

逢甲大學 112 學年度第二學期

普通物理實驗 預習報告

實驗 20 RLC 串聯共振

系級:光電一甲

學號:D1291989

姓名:洪嘉儀

組別:B1

組員:方宇凡 D1228597、羅冠杰 D1228728

任課老師、助教:馬仕信教授、莊秉翰助教

實驗上課日期:2024/05/29

20 RLC 串聯共振

- 一、實驗目的：瞭解 RLC 交流電路的共振現象及其頻率響應特性。
 二、實驗原理：(a) 共振：在正弦交流電路中，若其容抗功率 Q_C 與感抗功率 Q_L 大小相等時，由於兩者相位差為 180° ，將發生前者放電而後者充電或後者放電而前者充電之現象。

(b) 克希荷夫電壓定律：
$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} Q = V_m \sin \omega t$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \sin(\omega t - \phi)$$

$$\Rightarrow \phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

\Rightarrow 當 $X_L = X_C$ ，即 $\omega L = 1/\omega C$ 時，阻抗 $Z = R$ ，相位差為零

$\Rightarrow I_m = V_m/R$ ，稱為串聯共振， $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ 為共振頻率

(c) 當共振發生時，阻抗最小，有效電流最大 $\Rightarrow V_R = RI_m = V_m$

$$V_L = X_L I_m = \left(\frac{X_L}{R}\right) V_m$$

$$V_C = X_C I_m = \left(\frac{X_C}{R}\right) V_m$$

\rightarrow RLC 電路電壓源為 $V(t) = V_m \sin \omega t$ ，故電容器的瞬間電壓為 $V_C(t) = \frac{-V}{RC\omega} \cos \omega t$

(d) 瞬間儲存在電路的能量 = 瞬間磁能及電能之總和

$$\Rightarrow W(t) = W_m(t) + W_e(t)$$

$$= \frac{1}{2} L i^2(t) + \frac{1}{2} C V_C^2(t) = \frac{LV_m^2}{2R^2} \sin^2 \omega t + \frac{V_m^2}{2\omega^2 C R^2} \cos^2 \omega t$$

可能儲存的最大磁能 = $\frac{LV_m^2}{2R^2}$ = $\frac{V_m^2}{2\omega^2 C R^2}$ 最大可能的電能

\rightarrow 電場的電能儲存最多時，磁場的磁能為零；相反地，當磁場的磁能儲存最多時，電場的電能為零。

(e) 品質因數 Q ：儲存能量的元件對儲存能量的效率，

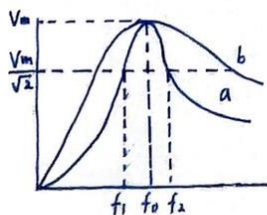
$$Q = \omega \left[\frac{\text{最大儲存能量}}{\text{平均消耗功率}} \right] = \omega \cdot \frac{W_{\max}}{P_{\text{av}}}$$

共振時的 Q 值 (當 $X_L = X_C$ 時)，即

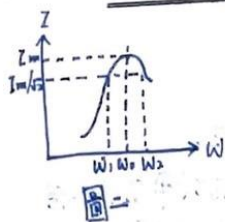
$$Q = \omega_0 \frac{W_{\max}}{P_{\text{av}}} = \frac{I_m X_L / 2}{I_m^2 R / 2} = \frac{X_C}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R \sqrt{LC}}$$

由上式可知， Q 值可視為在共振狀態下之電路的電壓增益

\Rightarrow 設曲線上在 $V_m/\sqrt{2}$ 處所對應的兩個頻率為 f_1 ，而 $|f_2 - f_1|$ 稱為頻帶寬度 Δf (如圖一)



圖一



(f) $\because Z_m = \frac{V_m}{Z_{min}} = \frac{V_m}{R}$ (m表示最大極),

在 ω_1 處 $\frac{Z_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$ 如圖二,

$\therefore \sqrt{2}R = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$, $\therefore R^2 = (X_C - X_L)^2$

當 $\omega_0 > \omega = \omega_1$, $R = X_C - X_L$, 解方程式 $R = \frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L$, 得 $\omega_1 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} = 2\pi f_1$

在 ω_2 處 $\omega_0 < \omega = \omega_2$, $R = X_L - X_C$, 解方程式 $R = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}$

得 $\omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} = 2\pi f_2$

由 ω_1, ω_2 的值, 得 $\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L}$, 而 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$,

由上式得 $\frac{f_0}{\Delta f} = \frac{(1/2\pi) \cdot 1/\sqrt{LC}}{R/2\pi L} = \frac{1}{R\sqrt{LC}} \Rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f}$

(g) 共振現象的應用: 無線電通信機、雷達收音機、電視、連冷氣機廠商為求節省用電電流及功率損耗以提高 E.E.R 值。

三. 實驗儀器: 函數信號產生器、示波器、電阻器 10Ω 、電容器 $0.047\mu F$ 、電感器 $10mH$ 、連接線四條、示波器測試線。

四. 實驗方法: (一) 按照示波器基本操作與校正步驟調整示波器至適當位置。

(二) 設定好後, 整個實驗過程中示波器不須變動各鈕鍵檔。

(三) 以測試線連接信號產生器, 並切換示波器為 AC 狀態, 旋轉振幅調整鈕, 使螢幕上的正弦波為 $V_m = 1.5V$ 。

(四) 線路如圖三, $C = 0.047\mu F$, $L = 10mH$ 及 $R = 100\Omega$ 。測試線接在跨電阻器兩端上, 以測量電阻峰壓值。

(五) 調整信號產生器之頻率使示波器上的正弦電壓為最大值, 記下信號產生器上的頻率值為 f_0 及示波器上 V_R 值為 V_{max} 。

(六) 頻率由 f_0 每 $500Hz$ 遞減, 記錄 V_R 值大小, 共取十次記錄。

(七) 頻率由 f_0 每 $500Hz$ 遞增, 記錄 V_R 值大小, 共取十次記錄。

(八) 作 V_R 對 f 的頻率響應圖。

(九) 從頻率響應圖找出 f_1 及 f_2 , 並求出 Q 之實驗值。

