

演算法程式作業三

Offline Caching Problem

110502518陳文獻

題目說明

- 目前系統有大小為 k 個 **block** 的 cache C ，資料請求序列為 b_1, b_2, \dots, b_N 。使用 Furthest-in-future 的機制管理，對於每一筆 request，若 cache hit 輸出 “hit”，cache miss 輸出 “miss”，其中若有將 **block** 移出則在 “miss” 的下一行輸出 “evict x ” x 為移出的元素。如 cache 內有多個未來都不會用到的 **block**，則優先移出先進入到 cache 的 **block**。

Cache 管理資料結構說明

- $\text{sequence}[N] :=$ 填入輸入序列的串列
- $\text{futures}[N] := \text{futures}[i]$ 紀錄sequence在i後下一個出現 $\text{sequence}[i]$ block 的位置
(若之後都不出現， $\text{future}[i]$ 設為大整數，其中i越小future越大)
- 大小K的priority queue 紅黑樹 $C :=$ 相當cache，key是該block下次出現的位置 l , value是block編號
- 大小K的hash map Inverse $:=$ 與C反向對應的hash map
- 大小K的hash map $M :=$ 預處理時方便用的資料結構，紀錄block上次出現的位置

Pseudo Code 與演算法說明

1. 輸入sequence[N] $O(N)$
2. 利用sequence[N] 建立futures[N] $O(N)$
 1. 初始化futures = [-1, -1, ..., -1]; BIGINT = $2 * N + 1$
 2. for i from 0 to N-1:
 3. if sequence[i] in m:
 4. futures[m[item]] = i;
 5. m[item] = i;
 6. for i from 0 to N-1:
 7. if (futures[i] == -1)
 8. futures[i] = BIGINT;
 9. BIGINT -= 1

Pseudo Code 與演算法說明

3. 再掃描一次sequence模擬cache的行為 $O(N \log K)$

1. for i from 0 to N-1:
2. if sequence[i] in Inverse:
3. print "hit"
4. remove (i, sequence[i]) $O(\log K)$
5. else:
6. print "miss"
7. if C is full:
8. _, evict_block = extract_max(C) $O(\log K)$
9. print "evict"
10. add (future[i], sequence[i]) to C $O(\log K)$
11. Inverse[sequence[i]] = futures[i]

自行設計測資評估執行時間，並分析時間與空間複雜度

實測兩種方法:

A -> 上述提及Cache使用紅黑樹

B -> Cache每次尋找furthest-in-future時遍歷整個cache(使用array)複雜度 $O(NK)$

平均時間(s)	N = 1e6, K=100	N = 1e6, K=1000	N = 1e6, K=10000	理論時間複雜度	理論空間複雜度
A	1.736	1.760	1.623	$O(N\log K)$	$O(N+K)$
B	1.8163	1.750	0.813	$O(NK)$	$O(N+K)$

後來根據觀察發現測資生成方式不夠隨機，有cache很大時有大量hit出現，我實作紅黑樹的作法反而會較慢

自行設計測資評估執行時間，並分析時間與空間複雜度

- 後來改了一下隨機的算法，實驗結果如下：

平均時間(s)	N = 1e6, K=100	N = 1e6, K=1000	N = 1e6, K=10000	理論時間複雜度	理論空間複雜度
A	3.226	3.295	3.436	$O(N\log K)$	$O(N+K)$
B	3.828	21.679	227.723	$O(NK)$	$O(N+K)$

這次實驗就能看出使用紅黑樹實作cache明顯較優秀