



Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Economia

Métodos Quantitativos

Vicente Lima Crisóstomo

Fortaleza, 2020

Sumário

- Introdução
- Estatística Descritiva
- Probabilidade
- Distribuições de Probabilidades
- Amostragem e Distribuições Amostrais
- Estimação
- Testes de Significância
- Análise de Variância
- Teste de Significância para Proporções
- Testes Não Paramétricos
- Correlação e Regressão

Probabilidade

■ Probabilidade

- Exprime a possibilidade de ocorrência de eventos
- Tenta mostrar quão provável será um acontecimento
 - Chover amanhã
 - Ocorrer um terremoto
 - Conseguir água potável para beber
 - Vencer uma partida de futebol
 - Ganhar em um jogo de azar
 - Vencer uma partida de xadrez
 - Ser aprovado em uma seleção para trabalho
 - Empresa obter sucesso com um novo produto
 - Conseguir um financiamento para um projeto de pesquisa
 - Conseguir um financiamento para um projeto empresarial

Probabilidade

■ Origens ou Vertentes

■ Métodos objetivos

- Clássico
 - Resultados igualmente prováveis para os acontecimentos
- Empírico
 - Observações históricas
 - Observações de um grupo de indivíduos

■ Método subjetivo

- Opinião pessoal, “sentimento”

Probabilidade

■ Método objetivo Clássico

- Resultados igualmente prováveis dos eventos individuais
- Não há interferência externa no resultado
- Conhece-se previamente a possibilidade de ocorrências
- Jogos
 - Extração de cartas de baralho
 - Resultado no lance de uma moeda
 - Resultado no lance de um dado
 - O sorteio de cada dezena na sena

Probabilidade

■ Método objetivo Empírico

- Eventos sobre os quais não se conhece previamente sua probabilidade de ocorrência
- Frequências Relativas
- Fundamentado em observações históricas
- A observação de eventos passados permite indicar probabilidades futuras?
- Fundamentado em observações de um conjunto de indivíduos
- Observação do grupo permite indicar comportamento de seus componentes?

Probabilidade

■ Método objetivo Empírico

- Observações passadas, de um indivíduo ou de um grupo de indivíduos, mais freqüentes são indicação futura, ou do conjunto de indivíduos?
 - Fatores determinantes do desempenho estudantil
 - Fatores determinantes de vendas
 - Fatores que contribuem para o desempenho profissional
 - Fatores que contribuem para o desempenho da empresa
 - Quadros climáticos anteriores podem indicar quadros futuros?
 - Características observadas na amostra podem ser encarada como de todos os indivíduos?

Probabilidade

■ Método subjetivo

- Opinião pessoal
- Avaliação pessoal (subjetiva) do grau de viabilidade
- Determinação da possibilidade/probabilidade de ocorrência é mais complexa
 - Possibilidade de recuperação de uma enfermidade
 - Sucesso de relacionamento amoroso
 - Os trabalhadores produzirão mais com um aumento
 - Quando a categoria profissional entrará em greve
 - O time X estará final do campeonato
 - Sucesso em uma competição
 - Ser aprovado em um determinado curso

■ Probabilidades

- Expressam a possibilidade de ocorrência de eventos
 - Evento é o resultado de um experimento
- Probabilidade de ocorrência de um evento
 - 0 a 100%; 0 a 1
- Conjunto = coleção definida de elementos
 - Definição de um conjunto
 - Enumerar todos eles
 - $X = \{\text{Ângela, Elis, Marisa}\}$
 - $Y = \{\text{cavalo, elefante, leopardo, girafa}\}$
 - Estabelecer uma relação de pertinência ao conjunto
 - $Z = \{\text{vencedores do campeonato brasileiro de futebol}\}$
 - $L = \{\text{empresas brasileiras do setor têxtil}\}$
 - $M = \{\text{empresas brasileiras cotadas em Bolsa de Valores}\}$

Probabilidade

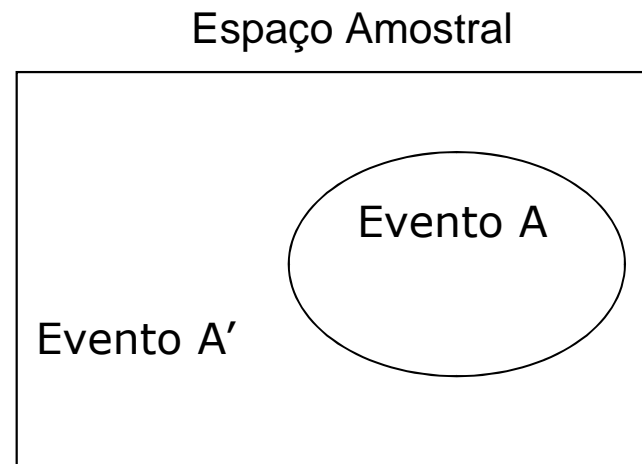
■ Probabilidades

■ Espaço amostral

- Conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento
- Conjunto de Eventos possíveis

■ Evento = resultado do experimento

■ Complemento do evento = demais resultados



Probabilidade

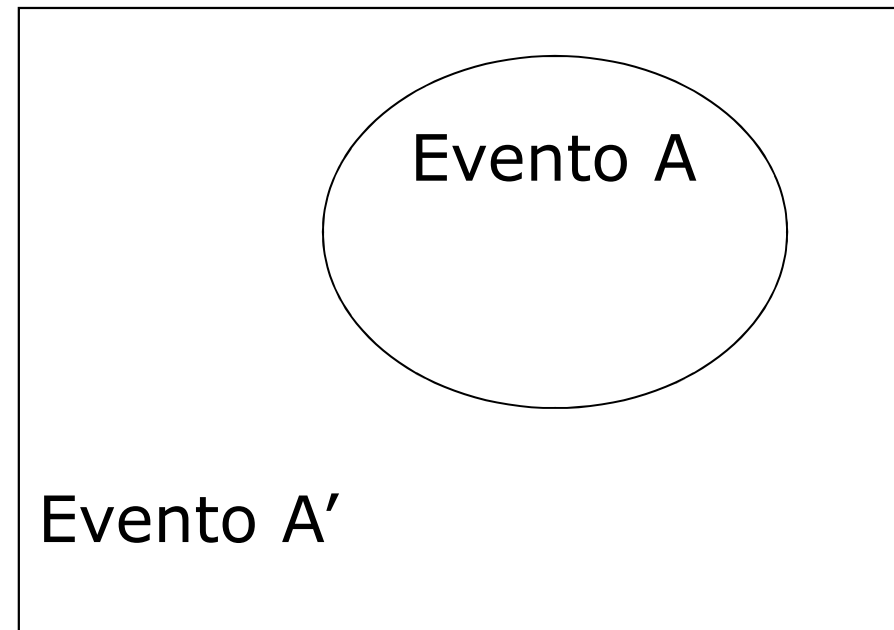
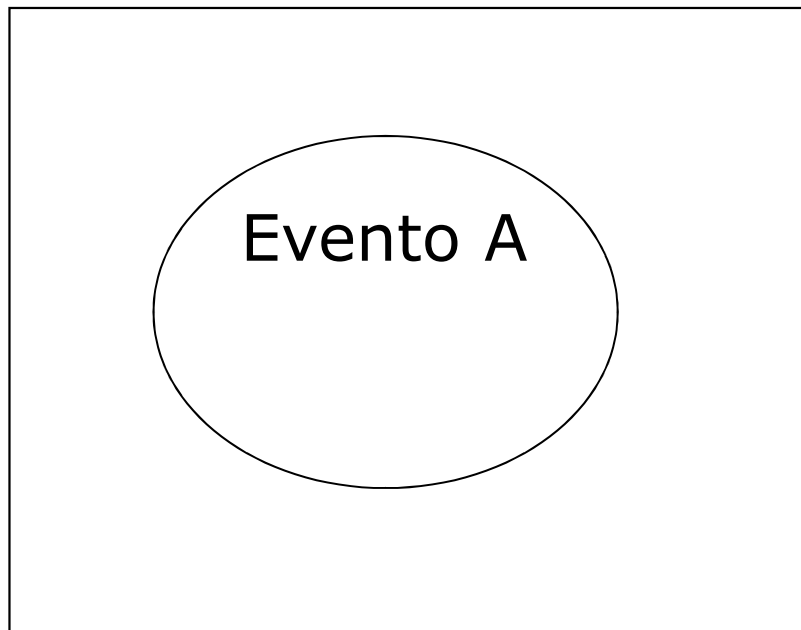
- Evento = resultado do experimento
 - Seja o evento A
 - $0 \leq P(A) \leq 1$
- Complemento do evento (A') = demais resultados
 - $0 \leq P(A') \leq 1$
 - **$P(A) + P(A') = 1$**
- Lançamento de uma moeda
 - Ocorrer Cara (A) ou Coroa (A')
 - Retirar uma carta Vermelha (A) ou Preta (A') de um baralho

Probabilidade

- Eventos Complementares

- $P(A) + P(A') = 1$

Espaço Amostral

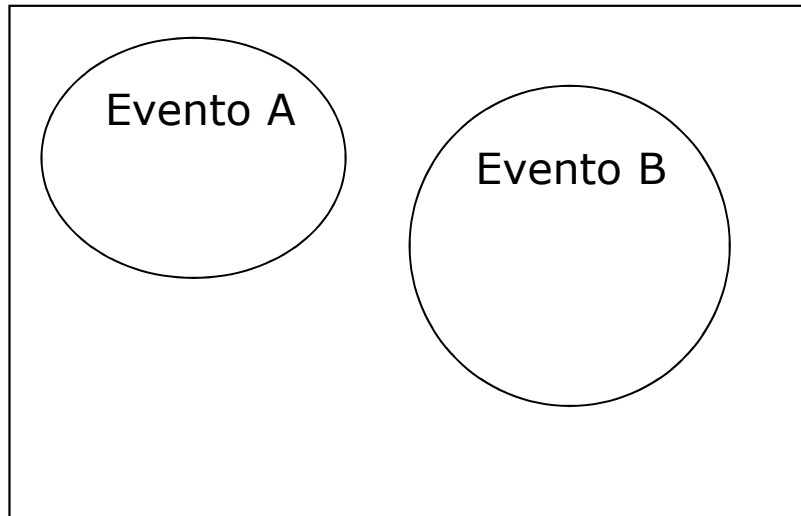


Eventos Complementares

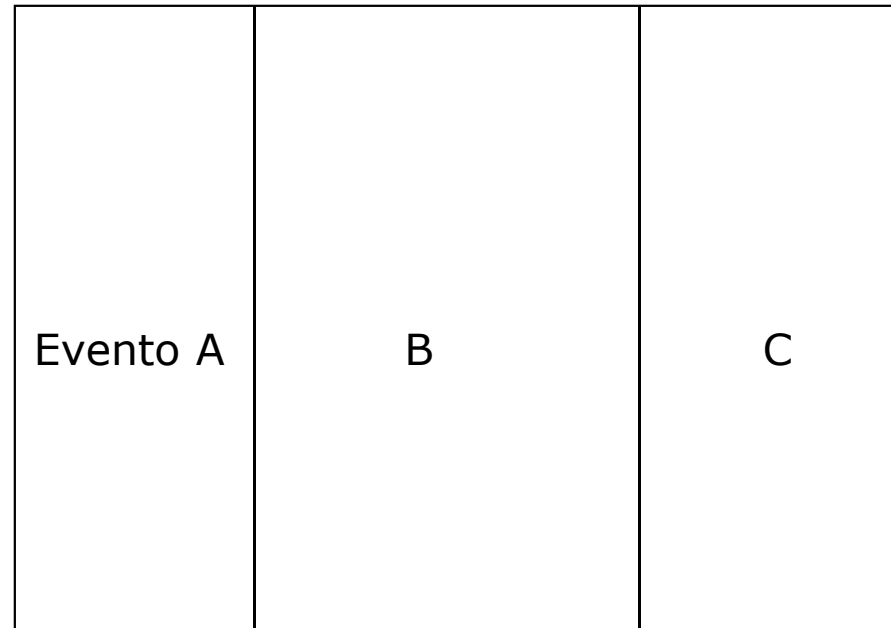
Probabilidade

- Eventos Mutuamente Excludentes (Exclusivos)
 - Não podem ocorrer simultaneamente
 - Não têm elemento comum
- Eventos Coletivamente Exaustivos
 - Esgotam as possibilidades de ocorrência do espaço amostral
 - Nenhum outro resultado é possível para o experimento

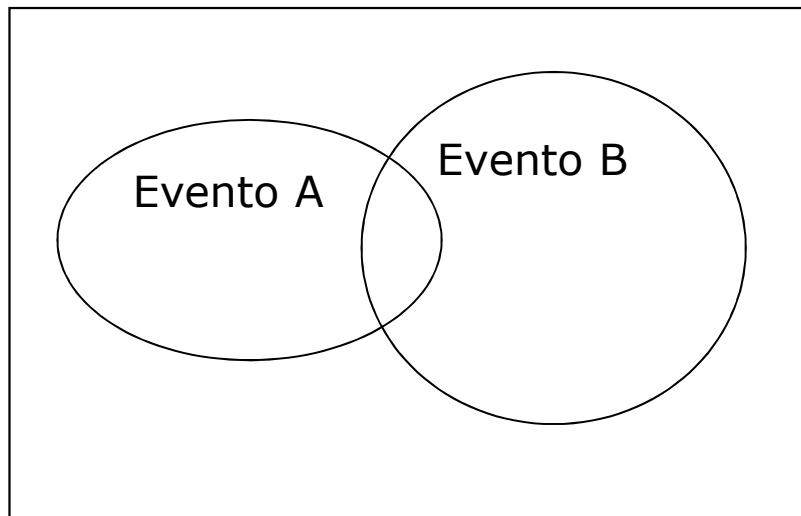
Eventos Mutuamente Excludentes



Eventos Coletivamente Exaustivos



Eventos Não Mutuamente Excludentes



Matemática da Probabilidade

- Evento = resultado do experimento
 - Seja o evento A
 - $0 \leq P(A) \leq 1$

$$\text{Probabilidade de um evento} = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número total de possíveis resultados}}$$

- Evento = resultado do experimento
 - Sejam os eventos X
 - Obter Cara no lançamento de uma moeda
 - $P(X) = 1 / 2$ (casos favoráveis / casos possíveis)
 - Obter Cara ou Coroa no lançamento de uma moeda
 - $P(X) = 2 / 2 = 1 = 100\%$
 - Retirar uma carta Dama de um baralho
 - $P(X) = 4 / 52 = 0,0769 = 7,69\%$
 - Retirar uma carta naipe Espadas de um baralho
 - $P(X) = 13 / 52 = 0,25 = 25\%$
 - Obter 2 ou 5 no lançamento de um dado
 - $P(X) = 2 / 6 = 0,3333 = 33,33\%$

■ Relação entre eventos

■ Eventos Independentes

- Não interferem na ocorrência um do outro
- Exemplo
 - Valor obtido em cada lançamento de um dado
 - Face da moeda obtida em cada lançamento
 - Retirar consecutivamente a mesma ficha de uma urna, com reposição
 - Chover na China e o Brasil ter boa safra
 - Você estudar bastante e o cachorro da vizinha latir

■ Relação entre eventos

■ Eventos não independentes

- A ocorrência de um pode afetar a do outro
- Exemplo
 - Alimentar-se bem e ter saúde
 - Estudar e obter bons resultados acadêmicos
 - Não abastecer o carro e o mesmo parar
 - Realização de manutenção preventiva e falhas do equipamento
 - Plantar a semente e colher o fruto
 - Trabalhar e ser bem sucedido na vida

■ Eventos Independentes

■ Probabilidade de ocorrência de um conjunto de eventos independentes

- Igual ao produto das probabilidades individuais

- $P(A \text{ e } B \text{ e } C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

- Exemplo

- Probabilidade de obter a face 2 em três lançamentos de um dado, ou três dados simultaneamente (eventos A, B e C)

- $P(A \text{ e } B \text{ e } C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = (1/6) \cdot (1/6) \cdot (1/6) = 1 / 216$
 $= 0,0046 = 0,46\%$

■ Eventos Independentes

- Eventos mutuamente excludentes
- Probabilidade de ocorrência de pelo menos um evento de um conjunto de eventos

- Igual à soma das probabilidades individuais

- $P(A \text{ ou } B \text{ ou } C) = P(A) + P(B) + P(C)$

■ Exemplo

- Probabilidade de obter a face 1 ou 3 ou 5 em um lançamento de um dado equilibrado (eventos A, B e C)

- $P(A \text{ ou } B \text{ ou } C) = P(A) + P(B) + P(C) = (1/6) + (1/6) + (1/6) = 3/6 = 0,5 = 50\%$

- Extrair-se uma carta de ouros (A) ou de espadas (B) de um baralho

- $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) = (13/52) + (13/52) = 26/52 = 0,5 = 50\%$

■ Eventos Não mutuamente excludentes

- É possível a ocorrência conjunta
 - Extração de uma **carta de copas** ou um **7** de um baralho
- Deve-se excluir a **probabilidade de ocorrência conjunta**
- Probabilidade de ocorrência de pelo menos um evento de um conjunto de eventos Não mutuamente excludentes
 - Igual à soma das probabilidades individuais menos a probabilidade conjunta
 - $P(A \text{ ou } B \text{ ou } (A \text{ e } B)) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$
 - $P(\text{extrair um 7 (A) ou uma carta de copas (B)}) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 0,308 = 30,8\%$

■ Eventos Não Independentes

- Probabilidade de ocorrência de um evento é influenciada pela de outro
 - Igual ao produto de
 - Probabilidade do evento A: $P(A)$
 - Probabilidade condicional de A dado que B ocorre: $P(A|B)$
 - Para eventos dependentes
 - $P(A \text{ e } B) = P(B) \cdot P(A|B)$
 - Exemplo
 - Probabilidade de tirar uma Dama (A) de Espadas (B) de um baralho
 - $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B|A) = (4 / 52) \cdot (1 / 4) = 1 / 52 = 0,0192 = 1,92\%$
 - $P(B \text{ e } A) = P(B) \cdot P(A|B) = (13 / 52) \cdot (1 / 13) = 1 / 52 = 0,0192 = 1,92\%$

■ Técnicas de Contagem

■ Método Clássico da Probabilidade =>

- Conhecer número total de resultados possíveis do experimento

■ Método Empírico

- Não se conhece o número total de “experimentos”, ou de indivíduos da população, ou de observações

$$\text{Probabilidade de um evento} = \frac{\text{número de ocorrências passadas}}{\text{número total de observações}}$$

■ Técnicas de Contagem

■ Método Clássico da Probabilidade =>

- Conhecer número total de resultados possíveis do experimento
- Regra da Multiplicação
 - Número de resultados é o Produto do número de escolhas para uma seqüência de decisões
 - Exemplo: Prova com 3 questões V ou F
 - Número de resultados = $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
 - (Número de alternativas) ^ (Número de questões)
 - Probabilidade de acertar as 3 questões (evento A)
 - $P(A) = 1 / 8 = 0,125 = 12,5\%$

■ Método Clássico da Probabilidade =>

■ Conhecer número total de resultados possíveis

- Quando a ordem dos elementos é relevante
 - Arranjos: número de grupamento em que interfere a ordem

$$A_{n,x} = \frac{n!}{(n-x)!}$$

- Permutações com repetição (ou distinguíveis): alguns itens são idênticos e a ordem é importante

$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{(n_1)! (n_2)! \dots (n_k)!}$$

- Método Clássico da Probabilidade =>
 - Conhecer número total de resultados possíveis
 - Quando a ordem dos elementos não é relevante
 - Combinação

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

- Conhecer a Probabilidade de ocorrência
 - Cálculo direto
 - Construção de uma tabela com a distribuição de probabilidades
 - Consulta à tabela