

Геометрия

Hun Fauser

8 сентября 2014 г.

1 Площадь круга

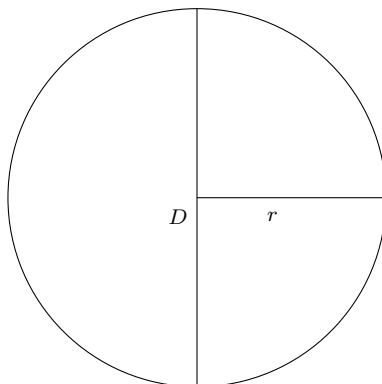


Рис. 1: Зная диаметр или радиус круга, можно найти его площадь.

1.1 Обозначения

r = радиус круга

R = диаметр

$\pi \approx 3.14$

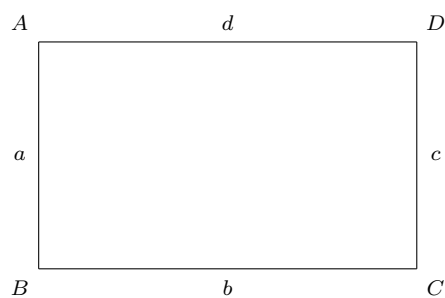
1.2 Площадь круга

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} D^2$$

1.3 Периметр круга

$$p = 2\pi r = \pi D$$

2 Площадь прямоугольника



2.1 Обозначения

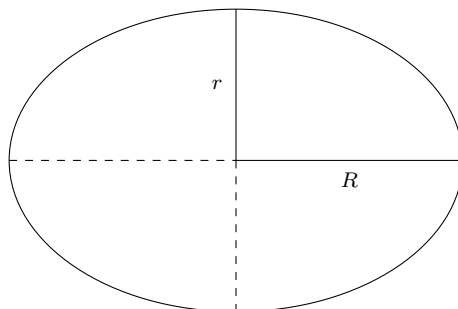
b, d = длина прямоугольника

a, c = ширина прямоугольника

2.2 Площадь прямоугольника

$$S = ab$$

3 Площадь эллипса



3.1 Обозначения

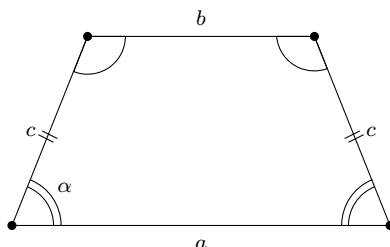
R = большая полуось

r = малая полуось

3.2 Площадь прямоугольника

$$S = \pi Rr$$

4 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны и угол



4.1 Обозначения

a - нижнее основание

b - верхнее основание

c - равные боковые стороны

α - угол при нижнем основании

4.2 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны

$$S = \frac{a+b}{2} \sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{4}}$$

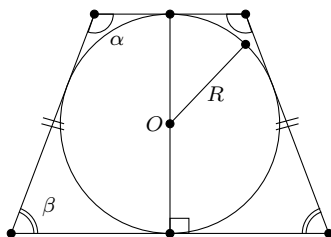
4.3 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны и угол

$$S = \frac{a^2 - b^2}{4} \operatorname{tg} \alpha$$

$$S = c \times \sin \alpha (a - \cos \alpha)$$

$$S = c \times \sin \alpha (b + \cos \alpha)$$

5 Формула площади равнобедренной трапеции через стороны и угол



5.1 Обозначения

R - радиус вписанной окружности
 D - диаметр вписанной окружности
 O - центр вписанной окружности
 H - высота трапеции
 α, β - углы трапеции

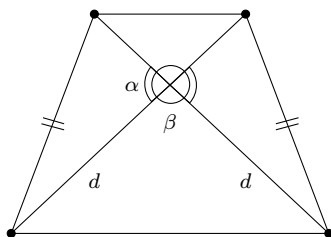
5.2 Формула площади равнобедренной трапеции через радиус вписанной окружности

$$S = \frac{R^2}{4} \sin \alpha = \frac{R^2}{4} \sin \beta$$

5.3 СПРАВЕДЛИВО, для вписанной окружности в равнобедренную трапецию

$$H = D = 2R$$

6 Формула площади равнобедренной трапеции через диагонали и угол между ними



6.1 Обозначения

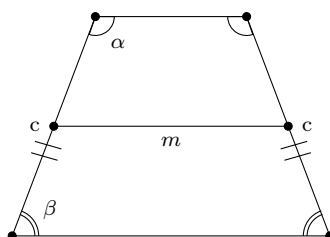
d - диагональ трапеции

α, β - углы между диагоналями

6.2 Формула площади равнобедренной трапеции через диагонали и угол между ними

$$S = \frac{d^2}{2} \sin \alpha = \frac{d^2}{2} \sin \beta$$

7 Формула площади равнобедренной трапеции через среднюю линию, боковую сторону и угол при основании



7.1 Обозначения

c - боковая сторона

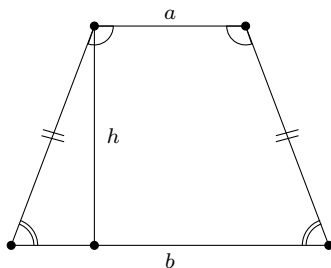
m - средняя линия трапеции

α, β - углы между диагоналями

7.2 Формула площади равнобедренной трапеции через среднюю линию, боковую сторону и угол при основании

$$S = mc \sin \alpha = mc \sin \beta$$

8 Формула площади равнобедренной трапеции через основания и высоту



8.1 Обозначения

a - нижнее основание

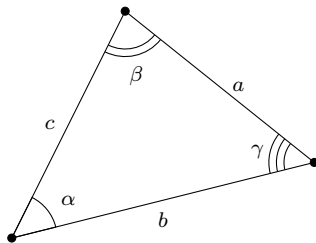
b - верхнее основание

h - высота трапеции

8.2 Формула площади равнобедренной трапеции через основания и высоту

$$S = \frac{a + b}{2} h$$

9 Площадь треугольника по стороне и двум углам



9.1 Обозначения

a, b, c - стороны треугольника

α, β, γ - противолежащие углы

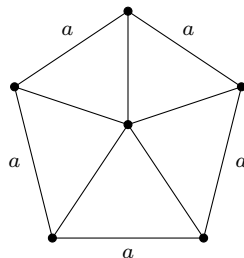
9.2 Площадь треугольника через сторону и два угла

$$S = \frac{a^2}{2} \times \frac{\sin(\beta) \sin(\gamma)}{\sin(\beta + \gamma)} = \frac{a^2}{2} \times \frac{\sin(\beta) \sin(\gamma)}{\sin(\alpha)}$$

$$S = \frac{b^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{b^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\gamma)}{\sin(\beta)}$$

$$S = \frac{c^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{c^2}{2} \times \frac{\sin(\alpha) \sin(\beta)}{\sin(\gamma)}$$

10 Формула площади правильного многоугольника



10.1 Обозначения

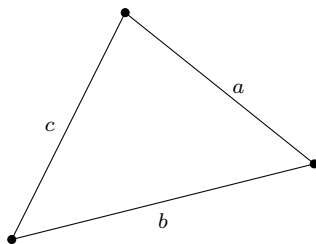
a - сторона многоугольника

n - количество сторон

10.2 Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{na^2}{4 \operatorname{tg} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)}$$

11 Площадь треугольника, формула Герона



11.1 Обозначения

a, b, c ,- стороны треугольника

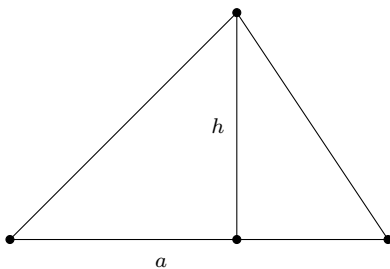
p - полупериметр

$$p = \frac{(a + b + c)}{2}$$

11.2 Площадь правильного многоугольника

$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

12 Формула расчета площади треугольника



12.1 Обозначения

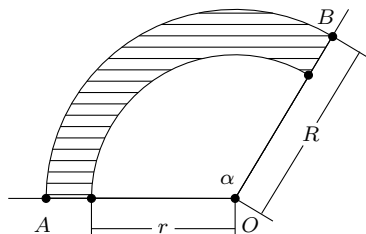
h - высота треугольника

a - основание

12.2 Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{1}{2}ah$$

13 Площадь сектора кольца



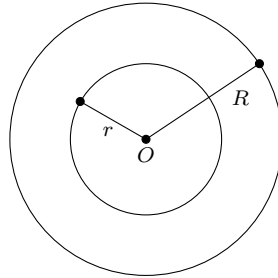
13.1 Обозначения

R - радиус внешней окружности
 r - радиус внутренней окружности
 α - угол сектора AOB , в градусах

13.2 Формула площади сектора кольца

$$S = \frac{\pi\alpha}{360^\circ}(R^2 - r^2)$$

14 Площадь кольца



14.1 Обозначения

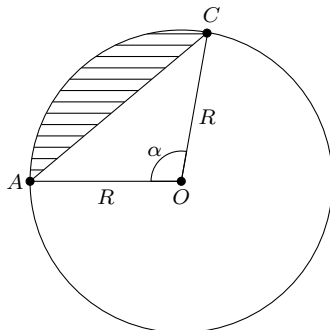
R - радиус внешней окружности

r - радиус внутренней окружности

14.2 Формула площади кольца

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

15 Площадь сегмента круга



15.1 Обозначения

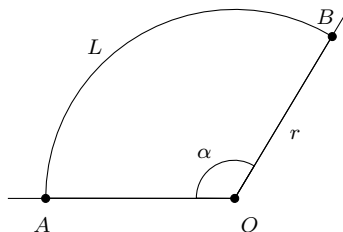
R - радиус круга

α - угол сегмента в градусах

15.2 Формула площади сегмента круга, отсекаемая хордой AC

$$S = \frac{1}{2}R^2 \left(\frac{\pi\alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

16 Площадь сектора круга



16.1 Обозначения

r - радиус круга

L - длина дуги AB

α - угол сектора круга AOB в градусах

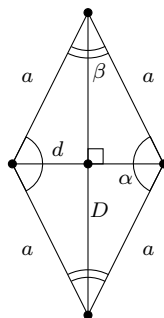
16.2 Формула площади сектора круга, через длину дуги (L)

$$S = \frac{1}{2}Lr$$

16.3 Формула площади сектора круга, через угол (α):

$$S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

17 Площадь ромба



17.1 Обозначения

a - сторона ромба

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α - острый угол

β - тупой угол

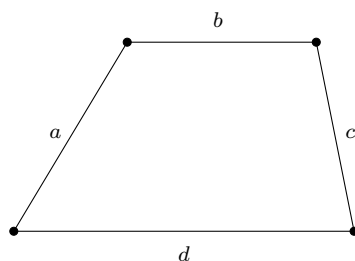
17.2 Формулы площади ромба

$$S = \frac{D \times d}{2}$$

$$S = a^2 \sin \alpha = a^2 \sin \beta$$

$$S = \frac{1}{2} D^2 \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{2} d^2 \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right)$$

18 Формула площади трапеции через четыре стороны



18.1 Обозначения

d - нижнее основание

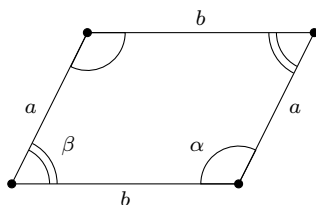
b - верхнее основание

a, c - боковые стороны

18.2 Формулы площади трапеции

$$S = \frac{a + b}{2} \sqrt{c^2 - \left(\frac{(a - b)^2 + c^2 - d^2}{2(a - b)} \right)^2}$$

19 Формула площади параллелограмма через стороны и углы



19.1 Обозначения

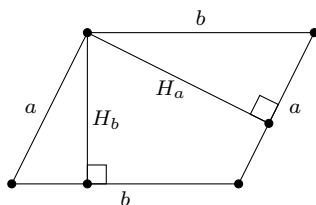
a, b - стороны параллелограмма

α, β - углы параллелограмма

19.2 Формула площади через стороны и углы параллелограмма

$$S = ab \times \sin \alpha = ab \times \sin \beta$$

20 Формула площади параллелограмма через сторону и высоту



20.1 Обозначения

a, b - стороны параллелограмма

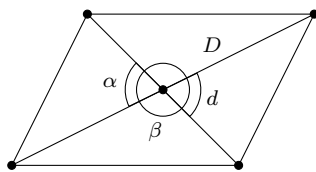
H_b - высота на сторону b

H_a - высота на сторону a

20.2 Формула площади через стороны и высоты параллелограмма

$$S = b \times H_b = a \times H_a$$

21 Формула площади параллелограмма через диагонали и угол между ними



21.1 Обозначения

D - большая диагональ

d - меньшая диагональ

α, β - углы между диагоналями

21.2 Формула площади через диагонали параллелограмма и угол между ними

$$S = \frac{1}{2}Dd \times \sin \alpha = \frac{1}{2}Dd \times \sin \beta$$

22 Площадь треугольника, угол и две стороны

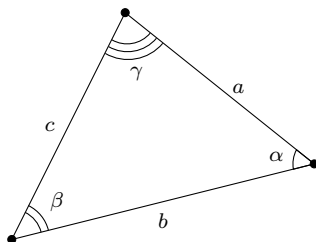


Рис. 2: Зная у треугольника, две стороны и синус угла между ними, находим по формуле, его площадь.

22.1 Обозначения

a, b, c - стороны треугольника

α, β, γ - углы

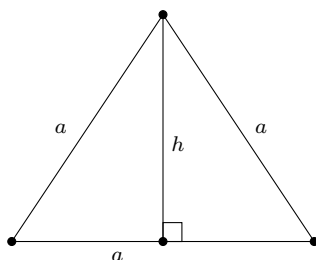
22.2 Формулы площади треугольника, через две стороны и угол между ними

$$S = \frac{1}{2}bc \sin(\alpha)$$

$$S = \frac{1}{2}ac \sin(\beta)$$

$$S = \frac{1}{2}ab \sin(\gamma)$$

23 Площадь равностороннего треугольника



23.1 Обозначения

a - сторона треугольника

h - высота

23.2 Площадь треугольника через сторону a и высоту h

$$S = \frac{1}{2}ah$$

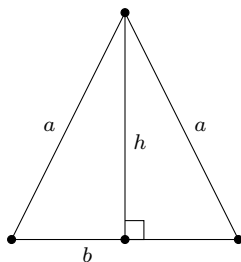
23.3 Площадь треугольника только через сторону a

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

23.4 Площадь треугольника только через высоту h

$$S = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$

24 площадь равнобедренного треугольника



24.1 Обозначения

b - основание треугольника

a - равные стороны

h - высота

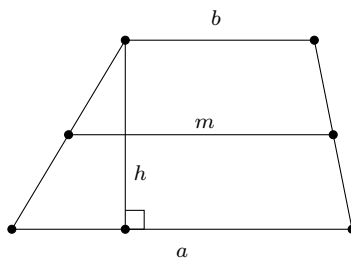
24.2 Формула площади треугольника через высоту h и основание b

$$S = \frac{1}{2}bh$$

24.3 Формула площади треугольника через, стороны a, b

$$S = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$$

25 Формула площади трапеции через основания и высоту



25.1 Обозначения

a - нижнее основание

b - верхнее основание

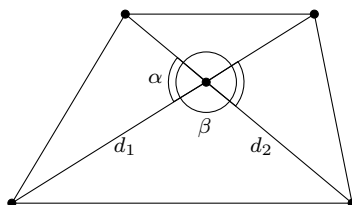
m - средняя линия

h - высота трапеции

25.2 Формула площади трапеции

$$S = \frac{(a + b)}{2} \times h = m \times h$$

26 Формула площади трапеции через диагонали и угол между ними



26.1 Обозначения

d_1, d_2 - диагонали трапеции

α, β - углы между диагоналями

26.2 Формула площади трапеции

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \alpha = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \beta$$

27 Площадь прямоугольного треугольника по катетам

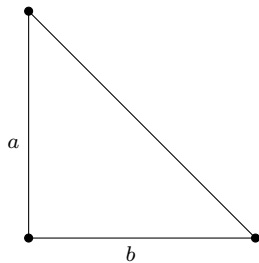


Рис. 3: Зная катеты прямоугольного треугольника, можно по формуле, найти его площадь.

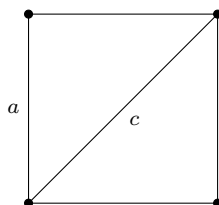
27.1 Обозначения

a , b - катеты треугольника

27.2 Формула площади прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2}ab$$

28 Площадь квадрата через диагональ или сторону



28.1 Обозначения

a - сторона квадрата

c - диагональ

28.2 Формула площади квадрата через сторону a

$$S = a^2$$

28.3 Формула площади квадрата через диагональ c

$$S = \frac{1}{2}c^2$$