Capacidad de Canal

Humberto Alcocer

22 de Marzo, 2019

1 Introducción

La *capacidad de canal* se refiere a lo que comúnmente confundimos con *ancho de banda*. El hecho de que lo confundamos de una forma tan común es debido a que durante muchísimo tiempo el ancho de banda estaba relacionado directamente con la capacidad de canal; principalmente durante la época de uso de *Token Ring* que empleaba cable de tipo Coaxial. Posteriormente se ha redefinido debido a que la frecuencia de operación del medio físico no se encuentra directamente relacionada, al menos en la actualidad, con la capacidad de canal.

2 Definición

La *capacidad de canal*, es la máxima velocidad a la cual los datos pueden ser transmitidos sobre un canal de comunicaciones con cierta fidelidad. Se mide en *bits por segundo* (*bps*) y existen 2 criterios para medirla:

- *Nyquist*: $C = 2B\log_2(v)$; donde v es el **número de señales**.
- *Shannon*: $C = B\log_2(1 + \frac{s}{n})$

Ambas ecuaciones son equiparables, lo cual significa que si igualamos ambos criterios nos deberían dar el mismo resultado porque, aunque Shannon si considera el ruido presente en el medio físico, los resultados para cálculos y fines de ejercicios no será muy distinto. Cada uno de los criterios es dependiente de los datos proporcionados por los problemas en cuestión y servirán para desarrollar los ejercicios a modo.

3 Ejemplos

A continuación se describen una serie de ejmplos sobre la **capacidad de canal**, para cada uno se describen los pasos a seguir así como los despejes necesarios.

3.1 Ejemplo 1

Para operar a 9600 bps se usa un sistema de señalización digital.

1. Si cada elemento de señal codifica una palabra de 4 bits, ¿Cuál es el ancho de banda mínimio necesario?

$$9600\text{bps} = 2B(4) \tag{1a}$$

$$9600\text{bps} = 8B \tag{1b}$$

$$B = \frac{9600}{8} = 1200\text{Hz} = 1.2\text{kHz} \tag{1c}$$

2. ¿Y para palabras de 8 bits?

$$B = \frac{9600}{16} = 600\text{Hz} \tag{1d}$$

3.2 Ejemplo 2

¿Cuál es la capacidad para un canal que opera en el rango de frecuencias entre 400Hz y 700Hz con una relación $\frac{S}{N}$ de 3dB?

$$B = 700\text{Hz} - 400\text{Hz} = 300\text{Hz} \tag{2a}$$

$$3dB = 10\log_{10}(\frac{S}{N}) \tag{2b}$$

$$\frac{3}{10} = 10^{\frac{3}{10}} = 1.99 \tag{2c}$$

$$C = B\log_2(1 + \frac{S}{N}) \tag{2d}$$

$$C = (300)\log_2(1 + 1.99) \tag{2e}$$

$$C = 427.04\text{bps} \tag{2f}$$

3.3 Ejemplo 3

Se desea construir un fax que sea capaz de transmitir una hoja tamaño carte con una resolución de 300ppp (puntos por pulgada) en blanco y negro empleando una línea telefónica con un ancho de banda de 4kHz y una relación señal-ruido de 24dB.

1. ¿Es posible realizar la transmisión en menos de 1 minuto?

   Considerando el área de la hoja $a = (8.5)(11) = 93.5\text{pulgadas}^2$.

   Teniendo 300ppp ¿Cuántos puntos tengo en 1pulgada^2?

   La respuesta será calcular: $(300\text{ppp})(300\text{ppp}) = 90,000$ puntos porpulgada^2.

$$\frac{90,000\text{ puntos}}{1\text{pulgada}^2} = \frac{x}{93.5\text{pulgada}^2} \tag{3a}$$

   Con esto, sabemos que el número de puntos a transmitir es de 8,415,000 puntos. Pero, considerando que no vamos a transmitir a color y únicamente se realizará en blanco y negro, tenemos que hacerlo en logaritmo base dos:

$$x = (8415000\text{puntos})(\log(2)) \tag{3b}$$

   Con esto ya tenemos la cantidad de bits a transmitir:

$$x = 8415000\text{bit} \tag{3c}$$

   Utilizado el criterio de Shannon, ahora podemos calcular la capacidad del canal:

$$24dB = 10\log_{10}(\frac{S}{N}) \tag{3d}$$

$$2.4 = \log_{10}(\frac{S}{N}) \tag{3e}$$

$$\frac{S}{N} = 10^{2.4} = 251.18 \tag{3f}$$

$$C = (4 \times 10^3)\log_2(1 + 251.18) = 31913.24\text{bps} = 31.9\text{kbps} \tag{3g}$$

Teniendo la capacidad de canal, ahora podemos calcular el tiempo mínimo que nos tomaría transmitir una página:

$$\frac{31.9 \times 10^3 \text{kbps}}{1 \text{sec}} = \frac{8415000 \text{bits}}{t} \tag{3h}$$

$$t = 263.68 \text{sec} = 4.39 \text{min} \tag{3i}$$

Con el resultado de la ecuación 3i podemos decir que **no es posible transmitir en menos de un minuto**.

2. ¿Cuál es el tiempo mínimo para transmitir?

   4.39min

3. ¿Cuántas señales se necesitan para transmitir lo más rápido posible?

$$31.91 \text{kbps} \times 10^3 = 2(4 \times 10^3) \log_2(V) \tag{3j}$$

$$31.91 \text{kbps} \times 10^3 = 8 \times 10^3 \log_2(V) \tag{3k}$$

$$\frac{31.91 \text{kbps} \times 10^3}{8 \times 10^3} = \log_2(V) \tag{3l}$$

$$\frac{31.91 \text{kbps}}{8} = \log_2(V) \tag{3m}$$

$$V = 2^{\frac{31.91}{8}} = 2^{3.99} = 15.89 \approx 16 \tag{3n}$$

   Respuesta: 16 señales, pero la respuesta correcta es 8 dada la capacidad de canal. Esto es a razón de que no podemos trabajar con partes de bits, y el logaritmo base dos de un número arroja 3.9 como resultado si quisiéramos usar 15 señales (el otro número entero cercano 15.89) por lo que buscamos un número entero menor que nos permita trabajar con bits enteros, y el resultado es 8.

4. Regresando a la respuesta del inciso 2:

$$C = 2(4 \times 10^3) \log_2 16 \tag{3o}$$

$$C = 8 \times 10^3 (4) \tag{3p}$$

$$C = 32 \times 10^3 \text{bps} = 32 \text{kbps} \tag{3q}$$

   Pero 32 kbps se pasa de los 31.9 kbps que habíamos obtenido de en el insiso 1; entonces reducimos el número de señales de 16 a 8, esto con el $\log_2$.

   Dado el cambio en el número de señales, se tiene que recalcular el insiso 1:

$$C = 2(4 \times 10^3) \log_2(8) \tag{3r}$$

$$C = 8 \times 10^3 (3) \tag{3s}$$

$$C = 24 \times 10^3 \text{bps} \tag{3t}$$

$$\frac{24 \times 10^3 \text{bps}}{1 \text{sec}} = \frac{8415000 \text{bits}}{t} \tag{3u}$$

$$t = 5.84 \text{min} \tag{3v}$$