

MATH

IA11

## ĐƠN ĐIỆU > HÀM HỢP CÓ THAM SỐ

### PHẦN LÝ THUYẾT (ĐÃ LIVE TRONG KHÓA HỌC)

#### PHÂN VÍ DỤ

**Ví dụ 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = x^2 + 10x \forall x \in \mathbb{R}$ . Tìm  $m$  để hàm số  $f(2x - m)$  nghịch biến trên khoảng  $(5; 8)$ .

**Ví dụ 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = x^2 + 100x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tìm  $m$  để hàm số  $f(m - x^2)$  đồng biến trên khoảng  $(5; 8)$ .

**Ví dụ 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $f'(x) = (x-1)(x+3)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 20]$  để hàm số  $y = f(x^2 + 3x - m)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ ?

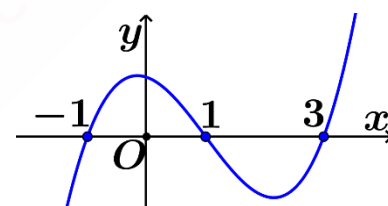
A. 18.

B. 17.

C. 16.

D. 20.

**Ví dụ 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Tìm  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ .



**Ví dụ 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)^2(3x^4 + mx^3 + 1)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu số nguyên âm  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^2)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

**Ví dụ 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$			$4$		$0$		$+\infty$

- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(2; 3)$ .
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(2m - 3x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(-3; -2)$ .
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^3 - 3x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 - 2x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 - 2x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 9)$ .

**Ví dụ 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2 + ax)$

- Đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .
- Nghịch biến trên  $(-3; 0)$ .

## PHẦN BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)^2(x-2) \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x+a)$  đồng biến trên khoảng  $(3; 5)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(-2x+5a)$  đồng biến trên  $(0; 1)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(2x^2+a)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f\left(\frac{5x}{x^2+4}+a\right)$  đồng biến trên khoảng  $(4; 6)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f\left(\sqrt{3}\sin x - \cos x + a\right)$  đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x+1)(x-3) \forall x \in \mathbb{R}$ .

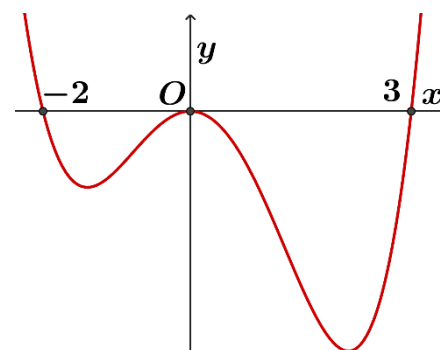
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x+a)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+a)$  nghịch biến trên  $(-3; -1)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+a)$  nghịch biến trên  $(1; 2)$
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(\sin^2 x + a)$  nghịch biến trên  $\left(\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -x^2 - 2x + 3 \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $a$  để hàm số  $f(2x+a)$  đồng biến trên  $(-1; 0)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+3x-a)$  nghịch biến trên  $(-5; -3)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+3x-a)$  nghịch biến trên  $(3; 5)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+3x-a)$  nghịch biến trên  $(-3; 3)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $g(x) = f(\sin^2 x + 3\sin x - a) + a^2 + 3$  đồng biến trên  $\left(\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

- Tìm  $a$  để hàm số  $f\left(\frac{1}{x}+a\right)$  đồng biến trên  $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{4}\right)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f\left(\left|\frac{1}{x}\right|+a\right)$  đồng biến trên  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f\left(\left|\frac{1}{x}+a\right|\right)$  đồng biến trên  $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{4}\right)$ .



**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  biết  $f'(x) = (x-2)(x+3) \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+a)$  đồng biến trên khoảng  $(2; 4)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^3-3x^2-9x+a)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f\left(\frac{2x}{x^2+1}+a\right)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2+4x-a)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(|x^2+4x-a|)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

--- Hết ---

MATH

IA12

## CỰC TRỊ > HÀM HỢP CÓ THAM SỐ

### KIẾN THỨC CẦN NẮM

✪ Nếu hàm số  $f(u(x))$  liên tục trên  $D$  thì số điểm cực trị của hàm số  $f(u(x))$  bằng  $\blacksquare + \blacktriangleright$

Trong đó:

- $\blacksquare$  là số điểm cực trị của  $u(x)$

- $\blacktriangleright$  là các nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của hệ:

$$\begin{cases} u(x) = x_1 \\ u(x) = x_2 \\ \dots \\ u(x) = x_n \end{cases}, \text{ với } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ là tất cả các điểm}$$

cực trị của hàm số  $f(x)$ .

### BÀI TẬP TRÊN LỚP

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = x^2(x - 1) \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Hàm số  $f(x^2)$  có bao nhiêu điểm cực trị.
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 + m)$  có đúng 1 điểm cực trị.
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 + m)$  có đúng 3 điểm cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Hàm số  $f(x^4 - 8x^2)$  có bao nhiêu điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^4 + 8x^2 + a)$  có đúng 5 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^4 - 8x^2 + a)$  có đúng 7 điểm cực trị.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 + mx)$  có đúng 1 điểm cực trị.
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 + mx)$  có đúng 3 điểm cực trị.
- Tìm  $m$  để hàm số  $f(x^2 + mx)$  có đúng 5 điểm cực trị.

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x - 1)^2(x - 2) \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2 + a)$  có 1 điểm cực trị
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2 + a)$  có 3 điểm cực trị
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2 + a)$  có 5 điểm cực trị

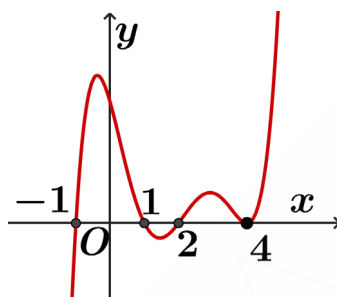
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 - 82x$ .

- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^2 - 18x + a)$  có 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(x^4 - 18x^2 + a)$  có đúng 5 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $f(\sqrt{x} + \sqrt{25 - x} + a)$  có đúng 3 điểm cực trị.

**Câu 6.** Cho hàm số  $f'(x) = (x - 1)^2(x^2 - 4x + 3) \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $a$  để hàm số  $f(x^3 + 3x + a)$  có đúng 2 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(x^3 - 3x + a)$  có 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(x^3 - 3x + a)$  có 6 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(|x|^3 - 3|x| + a)$  có 5 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(|x|^3 - 3|x| + a)$  có 7 điểm cực trị.

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới



- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(x^2 + 2ax + 3)$  có đúng 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(x^2 + 2ax + 3)$  có đúng 5 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để hàm số  $y = f(x^2 + 2ax + 3)$  có đúng 7 điểm cực trị.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x + 1)(x^2 + 2ax + 5)$ .

- Tìm  $a$  để  $f(x)$  có đúng 1 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(x)$  có đúng 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(x^2)$  có đúng 1 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(x^2)$  có đúng 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(x^2)$  có đúng 5 điểm cực trị.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  biết  $f'(x) = (x - 2)(x + 3) \forall x \in \mathbb{R}$ .

- Tìm  $a$  để  $f(|x| + a)$  có đúng 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(|x| + a)$  có đúng 5 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(|x + a|)$  có đúng 3 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(|x^2 + a|)$  có đúng 7 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(|x^3 - 3x + a|)$  có đúng 5 điểm cực trị.
- Tìm  $a$  để  $f(|x^3 - 3x + a|)$  có tối đa số điểm cực trị.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x + 2)^4(x + 4)^3[x^2 + 2(a + 3)x + 6a + 18]$ . Tìm  $a$  để hàm số  $f(x)$  có đúng 1 điểm cực trị.

--- Hết ---