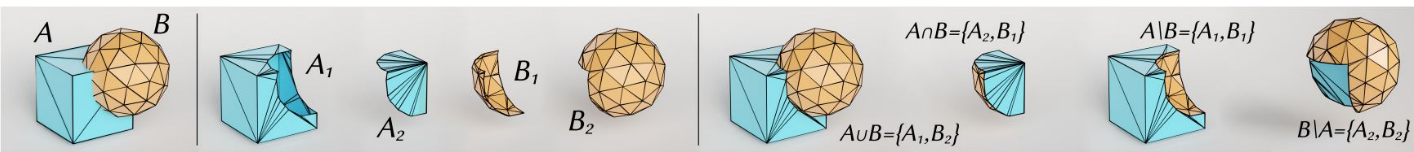
Interactive and Robust Mesh Booleans

一、问题定义

输入网格集合 $M_1, M_2, ..., M_n$ 和一个布尔运算，即交、并、差
输出一个网格 B 包含对输入网格应用布尔运算的结果

二、问题解决

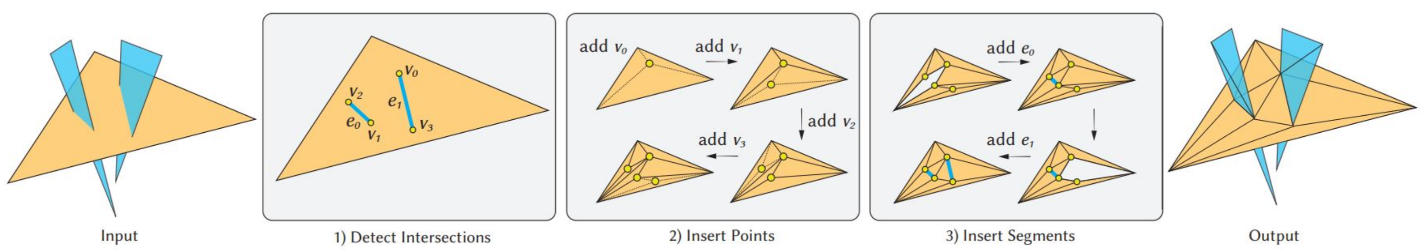
网格布尔运算的实例：



1. 交集分割

将输入网格 $M_1, M_2, ..., M_n$ 看作一组可能相交的三角形，将所有输入三角形放入一个数组中，每个三角形关联一个标签映射到它所在的输入网格

基于现有的算法：



改进方向：

（1）优化 orient3D 的计算

给定一个点 p 和一个经过点 a，b，c 的平面，点相对于平面的方向等同于计算以下行列式的符号

$$orient3D(a,b,c,p) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z & 1 \\ b_x & b_y & b_z & 1 \\ c_x & c_y & c_z & 1 \\ p_x & p_y & p_z & 1 \end{vmatrix}$$

可将 4×4 行列式改写为

$$orient3D(a,b,c,p) = -p_x \begin{vmatrix} a_y & a_z & 1 \\ b_y & b_z & 1 \\ c_y & c_z & 1 \end{vmatrix} + p_y \begin{vmatrix} a_x & a_z & 1 \\ b_x & b_z & 1 \\ c_x & c_z & 1 \end{vmatrix} - p_z \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

对于每个输入三角形，缓存 4 个 3×3 的行列式，将 orient3D 的调用简化为 4D 点积

（2）线段插入

从当前细分曲面中删除所有与该线段冲突的三角形，并对由此产生的多边形重新三角化，确保该线段是新的细分曲面的一部分

时间复杂度：$O(n^2) \to O(n)$
其中 n 为多边形线段数量

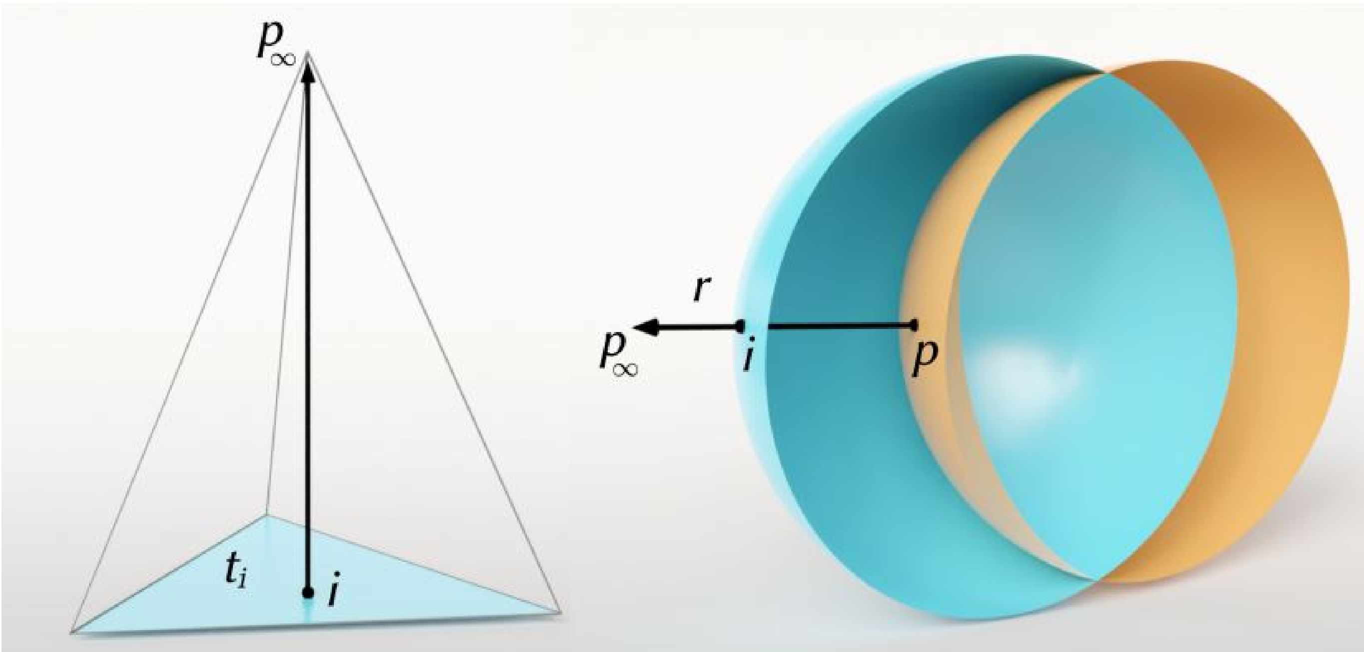
（3）底层数据结构

优化集合、字典和邻接表存储的稀疏图：

- 对集合和字典使用 swiss table，节省内存并提高缓存一致性
- 使用 arena 分配器，降低内存分配器的压力并减少碎片总量
- 对邻接表使用动态数组

2. 内部 / 外部分类

输入：网格 $M_1, ..., M_n$ 和它们的分割碎块 $P_1, ..., P_m$
输出：碎块 $P_1, ..., P_m$ 相对于网格 $M_1, ..., M_n$ 的位置
遍历碎块和网格，对于碎块 P 和网格 M：
定义射线 r，起点为 $p \in P$，终点为无穷远点 p_∞，求 r 和 M 的交点并排序
若 r 和 M 不相交，则 P 在 M 的外部
若 r 和 M 相交，找到相交三角形 $t \in M$，计算四面体 (t, p_∞) 的有向体积
若有向体积为正，则 P 在 M 的外部
若有向体积为负，则 P 在 M 的内部



（1）射线定义

若碎块 P 不包含输入顶点或根本不包含内部顶点：

定义起点位于 P 下方并保证在某个内部点 $p \in P$ 穿过碎块的射线
对射线与网格的所有交点排序，跳过所有出现在 p 之前的交点，只考虑出现在 p 后的第一个交点来进行内部 / 外部分类

随机选取一个三角形 $t \in P$ 并将其隐式顶点坐标转换为显式浮点数，近似计算三角形的重心 b_t，将 b_t 沿着用于定义 p_∞ 的轴向后移动以确保 b_t 位于三角形 t 的下方
若射线与碎块不相交，用 P 的另一个三角形进行同样的构造，直到找到有效的那一个
若找不到有效的三角形，用有理数计算精确的重心并进行精确的射线投影

（2）交点检测

使用八叉树作为加速结构

（3）分类

若射线与碎块三角形不在内部点相交，给 p_∞ 坐标一个扰动 ϵ，直到相交于网格三角形的内部点