



TD3 03

LUYỆN TẬP TÍNH NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN

Phần 1 - Tính nguyên hàm tích phân

- Tính nguyên hàm của các hàm số sau:
a) x^4 ; b) $5x^6 + 6x^5$; c) $\sin x + \cos x$.
- Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 3x^2$, biết $F(0) = 1$.
- Tìm
a) $\int 2^x \ln 2 \, dx$; b) $\int -0,5x^4 - 3 \cos x \, dx$.
c) $\int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx$; d) $\int (7 + 5 \cot^2 x) \, dx$
e) $\int \frac{3^x + 4^x + 1}{5^x} \, dx$; f) $\int (2^x \cdot 3^{2x+1}) \, dx$.
- Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:
a) e^{4x+1} ; b) 2^{3-x} ; c) 7^{2-3x} ; d) $\frac{1}{e^{1-2x}}$; e) $e^x + x^e$; f) $\sin(2 - 3x)$;
- Tìm
a) $\int \sin^2 2x \, dx + \int \cos^2 2x \, dx$; b) $\int \sin^2 2x \, dx$;
c) $\int \cos^4 \frac{x}{2} \, dx - \int \sin^4 \frac{x}{2} \, dx$; d) $\int \tan^2 x \, dx$.
- Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 5 - 2 \cos t$ (m/s). Tính quãng đường vật chuyển động trong khoảng thời gian từ lúc $t = 0$ (s) đến $t = \frac{\pi}{2}$ (s).

Phần 2 - Một số ứng dụng

- [trắc nghiệm đúng sai]** Trong vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng của cây đó trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)$ (cm) là chiều cao của cây sau t năm. Biết cây con khi trồng cao 12 cm.
a) $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.
b) $h(t) = 0,75t^2 + 5t + C$ với C là một hằng số.
c) Chiều cao của cây số không đổi trong 6 năm được trồng.
d) Chiều cao của cây đó khi được bán là 70 cm.
- [trắc nghiệm đúng sai]** Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng ở ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$. Một công trình dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số $m(t) = 800 - 2t$, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 400$), $m(t)$ tính theo người. Đơn giá cho một ngày công lao động là 400 000 đồng.
a) $M(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $m(t) = 800 - 2t$.

- b) $M(t) = 800t - t^2 + C$ với $0 \leq t \leq 400$ và C là một hằng số.
 c) Số ngày công được tính đến hết ngày thứ 400 là 160 000.
 d) Chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành) là 640 000 000 đồng.
9. [tự luận] Tại một lễ hội dân gian, tốc độ thay đổi lượng khách tham dự được biểu diễn bởi hàm số $B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 15$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau một giờ, 500 người đã có mặt tại lễ hội.
 a) Viết công thức của hàm số $B(t)$ biểu diễn số lượng khách tham dự lễ hội với $0 \leq t \leq 15$.
 b) Sau 3 giờ sẽ có bao nhiêu khách tham dự lễ hội?
 c) Số lượng khách tham dự lễ hội lớn nhất là bao nhiêu?
 d) Tại thời điểm nào thì tốc độ thay đổi lượng khách tham dự lễ hội là lớn nhất?
10. [tự luận] Xét dao động điều hòa của một chất điểm có vận tốc tức thời tại thời điểm t là $v(t) = -0,2\pi \sin(\pi t)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng m/s. Tìm phương trình li độ $x(t)$, biết $v(t)$ là đạo hàm của $x(t)$ và $x(0) = 0,2$ (m).

Phần 3 - Bài tập mức vận dụng

11. Gọi S là tập các giá trị của m thỏa mãn $\int_1^m (2x - 3)dx = m + 7$. Tổng các phần tử của S bằng
 A. 8. B. 10. C. 4. D. 7.
12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) - 3F(2)$ bằng
 A. $2\ln 3$. B. $-3\ln 2$. C. $3\ln 2$. D. $-2\ln 3$.
13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ ax - b - 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Tích phân $I = \int_{-3}^{-1} f(x)dx$ bằng
 A. $\frac{82}{3}$. B. $\frac{-22}{3}$. C. -14. D. 10.
14. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 1 \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng
 A. $\frac{\pi^2 + 2\pi + 1}{16}$. B. $\frac{\pi^2 + 2\pi + 1}{9}$. C. $\frac{\pi^2 + 4\pi + 4}{8}$. D. $\frac{\pi^2 + 4\pi + 4}{16}$.
15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{khi } -2 \leq x \leq 0 \\ x - 2, & \text{khi } 0 < x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-2}^2 |f(x)|dx$

► Đáp số:



16. Xét tất cả các hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^4 f(x)dx = 6$. Giá trị nhỏ nhất của

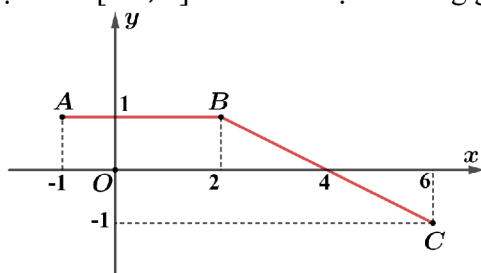
$$\left(\int_0^{-2} f(x)dx \right)^2 + 2 \int_0^4 f(x)dx$$
 bằng bao nhiêu?

➡ Đáp số:

17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) = x + \int_0^1 xf(x)dx$. Giá trị của $f(2)$ bằng bao nhiêu?

➡ Đáp số:

18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình bên.



Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng bao nhiêu?

➡ Đáp số: