1 Nền tảng về TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

THẦY ĐỖ VĂN ĐỨC | Khóa I2K6 | Buổi IA1

PHẦN 1 – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I – TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1. Nhắc lại định nghĩa

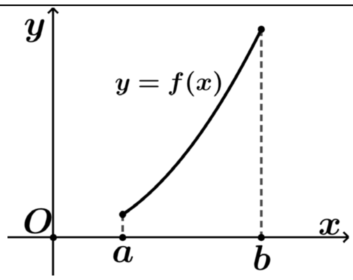
Kí hiệu K là khoảng, hoặc đoạn, hoặc nửa khoảng. Giả sử hàm số $y=f(x)$ xác định trên K. Ta nói:

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến (tăng) trên K nếu với mọi cặp số x_1, x_2 thuộc K mà $x_1<x_2$ thì $f(x_1)<f(x_2)$.
- Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến (giảm) trên K nếu với mọi cặp số x_1, x_2 thuộc K mà $x_1<x_2$ thì $f(x_1)>f(x_2)$.

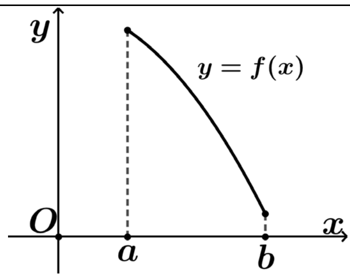
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến hoặc nghịch biến trên K gọi chung là hàm số đơn điệu trên K.

➡ Nhận xét:

- $f(x)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0, \forall x_1, x_2 \in K\ (x_1 \neq x_2)$;
- $f(x)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0, \forall x_1, x_2 \in K\ (x_1 \neq x_2)$.



Hàm tăng trên $(a;b)$



Hàm giảm trên $(a;b)$

2. Tính đơn điệu và dấu của đạo hàm

✪ **Định lý**

$f'(x)>0\ \forall x\in K \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên K.

$f'(x)<0\ \forall x\in K \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên K.

Lưu ý: Nếu $f'(x)=0\ \forall x\in K \Rightarrow f(x)$ không đổi trên K.

✪ **Định lý mở rộng:**

Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên K, nếu $f'(x)\geq 0\ (f'(x)\leq 0)\ \forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số $f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên K.

II – QUY TẮC XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

✪ Quy tắc

Bước 1: Tìm tập xác định

Bước 2: Tính đạo hàm $f'(x)$, tìm các điểm $x_i\ (i=1,2,...,n)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định

Bước 3: Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên

Bước 4: Kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số.

III – MỘT SỐ LƯU Ý

✪ Lưu ý 1:

- Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K thì hàm số $f(x)+g(x)$ cũng đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K.
- Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến và nhận giá trị dương trên K thì hàm số $f(x).g(x)$ cũng đồng biến trên K.

✪ Lưu ý 2:

- Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên khoảng $(a;b)$ tương đương với hàm số $f(x)$ đồng biến (hay nghịch biến) trên đoạn $[a;b]$.

✪ Lưu ý 3:

- Nếu hàm số $u(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ thì hàm số $f(u(x))$ đồng biến (nghịch biến) trên $[a;b]$ khi và chỉ khi hàm số $f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên $[u(a);u(b)]$.
- Nếu hàm số $u(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$ thì hàm số $f(u(x))$ đồng biến (nghịch biến) trên $[a;b]$ khi và chỉ khi hàm số $f(x)$ nghịch biến (đồng biến) trên $[u(b);u(a)]$.

PHẦN 2 – VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1. Xét chiều biến thiên của các hàm số sau:

a) $y=x^2$

b) $y=x^3+x$;

c) $y=x^3-3x$;

d) $y=x+\dfrac{1}{x}$;

e) $y=x-\dfrac{1}{x}$;

f) $y=\dfrac{x^2}{x+1}$;

g) $y=2x-3$;

h) $y=|x|$;

i) $y=x-|x|$;

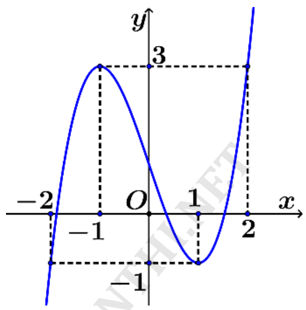
k) $y=x^2-2|x|$.

PHẦN 3 – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 2. Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3-3x^2+4$ là

A. $(0;3)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;1)$. **B.** $(1;2)$.

C. $(-1;3)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x^4+4x+1$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=x^3+3x+4$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. B. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. C. $y=-x^3+3x^2-9x$. D. $y=x^3+3x$.

Câu 6. Hàm số nào trong các hàm số sau nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-3x^3+3x^2-x$. B. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. C. $y=-x^2-x+1$. D. $y=-x^4-2x^2$.

Câu 7. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào **không** đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. B. $y=3x^3-x^2+2x-7$. C. $y=4x-\dfrac{3}{x}$. D. $y=4x-3\sin x+\cos x$.

Câu 8. Khoảng nghịch biến của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ là

A. $(1;2)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(1;+\infty)$. D. $(0;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x+5, \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$. B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$. D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)$. B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$. D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2x(x+1)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(-1;0)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. B. $(-2;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-\infty;-2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(5-x)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;5)$. B. $(-1;2)$. C. $(5;+\infty)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 14. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. B. $y=-x^4+2x^2+3$. C. $y=x^3+x^2+2x+1$. D. $y=-x^3-x-2$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

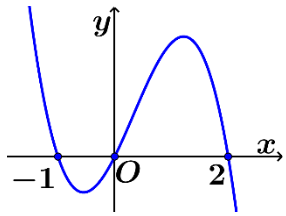
Câu 16. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$. **B.** $\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{3\pi}{4}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

Câu 17. Điều kiện cần và đủ để hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}+2x^2-mx+2222$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m\ge 4$. **B.** $m>4$. **C.** $m\le 4$. **D.** $m\le -4$.

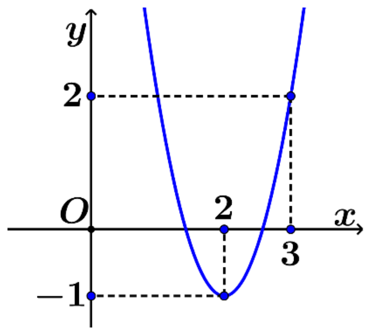
Câu 18. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f\left(x\right)$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(3-2x\right)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng



A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$.

C. $\left(1;5\right)$. **D.** $\left(5;+\infty\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$, hàm số $g\left(x\right)=f'\left(2x+3\right)+2$ có đồ thị là một parabol $\left(P\right)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(1;6\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$.

C. $\left(5;9\right)$. **D.** $\left(-\infty;9\right)$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, hàm số $f'\left(x\right)=x\left(x+m\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số tự nhiên m nhỏ nhất để hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(-2222;-100\right)$ là

A. -2222. **B.** 2222. **C.** 2223. **D.** -2223.

--- Hết ---

2 CÁC MÔ HÌNH VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU ĐIỂN HÌNH

THẦY ĐỖ VĂN ĐỨC | Khóa I2K6 | Buổi IA2

PHẦN 1 – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I – ĐƠN ĐIỆU HÀM BẬC NHẤT TRÊN BẬC NHẤT CÓ THAM SỐ

1. Hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}\,(c\neq 0)$ đơn điệu trên từng khoảng xác định

- Hàm số $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $ad-bc>0$;
- Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $ad-bc<0$.

2. Hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}\,(c\neq 0)$ đơn điệu trên K, với K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng

- Hàm số $f(x)$ đồng biến trên K khi và chỉ khi $\begin{cases} ad-bc>0 \\ -\dfrac{d}{c}\notin K \end{cases}$
- Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K khi và chỉ khi $\begin{cases} ad-bc<0 \\ -\dfrac{d}{c}\notin K \end{cases}$.

3. Hàm số $f(x)=\dfrac{au(x)+b}{cu(x)+d}\,(c\neq 0)$ đơn điệu trên K, với K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng

➡ Phương pháp giải

- Đặt $u(x)=t$, với $x\in K$ thì tập giá trị của t là khoảng H.
- Nếu $u(x)$ đồng biến trên K thì $f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K khi và chỉ khi $g(t)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên H.
- Nếu $u(x)$ nghịch biến trên K thì $f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K khi và chỉ khi $g(t)$ nghịch biến (hoặc đồng biến) trên H.

II – TÌM THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ F(X,M) ĐƠN ĐIỆU TRÊN MỘT KHOẢNG

✪ Bài toán: Tìm tham số m để hàm số $y=f(x,m)$ đơn điệu trên khoảng (α,β).

➡ Phương pháp giải

➢ Bước 1: Viết điều kiện dưới dạng bất phương trình

✓ Hàm số $y=f(x,m)$ đồng biến trên khoảng $(\alpha;\beta)$ thì $f'(x,m)\geq 0\ \forall x\in(\alpha;\beta)$.

✓ Hàm số $y=f(x,m)$ nghịch biến trên khoảng $(\alpha;\beta)$ thì $f'(x,m)\leq 0\ \forall x\in(\alpha;\beta)$.

➢ Bước 2: Biến đổi bất phương trình dưới dạng cô lập m, lưu ý rằng nếu hàm số liên tục trên $[\alpha;\beta]$ thì hàm số đơn điệu trên $(\alpha;\beta)$ cũng đơn điệu trên $[\alpha;\beta]$

✓ $g(x)\leq m\ \forall x\in(\alpha;\beta)\Leftrightarrow \max\limits_{x\in(\alpha;\beta)} g(x)\leq m$;

✓ $g(x)\geq m\ \forall x\in(\alpha;\beta)\geq \min\limits_{x\in(\alpha;\beta)} g(x)\geq m$.

➢ Bước 3: Khảo sát sự biến thiên của hàm số $g(x)$ để tìm min và max của $g(x)$ trên khoảng đang xét.

III – TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM HỢP

✪ Bài toán: Cho hàm số $y=f(x)$ đã biết thông tin về dấu của $f'(x)$, yêu cầu xét sự biến thiên của hàm số $f(u(x))$

➡ Phương pháp giải

- Tính $\left[f(u(x))\right]'=f'(u(x)).u'(x)$
- Xét dấu của $\left[f(u(x))\right]'$ thông qua dấu của $f'(u(x))$ và $u'(x)$.

PHẦN 2 – BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-m}$

a) Đồng biến trên $(-1;3)$?

b) Nghịch biến trên $(-\infty;0)$;

c) Đồng biến trên $(1;+\infty)$;

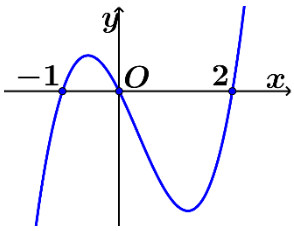
Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{m-2x}$. Tìm m để

a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định

b) Hàm số $f(\sin x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$;

c) Hàm số $f(\cos x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau



a) $y=f(x+3)$;

b) $y=f(x^2)$;

c) $y=f(x^2+x)$;

d) $y=f(x^3)$.

PHẦN 3 – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $-2<m<2$. **B.** $-2\le m\le 2$. **C.** $-2<m\le 1$. **D.** $m>2$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4+mx-\dfrac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 5$ đồng biến trên $(-\infty;0)$?

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số đồng biến trên $K = (0;+\infty)$.

A. 10. **B.** 12. **C.** 21. **D.** 9.

Câu 8. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (1-m)x + 2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. Vô số. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+2)x^2 + 3(m^2+4m)x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11. Cho hàm số $y = \dfrac{\tan x - 2}{\tan x - m}$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$. Tính tổng các phần tử của S

A. -48. **B.** 45. **C.** -55. **D.** -54.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20;20]$ để hàm số $y = \dfrac{\sqrt{9-2x}-1}{2\sqrt{9-2x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-8;0)$?

A. 15. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 13. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = 3x + m\sqrt{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 2.

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=x^4-2(m^2-3m)x^2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

A. 4. B. 6. C. 2. D. 5.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-1), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(-x)$ đồng biến trên khoảng?

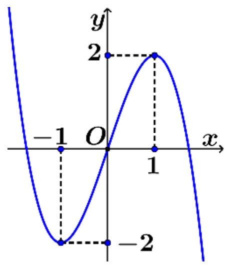
A. $(2;+\infty)$. B. $(0;2)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(-1;1)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $(-2;-\sqrt{3})$. B. $(\sqrt{3};2)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mf(x)+2222}{f(x)+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.



A. 92. B. 95. C. 87. D. 89.

--- Hết ---

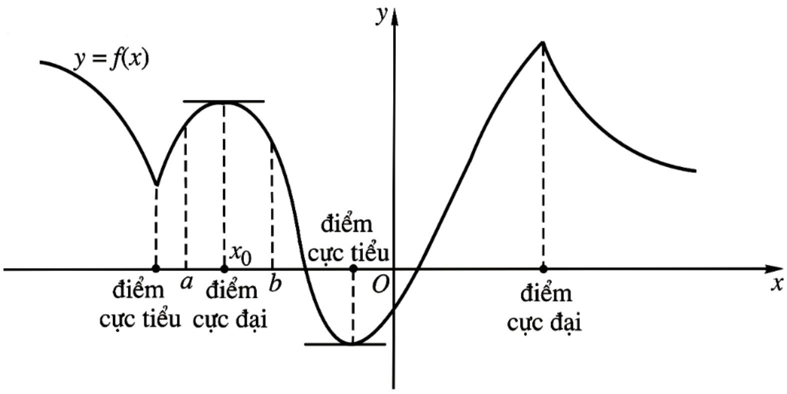
3 Nền tảng về CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

THẦY ĐỖ VĂN ĐỨC | Khóa I2K6 | Buổi IA3

PHẦN 1 – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I – KHÁI NIỆM

1. Các khái niệm



✪ Khái niệm điểm cực đại, giá trị cực đại

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập $D, x_0 \in D$. x_0 được gọi là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ nếu: $\exists (a;b) \subset D : \begin{cases} x_0 \in (a;b), \\ f(x) < f(x_0)\ \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}. \end{cases}$

➡ Khi đó $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

✪ Khái niệm điểm cực tiểu, giá trị cực tiểu

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập $D, x_0 \in D$. x_0 được gọi là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ nếu: $\exists (a;b) \subset D : \begin{cases} x_0 \in (a;b), \\ f(x) > f(x_0)\ \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}. \end{cases}$

➡ Khi đó $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

Lưu ý tên gọi

✶ Điểm cực đại, điểm cực tiểu: điểm cực trị.

✶ Giá trị cực đại, giá trị cực tiểu: cực trị

✶ Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì điểm $(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

2. Mối quan hệ với đạo hàm

✪ Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ và đạt cực trị tại $x_0 \in (a;b)$ thì $f'(x_0) = 0$.

✪ Nếu $f'(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ và đổi dấu khi x đi qua điểm $x_0 \in (a;b)$ thì x_0 là một điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

II – ĐIỀU KIỆN ĐỦ ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$-$		$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$	

✶ Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(x_0)$	$\searrow$	

✶ Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm số

III – MỐI QUAN HỆ VỚI ĐẠO HÀM CẤP HAI

✪ Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0, $f'(x_0)=0$ và f có đạo hàm cấp hai khác 0 tại điểm x_0.

a) Nếu $f''(x_0)<0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0.

b) Nếu $f''(x_0)>0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0.

Lưu ý:

- Nếu $f''(x_0)=0$, ta chưa thể kết luận được x_0 có là điểm cực trị của hàm số $f(x)$ hay không. Ví dụ hàm $f(x)=x^4$ có $f'(x)=4x^3$; $f''(x)=12x^2$, ta có $f'(0)=f''(0)=0$.
- Với hàm đa thức bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$, nếu $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ thì $x=x_0$ không phải là điểm cực trị của $f(x)$.

PHẦN 2 – VÍ DỤ LUYỆN TẬP

Câu 1. Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau:

a) $y=x^2$;

b) $y=x^3-3x$;

c) $y=x^4-2x^2+1$;

d) $y=x^4+2x^3$;

e) $y=x-\dfrac{1}{x}$;

f) $y=x+\dfrac{1}{x}$;

g) $y=|x|$;

h) $y=x^2-2|x|$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=-(x^2-x)(x^2-1)(x^3-8), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 3. Tìm m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx+2$ có hai điểm cực trị, và khoảng cách giữa hai điểm cực trị đó bằng 2.

PHẦN 3 – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào sau đây **không** có điểm cực trị?

A. $y=x^3-3x.$ **B.** $y=-x^2+4.$ **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}.$ **D.** $y=x^2-2x.$

Câu 5. Hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị?

A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}.$ **B.** $y=x^3+2.$ **C.** $y=2x^4+x^2-3.$ **D.** $y=x^3+x^2-2.$

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

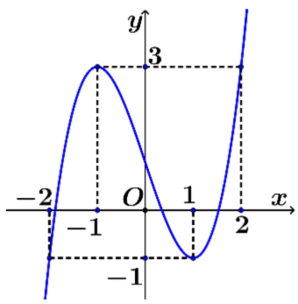
Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi trên đoạn $[-2;2]$, hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 3.

C. 2. **D.** 1.

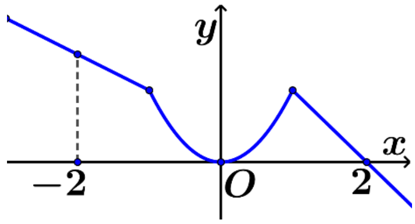
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-12	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1.$ **B.** $x=1.$ **C.** $x=-2.$ **D.** $x=0.$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Hỏi trên đoạn $[-2;2]$, hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1.

C. 2. **D.** 3.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2(x-1)^2(x-3)(x^2-4)\ \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 3\sin x - 4\cos x - 5$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 0.

Câu 14. Hàm số $f(x) = x^4(x-1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x+5)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - (m+1)x^2 + \left(2m - \frac{2}{3}\right)x + 1$ có hai điểm cực trị?

A. $\begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **B.** $-\frac{1}{5} \le m \le 1$. **C.** $-\frac{1}{5} < m < 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -\frac{1}{5} \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị âm trên $(0;+\infty)$. Hỏi hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên $(0;+\infty)$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.