

# GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 14

## BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN I

1.D	2.D	3.A	4.C	5.D	6.B	7.A	8.A	9.D	10.D
11.C	12.C								

## BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1	a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
Câu 2	a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
Câu 3	a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
Câu 4	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

## BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1: 65	Câu 2: 1359	Câu 3: 4640	Câu 4: 6	Câu 5: 0,27	Câu 6: 91,3
-----------	-------------	-------------	----------	-------------	-------------

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi Câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** • Ta có  $\int f(x)dx = \int 3^{x-1} \cdot 5^{x+1} dx = \int 3^x \cdot 3^{-1} \cdot 5^x \cdot 5 dx = \frac{5}{3} \int 15^x dx = \frac{5 \cdot 15^x}{3 \ln 15} + C$

**Chọn D.**

**Câu 2:** • Xét bất phương trình  $\log_{\frac{1}{6}}(x-2) > -1$  (ĐKXD:  $x > 2$ )

$$\Leftrightarrow x-2 < \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} \quad (\text{Vì cơ số } \frac{1}{6} < 1 \text{ nên bất phương trình bị đảo chiều})$$

$$\Leftrightarrow x-2 < 6 \Leftrightarrow x < 8$$

• Kết hợp với ĐK  $x > 2 \Rightarrow 2 < x < 8$

• Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(2; 8)$

**Chọn D.**

**Câu 3:** • Ta có cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là  $n = 2 + 10 + 16 + 8 + 2 + 2 = 40$

Nhóm	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

• Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \Rightarrow Q_1 \in [40; 50)$

$$\Rightarrow Q_1 = 40 + \frac{\frac{n}{4} - 2}{10} \cdot (50 - 40) = 48$$

• Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \Rightarrow Q_3 \in [60; 70)$

$$\Rightarrow Q_3 = 60 + \frac{\frac{3n}{4} - (2 + 10 + 16)}{8} \cdot (70 - 60) = 62,5$$

• Khoảng tứ phân vị được tính bởi công thức  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 14,5$

**Chọn A.**

**Câu 4:** • Xét phương trình  $2^x = 32$

$$\Leftrightarrow x = \log_2 32$$

$$\Leftrightarrow x = \log_2 2^5$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

**Chọn C.**

**Câu 5:** • Hình chiếu vuông góc của  $A(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $(1; 2; 0)$

**Chọn D.**

**Câu 6:** • Ta có  $\vec{u} = (1; 3; -2), \vec{v} = (2; 1; -1)$

$$\Rightarrow \vec{u} - \vec{v} = (1 - 2; 3 - 1; -2 - (-1)) = (-1; 2; -1)$$

**Chọn B.**

**Câu 7:** • Dựa vào bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$

$x$	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$y'$		-			-	0	+
$y$	2			$+\infty$		-2	$+\infty$

• Ta có: 
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 0$  và tiệm cận ngang là  $y = 2$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

**Chọn A.**

**Câu 8:** • Ta có  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $u_1 = 2, q = 3$

• Số hạng tổng quát:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \ (n \geq 2)$

$$\Rightarrow u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$$

**Chọn A.**

**Câu 9:** • Dựa vào bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$

$x$	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-		-	0	+	
$y$	$-\infty$		2		$+\infty$		4		$+\infty$

$\Rightarrow$  Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$

**Chọn D.**

**Câu 10:** • Sử dụng quy tắc hình hộp cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$

$$\bullet \text{ Mà } \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$$

**Chọn D.**

**Câu 11:** • Do  $ABCD$  là hình vuông

$$\Rightarrow AC \perp BD$$

$$\bullet \text{ Ta có: } \begin{cases} AC \perp BD \\ SA \perp BD \\ AC \cap SA = \{A\} \end{cases}$$

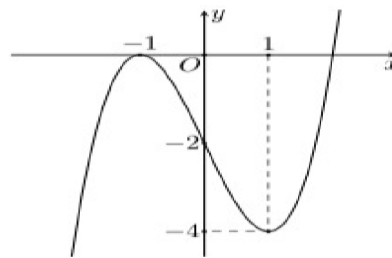
$$\Rightarrow BD \perp (SAC)$$

$$\bullet \text{ Mà } BD \subset (SBD)$$

$$\Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$$

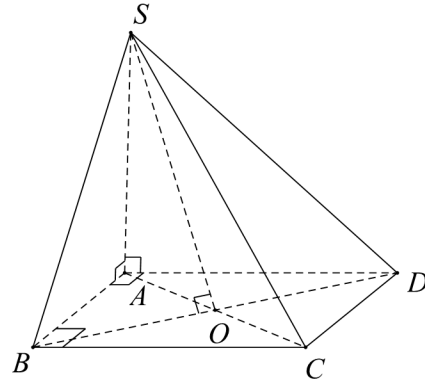
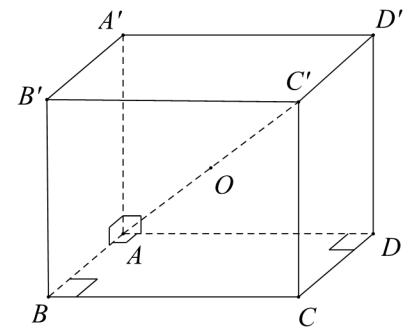
**Chọn C.**

**Câu 12:** • Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$



$\Rightarrow$  Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là  $(1; -4)$

**Chọn C.**



**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi Câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1: a) Sai – Giải thích :**

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Ta có: } P &= -2MA^2 - MB^2 - 3MC^2 \\ &= -2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= -6MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(-2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IC}) - 2IA^2 - IB^2 - 3IC^2 \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ Chọn điểm } I(a, b, c) \text{ sao cho: } -2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2(1-a) - (2-a) - 3(3-a) = 0 \\ -2(-3-b) - (-4-b) - 3(-2-b) = 0 \\ -2(3-c) - (5-c) - 3(1-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{13}{6} \\ b = -\frac{8}{3} \\ c = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Để } P \text{ đạt giá trị lớn nhất thì } M \equiv I \Rightarrow M\left(\frac{13}{6}; -\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{13}{6}; y = -\frac{8}{3}; z = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x + y - z = -\frac{17}{6} \approx -2,83 > -5$$

**b) Đúng – Giải thích:**

$$\bullet \text{ Theo Câu a, điểm } I \text{ thỏa mãn } 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \text{ là } I\left(\frac{13}{6}; -\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{13}{6}; y = -\frac{8}{3}; z = \frac{7}{3} \Rightarrow 2x + y + z = 4$$

**c) Đúng – Giải thích:**

$$\bullet \text{ Vì } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \text{ nên: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-3-4-2}{3} = -3 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3+5+1}{3} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2, b = -3, c = 3 \Rightarrow a + b + c = 2$$

**d) Sai – Giải thích :**

$$\bullet \overrightarrow{AB} = (2-1; -4+3; 5-3) = (1; -1; 2)$$

**Câu 2: a) Đúng – Giải thích:**

Nhận xét: Một vật chuyển động có phương trình vận tốc  $v = v(t)$ , quãng đường vật đi được từ  $t_0$  đến

$$t_1 \text{ là: } S = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

$\Rightarrow$  Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$

**b) Đúng – Giải thích:**

$$\bullet s(t) = \int v(t) dt = \int -10t + 20 dt = -5t^2 + 20t$$

**c) Đúng – Giải thích:**

• Thời gian xe di chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng lại là:  $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$  giây

$\Rightarrow$  Quãng đường xe ô tô di chuyển trong khoảng thời gian đạp phanh là:  $s(2) = -5.2^2 + 20.2 = 20(m)$

Mà chướng ngại vật cách xe  $50(m)$  nên xe ô tô không va vào chướng ngại vật ở trên đường

**d) Sai – Giải thích:**

• Theo câu c), thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

**Câu 3: a) Sai – Giải thích:**

• Đạo hàm của hàm số đã cho là:  $f'(x) = (2 \cos x + x\sqrt{2})' = -2 \sin x + \sqrt{2}$

**b) Đúng – Giải thích:**

$$\bullet \text{ Ta có } \begin{cases} f(0) = 2 \cdot \cos 0 + 0 \cdot \sqrt{2} = 2 \\ f(\pi) = 2 \cdot \cos \pi + \pi \sqrt{2} = -2 + \pi \sqrt{2} \end{cases}$$

**c) Đúng – Giải thích:**

$$\bullet \text{ Xét phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2 \sin x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \text{ nên: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

• Ta xét các giá trị:

$$- f(0) = 2 ; f(\pi) = -2 + \pi \sqrt{2}$$

$$- f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{4} ; f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Max}_{[0;\pi]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{4} \\ \text{Min}_{[0;\pi]} f(x) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của } f(x) \text{ trên đoạn } [0; \pi] \text{ là: } \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{4} + \left(-\sqrt{2}\right) + \frac{3\sqrt{2}\pi}{4} = \sqrt{2}\pi$$

**d) Đúng – Giải thích :**

• Dựa vào Câu b  $\Rightarrow$  phương trình  $f'(x) = 0$  có đúng hai nghiệm trên đoạn  $[0; \pi]$

**Câu 4: a) Đúng – Giải thích :**

• Xét đường thẳng  $SA$  và  $(ABC)$  có:  $\begin{cases} SA \cap (ABC) = A \\ SH \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow (SA, (ABC)) = SAH \Rightarrow SAH = 45^\circ$

• Xét  $\triangle SAH$  vuông tại  $H$  có  $SAH = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAH$  vuông cân tại  $H \Rightarrow SH = AH$

- Vì  $\triangle ABC$  đều có cạnh bằng  $\sqrt{3}$  nên  $CI = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}$

• Xét  $\triangle ACI$  có  $AC = \sqrt{3}; AI = \frac{\sqrt{3}}{2}; CI = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \text{Trung tuyến } AH = \sqrt{\frac{AI^2 + AC^2}{2} - \frac{CI^2}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{4} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{21}}{4}$$

**b) Đúng – Giải thích:**

• Diện tích tam giác đều  $ABC$  là:  $S_d = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

• Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là:

$$V = \frac{1}{3} S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{21}}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{16}$$

**c) Sai – Giải thích:**

• Theo Câu a), góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $SAH$

**d) Đúng – Giải thích:**

• Gọi  $M$  là giao điểm của  $CG$  và  $SB \Rightarrow M$  là trung điểm của  $SB$

Mà  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow MI \parallel SA$

• Xét  $SA$  và  $(CMI)$  có:  $SA \parallel MI \Rightarrow SA \parallel (CMI)$

Mà  $CG \subset (CMI) \Rightarrow d_{SA;CG} = d_{A;(CMI)}$

$$\text{Mặt khác: } \frac{d_{A;(CMI)}}{d_{B;(CMI)}} = \frac{AI}{BI} = 1 \Rightarrow d_{A;(CMI)} = d_{B;(CMI)}$$

• Xét  $\triangle SBH$ , gọi  $K$  là trung điểm của  $BH$

$$\Rightarrow \frac{d_{B;(CMI)}}{d_{K;(CMI)}} = \frac{BH}{KH} = 2 \Rightarrow d_{B;(CMI)} = 2d_{K;(CMI)}$$

• Mặt khác  $M$  là trung điểm của  $SB$

$\Rightarrow MK$  là đường trung bình của  $\triangle SBH \Rightarrow MK \parallel SH$

$\Rightarrow MK \perp (ABC)$  hay  $MK \perp (CIK)$

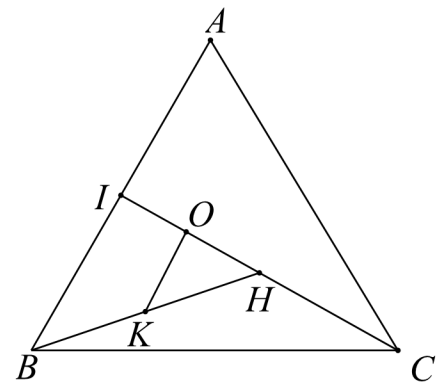
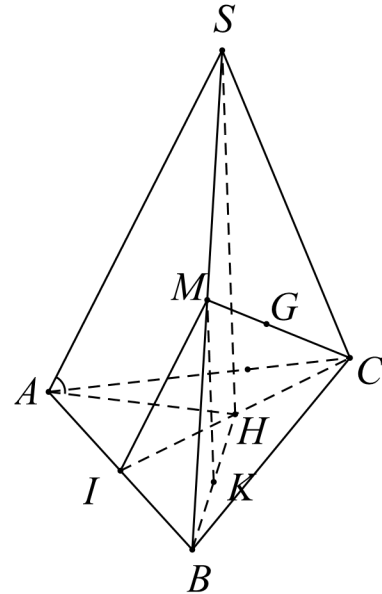
$$\text{• Từ } K, \text{ dựng } KO \perp CI \Rightarrow d_{K;(CMI)} = \frac{KM \cdot KO}{\sqrt{KM^2 + KO^2}}$$

- Xét  $\triangle BIH$  có  $K$  là trung điểm của  $BH$ ,  $KO \parallel BI$  (vì cùng vuông góc với  $CI$ )

$$\Rightarrow KO \text{ là đường trung bình của } \triangle BIH \Rightarrow KO = \frac{1}{2} BI = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{- Do } MK \text{ là đường trung bình của } \triangle SBH \text{ nên: } MK = \frac{1}{2} SH = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{21}}{4} = \frac{\sqrt{21}}{8}$$

$$\text{Do đó, } d_{K;(CMI)} = \frac{\sqrt{231}}{44} \Rightarrow d_{A;(CMI)} = d_{B;(CMI)} = 2d_{K;(CMI)} = \frac{\sqrt{231}}{22} \Rightarrow d_{SA;CG} = \frac{\sqrt{231}}{22}$$



**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6.

**Câu 1:** • Kẻ  $AH \perp EC (H \in EC)$

- Khi đó ta có:  $\begin{cases} EC \perp AH \\ EC \perp AF \end{cases} \Rightarrow EC \perp (AHF) \Rightarrow FH \perp EC$

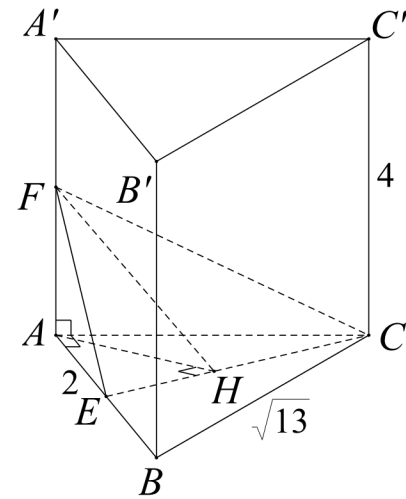
- Ta có:  $\begin{cases} FH \perp CE \equiv H \\ AH \perp CE \equiv H \end{cases} \Rightarrow [A, CE, F] = AHF$

- Ta có:  $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3$

$\Rightarrow CE = \sqrt{AE^2 + AC^2} = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + AC^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

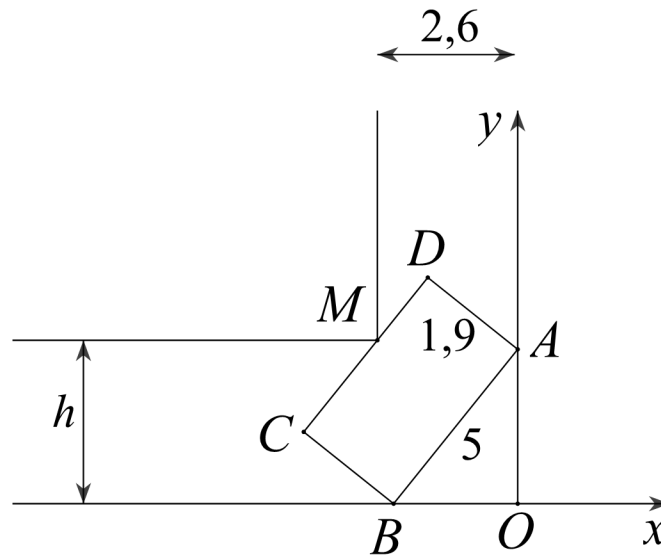
- Ta có  $S_{\Delta ACE} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot CE \Leftrightarrow AH = \frac{AC \cdot AE}{CE} = \frac{3 \cdot 1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$

• Trong tam giác  $AHF$  vuông tại  $A \Rightarrow \tan AHF = \frac{AF}{AH} = \frac{2}{\frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{2\sqrt{10}}{3} \Rightarrow AHF \approx 65^\circ$



**Đáp án:** 65

**Câu 2:**



• Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

- Khi đó ta có  $M(-2, 6; h)$

- Gọi  $B(-a; 0) \Rightarrow A(0; \sqrt{25-a^2}), (a > 0)$

• Phương trình đoạn chắn đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} = 1$

- Do  $CD \parallel AB \Rightarrow CD: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - k = 0$  với  $k > 1$  do  $CD$  nằm trên  $AB$

- Khoảng cách giữa  $AB, CD$  là chiều rộng của ô tô nên  $d(AB, CD) = 1,9$

- Gọi  $E(0; \sqrt{25-a^2}) \in AB \Rightarrow d(AB, CD) = d(E, CD) = \frac{|1-k|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9$

$$\Rightarrow \frac{k-1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{25-a^2}}} = 1,9 \Leftrightarrow k = 1 + 1,9 \sqrt{\frac{25}{a^2(25-a^2)}} = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}$$

$$\Rightarrow CD: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} = 0$$

• Để ô tô đi qua được thì  $M, O$  phải nằm khác phía so với đường thẳng  $CD$

$$\Rightarrow \left( \frac{2,6}{a} + \frac{h}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \right) \left( -1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \right) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2,6}{a} + \frac{h}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0 \quad (\text{Do } -1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} < 0, \forall a > 0, a \leq 5)$$

$$\Leftrightarrow h \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a} \quad \text{với } \forall a \in (0; 5]$$

• Xét hàm số  $f(a) = \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a}, a \in (0; 5]$

- Đạo hàm

$$f'(a) = \frac{-a}{\sqrt{25-a^2}} - \frac{9,5}{a^2} - 2,6 \cdot \frac{\frac{-a}{\sqrt{25-a^2}} \cdot a - \sqrt{25-a^2}}{a^2} = -\frac{a}{\sqrt{25-a^2}} - \frac{9,5}{a^2} - 2,6 \cdot \frac{-a^2 - 25 + a^2}{a^2\sqrt{25-a^2}}$$

$$\Leftrightarrow f'(a) = \frac{-a^3}{a^2\sqrt{25-a^2}} - \frac{9,5\sqrt{25-a^2}}{a^2\sqrt{25-a^2}} + \frac{65}{a^2\sqrt{25-a^2}} = \frac{65 - a^3 - 9,5\sqrt{25-a^2}}{a^2\sqrt{25-a^2}}$$

- Giải  $f'(a) = 0 \Leftrightarrow 65 - a^3 - 9,5\sqrt{25-a^2} = 0 \Leftrightarrow x = 3$

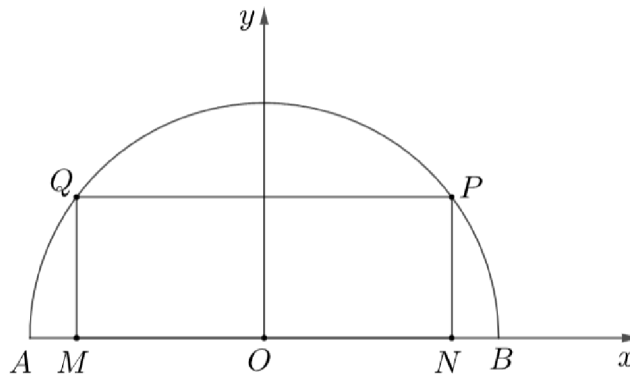
$$- \left\{ \begin{array}{l} \lim_{a \rightarrow 0} f(a) = -\infty \\ f(3) = \frac{37}{10} \\ f(5) = \frac{19}{10} \end{array} \right. \Rightarrow h \geq \max f(a) = \frac{37}{10}$$

$$\Rightarrow \text{Chiều rộng nhỏ nhất là } x = \frac{37}{10} \Rightarrow \begin{cases} p = 37 \\ q = 10 \end{cases} \Rightarrow p^2 - q = 37^2 - 10 = 1359$$

**Đáp án:** 1359



**Câu 3:**



- Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

- Khi đó ta có  $A(-5;0), B(5;0) \Rightarrow$  Đường tròn đường kính  $AB$  là  $(C): x^2 + y^2 = 25 \Rightarrow y = \sqrt{25 - x^2}$   
(Do  $y \geq 0$ )

$$\Rightarrow \text{Diện tích nửa hình tròn là } S = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2}{2} = \frac{25\pi}{2}$$

- Gọi  $N(a;0) \Rightarrow M(-a;0) \Rightarrow MN = 2a$

- Do  $MNPQ$  là hình chữ nhật và  $P \in (C) \Rightarrow P(a; \sqrt{25 - a^2}) \Rightarrow NP = \sqrt{25 - a^2}$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = MN \cdot NP = 2a \cdot \sqrt{25 - a^2}$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích phần còn lại là } S_{con} = S - S_{MNPQ} = \frac{25\pi}{2} - 2a\sqrt{25 - a^2}$$

• Số tiền cần để trồng hoa là:  $S_{MNPQ} \cdot 100 = 100 \cdot 2a\sqrt{25 - a^2}$

• Số tiền cần để trồng cỏ là:  $S_{con} \cdot 150 = 150 \left( \frac{25\pi}{2} - 2a\sqrt{25 - a^2} \right) = 1875\pi - 150 \cdot 2a\sqrt{25 - a^2}$

$$\Rightarrow \text{Tổng số tiền cần thiết là: } 100 \cdot 2a\sqrt{25 - a^2} + 1875\pi - 150 \cdot 2a\sqrt{25 - a^2} = 1875\pi - 100a\sqrt{25 - a^2}$$

- Để chi phí là thấp nhất là  $\left( 1875\pi - 100a\sqrt{25 - a^2} \right)_{\min}$

• Xét hàm số  $f(a) = 1875\pi - 100a\sqrt{25 - a^2}, (0 < a < 5)$

$$\text{- Đạo hàm: } f'(a) = -100\sqrt{25 - a^2} - 100a \cdot \frac{-a}{\sqrt{25 - a^2}} = -100\sqrt{25 - a^2} + \frac{100a^2}{\sqrt{25 - a^2}}$$

$$\text{- Giải } f'(a) = 0 \Leftrightarrow -100\sqrt{25 - a^2} + \frac{100a^2}{\sqrt{25 - a^2}} = 0 \Leftrightarrow 25 - a^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{25}{2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = 1875\pi \approx 5890 \\ f\left(\sqrt{\frac{25}{2}}\right) \approx 4640 \\ f(5) = 1875\pi \approx 5890 \end{array} \right. \Rightarrow \min f(a) = 4640$$

$\Rightarrow$  Chi phí thấp nhất là 4640 ngàn đồng

**Đáp án:** 4640

**Câu 4:** • Do  $M \in (Oyz)$ , gọi  $M(0; a; b)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (2; -1-a; 6-b) \\ \overrightarrow{MB} = (1; 1-a; 2-b) \\ \overrightarrow{MC} = (-3; -2-a; 4-b) \\ \overrightarrow{MD} = (1; 6-a; -4-b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MA^2 = 2^2 + (-1-a)^2 + (6-b)^2 = a^2 + 2a + b^2 - 12b + 41 \\ MB^2 = 1^2 + (1-a)^2 + (2-b)^2 = a^2 - 2a + b^2 - 4b + 6 \\ MC^2 = 3^2 + (-2-a)^2 + (4-b)^2 = a^2 + 4a + b^2 - 8b + 29 \\ MD^2 = 1^2 + (6-a)^2 + (-4-b)^2 = a^2 - 12a + b^2 + 8b + 53 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \left( \frac{MA}{MD} \right)^2 - 3 \left( \frac{MB}{MD} \right)^2 + \left( \frac{MC}{MD} \right)^2 = \frac{MA^2 - 3MB^2 + MC^2}{MD^2}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{a^2 + 2a + b^2 - 12b + 41 - 3(a^2 - 2a + b^2 - 4b + 6) + a^2 + 4a + b^2 - 8b + 29}{a^2 - 12a + b^2 + 8b + 53}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{-a^2 + 12a - b^2 - 8b + 52}{a^2 - 12a + b^2 + 8b + 53}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{-a^2 + 12a - 36 + 36 - b^2 - 8b - 16 + 16 + 52}{(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1} = \frac{-(a^2 - 12a + 36) + 36 - (b^2 + 8b + 16) + 16 + 52}{(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow T = \frac{-(a-6)^2 - (b+4)^2 - 1 + 105}{(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1} = \frac{-[(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1] + 105}{(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1} = -1 + \frac{105}{(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1}$$

• Để  $T_{\max} \Leftrightarrow [(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1]_{\min}$

- Ta có  $(a-6)^2 + (b+4)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (a-6)^2 = 0 \\ (b+4)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -4 \end{cases}$

$\Rightarrow T_{\max} = 104$  dấu "=" xảy ra khi  $a = 6$  và  $b = -4 \Rightarrow M(0; 6; -4)$

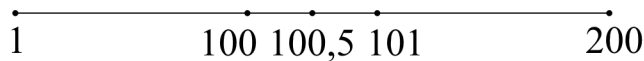
$\Rightarrow$  Tung độ của điểm  $M$  là  $y_M = 6$

**Đáp án:** 6

- Câu 5:**
- Gọi số bi hộp I là  $x$  viên  $\Rightarrow$  Số bi hộp 2 là  $15 - x$  viên
  - Số bi hộp I lớn hơn số bi hộp II  $\Rightarrow x > 15 - x \Leftrightarrow x > 7,5 \Leftrightarrow x \geq 8$
  - Gọi số bi đen hộp I là  $a$  viên  $\Rightarrow$  Số bi trắng hộp I là  $x - a$  viên
  - Gọi số bi đen hộp II là  $b$  viên  $\Rightarrow$  Số bi trắng hộp II là  $15 - x - b$  viên (với  $b < a$ )
  - Lấy từ mỗi hộp 1 viên xác suất để lấy được 2 viên bi đen là  $\frac{5}{28} \Leftrightarrow \frac{a}{x} \cdot \frac{b}{15-x} = \frac{5}{28} \Leftrightarrow \frac{ab}{15x-x^2} = \frac{5k}{28k}$
  - Ta có  $8 \leq x \leq 14 \Rightarrow 14 \leq 15x - x^2 \leq 56 \Leftrightarrow 14 \leq 28k \leq 56 \Rightarrow k \in \{1; 2\}$
  - Với  $k = 1 \Rightarrow 15x - x^2 = 28 \Leftrightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{113}}{2}$  (Loại)
  - Với  $k = 2 \Rightarrow 15x - x^2 = 56 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (TM)} \\ x = 7 \text{ (L)} \end{cases}$
- $$\Rightarrow \frac{ab}{15x-x^2} = \frac{ab}{56} = \frac{10}{56}$$
- Do  $x - a > 0 \Rightarrow a < x \Rightarrow 1 \leq b < a < 8$
  - Ta có  $ab = 10 = 2.5 = 10.1 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$
- $\Rightarrow$  Hộp I có 8 viên bi trong đó có 5 bi đen và 3 viên bi trắng
- Hộp II có 7 viên bi trong đó có 2 bi đen và 5 bi trắng
- $\Rightarrow$  Xác suất để lấy được 2 viên bi trắng là  $P = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56} \approx 0,27$

**Đáp án:** 0,27

- Câu 6:**
- Ta có cỡ mẫu  $n = 13 + 24 + 55 + 61 + 31 + 16 = 200$



- Trung vị của mẫu số liệu là  $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$  và thuộc nhóm  $[90; 100)$

$$\Rightarrow M_e = 90 + \frac{\frac{200}{2} - (13 + 24 + 55)}{61} \cdot 10 = \frac{5570}{61} \approx 91,3$$

**Đáp án:** 91,3