ABC 160 解説

writer: DEGwer, kyopro_friends, latte
0119, satashun, ynymxiaolongbao $2020~ {\rm \pounds}~3~ {\rm \rlap{\sc H}}~28~ {\rm \rlap{\sc H}}$

For International Readers: English editorial will be published in a few days.

A: Coffee

長さ 6 の英小文字からなる文字列に対して、3 文字目と 4 文字目が等しく、5 文字目と 6 文字目も 等しいか判定する問題です。

以下は C++ における実装例です。

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int main(){
     string s;
     cin>>s;
     if(s[2]==s[3]\&\&s[4]==s[5]){
       cout<<"Yes"<<endl;</pre>
7
     }
9
     else{
10
       cout<<"No"<<endl;</pre>
     }
11
12 }
```

B:Golden Coins

500 円以上持っているのであれば、500 円硬貨 1 枚を手に入れた方が、5 円硬貨 100 枚を手に入れるより嬉しさは大きくなります。よって、できる限り 500 円硬貨を手に入れた後、端数で 5 円硬貨を手に入れるのが最善です。

C言語での実装例は次のとおりです。

```
1 #include<stdio.h>
2 int main(){
3    int x;
4    scanf("%d",&x);
5    int c500 = x/500; 円硬貨の数//500
6    int r500 = x%500; 端数//
7    int c5 = r500/5; 円硬貨の数//5
8    printf("%d\n",c500*1000+c5*5);
9 }
```

C:Traveling Salesman around Lake

湖の周りを家によって N 個の区間に分けます。セールスマンが全ての家を訪れるとき、N 個の区間のうち通らないものは高々 1 つです。また、N 個の区間のうち最も長いものを通らず、かつ、それ以外の区間をちょうど 1 度だけ通るようにしてすべての家を訪ねることができます。したがってそのような移動方法をとると最短距離となります。最長の区間は O(N) で求めることができるのでこの問題が解けました。実装上は真北 (座標 0) をまたいだ区間の扱いに気を付けてください。

D: Line++

整数 $i,j(1\leq i< j\leq N)$ を固定します。グラフ G における、頂点 i と頂点 j の最短距離を効率的に求めることを考えます。 頂点 X と頂点 Y を結ぶ辺を使う場合と使わない場合に分けて考えると、求める最短距離は $\min\{|j-i|,|X-i|+1+|j-Y|,|Y-i|+1+|j-X|\}$ となります。この式に従って計算することで、 頂点 i と頂点 j の最短距離を O(1) で求めることができます。後は、 $1\leq i< j\leq N$ を満たすすべての i,j について、上記の方法で最短距離を求めれば、 $O(N^2)$ でこの問題を解くことができます。

E: Red and Green Apples

元から赤色のリンゴを X 個以上食べることはないので、美味しさの大きい方から X 個以外は捨てます。元から緑色のリンゴを Y 個以上食べることもないので、美味しさの大きい方から Y 個以外は捨てます。すると残ったリンゴからどのように X+Y 個のリンゴを選んでも、無色のリンゴを適切に着色することで赤色のリンゴ X 個と緑色のリンゴ Y 個にすることができます。よって、残ったリンゴを美味しさの大きい方から X+Y 個食べれば良いです。

F: Distributing Integers

頂点1を根とする根付き木として考えます。以下のような値を定義します、

 $dp_v=$ 頂点 v を根とする部分木のみを考えたときの、頂点 v に 1 が書かれるような整数の書き方の数 これは、以下の漸化式に従って、ボトムアップに計算することができます。

$$dp_v = (size_v - 1)! \prod_{u \in ch(v)} \frac{dp_u}{size_u!}$$

後は、上記の木 dp を元に全方位木 dp を行うことで、O(N) でこの問題を解くことができます。