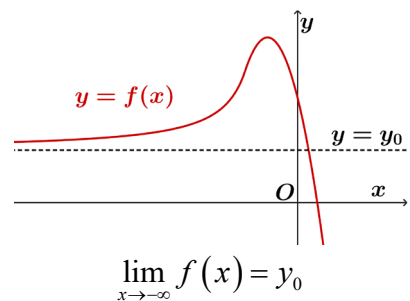
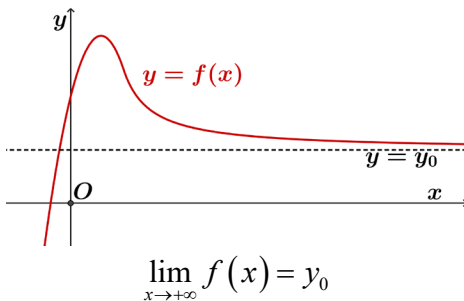


IA3
3NỀN TẢNG VỀ TIỆM CẬN
CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là *đường tiệm cận ngang* của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.

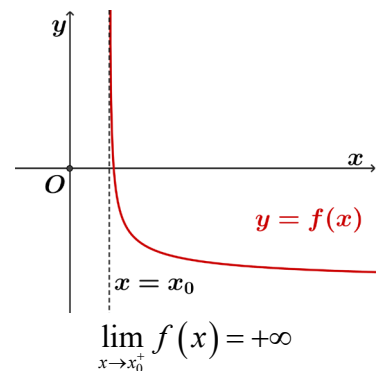


2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là *đường tiệm cận đứng* của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty.$$

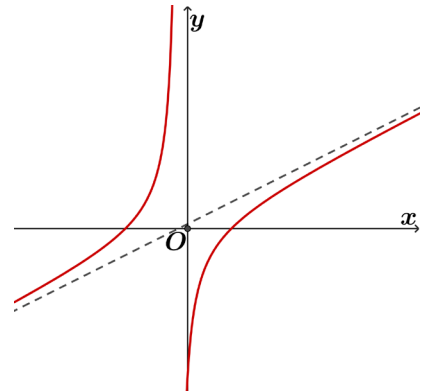


3. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là *đường tiệm cận xiên* của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$



Để xác định hệ số a, b của đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có thể áp dụng công thức sau:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$$

$$\text{hoặc } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax].$$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

1. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^{22} + 1}$ bằng

A. 0.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 3.

2. Tìm tất cả các đường tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

a) $y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 2x};$

b) $y = \frac{x}{1 - x^2};$

c) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1};$

d) $y = \frac{\sqrt{x}}{4 - x^2};$

3. Tìm tất cả các đường tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x^2 - x + 1};$

b) $y = x + \sqrt{x^2 + 2x};$

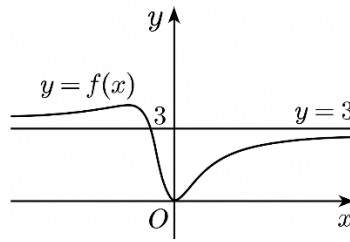
c) $y = \sqrt{x^2 + 3};$

d) $y = x + \frac{2}{\sqrt{x}}.$





4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị có đường tiệm cận ngang như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có thể là hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$. B. $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + x + 1}$. C. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$. D. $f(x) = \frac{x^2}{3x^2 + x + 1}$.
5. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2, y = -2$.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1, x = -1$.
 D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
6. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{|x| - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
7. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?
- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
8. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
9. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^2 + m}$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi
- A. $m > 0$. B. $m \leq 0$. C. $m < 0$. D. $m \geq 0$.
10. Đồ thị hàm số $y = \log(x - 10)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình
- A. $x = 10$. B. $y = 10$. C. $x = 11$. D. $x = 9$.
11. Đồ thị hàm số $y = \frac{\log_2 x^2}{x^2 + 2x + 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?
- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.



12. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức:

$$S(x) = 200 \left(5 - \frac{9}{2+x} \right), \text{ trong đó } x \geq 1$$

- Xem $y = S(x)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- Nêu nhận xét về số lượng sản phẩm bán được của công ty đó trong x (tháng) khi x đủ lớn.

13. Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t được cho bởi công thức:

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$$

với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t \geq 0$. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = y(t)$. Từ đó có nhận xét gì về nồng độ oxygen trong hồ khi thời gian t trở nên rất lớn?

14. Theo thuyết tương đối hẹp, khối lượng m (kg) của một hạt phụ thuộc vào tốc độ di chuyển v (km/s) của nó theo hệ quy chiếu quán tính theo công thức:

$$m = m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Với m_0 là khối lượng nghỉ của hạt, $c = 300000$ km/s là tốc độ ánh sáng.

Tìm tiệm cận của đồ thị hàm số khối lượng hạt, từ đó cho biết khi hạt di chuyển với tốc độ càng gần tốc độ ánh sáng thì khối lượng của hạt thay đổi như thế nào?

15. Một bình chứa 200 ml dung dịch muối với nồng độ 5 mg/ml.

- Tính nồng độ dung dịch muối trong bình sau khi thêm vào x ml dung dịch muối với nồng độ 10 mg/ml.
- Phải thêm bao nhiêu mililit vào bình để có dung dịch muối với nồng độ 9 mg/ml? Nồng độ muối trong bình có thể đạt đến 10 mg/ml được không?

16. Tốc độ đánh máy trung bình S (tính bằng từ trên phút) của một học viên sau t tuần học được

cho bởi công thức: $S(t) = \frac{100t^2}{65+t^2}$ với $t > 0$.

- Xem $y = S(t)$ là một hàm số xác định trên khoảng $(0; +\infty)$, hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- Nêu nhận xét về tốc độ đánh máy trung bình của học viên đó khi thời gian t càng lớn.

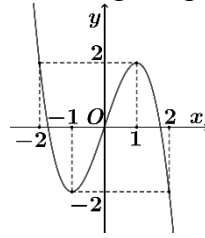
17. Tổng chi phí sản xuất x sản phẩm của một xí nghiệp được tính theo công thức:

$$T = 20x + 100\,000 \text{ (nghìn đồng)}$$

- Viết công thức tính chi phí trung bình $C(x)$ của 1 sản phẩm khi sản xuất được x sản phẩm.
- Xem $y = C(x)$ là một hàm số xác định trên khoảng $(0; +\infty)$, hãy tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- Xét tính đơn điệu của hàm số $y = C(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Nêu nhận xét về chi phí để tạo ra 1 sản phẩm khi x càng lớn.



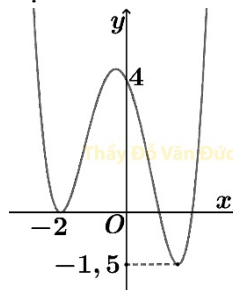
18. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x+2}{f(x)+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

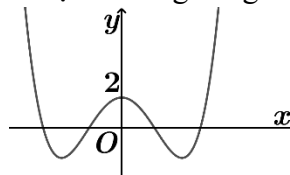
19. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{[f(x)]^2 - 1}$ là

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 3.

20. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x}{f(x)[f(x)-1]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 9.

21. Nếu đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang, thì

đồ thị hàm số $g(x) = f(x) \cdot \frac{\sqrt{x^6 - 1}}{x^2 - 4}$ có tối đa bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.