

# Геометрия

Hun Fauser

17 декабря 2014 г.

# 1 Площадь круга

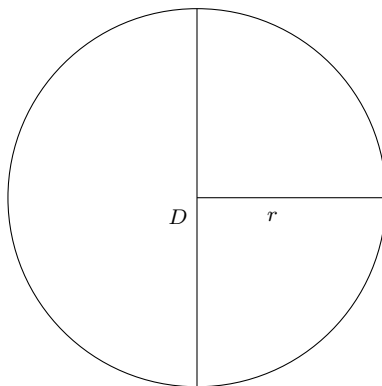


Рис. 1: Зная диаметр или радиус круга, можно найти его площадь.

## 1.1 Обозначения

$r$  = радиус круга

$R$  = диаметр

$\pi \approx 3.14$

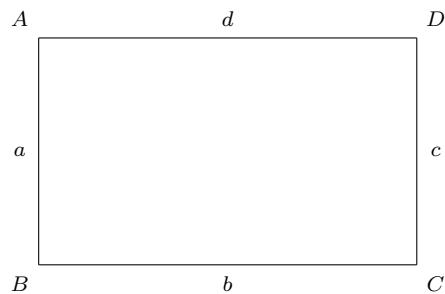
## 1.2 Площадь круга

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} D^2$$

## 1.3 Периметр круга

$$p = 2\pi r = \pi D$$

## 2 Площадь прямоугольника



### 2.1 Обозначения

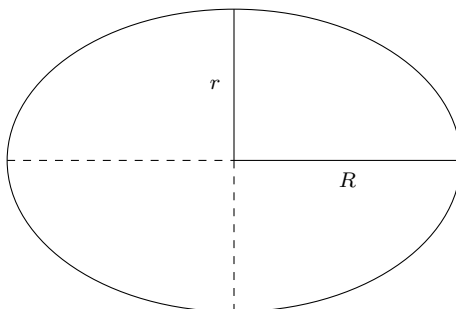
$b, d$  = длина прямоугольника

$a, c$  = ширина прямоугольника

### 2.2 Площадь прямоугольника

$$S = ab$$

### 3 Площадь эллипса



#### 3.1 Обозначения

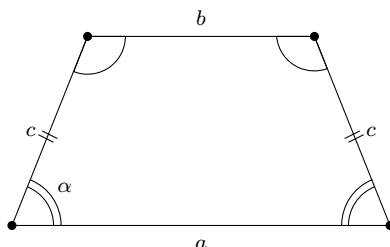
$R$  = большая полуось

$r$  = малая полуось

#### 3.2 Площадь прямоугольника

$$S = \pi Rr$$

## 4 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны и угол



### 4.1 Обозначения

a - нижнее основание

b - верхнее основание

c - равные боковые стороны

$\alpha$  - угол при нижнем основании

### 4.2 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны

$$S = \frac{a+b}{2} \sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{4}}$$

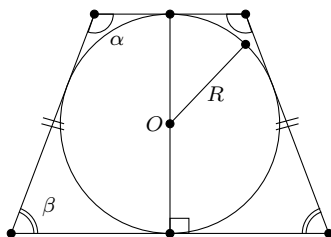
### 4.3 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны и угол

$$S = \frac{a^2 - b^2}{4} \operatorname{tg} \alpha$$

$$S = c \times \sin \alpha (a - c \cos \alpha)$$

$$S = c \times \sin \alpha (b + c \cos \alpha)$$

## 5 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны и угол



### 5.1 Обозначения

R - радиус вписанной окружности

D - диаметр вписанной окружности

O - центр вписанной окружности

H - высота трапеции

$\alpha, \beta$  - углы трапеции

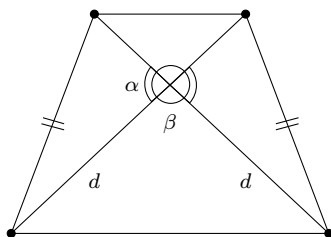
### 5.2 Формула площади равнобедренной трапеции через радиус вписанной окружности

$$S = \frac{R^2}{4} \sin \alpha = \frac{R^2}{4} \sin \beta$$

### 5.3 СПРАВЕДЛИВО, для вписанной окружности в равнобедренную трапецию

$$H = D = 2R$$

## 6 Формула площади равнобедренной трапеции через диагонали и угол между ними



### 6.1 Обозначения

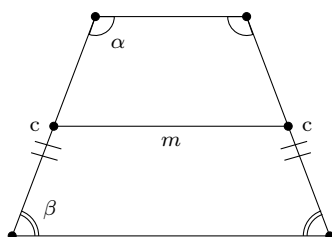
$d$  - диагональ трапеции

$\alpha, \beta$  - углы между диагоналями

### 6.2 Формула площади равнобедренной трапеции через диагонали и угол между ними

$$S = \frac{d^2}{2} \sin \alpha = \frac{d^2}{2} \sin \beta$$

## 7 Формула площади равнобедренной трапеции через среднюю линию, боковую сторону и угол при основании



### 7.1 Обозначения

$c$  - боковая сторона

$m$  - средняя линия трапеции

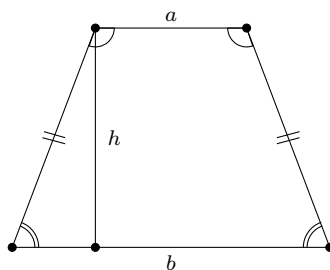
$\alpha, \beta$  - углы между диагоналями

### 7.2 Формула площади равнобедренной трапеции через среднюю линию, боковую сторону и угол при основании

$$S = mc \sin \alpha = mc \sin \beta$$



## 8 Формула площади равнобедренной трапеции через основания и высоту



### 8.1 Обозначения

a - нижнее основание

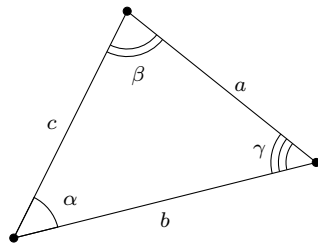
b - верхнее основание

h - высота трапеции

### 8.2 Формула площади равнобедренной трапеции через основания и высоту

$$S = \frac{a + b}{2} h$$

## 9 Площадь треугольника по стороне и двум углам



### 9.1 Обозначения

$a, b, c$  - стороны треугольника

$\alpha, \beta, \gamma$  - противолежащие углы

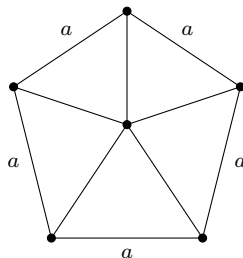
### 9.2 Площадь треугольника через сторону и два угла

$$S = \frac{a^2}{2} \times \frac{\sin(\beta) \sin(\gamma)}{\sin(\beta + \gamma)} = \frac{a^2}{2} \times \frac{\sin(\beta) \sin(\gamma)}{\sin(\alpha)}$$

$$S = \frac{b^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{b^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\gamma)}{\sin(\beta)}$$

$$S = \frac{c^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{c^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\beta)}{\sin(\gamma)}$$

## 10 Формула площади правильного многоугольника



### 10.1 Обозначения

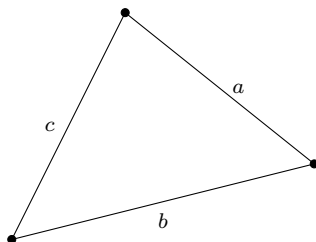
$a$  - сторона многоугольника

$n$  - количество сторон

### 10.2 Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{na^2}{4 \operatorname{tg} \left( \frac{180^\circ}{n} \right)}$$

## 11 Площадь треугольника, формула Герона



### 11.1 Обозначения

$a, b, c$ ,- стороны треугольника

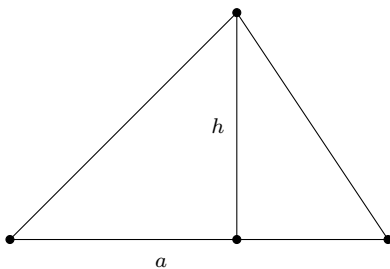
$p$  - полупериметр

$$p = \frac{(a + b + c)}{2}$$

### 11.2 Площадь правильного многоугольника

$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

## 12 Формула расчета площади треугольника



### 12.1 Обозначения

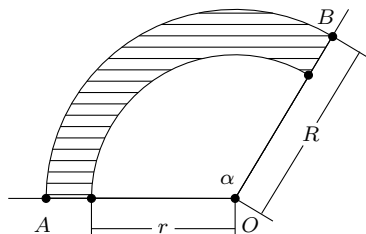
h - высота треугольника

a - основание

### 12.2 Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{1}{2}ah$$

## 13 Площадь сектора кольца



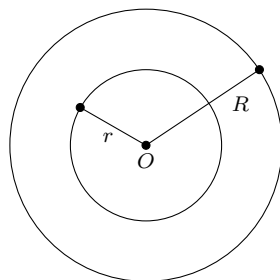
### 13.1 Обозначения

$R$  - радиус внешней окружности  
 $r$  - радиус внутренней окружности  
 $\alpha$  - угол сектора  $AOB$ , в градусах

### 13.2 Формула площади сектора кольца

$$S = \frac{\pi\alpha}{360^\circ}(R^2 - r^2)$$

## 14 Площадь кольца



### 14.1 Обозначения

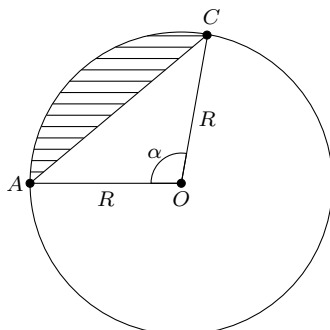
$R$  - радиус внешней окружности

$r$  - радиус внутренней окружности

### 14.2 Формула площади кольца

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

## 15 Площадь сегмента круга



### 15.1 Обозначения

$R$  - радиус круга

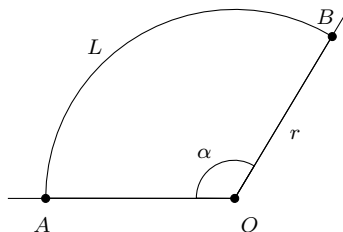
$\alpha$  - угол сегмента в градусах

### 15.2 Формула площади сегмента круга, отсекаемая хордой AC

$$S = \frac{1}{2}R^2 \left( \frac{\pi\alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$



## 16 Площадь сектора круга



### 16.1 Обозначения

$r$  - радиус круга

$L$  - длина дуги AB

$\alpha$  - угол сектора круга AOB в градусах

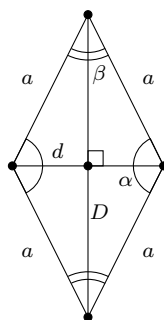
### 16.2 Формула площади сектора круга, через длину дуги (L)

$$S = \frac{1}{2}Lr$$

### 16.3 Формула площади сектора круга, через угол ( $\alpha$ ):

$$S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

## 17 Площадь ромба



### 17.1 Обозначения

$a$  - сторона ромба

$D$  - большая диагональ

$d$  - меньшая диагональ

$\alpha$  - острый угол

$\beta$  - тупой угол

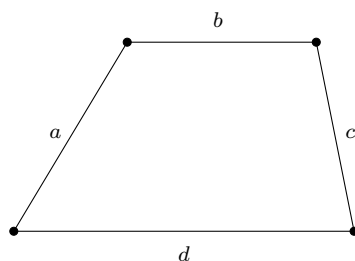
### 17.2 Формулы площади ромба

$$S = \frac{D \times d}{2}$$

$$S = a^2 \sin \alpha = a^2 \sin \beta$$

$$S = \frac{1}{2} D^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{2} d^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\beta}{2} \right)$$

## 18 Формула площади трапеции через четыре стороны



### 18.1 Обозначения

$d$  - нижнее основание

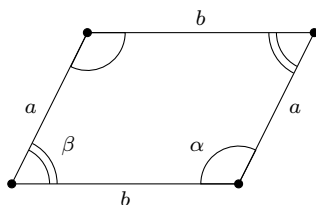
$b$  - верхнее основание

$a, c$  - боковые стороны

### 18.2 Формулы площади трапеции

$$S = \frac{a + b}{2} \sqrt{c^2 - \left( \frac{(a - b)^2 + c^2 - d^2}{2(a - b)} \right)^2}$$

## 19 Формула площади параллелограмма через стороны и углы



### 19.1 Обозначения

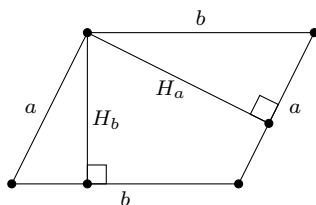
$a, b$  - стороны параллелограмма

$\alpha, \beta$  - углы параллелограмма

### 19.2 Формула площади через стороны и углы параллелограмма

$$S = ab \times \sin \alpha = ab \times \sin \beta$$

## 20 Формула площади параллелограмма через сторону и высоту



### 20.1 Обозначения

$a, b$  - стороны параллелограмма

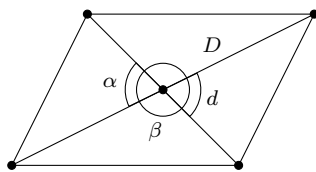
$H_b$  - высота на сторону  $b$

$H_a$  - высота на сторону  $a$

### 20.2 Формула площади через стороны и высоты параллелограмма

$$S = b \times H_b = a \times H_a$$

## 21 Формула площади параллелограмма через диагонали и угол между ними



### 21.1 Обозначения

$D$  - большая диагональ

$d$  - меньшая диагональ

$\alpha, \beta$  - углы между диагоналями

### 21.2 Формула площади через диагонали параллелограмма и угол между ними

$$S = \frac{1}{2}Dd \times \sin \alpha = \frac{1}{2}Dd \times \sin \beta$$

## 22 Площадь треугольника, угол и две стороны

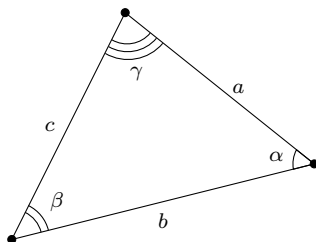


Рис. 2: Зная у треугольника, две стороны и синус угла между ними, находим по формуле, его площадь.

### 22.1 Обозначения

$a, b, c$  - стороны треугольника

$\alpha, \beta, \gamma$  - углы

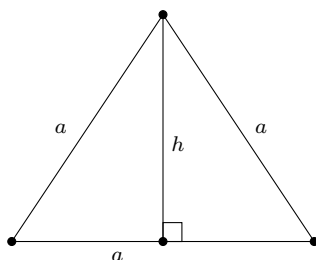
### 22.2 Формулы площади треугольника, через две стороны и угол между ними

$$S = \frac{1}{2}bc \sin(\alpha)$$

$$S = \frac{1}{2}ac \sin(\beta)$$

$$S = \frac{1}{2}ab \sin(\gamma)$$

## 23 Площадь равностороннего треугольника



### 23.1 Обозначения

a - сторона треугольника

h - высота

### 23.2 Площадь треугольника через сторону a и высоту h

$$S = \frac{1}{2}ah$$

### 23.3 Площадь треугольника только через сторону a

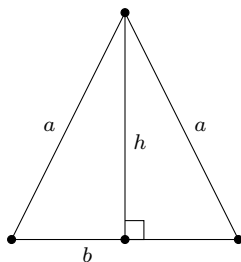
$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

### 23.4 Площадь треугольника только через высоту h

$$S = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$



## 24 площадь равнобедренного треугольника



### 24.1 Обозначения

$b$  - основание треугольника

$a$  - равные стороны

$h$  - высота

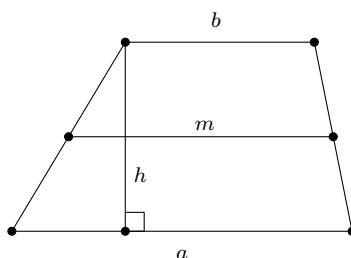
### 24.2 Формула площади треугольника через высоту $h$ и основание $b$

$$S = \frac{1}{2}bh$$

### 24.3 Формула площади треугольника через, стороны $a$ , $b$

$$S = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$$

## 25 Формула площади трапеции через основания и высоту



### 25.1 Обозначения

$a$  - нижнее основание

$b$  - верхнее основание

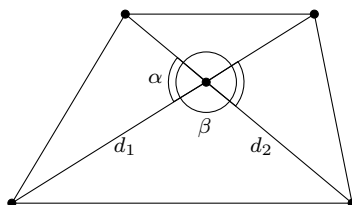
$m$  - средняя линия

$h$  - высота трапеции

### 25.2 Формула площади трапеции

$$S = \frac{(a + b)}{2} \times h = m \times h$$

## 26 Формула площади трапеции через диагонали и угол между ними



### 26.1 Обозначения

$d_1, d_2$  - диагонали трапеции

$\alpha, \beta$  - углы между диагоналями

### 26.2 Формула площади трапеции

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \alpha = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \beta$$

## 27 Площадь прямоугольного треугольника по катетам

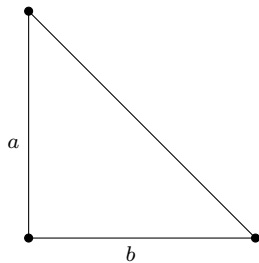


Рис. 3: Зная катеты прямоугольного треугольника, можно по формуле, найти его площадь.

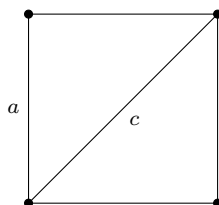
### 27.1 Обозначения

$a$ ,  $b$  - катеты треугольника

### 27.2 Формула площади прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2}ab$$

## 28 Площадь квадрата через диагональ или сторону



### 28.1 Обозначения

a - сторона квадрата

c - диагональ

### 28.2 Формула площади квадрата через сторону a

$$S = a^2$$

### 28.3 Формула площади квадрата через диагональ c

$$S = \frac{1}{2}c^2$$