

# GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 9

## BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN I

1.D	2.C	3.A	4.C	5.C	6.B	7.D	8.C	9.C	10.B
11.D	12.D								

## BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1	a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
Câu 2	a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
Câu 3	a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
Câu 4	a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

## BẢNG ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1: -10	Câu 2: 966	Câu 3: 0,31	Câu 4: 5,2	Câu 5: 250	Câu 6: 4
------------	------------	-------------	------------	------------	----------

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi Câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** • Vì  $D$  là hình chiếu của  $D'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$

$$\Rightarrow (CD', (ABCD)) = (CD', CD) = \widehat{D'CD} = \frac{\widehat{C'D'D}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

**Chọn D.**

**Câu 2:** • Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  được tính bởi công thức:

$$V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.3a = a^3.$$

**Chọn C.**

**Câu 3:** • Nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là:

$$\int f(x)dx = \int (x^3 - x)dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + C$$

**Chọn A.**

**Câu 4:** • Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $R = 450 - 250 = 200$

**Chọn C.**

**Câu 5:** • Ta có  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} + 3\vec{k} = (-1)\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow$  Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là  $(-1; 2; 3)$ . **Chọn C.**

**Câu 6:** • Ta có  $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow 3^{-x} > 3^2 \Leftrightarrow -x > 2 \Leftrightarrow x < -2$

$\Rightarrow$  Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; -2)$

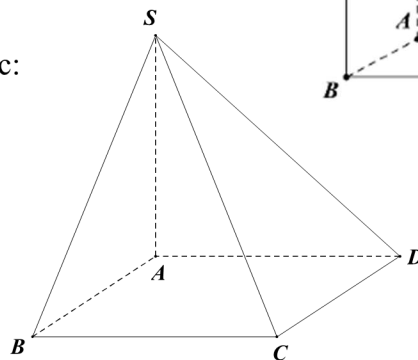
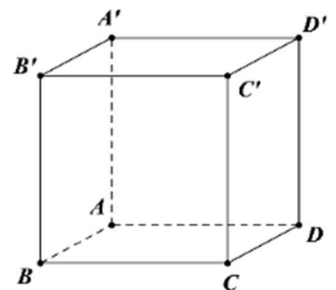
**Chọn B.**

**Câu 7:** • Ta có  $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x \Rightarrow f'(2) = e^2$ . **Chọn D.**

**Câu 8:** • Ta có  $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow$  Tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Chọn C.**



**Câu 9:** • Ta có công thức tính tích vô hướng của hai vector trong không gian:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$ . **Chọn C.**

**Câu 10:** • Trên khoảng  $(0; 2)$ , từ trái sang phải đồ thị hàm số đi xuống  
 $\Rightarrow$  Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Chọn B.**

**Câu 11:** • Ta có  $\vec{a} = \vec{u} + 2\vec{v} = (2; 0; -3) + 2 \cdot (0; 2; -1) = (2; 0; -3) + (0; 4; -2) = (2 + 0; 0 + 4; -3 - 2) = (2; 4; -5)$

**Chọn D.**

**Câu 12:** • Vì mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng  $(P) \Rightarrow \vec{n} = \vec{n}_p = (2; -1; 3)$

• Mặt phẳng đi qua  $M(1; 0; 2)$ , có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (2; -1; 3)$  có phương trình là:

$$2(x-1) - (y-0) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 8 = 0.$$

**Chọn D.**

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi Câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

**Câu 1:** • Ta có: Giá lúc mua mới là 50 triệu đồng và sau mỗi năm giá trị giảm đi 75% nên ta có giá của chiếc máy sau  $n$  năm sử dụng là:  $T_n = 50 \cdot (75\%)^n = 50 \cdot 0,75^n$

**a) Đúng – Giải thích:**

• Giá trị của máy sau 1 năm sử dụng là:  $T_1 = 50 \cdot 0,75^1 = 37,5$  (triệu đồng)

**b) Sai – Giải thích:**

• Giá trị của máy sau 2 năm sử dụng là:  $T_2 = 50 \cdot 0,75^2 = 28,125$  (triệu đồng)

**c) Sai – Giải thích:**

• Giá trị của máy sau 5 năm sử dụng là:  $T_5 = 50 \cdot 0,75^5 \approx 11,8652$  (triệu đồng)

$\Rightarrow$  Giá trị tiêu hao của chiếc máy sau 5 năm là:  $T'_5 = 50 - 11,8652 = 38,1348$  (triệu đồng)

**d) Sai – Giải thích:**

• Để giá trị của chiếc máy còn 10% giá trị ban đầu thì

$$T_n = 50 \cdot 10\% \Leftrightarrow 50 \cdot 0,75^n = 50 \cdot 10\% \Leftrightarrow 0,75^n = 10\% \Leftrightarrow n = \log_{0,75}(10\%) \approx 8$$

$\Rightarrow$  Cần 8 năm để giá trị máy còn 10% so với giá trị ban đầu

**Câu 2:** **a) Đúng – Giải thích:**

• Vì đỉnh  $A'$  cách đều ba đỉnh  $A, B, C$  nên  $A'A = A'B = A'C$ .

Khi đó hình chiếu của đỉnh  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là tâm

đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $ABC$

- Do  $\begin{cases} \widehat{ABC} = 60^\circ \\ BC = BA \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC$  là tam giác đều

$\Rightarrow G$  là trọng tâm đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp của

tam giác  $ABC \Rightarrow A'G \perp (ABC) \Rightarrow A'G \perp (ABCD)$

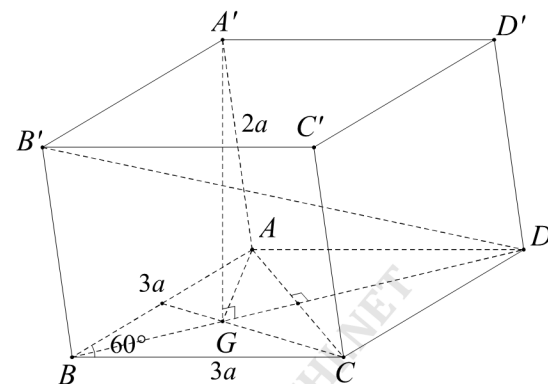
$\Rightarrow A'G$  là đường cao của hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$

**b) Sai – Giải thích:**

• Do  $\Delta ABC$  là tam giác đều nên  $AG = \frac{2}{3}d(A, BC) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3a = a\sqrt{3}$

• Trong tam giác  $AGA'$  vuông tại  $G$ :  $A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$

$\Rightarrow$  Độ dài đường cao của hình lăng trụ là  $A'G = a$



c) **Đúng** – Giải thích:

• Ta có:  $S_{ABCD} = 2.S_{ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = 3a \cdot 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^2 \sqrt{3}}{2}$

d) **Sai** – Giải thích:

• Ta có:  $V_{B'.BCD} = \frac{1}{2} \cdot V_{B'.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6} \cdot a \cdot \frac{9a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{4}$

**Câu 3:** • Ta có bảng số liệu:

Tuổi thọ	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số máy của hãng X	7	20	36	20	17
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10
Giá trị đại diện	3	5	7	9	11

a) **Sai** – Giải thích:

- Khoảng biến thiên của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X sản xuất là  $R_X = 12 - 2 = 10$
- Khoảng biến thiên của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng Y sản xuất là  $R_Y = 12 - 4 = 8$
- Do  $R_X > R_Y$  nên tuổi thọ của máy chạy bộ hãng X có độ phân tán lớn hơn tuổi thọ của máy chạy bộ hãng Y

b) **Đúng** – Giải thích:

- Tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng X sản xuất là:

$$\bar{x}_X = \frac{3 \cdot 7 + 5 \cdot 20 + 7 \cdot 36 + 9 \cdot 20 + 11 \cdot 17}{7 + 20 + 36 + 20 + 17} = 7,4$$

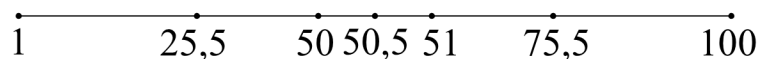
- Tuổi thọ trung bình của máy chạy bộ do hãng Y sản xuất là:

$$\bar{x}_Y = \frac{5 \cdot 20 + 7 \cdot 35 + 9 \cdot 35 + 11 \cdot 10}{20 + 35 + 35 + 10} = 7,7$$

$$\Rightarrow \bar{x}_Y > \bar{x}_X \Rightarrow \text{Tua\u0300i th\u0302o trung b\u0302nh c\u0302a h\u0302ng Y l\u0302n h\u0302n c\u0302a h\u0302ng X}$$

c) **Sai** – Giải thích:

- Ta có cỡ mẫu  $n = 100$



- Xét với hãng X

+ Tứ phân vị thứ nhất là  $Q_1 = \frac{x_{25} + x_{26}}{2}$  thuộc nhóm [4;6)

+ Tứ phân vị thứ ba là  $Q_3 = \frac{x_{75} + x_{76}}{2}$  thuộc nhóm [8;10)

- Tính  $Q_1, Q_3$

$$- Q_1 = a_p + \frac{\frac{1}{4}n - (m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 4 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 100 - 7}{20} \cdot (4 - 2) = 5,8$$

$$- Q_3 = a_p + \frac{\frac{3}{4}n - (m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 8 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 100 - (7 + 20 + 36)}{20} \cdot (10 - 8) = 9,2$$

$$\Rightarrow \text{Kho\u0300ng t\u0302r ph\u0302n v\u0302 c\u0302a h\u0302ng X l\u0302 } \Delta Q_X = Q_3 - Q_1 = 9,2 - 5,8 = 3,4$$

**d) Sai – Giải thích:**

• Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về hãng  $X$  là:

$$s_X = \sqrt{\frac{1}{100}(7.3^2 + 20.5^2 + 36.7^2 + 20.9^2 + 17.11^2) - 7.4^2} \approx 2,3$$

• Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về hãng  $Y$  là:

$$s_Y = \sqrt{\frac{1}{100}(20.5^2 + 35.7^2 + 35.9^2 + 10.11^2) - 7.7^2} \approx 1,82$$

$\Rightarrow$  Do  $s_Y < s_X$  nên tuổi thọ của hãng  $Y$  đồng đều hơn tuổi thọ của hãng  $X$

**Câu 4: a) Sai – Giải thích:**

• Gọi  $I$  là trung điểm của  $AO$ . Theo đề bài  $M$  là trung điểm của  $SA$

$\Rightarrow MI$  là đường trung bình của tam giác  $SAO \Rightarrow MI \parallel SO$  và  $MI = \frac{1}{2}SO$

- Mà  $SO \perp (ABCD)$  do  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $MI \perp (ABCD)$  hay  $I$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$

• Ta có:  $CI = CO + OI = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{4}AC = \frac{3}{4}AC \Rightarrow CI = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

**b) Đúng – Giải thích:**

• Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $CIN$  ta có:

$$NI = \sqrt{CI^2 + CN^2 - 2.CI.CN.\cos \widehat{NCI}}$$

$$\Leftrightarrow NI = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2.\frac{3a\sqrt{2}}{4}.\frac{a}{2}.\cos 45} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$$

• Áp dụng định lý Pytago trong tam giác  $IMN$  vuông tại  $I$  có:

$$MI = \sqrt{MN^2 - NI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$$

- Mà  $MI = \frac{1}{2}SO \Rightarrow SO = 2MI = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

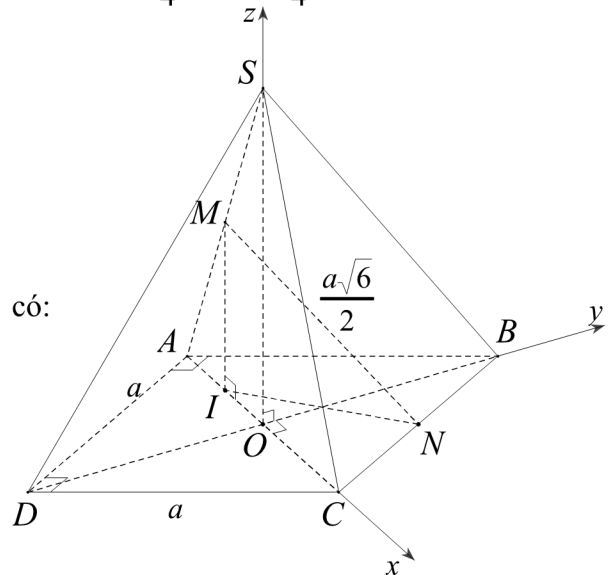
**c) Sai – Giải thích:**

• Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Không mất tính tổng quát chọn  $a = 1$ , khi đó ta có tọa độ các

điểm là:  $O(0;0;0)$ ,  $B\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ ,  $D\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ ,  $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$ ,  $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$ ,  $S\left(0;0;\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$ ,

$M\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$ ,  $N\left(\frac{\sqrt{2}}{4};\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$ ,  $I\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;0\right)$ .

- Ta có:  $\begin{cases} \overrightarrow{IN} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{4};0\right) \\ \overrightarrow{SC} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;-\frac{\sqrt{14}}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{IN}, \overrightarrow{SC}] = \left(-\frac{\sqrt{7}}{4};\frac{\sqrt{7}}{2};-\frac{1}{4}\right)$



• Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $IN, SC$  là  $d(IN, SC) = \frac{|\overrightarrow{[IN, SC]} \cdot \overrightarrow{IC}|}{|\overrightarrow{[IN, SC]}|}$

- Ta có:  $\overrightarrow{IC} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}; 0; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{[IN, SC]} \cdot \overrightarrow{IC} = -\frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{14}}{16}$

$$\Rightarrow d(IN, SC) = \frac{\frac{3\sqrt{14}}{16}}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \frac{\sqrt{14}}{8}$$

**d) Sai – Giải thích:**

• Ta có:  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{\sqrt{14}}{4}\right), \overrightarrow{SB} = \left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{14}}{2}\right), \overrightarrow{SD} = \left(0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$

$\Rightarrow$  Mặt phẳng  $(SBD)$  có một VTPT là  $\vec{n} = [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SD}] = (-\sqrt{7}; 0; 0)$

$$\Rightarrow \sin(MN, (SBD)) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\left|\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (-\sqrt{7})\right|}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{14}}{4}\right)^2} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6.

**Câu 1:** • Ta có:  $A(0; 0; 0), B(2; 0; 0), D(0; 2; 0), A'(0; 0; 2) \Rightarrow C(2; 2; 0), D'(0; 2; 2)$

-  $M$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow M = \frac{C+D}{2} \Rightarrow M(1; 2; 0)$

- là trung điểm của  $AA' \Rightarrow N = \frac{A+A'}{2} \Rightarrow N(0; 0; 1)$

• Ta có:  $\overrightarrow{BM} = (-1; 2; 0), \overrightarrow{BN} = (-2; 0; 1)$

$\Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BN}] = (2; 1; 4)$

• Ta có:  $\overrightarrow{D'M} = (1; 0; -2), \overrightarrow{D'N} = (0; -2; -1)$

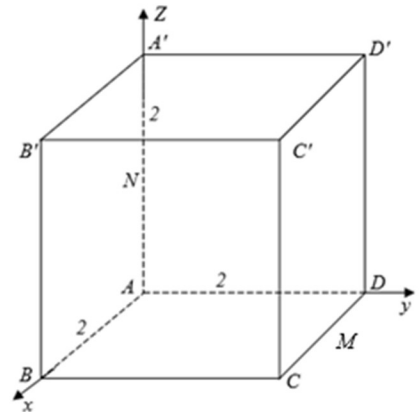
$\Rightarrow \vec{v} = [\overrightarrow{D'M}, \overrightarrow{D'N}] = (-4; 1; -2)$

- Do  $\begin{cases} \vec{u} \perp (BMN) \\ \vec{v} \perp (D'MN) \end{cases} \Rightarrow [B, MN, D'] = (\vec{u}, \vec{v})$

• Vậy  $\cos[B, MN, D'] = \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{2 \cdot (-4) + 1 \cdot 1 + 4 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + (-2)^2}} = -\frac{5}{7} \Rightarrow m = -\frac{5}{7}$

$\Rightarrow 14m = 14 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) = -10.$

**Đáp án:** -10



**Câu 2:** • Xét phương trình  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$  trên đoạn  $[0; 2024]$

$$\Leftrightarrow \cos\left[2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right] = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\left[1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = k\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

• Với  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

- Do  $x \in [0; 2024] \Leftrightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2024 \Leftrightarrow 0,16 \leq k \leq 644,43$

- Mà  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2; \dots; 644\} \Rightarrow$  Có 644 nghiệm  $x$

• Với  $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

- Do  $x \in [0; 2024] \Leftrightarrow 0 \leq -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \leq 2024 \Leftrightarrow 0,33 \leq k \leq 322,46$

- Mà  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2; \dots; 322\} \Rightarrow$  Có 322 nghiệm  $x$

• Vậy phương trình đã cho có 966 nghiệm trên đoạn  $[0; 2024]$ .

**Đáp án:** 966

**Câu 3:** • Gọi diện tích tam giác đều ban đầu cạnh bằng 2 là  $S_0 = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

• Hình tam giác đó được chia thành 4 hình tam giác bằng nhau và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ nên diện tích tam giác màu đỏ thứ nhất là  $\frac{1}{4}S_0$

$\Rightarrow$  Diện tích tam giác **không** được tô màu đỏ sau lần thứ nhất chia là  $S_1 = \frac{3}{4}S_0$

• Ở lần thứ hai, mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành 4 tam giác nhỏ bằng nhau nên diện tích mỗi tam giác nhỏ là  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}S_0 = \frac{1}{4^2}S_0$ , mỗi hình tam giác ở chính giữa lại được tô màu đỏ nên có  $3 \cdot 3 = 9$  tam giác con **không** được tô màu đỏ

$\Rightarrow$  Diện tích tam giác **không** được tô màu đỏ sau lần chia thứ hai là  $S_2 = 9 \cdot \frac{1}{4^2}S_0 = \frac{3^2}{4^2}S_0 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 S_0$

• Ở lần thứ ba, mỗi tam giác trong 9 tam giác con sẽ được chia thành 4 tam giác con bằng nhau nên diện tích mỗi tam giác con là  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4^2}S_0 = \frac{1}{4^3}S_0$ , mỗi tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ nên có  $9 \cdot 3 = 27$  tam giác con **không** được tô màu đỏ

$\Rightarrow$  Diện tích tam giác **không** được tô màu đỏ sau lần chia thứ ba là  $S_3 = 27 \cdot \frac{1}{4^3}S_0 = \frac{3^3}{4^3}S_0 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 S_0$

...

• Tương tự, ta có diện tích tam giác **không** được tô màu đỏ sau lần chia thứ sáu là  $S_6 = \left(\frac{3}{4}\right)^6 S_0$

(Chú ý: Không lấy  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_5 + S_6$  vì như vậy diện tích các hình sẽ có phần bị trùng lên nhau)

• Vậy  $S = \left(\frac{3}{4}\right)^6 S_0 = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \sqrt{3} \approx 0,31$ .

**Đáp án:** 0,31

**Câu 4:** • Gọi vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai sau khi bay 20 phút lần lượt là  $M$  và  $N$   
 - Khinh khí cầu thứ nhất xuất phát từ  $O(0;0;0)$

$\Rightarrow$  Sau 20 phút khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là  $M(0+1;0+1;0,5) \Leftrightarrow M(1;1;0,5)$

- Khinh khí cầu thứ hai xuất phát từ  $I(1;0;0)$

$\Rightarrow$  Sau 20 phút khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là  $N(1+2;0-2;0,8) \Leftrightarrow N(3;-2;0,8)$

• Gọi vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai sau khi bay 10 phút tiếp theo lần lượt là  $A(x_A; y_A; z_A)$  và  $B(x_B; y_B; z_B)$

• Do vận tốc và hướng bay của khinh khí cầu không đổi nên quãng đường khinh khí cầu bay được trong 20 phút sẽ gấp 2 lần quãng đường khi khí cầu bay được trong 10 phút

• Khinh khí cầu thứ nhất xuất phát từ  $O \Rightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA}$

$$\text{- Mà } \begin{cases} \overrightarrow{OM} = (1; 1; 0,5) \\ \overrightarrow{MA} = (x_A - 1; y_A - 1; z_A - 0,5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 2(x_A - 1) \\ 1 = 2(y_A - 1) \\ 0,5 = 2(z_A - 0,5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{3}{2} \\ y_A = \frac{3}{2} \\ z_A = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{4}\right)$$

• Khinh khí cầu thứ hai xuất phát từ  $I(1;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{IN} = 2\overrightarrow{IB}$

$$\text{- Mà } \begin{cases} \overrightarrow{IN} = (2; -2; 0,8) \\ \overrightarrow{NB} = (x_B - 3; y_B + 2; z_B - 0,8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2(x_B - 3) \\ -2 = 2(y_B + 2) \\ 0,8 = 2(z_B - 0,8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 4 \\ y_B = -3 \\ z_B = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow B\left(4; -3; \frac{6}{5}\right)$$

• Vậy sau 10 phút nữa, khoảng cách giữa hai khinh khí cầu là

$$AB = \sqrt{\left(4 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(-3 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{4}\right)^2} \approx 5,2(km).$$

**Đáp án:** 5,2

**Câu 5:** • Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ

• Đường kính cốc là  $10cm$

$\Rightarrow$  Bán kính  $R = 5cm$ , chiều cao của cốc là  $h = 15cm$

- Khi đó thiết diện của khối nước cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $x$  ( $-5 \leq x \leq 5$ ) là tam giác  $MNP$  vuông tại  $N$

• Đặt  $OM = x$

- Xét tam giác  $OMN$  vuông tại  $M$

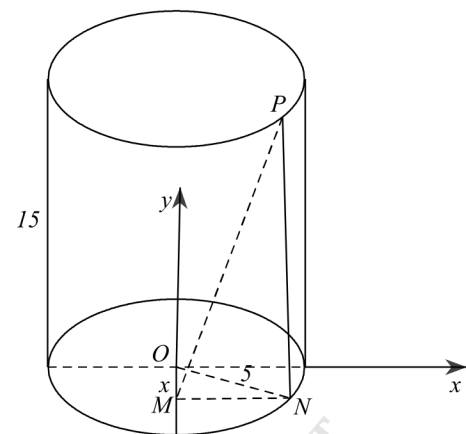
$$\Rightarrow MN = \sqrt{ON^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{5^2 - x^2} = \sqrt{25 - x^2}$$

$$\text{- Lại có } \frac{PN}{MN} = \frac{h}{R} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow PN = 3MN = 3\sqrt{25 - x^2}$$

$$\text{• Khi đó diện tích thiết diện là } S(x) = S_{\Delta MNP} = \frac{1}{2}MN \cdot NP = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{25 - x^2} \cdot 3 \cdot \sqrt{25 - x^2} = \frac{3}{2}(25 - x^2)$$

$$\text{• Vậy thể tích lượng nước trong cốc là } V = \int_{-5}^5 S(x) dx = \int_{-5}^5 \frac{3}{2}(25 - x^2) dx = 250(cm^3).$$

**Đáp án:** 250





**Câu 6:** • Gọi  $A$  là biến cố: “Công ty thắng thầu dự án 1”

• Gọi  $B$  là biến cố: “Công ty thắng thầu dự án 2”

Theo đề bài ta có:

- Khả năng thắng thầu dự án 1 là  $0,4 \Rightarrow P(A) = 0,4$

- Khả năng thắng thầu dự án 2 là  $0,5 \Rightarrow P(B) = 0,5$

- Khả năng thắng thầu cả hai dự án là  $0,3 \Rightarrow P(AB) = 0,3$

• Gọi  $C$  là biến cố: “ Công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1”

$$\Rightarrow P(C) = P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

• Gọi  $D$  là biến cố: “Công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1”

$$\Rightarrow P(D) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

• Vậy  $P = 4a + 3b = 4 \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 4$ .

**Đáp án:** 4