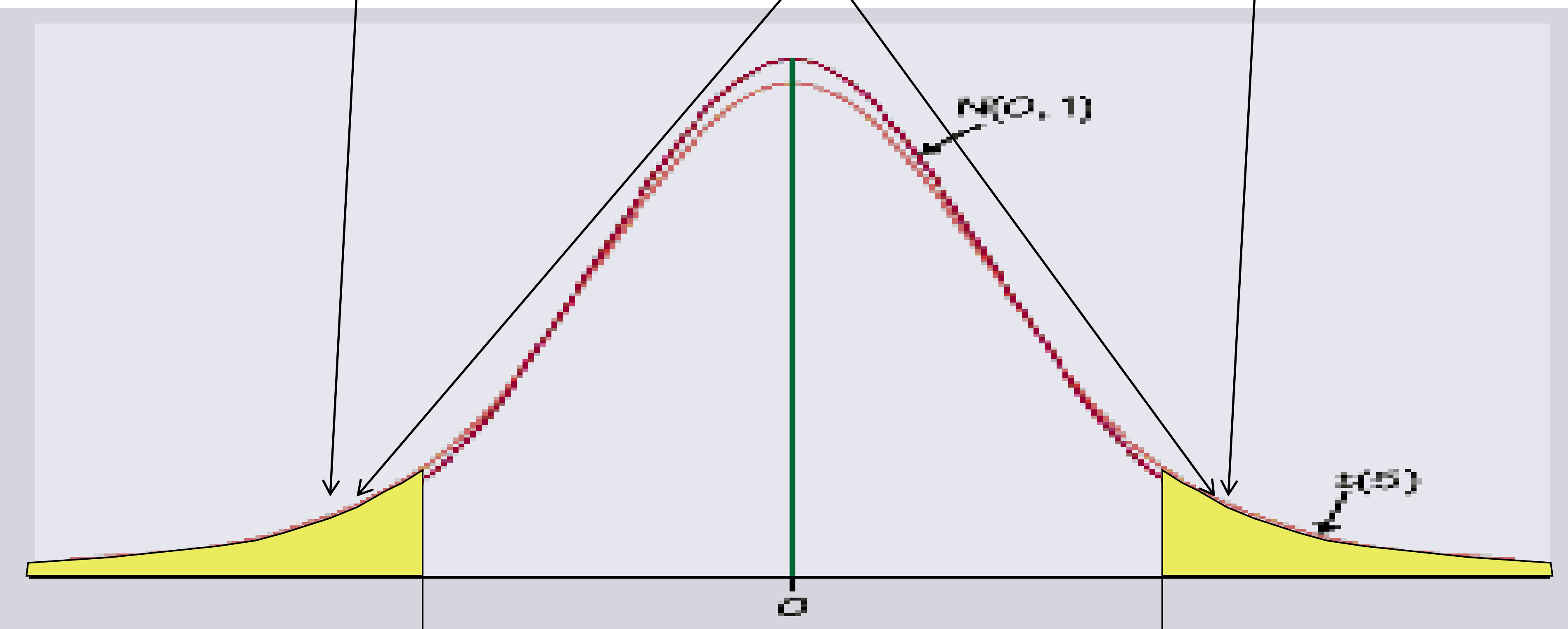
z = +2,57

Teste Bilateral a nível de significância de 5% e grau de confiança de 95%

α = 0,05

Nível de significância α/2 = 0,025

Nível de significância α/2



Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

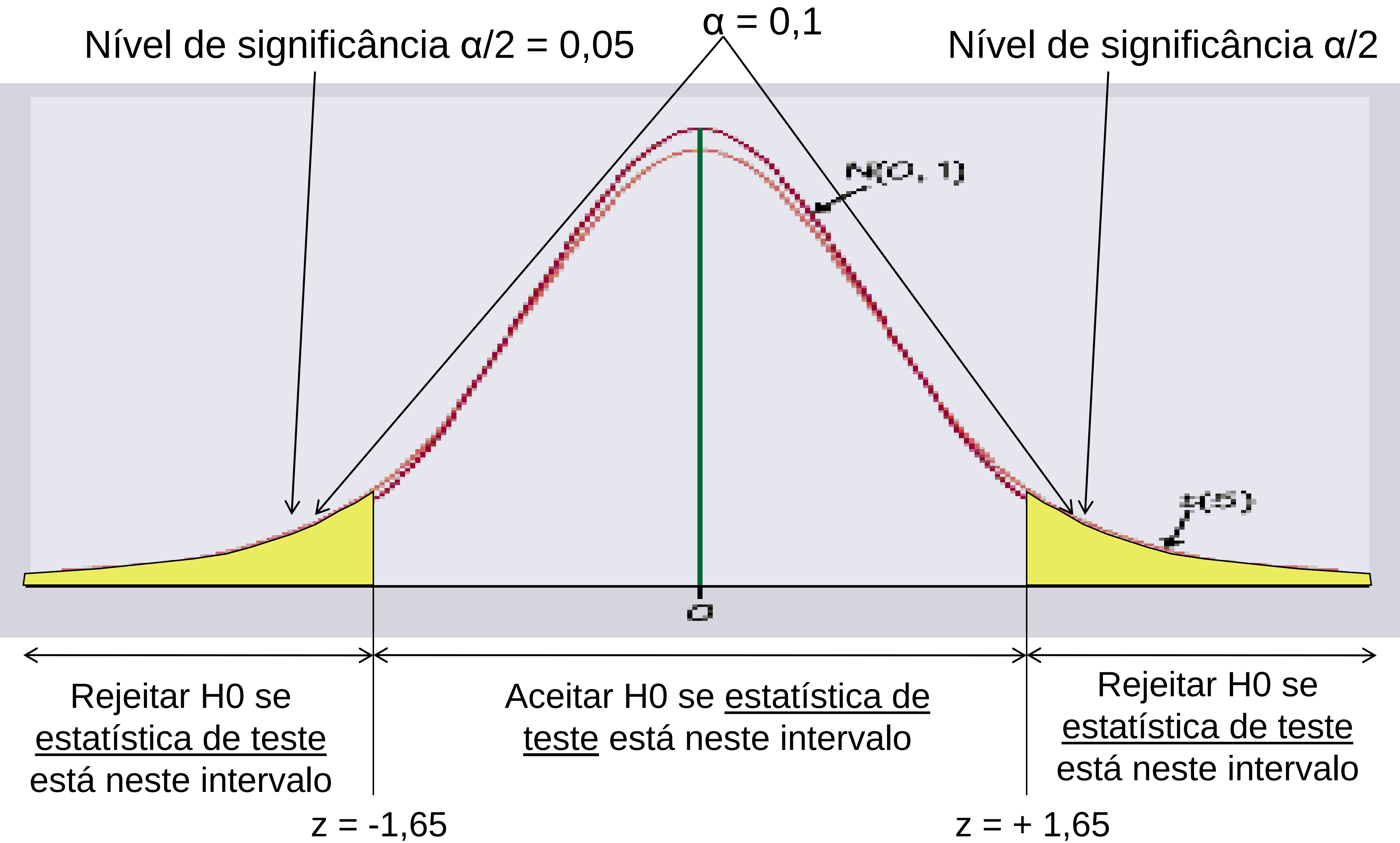
Aceitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

Rejeitar H0 se <u>estatística de teste</u> está neste intervalo

z = -1,96

z = + 1,96

Teste Bilateral a nível de significância de 10% e grau de confiança de 90%



- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do fabricante
    - *Teste Bicaudal*
  - Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{480 - 500}{\frac{30}{\sqrt{49}}} = -4{,}66$$

- z = -4,66 (x = 360,2horas) é menor que VC inferior
  - ao nível de 10%, 5% e 1%
- **Há subsídio/razão/suporte para Rejeitar-se H0 e Aceitar-se H1**
- É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração diferente de 500 horas. No caso, o verdadeiro valor é inferior a 500 horas
- Fabricante deve mudar especificação

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **<u>Desvio Padrão Populacional Conhecido: teste z</u>**
  - Amostra de tamanho n = 49
  - Média amostral = **515 horas**
  - DP ***<u>populacional</u>*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H_0: μ = 500h**
    - **H_1: μ ≠ 500h**
  - Nível de Significância (0,10; 0,05; 0,01)
    - Valor Crítico
    - Unilateral ou Bilateral
  - Estatística de teste

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do fabricante
    - *Teste Bicaudal (Bilateral)*
  - Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{515 - 500}{\frac{30}{\sqrt{49}}} = +3,5$$

- z = +3,5 (x = 605horas) é maior que VC superior
  - ao nível de 10%, 5% e 1%
- Há subsídio para Rejeitar-se H0 e aceitar-se H1
- É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração superior a 500 horas
- Fabricante deve mudar especificação e aumentar o preço? Refazer o teste com outras amostras?

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.

  - Do ponto de vista do mercado (controle externo)
    - Quer-se ter certeza que o parâmetro especificado pelo fabricante é verdadeiro pois ele pagou pelo produto em função deste parâmetro/informação/durabilidade especificada

    - Estabelece-se um VC mínimo para aceitação do parâmetro alegado pelo fabricante

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **<u>Desvio Padrão Populacional Conhecido: teste z</u>**
  - Amostra de tamanho n = 49
  - Média amostral = **492 horas**
  - DP ***<u>populacional</u>*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H_0: μ = 500h (fabricante diz a verdade)**
    - **H_1: μ < 500h (fabricante não diz a verdade)**
  - Nível de Significância (0,10; 0,05; 0,01)
    - Valor Crítico
    - Unilateral ou Bilateral
  - Estatística de teste

- Teste do ponto de vista do mercado
  - *Teste Unicaudal* ***z***
- Nível de Significância
- **α = 1%**: z = 2,33 (Grau de confiança = 99%)
  - área unilateral = 0,01
    - 0,5 – 0,01 = 0,49 (tabela z = 2,33)
  - Valor Crítico padronizado: z = -2,33
  - Valor Crítico efetivo: x = 430,1
- **α = 5%**: z = 1,65 (Grau de confiança = 95%)
  - área unilateral = 0,05
    - 0,5 – 0,05 = 0,45 (tabela z = 1,65)
  - Valor Crítico padronizado: z = -1,65
  - Valor Crítico efetivo: x = 441,2
- **α = 10%**: z = 1,3 (Grau de confiança = 90%)
  - área unilateral = 0,10
    - 0,5 – 0,1 = 0,4 (tabela z = 1,3)
  - Valor Crítico padronizado: z = -1,3
  - Valor Crítico efetivo: x = 461

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do mercado
    - *Teste Unicaudal (Unilateral)*
  - Estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{492 - 500}{\frac{30}{\sqrt{49}}} = -1{,}87$$

- z = -1,87 (x = 444 horas) é menor que VC inferior
  - ao nível de 10% e 5%
  - Há subsídio para Rejeitar-se H0 e aceitar-se H1
  - É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração inferior a 500 horas
  - Mercado deve destruir a fábrica? Coletar outras amostras e refazer o teste? Tentar obter mais forte evidência a nível de 1%?

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional *Desconhecido***
    - Se n > 30 (grande amostra)
      - z aproximadamente t
  - Exemplo
    - n = 25 observações ➔ ***Distribuição t***
    - Média amostral = **480 horas**
    - DP ***amostral*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H0: μ = 500h**
    - **H1: μ < 500h**

- *Teste Unicaudal (Unilateral)*
- n = 25 ➔ 24 **Graus de Liberdade**
- Nível de Significância
  - **α = 1%**: t = -2,49 (tabeça t)
    - Valor Crítico padronizado: t = -2,49
    - Valor Crítico efetivo: x = 425,3
  - **α = 5%**: t = -1,71 (tabeça t)
    - Valor Crítico padronizado: t = -1,71
    - Valor Crítico efetivo: x = 448,7
  - **α = 10%**: t = 1,32
    - Valor Crítico padronizado: t = -1,32
    - Valor Crítico efetivo: x = 460,4

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do mercado
    - *Teste Unicaudal*
  - Estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s_x}{\sqrt{n}}} = \frac{480 - 500}{\frac{30}{\sqrt{25}}} = -3{,}33$$

- t = -3,33 (x = 400,1 horas) é menor que VC inferior
      - ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Há forte subsídio para Rejeitar-se H0 e aceita-se H1
  - É muito provável que a vida da lâmpada tenha média de duração inferior a 500 horas, ou seja, que o fabricante esteja ludibriando o consumidor com a informação declarada sobre o produto.

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - **Desvio Padrão Populacional *Desconhecido***
    - Se n > 30 (grande amostra)
      - z aproximadamente t
  - Exemplo
    - n = 25 observações ➔ Distribuição t
    - Média amostral = **493 horas**
    - DP ***amostral*** = 30 horas
  - Passo 1:
    - **H0: μ = 500h**
    - **H1: μ < 500h**

- Exemplo: Fabricante afirma que sua lâmpada tem uma vida útil de 500 horas.
  - Teste do mercado
    - *Teste Unicaudal*
  - Estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s_x}{\sqrt{n}}} = \frac{492 - 500}{\frac{30}{\sqrt{25}}} = -1{,}17$$

- t = -1,17 (x = 465 horas) NÃO é menor que VC inferior
  - Não há subsídio para Rejeitar-se H0
  - É muito IMprovável que a vida da lâmpada tenha média de duração inferior a 500 horas, ou seja, o fabricante está dizendo a verdade sobre o produto.

Testes de Significância de Médias

- *A média de duas populações comparativamente*
  - ***As médias de duas populações são iguais (estatisticamente)?***
  - Populações independentes!
  - Exemplos
    - Consumo de veículos de mesmo porte de fabricantes distintos
    - Desempenho de empresas por distintas características (país, setor, tamanho, etc)
    - Métodos de ensino
    - Produtos equivalentes de marcas distintas
    - Longevidade populacional média entre países

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - Hipóteses sobre a igualdade de médias de duas populações 1 e 2
  - A hipótese nula
    - $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
  - Hipóteses alternativas possíveis
    - $H1: \mu_1 \neq \mu_2$
    - $H1: \mu_1 > \mu_2$
    - $H1: \mu_1 < \mu_2$

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - O teste estatístico centra-se na diferença relativa entre as duas médias
  - Conhece-se as médias amostrais e quer-se inferir sobre as médias populacionais. São iguais (estatisticamente)?
  - Cálculo da estatística de teste
    - Diferença entre médias amostrais dividida por
    - Desvio padrão de uma distribuição amostral

$$\textit{estatítica de teste} = \frac{\textit{média amostra } 1 - \textit{média amostra } 2}{\textit{desvio padrão da distribuição amostral}}$$

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - Diferença entre médias amostrais
  - Desvio padrão de uma distribuição amostral
    - Combinação das variâncias das duas populações (ou amostras se variâncias populacionais desconhecidas)
  - ***Para DP populacionais conhecidos (teste z)***

$$z_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

  - z_{teste}
    - diretamente proporcional à diferença das médias
    - inversamente proporcional à variabilidade populacional

Testes de Significância de Médias

- A média de duas populações comparativamente
  - Diferença entre médias amostrais
  - Desvio padrão de uma distribuição amostral
    - Combinação das variâncias das duas populações (ou amostras se variâncias populacionais desconhecidas)
  - ***Para DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)***

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}}}$$

  - t_{teste}
    - diretamente proporcional à diferença das médias
    - inversamente proporcional à variabilidade populacional

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais conhecidos (teste z)
    - Sabe-se os DP de salários de dois setores da economia
    - Pesquisa uma amostra de cada setor, diga se as médias salariais são iguais
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **populacional** 1.000; n = 30
      - Setor B: média 4.300; DP **populacional** 1.050; n = 24

$$z_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = -1{,}066$$

Testes de Significância de Médias

Valores de z

Teste Bicaudal		Teste Unicaudal	
Nível de Significância (α)	z limite do IC	Nível de Significância (α)	z limite do IC
0,01 = 1%	2,57	0,01 = 1%	2,53
0,05 = 5%	1,96	0,05 = 5%	1,65
0,10 = 10%	1,65	0,10 = 10%	1,3

Testes de Significância de Médias

- z_{teste} = -1,066
  - z teste inferior a z referência ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Como a estatística de teste é inferior a VC
    - Não há razão (subsídio) para rejeitar H0
  - A diferença “nominal” das médias amostrais é provavelmente resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Situação 2:
  - Setor A: média 3.800; DP popul 1.000; n = 30
  - Setor B: média 4.300; DP popul 1.050; n = 24
  - z_{teste} = -1,776
- Trabalhadores do setor A se "agarrariam" a este resultado para barganhar aumento
  - teste unilateral: diferença significativa a nível de 5%
- Os patrões já diriam que evidência não garante que a diferença de médias salariais entre os setores é significativa
  - teste bilateral: diferença significativa somente a nível de 10%
- Já os patrões do setor B teriam um argumento para adiar aumentos
  - Teste unilateral mostra que seus salários estão superiores em média

Testes de Significância de Médias

- Situação 3:
  - Setor A: média 3.900; DP popul 1.000; n = 30
  - Setor B: média 4.700; DP popul 1.200; n = 24
  - $z_{teste} = -2,841$
- Trabalhadores do setor A <u>infelizes</u> por saber que ganham menos e <u>felizes</u> por terem forte argumento para barganhar aumento
  - teste unilateral: diferença significativa a nível de 1%
- Os patrões do setor A já não podem questionar muito a evidência de que seus colaboradores realmente ganham menos em média
  - teste bilateral: diferença significativa a nível de 1%
- Patrões do setor B nem querem ouvir falar de aumento
  - Teste unilateral e bilateral mostram que seus salários estão superiores em média

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - ***DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)***
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP AMOSTRAL 1.000; $n_1 = 30$
      - Setor B: média 4.300; DP AMOSTRAL 1.050; $n_2 = 32$
    - $n_1 + n_2 > 30$; então $z \approx t$

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}}}$$

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **AMOSTRAL** 1.000; $n_1 = 30$
      - Setor B: média 4.300; DP **AMOSTRAL** 1.050; $n_2 = 32$
    - t = -1,152
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) – 2 = 62 – 2 = 60$

Valores de t para GL = 60

Uma Cauda (α)	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	90%	95%	97,5%	99%	99,5%
Duas Caudas (α)	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
	80%	90%	95%	98%	99%
GL = 60	***1,296***	***1,671***	***2,000***	***2,390***	***2,660***

Testes de Significância de Médias

- $t_{teste} = -1,152$
  - t_{teste} não é ~~inferior~~ a t de referência ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Como a estatística de teste t não é ~~inferior~~ a VC
    - Não há razão (subsídio) para rejeitar H0
  - A diferença “nominal” das médias amostrais é provavelmente resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 3.950; DP **AMOSTRAL** 1.000; $n_1 = 30$
      - Setor B: média 4.390; DP **AMOSTRAL** 1.050; $n_2 = 32$
    - t = -1,69
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) – 2 = 62 – 2 = 60$

Valores de t para GL = 60

Uma Cauda (α)	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	90%	95%	97,5%	99%	99,5%
Duas Caudas (α)	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
	80%	90%	95%	98%	99%
GL = 60	***1,296***	***1,671***	***2,000***	***2,390***	***2,660***

Testes de Significância de Médias

- t_{teste} = -1,69
  - t_{teste} superior (em valor absoluto) a t de referência ao nível de 10% (bilateral), 5% (unilateral) (t de referência = VC = 1,671)
  - Como a estatística de teste t é superior a VC
    - Há razão (subsídio) para rejeitar H0 e aceitar H1
  - A diferença “nominal” das médias amostrais provavelmente NÃO é resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 3.950; DP **AMOSTRAL** 500; $n_1 = 30$
      - Setor B: média 4.390; DP **AMOSTRAL** 600; $n_2 = 32$
    - $t = -3{,}144$
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 62 - 2 = 60$

Valores de t para GL = 60

Uma Cauda (α)	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	90%	95%	97,5%	99%	99,5%
Duas Caudas (α)	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
	80%	90%	95%	98%	99%
GL = 60	***1,296***	***1,671***	***2,000***	***2,390***	***2,660***

Testes de Significância de Médias

- t_{teste} = -3,144
  - t_{teste} superior (em valor absoluto) a t de referência ao nível de 10%, 5% e 1% (bilateral e unilateral)
  - Como a estatística de teste t é superior a VC
    - Há razão (subsídio) para rejeitar H0 e aceitar H1
  - A diferença “nominal” das médias amostrais provavelmente NÃO é resultado de variação casual devida à amostragem aleatória
    - Neste caso, com mais segurança ainda que o exemplo anterior

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **AMOSTRAL** 1.000; **n_1 = 15**
      - Setor B: média 4.300; DP **AMOSTRAL** 1.050; **n_2 = 14**
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 29 - 2 = 27$
    - $t_{teste} = -0{,}788$

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1 - 1)s_{\bar{x}_1}^2 + (n_2 - 1)s_{\bar{x}_2}^2}{(n_1 + n_2 - 2)}\right]\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Testes de Significância de Médias

- t_{teste} = -0,788
  - t_{teste} inferior (em valor absoluto) a t de referência ao nível de 10%, 5% e 1%
  - Como a estatística de teste t é inferior a VC
    - Não há razão (subsídio) para rejeitar H0
  - A diferença "nominal" das médias amostrais é provavelmente resultado de variação casual devida à amostragem aleatória

Testes de Significância de Médias

- Exemplo
  - DP populacionais DESCONHECIDOS (teste t)
    - Dados:
      - Setor A: média 4.000; DP **AMOSTRAL** 200; $n_1 = 15$
      - Setor B: média 4.300; DP **AMOSTRAL** 350; $n_2 = 14$
    - Graus de liberdade = $(n_1 + n_2) - 2 = 29 - 2 = 27$
    - $t_{teste} = -2{,}859$

$$t_{teste} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1 - 1)s_{x_1}^2 + (n_2 - 1)s_{x_2}^2}{(n_1 + n_2 - 2)}\right]\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Testes de Significância de Médias

- t_{teste} = -3,144
  - t_{teste} superior (em módulo) a t de referência ao nível de 1% (VC = 2,771) (bilateral e unilateral)
  - Como a estatística de teste t é superior a VC
    - Há razão (subsídio) para rejeitar H0 e aceitar H1
  - A diferença “nominal” das médias amostrais provavelmente NÃO é resultado de variação casual devida à amostragem aleatória