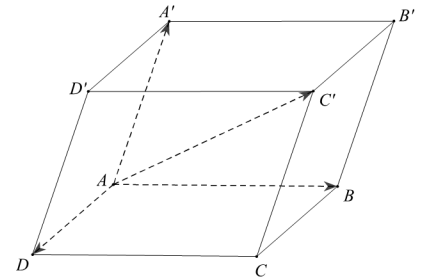


Câu 6: • Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$

Chọn D.



Câu 7: • Do $BC \parallel AD$

\Rightarrow Góc giữa BC và SD cũng là góc giữa AD và SD

• Xét $\triangle SAD$ vuông tại A có

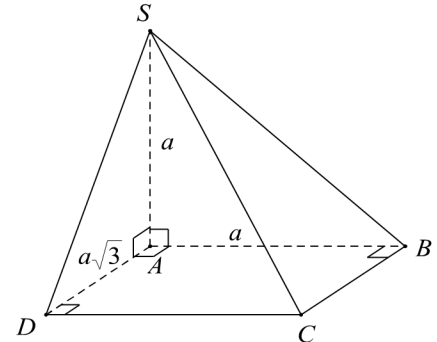
$$\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \widehat{SDA} = 30^\circ$$

\Rightarrow Góc giữa AD và SD là 30°

\Rightarrow Góc giữa BC và SD là 30°

Chọn A.



Câu 8: • Xét $F(x) = \int f(x)dx = \int \sin x dx = -\cos x + C$. **Chọn A.**

Câu 9: • Do $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và a là số thực thuộc $(0; \pi)$

$$\Rightarrow \int_0^\pi f(x)dx = \int_0^a f(x)dx + \int_a^\pi f(x)dx = 1 + 1 = 2. \text{ Chọn B.}$$

Câu 10: Từ bảng số liệu của đề bài, ta tính được giá trị đại diện của các nhóm là

| Thời gian giải rubik (giây) | [8;10) | [10;12) | [12;14) | [14;16) | [16;18) |
|-----------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| Giá trị đại diện | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| Số lần | 4 | 6 | 8 | 4 | 3 |

• Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên được tính bởi công thức

$$\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{4 + 6 + 8 + 4 + 3} = 12,68$$

• Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên được tính bởi công thức

$$\sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{4.(9-\bar{x})^2 + 6.(11-\bar{x})^2 + 8.(13-\bar{x})^2 + 4.(15-\bar{x})^2 + 3.(17-\bar{x})^2}{4 + 6 + 8 + 4 + 3}} \approx 2,44$$

Chọn C.

Câu 11: • Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OD} = (0; -6; 6)$$

Chọn A.

Câu 12: • Xét $M(-1; 2; -3)$ và $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0 \Rightarrow d_{(M, (P))} = \frac{|-1 - 2.2 + 2.(-3) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 4$

Chọn B.

PHẦN II: Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Học sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 4.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi Câu, học sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1: a) Đúng – Giải thích:

$$\bullet f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2 \cdot \frac{-\pi}{2}\right) - \left(\frac{-\pi}{2}\right) = \sin(-\pi) + \frac{\pi}{2} = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = \sin(\pi) - \frac{\pi}{2} = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

b) Sai – Giải thích: • Ta có $f'(x) = (\sin 2x - x)' = 2 \cos 2x - 1$

c) Đúng – Giải thích:

$$\bullet \text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\bullet \text{Đề nghiệm của PT thuộc đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{-\pi}{6} \end{cases}$$

d) Đúng – Giải thích:

• Hàm số chỉ có thể đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm $x = \frac{-\pi}{2}; x = \frac{-\pi}{6}; x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{\pi}{2}$

$$\bullet \text{Ta có } f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \min_{\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]} = -\frac{\pi}{2}$$

Câu 2: a) Đúng – Giải thích:

• Chia quá trình lái của ô tô ra làm 2 giai đoạn:

- Giai đoạn 1 ($0 \leq t < 6$): $v(t) = 5t \text{ (m/s)}$

\Rightarrow Vận tốc ô tô tại thời điểm bắt đầu phanh là $v(6) = 30 \text{ (m/s)}$

- Giai đoạn 2 ($t \geq 6$): $v(t) = \int a dt = \int -5 dt = -5t + C$

Tại $t = 6s \Leftrightarrow v(t) = -5 \cdot 6 + C \Leftrightarrow 30 = -30 + C \Leftrightarrow C = 60 \Rightarrow v(t) = 60 - 5t \text{ (t} \geq 6\text{)}$

$$\Rightarrow v(t) = \begin{cases} 5t & (0 \leq t < 6) \\ 60 - 5t & (t \geq 6) \end{cases} \Rightarrow v(10) = 60 - 5 \cdot 10 = 10 \text{ (m/s)}$$

b) Sai – Giải thích:

$$\bullet \text{Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là: } \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 (5t) dt = 90 \text{ (m)}$$

c) Đúng – Giải thích:

• Thời điểm xe dừng là: $60 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 12 \text{ (s)}$

\Rightarrow Quãng đường xe chạy từ lúc đạp phanh đến khi dừng lại là:

$$S = \int_6^{12} v(t) dt = \int_6^{12} (60 - 5t) dt \mid \text{Đặt } v = 60 - 5t \Rightarrow S = \int_0^6 (30 - 5v) dv = \int_0^6 (30 - 5t) dt$$

d) Sai – Giải thích:

• Quãng đường ô tô chuyển động từ lúc bắt đầu đến khi dừng lại là:

$$S = \int_0^{12} v(t) dt = \int_0^6 v(t) dt + \int_6^{12} v(t) dt = \int_0^6 5t dt + \int_6^{12} (60 - 5t) dt = 90 + 90 = 180 \text{ (m)}$$

Câu 3: a) Đúng – Giải thích:

- Đường thẳng chứa đường cáp đi qua điểm $A = (10; 3; 0)$, có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của đường thẳng là: } \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

b) Đúng – Giải thích:

$$\bullet \text{ Vì } M \in d \Rightarrow M = \begin{cases} x_M = 10 + 2t_M \\ y_M = 3 - 2t_M \\ z_M = t_M \end{cases} \Rightarrow \overline{AM} = (2t_M; -2t_M; t_M)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(2t_M)^2 + (-2t_M)^2 + (t_M)^2} = 3t_M \text{ mà cabin đi với tốc độ } 4,5(m/s)$$

$$\Rightarrow 3t_M = 4,5t \Leftrightarrow t_M = 1,5t \Rightarrow M = \left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3}{2}t \right), t \in \mathbb{R}$$

c) Sai – Giải thích:

$$\bullet \text{ Sau } t \text{ giây tọa độ điểm } B \text{ là } \left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3}{2}t \right), t \in \mathbb{R}$$

$$\bullet \text{ Tại } x_B = 550 \Leftrightarrow 3t + 10 = 550 \Leftrightarrow t = 180(s)$$

$$\Rightarrow \text{Quãng đường } AB \text{ là } 4,5.t = 4,5.180 = 810(m)$$

d) Sai – Giải thích:

- Đường dây cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$, mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$

$$\Rightarrow \sin(AB, (Oxy)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow (AB, (Oxy)) \approx 19,5^\circ$$

Câu 4: a) Sai – Giải thích:

$$\bullet \begin{cases} P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \\ P(AB) = 0,3 \end{cases} \Rightarrow P(A) \cdot P(B) \neq P(AB) \Rightarrow \text{Hai biến cố } A, B \text{ không độc lập}$$

b) Sai – Giải thích:

$$\bullet \text{ Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án được tính bởi } P(\overline{AB} \cup \overline{AB})$$

- Ta có:

$$+) P(A) = P(\overline{AB}) + P(AB) \Leftrightarrow P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$$

$$+) P(B) = P(\overline{AB}) + P(AB) \Leftrightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$$

$$\bullet \text{ Vậy } P(\overline{AB} \cup \overline{AB}) = P(\overline{AB}) + P(\overline{AB}) = 0,1 + 0,2 = 0,3$$

c) Đúng – Giải thích:

- Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 được tính bởi công thức:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

d) Sai – Giải thích:

- Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 được tính bởi công thức:

$$P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} = \frac{P(\overline{AB})}{1 - P(A)} = \frac{0,2}{1 - 0,4} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ Câu 1 đến Câu 6.

Câu 1: • Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $1\text{cm} \Rightarrow \begin{cases} AB = AD = 1\text{cm} \\ BD = \sqrt{2}\text{cm} \end{cases}$

• Theo đề bài, ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AD \end{cases}$

- Áp dụng định lý Pytago vào các tam giác vuông SAB và SAD

$$\Rightarrow \begin{cases} SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = \sqrt{1 + SA^2} \\ SD = \sqrt{AD^2 + SA^2} = \sqrt{1 + SA^2} \end{cases} \Rightarrow SB = SD$$

- Tam giác SBD có $SB = SD$ và $SBD = 60^\circ$
 $\Rightarrow \triangle SBD$ là tam giác đều

$$\Rightarrow SB = SD = BD = \sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = 1\text{cm}$$

• Xác định khoảng cách giữa AB và SO

- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của $ABCD \Rightarrow MN \parallel AB$

- Ta có: $\begin{cases} SO \subset (SMN) \\ AB \parallel MN \end{cases} \Rightarrow d(AB; SO) = d(AB; (SMN)) = d(A; (SMN))$

- Dễ thấy $AB \perp AD \Rightarrow MN \perp AD$

- Ta có: $\begin{cases} MN \perp AM \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAM)$

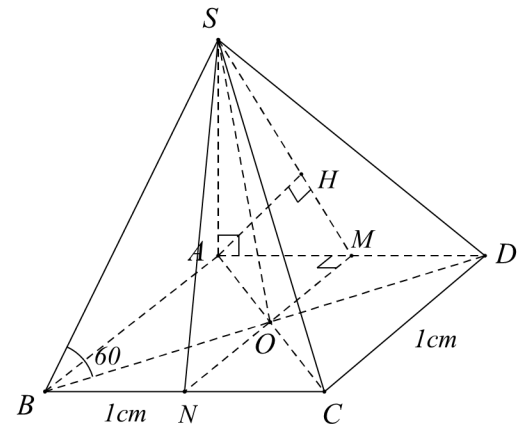
- Kẻ $AH \perp SM$. Khi đó, ta có: $\begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp MN \text{ (do } MN \perp (SAM)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SMN)$

$$\Rightarrow d(A; (SMN)) = AH$$

• Áp dụng hệ thức lượng về cạnh và đường cao trong tam giác vuông

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{SA^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{1^2} = 5 \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0,45\text{cm}$$

Đáp án: 0,45



Câu 2: • Do máy bay bay theo đường thẳng $\Rightarrow 3$ điểm A, B, M thẳng hàng

- Ta có: $\overrightarrow{AB} = (5; 10; -2)$

- Đường thẳng AB có phương trình là $AB: \begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 10t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

- Thay $M(a; b; 0)$ vào phương trình trên, ta được: $\begin{cases} a = 5 + 5t \\ b = 10t \\ 0 = 5 - 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2,5 \\ a = 17,5 \\ b = 25 \end{cases}$

$$\Rightarrow a + b = 17,5 + 25 = 42,5$$

Đáp án: 42,5

Câu 3: • Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

- Giả sử parabol (P) là $y = ax^2 + bx + c$
- Theo đề bài, ta có (P) đi qua các điểm $(0; 4), (-2; 0)$ và $(2; 0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0a + 0b + c = 4 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 4$$

- Diện tích phần parabol đó là diện tích hình phẳng

giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$ và trục hoành: $S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} (m^2)$

- Xét D là một điểm thuộc parabol (P)

• Theo đề bài, ta có: $y_D = CD = 2 \Rightarrow 2 = -x_D^2 + 4 \Leftrightarrow x_D^2 = 2 \Rightarrow x_D = \sqrt{2}$

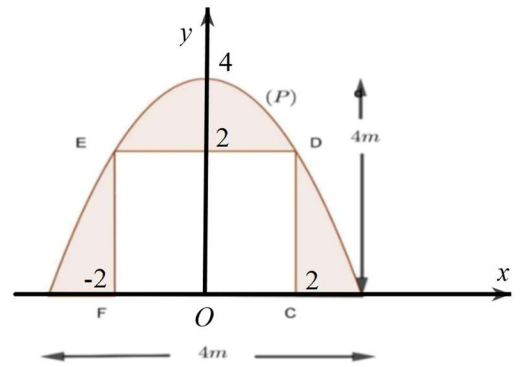
Khi đó, ta có: $ED = 2|x_D| = 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} (m)$

- Diện tích phần làm cửa là diện tích hình chữ nhật $CDEF$: $S_2 = CD \cdot ED = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} (m^2)$

- Phần diện tích dùng để trang trí là $S = S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - 4\sqrt{2} (m^2)$

• Số tiền gia đình đó phải trả là $T = 1,5S = 1,5 \cdot \left(\frac{32}{3} - 4\sqrt{2} \right) \approx 7,5$

Đáp án: 7,5



Câu 4: • Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn lựa chọn khối D”, B là biến cố: “Học sinh được chọn đỗ đại học”

- Theo đề bài, ta có:

+ Trường THPT Hùng Vương có 60% học sinh lựa chọn khối D để xét tuyển đại học

$$\Rightarrow P(A) = 0,6$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

+ Nếu một học sinh lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7 $\Rightarrow P(B|A) = 0,7$

+ Nếu học sinh không lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,8

$$\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,8$$

- Xác suất để học sinh đó chọn khối D biết học sinh này đã đỗ đại học là $P(A|B)$

- Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 0,7}{0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,8} = \frac{21}{37}$$

$$\Rightarrow m = 21, n = 37 \Rightarrow m + n = 21 + 37 = 58$$

Đáp án: 58

Câu 5: • Gọi $DF = BG = x$ (cm) và $x > 0$

- Trong tam giác cân AEG , gọi M là trung điểm EG

$\Rightarrow AM \perp EG$

$$+ \text{Ta có: } EM = \frac{EG}{2} = \frac{30 - AE - GB}{2} = \frac{30 - 2x}{2} = 15 - x \text{ (cm)}$$

(Do $EM > 0 \Rightarrow x < 15$)

$$+ \text{Áp dụng định lý Pytago, ta có: } AM = \sqrt{AE^2 - EM^2} = \sqrt{x^2 - (15 - x)^2}$$

$$- \text{Diện tích đáy } S_{AEG} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot EG = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 - (15 - x)^2} \cdot (15 - x)$$

$$- \text{Thể tích khối lăng trụ khi đó là: } V = S_{AEG} \cdot EF = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - (15 - x)^2} \cdot (30 - 2x) \cdot 30$$

$$\Rightarrow V = 15\sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x)$$

• Khảo sát hàm số: $y = 15\sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x)$

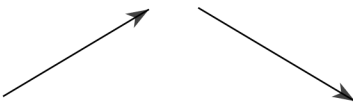
- Điều kiện: $30x - 225 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{15}{2}$

$$- \text{Đạo hàm: } y' = 15 \cdot \frac{30}{2\sqrt{30x - 225}} (30 - 2x) + 15\sqrt{30x - 225} \cdot (-2)$$

$$= \frac{6750 - 450x}{\sqrt{30x - 225}} - 30\sqrt{30x - 225} = \frac{6750 - 450x - 30(30x - 225)}{\sqrt{30x - 225}} = \frac{13500 - 1350x}{\sqrt{30x - 225}}$$

- Giải: $y' = 0 \Rightarrow 13500 - 1350x = 0 \Rightarrow x = 10$

- Ta có BBT sau:

| | | | |
|------|--|----|----|
| x | -7,5 | 10 | 15 |
| y' | + | 0 | - |
| y |  | | |

- Vậy thể tích khối lăng trụ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 10$ (cm)

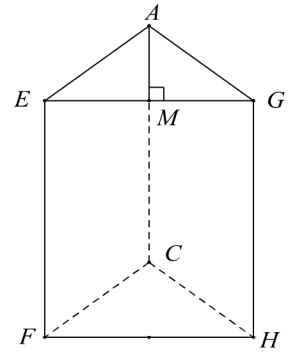
• Xác định khoảng cách từ A đến $(EFGH)$

$$- \text{Ta có: } \begin{cases} AM \perp EG \\ AM \perp EF \text{ (do } EF \perp (AEG)) \end{cases} \Rightarrow AM \perp (EFGH)$$

$$\Rightarrow d(A; (EFGH)) = AM = \sqrt{x^2 - (15 - x)^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow T = a + 2025b = 5 + 2025 \cdot 3 = 6080$$

Đáp án: 6080



- Câu 6:** • Do người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu
 \Rightarrow Đây là một đường đi Hamilton Việc lựa chọn vị trí xuất phát không quan trọng
 - Giả sử người giao hàng xuất phát tại điểm A:
 + Tại A người giao hàng có thể chọn B hoặc F
 + **Trường hợp 1:** Đi từ A đến B, tại B có thể chọn C hoặc F
 + **Trường hợp 1.1:** Đi từ A \rightarrow B \rightarrow C, tại C có thể chọn D, E hoặc F
 + **Trường hợp 1.1.1:** Đi từ A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D, tại D chỉ có thể chọn E, tại E chỉ có thể chọn F và quay lại A
 \Rightarrow Tìm được đường đi A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A
 + **Trường hợp 1.1.2:** Đi từ A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E, tại E có thể chọn D hoặc F
 + **Trường hợp 1.1.2.1:** Đi từ A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D, tại D không còn đường đi (không thể quay lại C hoặc E)
 + **Trường hợp 1.1.2.2:** Đi từ A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F, tại F không còn đường đi (không thể quay lại A, B, C, E)
 + **Trường hợp 1.1.3:** Đi từ A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F, tại F chỉ có thể chọn E, tại E chỉ có thể chọn D, tuy nhiên D không có đường quay lại A
 + **Trường hợp 1.2:...**
 + Xét tương tự ta tìm được thêm 1 đường đi là A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A
 - Vậy quãng đường ngắn nhất người giao hàng có thể đi chuyển là
 $AB+BC+CD+DE+EF+FA=3+5+5+9+6+4=32$ km
Đáp án: 32