Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Economia

Métodos Quantitativos

Vicente Lima Crisóstomo

Fortaleza, 2011

Sumário

Correlação e Regressão

- Correlação e Regressão
  - Técnicas relacionadas
  - Fazem uma estimação
  - Correlação e Regressão
    - Estimam relações que possam existir entre variáveis da população
    - Analisam dados amostrais buscando
      - Existência e a forma de relação de uma variável com outra
  - Técnicas anteriores
    - Fazem estimação relativas a um parâmetro populacional

Correlação e Regressão

- Análise de Correlação
  - Avalia se há relacionamento entre variáveis
  - Encontra/calcula um número que exprime o grau de relacionamento entre duas variáveis
  - Fundamental em trabalho exploratório
  - Permite uma visão geral de relacionamentos entre variáveis
  - Avalia importância de variáveis no contexto
  - Identifica potenciais relações e respectivas “forças”

Correlação e Regressão

- Análise de Regressão
  - Ênfase na natureza do relacionamento
  - Busca uma Equação matemática
    - Capaz de descrever o relacionamento entre variáveis
    - Equação pode ser usada para estimar valores de uma variável com base em valores de outra(s)
  - De relevante importância em
    - Economia, administração, contabilidade

Correlação e Regressão

- Correlação e Regressão
  - Dados são emparelhados
  - Cada observação tem duas ou mais variáveis
  - Exemplos
    - Amostra de pessoas
      - Nome, consumo, renda, escolaridade
      - Nome, idade, altura, peso
    - Amostra de alunos
      - Nome, indicador_desempenho, horas_estudo_semanal
    - Amostra de empresas
      - Empresa, RSC, endividamento, rentabilidade, tangibilidade

Análise de Regressão

- Correlação e Regressão
  - Dados são emparelhados
  - Cada observação tem duas ou mais variáveis
  - Exemplos
    - Amostra de pessoas
      - Nome, consumo, renda, escolaridade
      - Nome, idade, altura, peso
    - Amostra de alunos
      - Nome, indicador_desempenho, horas_estudo_semanal,
    - Amostra de empresas
      - Empresa, RSC, endividamento, rentabilidade, tangibilidade

Análise de Correlação

- Análise de Correlação
  - Estudo investigativo correlacional
  - Correlação ≈ Correlacionamento ≈ Co-relacionamento
  - Grau de associação entre valores de duas variáveis
  - Exemplos
    - Idade e renda?
    - Escolaridade e renda?
    - rentabilidade e qualidade da gestão da empresa?
    - Desempenho acadêmico e horas de estudo?
    - Consumo e renda?
    - Temperatura e dedicação ao trabalho?
    - Estrutura de propriedade e endividamento da empresa?

Análise de Correlação

- Análise de Correlação
  - Exemplos
    - Inflação na Alemanha e criminalidade na Colômbia?
    - Renda per capta em países desenvolvidos e nível de pobreza em países pobres?
    - Satisfação do trabalhador e produtividade?
    - Nível salarial e produtividade?
    - Inflação e consumo?
    - Temperatura e venda de casacos de frio?
    - Preço e nível de venda de um bem?
    - Empreendedorismo e crescimento econômico do país?
    - Investimento empresarial e nível de emprego?

Análise de Correlação

- Análise de Correlação
  - Avalia possíveis associações (ou correlacionamentos) entre variáveis
  - O resultado da análise é um indicador
    - Um ***Coeficiente de Correlação***
    - Valor que exprime o grau de correlação entre as duas variáveis analisadas
  - Correlação entre variáveis com dados contínuos
    - Forma mais usada de análise de correlação
    - O Coeficiente ***r*** de Pearson
      - Expressa o grau de relacionamento entre duas variáveis com dados contínuos

Análise de Correlação

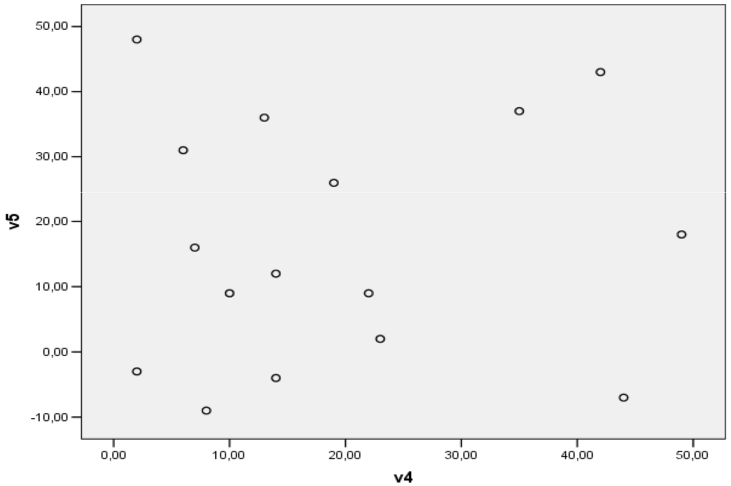
- Análise de Correlação
  - O ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
    - Matemático Karl Pearson
    - Requisitos/supostos para validade do ***r*** de Pearson
      - As duas variáveis aleatórias e contínuas
      - Distribuição de freqüência conjunta
        - das duas variáveis, i.e., pares (x, y) é normal
        - Distribuição normal bivariada

Análise de Correlação

- Análise de Correlação
  - ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
    - Propriedades do ***r*** de Pearson
      - Magnitude
        - [0; 1]
        - Indica o grau de correlacionamento entre as variáveis
        - Quão próximo de uma reta estão os pontos (x, y)
      - Sinal (+ ou -)
        - Equivale ao coeficiente angular de uma reta imaginária

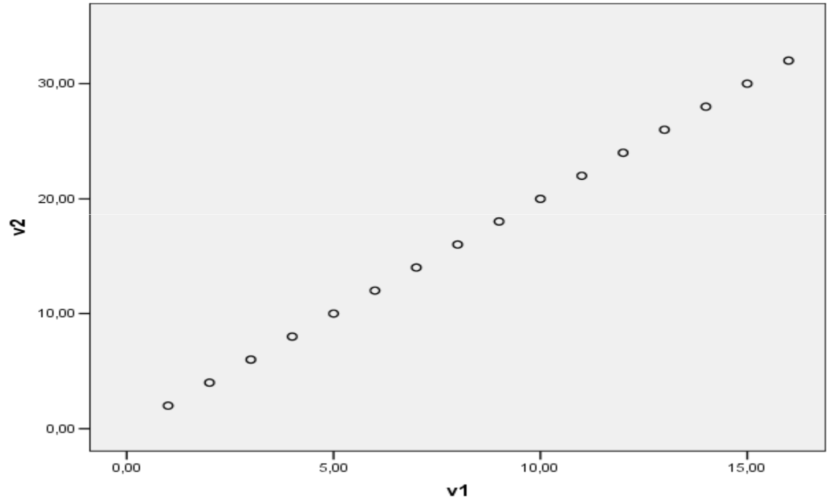
■ Fraca Correlação: ***r*** = 0,067

- Quase ausência de relacionamento entre variáveis



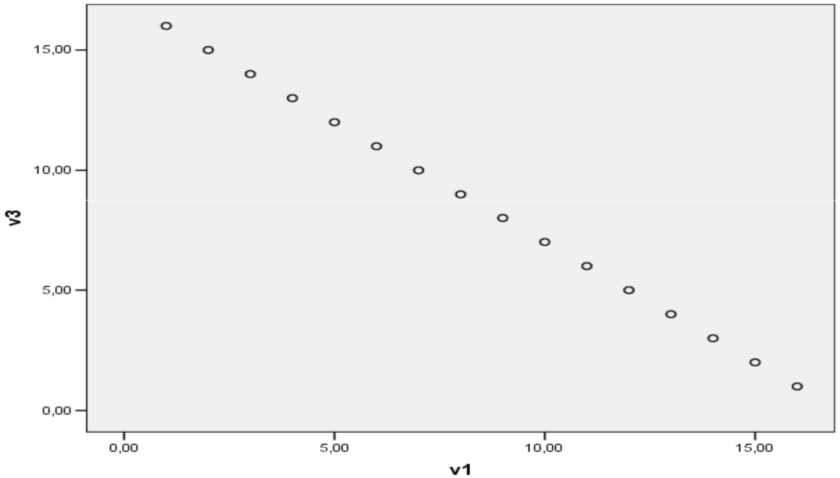
■ Forte Correlação Positiva: ***r*** = +1,0

- Relacionamento positivo, perfeito



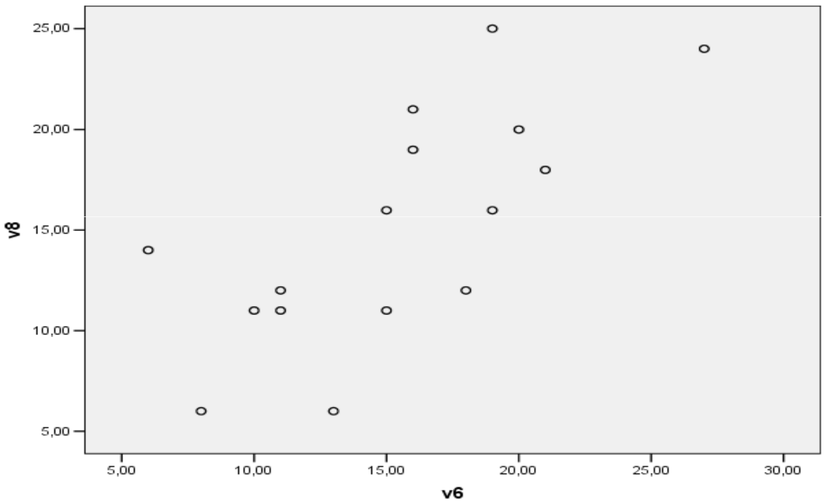
■ Forte Correlação Negativa: ***r*** = -1,0

- Relacionamento negativo, perfeito

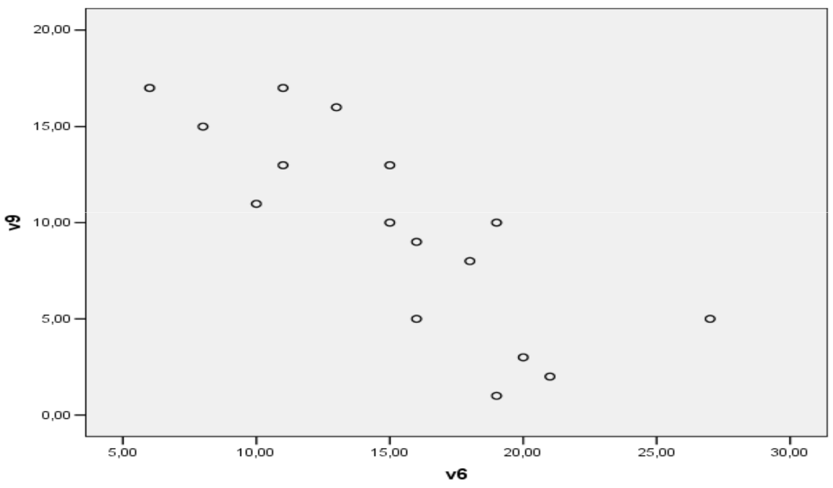


■ Correlação Positiva: ***r*** = +0,714

- Relacionamento positivo, moderado



- Correlação Negativa: ***r*** = -0,798
  - Relacionamento negativo, moderado



Análise de Correlação

- ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
  - Verifica se posição, ou situação, relativa
    - das observações de um grupo estão relacionadas com
    - as posições do outro grupo
  - Cálculo/medição da posição relativa em um grupo
    - Função da média e desvio padrão (DP)
    - ***z = (valor – média) / DP***
      - Padroniza cada um dos valores de cada variável
      - Assim, tornam-se comparáveis os grupos/variáveis
      - Valores padronizados (z)
        - Usados para calcular valor que meça uma situação combinada
        - Usados para calcular valor que meça posição relativa em ambos os grupos

Análise de Correlação

- ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
  - ***z = (valor – média) / DP***
    - Valores padronizados (z) de cada variável
      - Usados para calcular valor que meça uma situação combinada
      - Valores efetivos acima da média geram mais altos z que são positivos
      - Valores efetivos abaixo da média geram mais baixos z que são negativos
  - Produto dos dois escores padronizados
    - z_x X z_y

      + x + = +

      - x - = +

      - x + = -

      + x - = -

Análise de Correlação

- ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
  - Produto dos dois escores padronizados
    - z_x X z_y
    - Se variáveis estão correlacionadas positivamente
      - Escores de x (z_x) estão emparelhados com escores de y (z_y) progressivamente
      - Mais baixo z_x está emparelhado com mais baixo z_y
      - Mais alto z_x está emparelhado com mais alto z_y
      - Tendência
        - z_x X $z_y > 0$

Análise de Correlação

- ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
  - Produto dos dois escores padronizados
    - z_x X z_y
    - Se variáveis estão correlacionadas negativamente
      - Escores de x (z_x) estão emparelhados com escores de y (z_y) inversamente
      - Mais baixo z_x está emparelhado com mais alto z_y
      - Mais alto z_x está emparelhado com mais baixo z_y
      - Tendência
        - z_x X $z_y < 0$

Análise de Correlação

- ***Coeficiente de Correlação r*** de Pearson
  - O Coeficiente Correlação ***r*** de Pearson
  - É a média dos produtos dos dos escores padronizados das duas variáveis (z_x X z_y)
    - Calcula-se a soma dos produtos (z_x X z_y)
    - Divide-se pelo número de produtos
    - Observe-se
      - Valores emparelhados geram produto (z_x X z_y) positivo
      - Isto ocasiona
        - maior valor da soma dos produtos e assim
        - maior valor da média, que é o coeficiente de correlação

Análise de Correlação

- Resumo do cálculo do Coeficiente Correlação ***r*** de Pearson
- Correlação entre variáveis x e y
  - Padronizar todos os valores (observações)

$$z_x = \frac{(x_i - \bar{x})}{s_x} \qquad z_y = \frac{(y_i - \bar{y})}{s_y}$$

  - Calcular somatório dos produtos dos valores padronizados emparelhados e o Coeficiente Correlação ***r*** de Pearson

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_x z_y}{n-1}$$

obsv	X	Y	xi - med_x	zx=(xi-med_x)/dp	yi - med_y	zy=(yi-med_y)/dp	zx X zy	x . y	x2	y2
1	80	1	-9	-1,8	-1,5	-1,5	2,7	80	6400	1
2	82	1	-7	-1,4	-1,5	-1,5	2,1	82	6724	1
3	84	2,1	-5	-1	-0,4	-0,4	0,4	176,4	7056	4,41
4	85	1,4	-4	-0,8	-1,1	-1,1	0,88	119	7225	1,96
5	87	2,1	-2	-0,4	-0,4	-0,4	0,16	182,7	7569	4,41
6	88	1,7	-1	-0,2	-0,8	-0,8	0,16	149,6	7744	2,89
7	88	2	-1	-0,2	-0,5	-0,5	0,1	176	7744	4
8	89	3,5	0	0	1	1	0	311,5	7921	12,25
9	90	3,1	1	0,2	0,6	0,6	0,12	279	8100	9,61
10	91	2,4	2	0,4	-0,1	-0,1	-0,04	218,4	8281	5,76
11	91	2,7	2	0,4	0,2	0,2	0,08	245,7	8281	7,29
12	92	3	3	0,6	0,5	0,5	0,3	276	8464	9
13	94	3,9	5	1	1,4	1,4	1,4	366,6	8836	15,21
14	96	3,6	7	1,4	1,1	1,1	1,54	345,6	9216	12,96
15	98	4	9	1,8	1,5	1,5	2,7	392	9604	16
media	89	2,5					12,6			
dp	5	1				***r*** =	***0,9***			

Análise de Correlação

- Resumo do cálculo do Coeficiente Correlação ***r*** de Pearson
- Fórmula alternativa que dispensa padronização

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n(\sum y^2) - (\sum y)^2}}$$

Análise de Correlação

- Teste de Significância do Coeficiente de Correlação ***r*** de Pearson
  - r : coeficiente de correlação amostral
  - ρ: coeficiente de correlação populacional
  - Hipóteses
    - ***H_0: ρ = 0***
      - **Não há correlação entre as variáveis**
    - **H_1: ρ ≠ 0**
      - **Há correlação entre as variáveis**

Análise de Correlação

- Teste de Significância do Coeficiente Correlação ***r*** de Pearson
  - Hipóteses
    - **H_0: ρ = 0**
    - **H_1: ρ ≠ 0**
  - Estatística de teste: $t = \frac{r - 0}{\sqrt{\frac{(1 - r^2)}{(n - 2)}}}$
  - Graus de Liberdade: (n – 2)
  - Teste bilateral de t

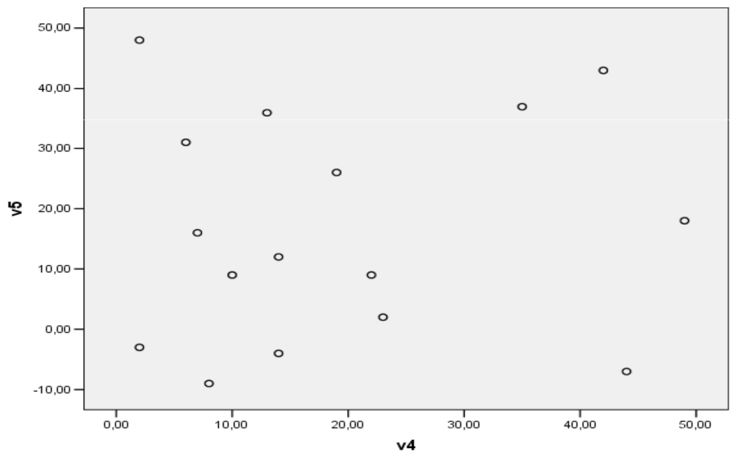
Análise de Correlação

- Exemplo
  - n = 16; r = 0,067; GL = 14 (variáveis x e y); *t = 0,2506*
  - n = 16; r = +0,99999999; GL = 14; *t = 26.457,51*
  - n = 16; r = -0,99999999; GL = 14; *t = -26.457,51*
  - n = 16; r = 0,714; GL = 14; *t = 3,82056292****
  - n = 16; r = 0,798; GL = 14; *t = -4,961748894****

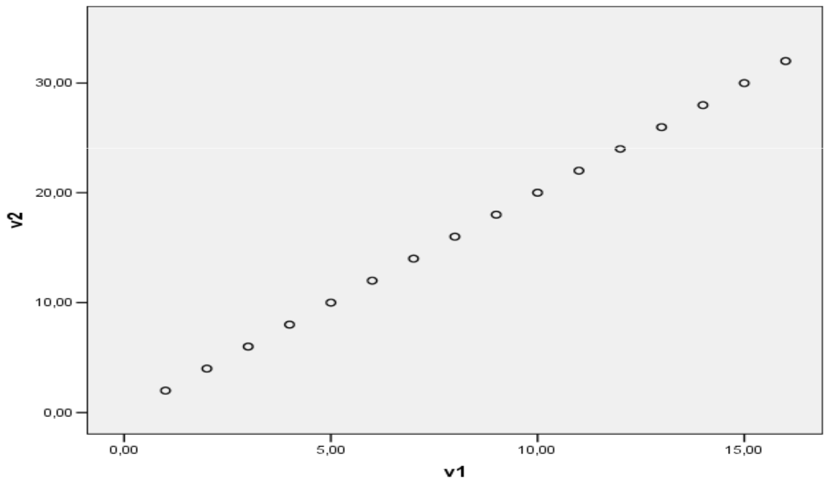
Pontos Percentuais da Distribuicao t

Probabilidades na cauda								
Uma Cauda		0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001	0,0005
Duas Caudas		0,200	0,100	0,050	0,020	0,010	0,002	0,001
D	1	3,078	6,314	12,710	31,820	63,660	318,300	637,000
E	2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,330	31,600
G	3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,210	12,920
R	4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
E	5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
E	6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
S	7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
	8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
O	9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
F	10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
	11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
F	12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
R	13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
E	14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
E	15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
D	16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
O	17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
M	18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922

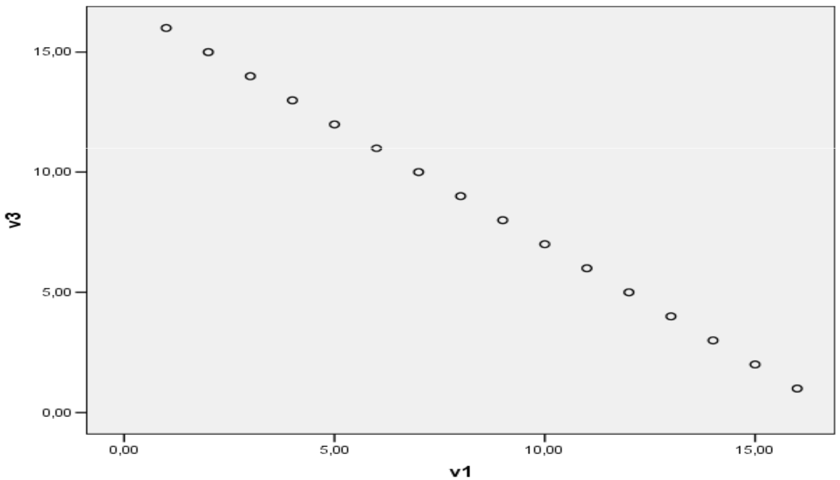
- Fraca Correlação: ***r*** = 0,067
  - n = 16; r = 0,067; t = 0,2506 => aceitação de H0 (ρ = 0)
    - t menor que t crítico
  - Quase ausência de relacionamento entre variáveis



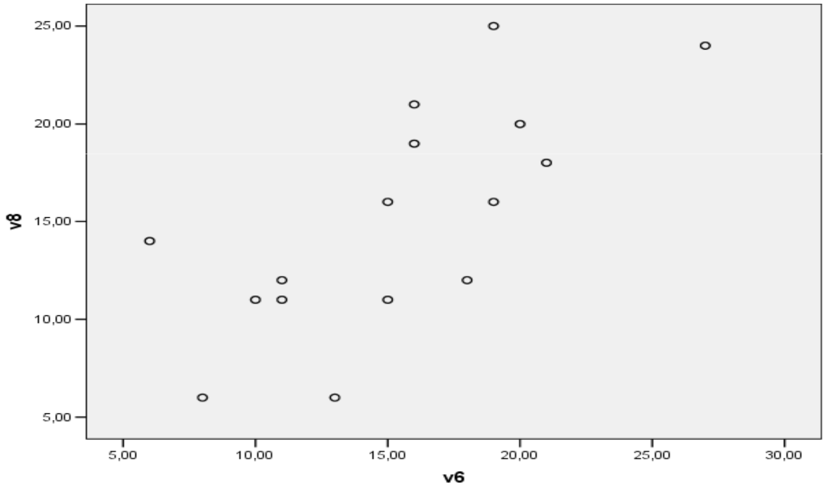
- Forte Correlação Positiva: ***r*** = +1,0
  - n = 16; r = +0,99999999; t = *26.457,51* => rejeição de H0 e aceitação de H1 ($\rho \neq 0$)
    - t supera t crítico



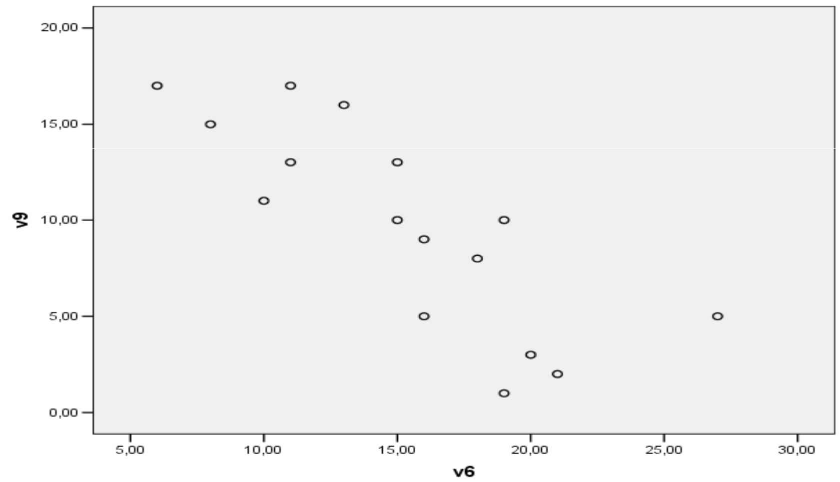
- Forte Correlação Negativa: ***r*** = -1,0
  - n = 16; r = - 0,99999999 ; t = *-26.457,51* => rejeição de H0 e aceitação de H1 ($\rho \neq 0$)
  - Relacionamento negativo, perfeito



- Correlação Positiva: ***r*** = +0,714
  - n = 16; r = 0,714; t = 3,82056292 => rejeição de H0 e aceitação de H1 (ρ ≠ 0)
  - Relacionamento positivo, moderado



- Correlação Negativa: ***r*** = -0,798
  - n = 16; r = 0,798; t = -4,961748894 => rejeição de H0 e aceitação de H1 (ρ ≠ 0)
  - Relacionamento negativo, moderado



Análise de Correlação

- Dados por Postos: ***r*** de Spearman
- Dados Nominais: Coeficiente de Contingência

Análise de Correlação

- Quando os dados forem medidos somente no nível ordinal eles são chamados de não-paramétricos e a correlação de Pearson não é apropriada
- Dados por Postos: ***r*** de Spearman

Análise de Correlação

- Dados por Postos: ***r*** de Spearman
- Coeficiente de correlação de Spearman
  - estatística não-paramétrica
    - pode ser usado quando os dados violarem suposições paramétricas, tais como dados não-normais
- Teste de Spearman
  - Classifica os dados em primeiro lugar e então aplicando a equação de Pearson aos dados ordenados
  - Categorias que podem ser ordenadas de maneira significativa, os dados são ordinais

Análise de Correlação

- Dados por Postos: ***r*** de Spearman
- Coeficiente de correlação de Spearman
  - estatística não-paramétrica
    - pode ser usado quando os dados violarem suposições paramétricas, tais como dados não-normais
- Teste de Spearman
  - Classifica os dados em primeiro lugar e então aplicando a equação de Pearson aos dados ordenados
  - Categorias que podem ser ordenadas de maneira significativa, os dados são ordinais