

LIBRARY CHECKER

Tác giả: Phan Thành Hưng

February 3, 2026

Tài liệu gồm 11 bài, có 12 trang.

1 SEGTREE - Segment Tree (Basic)

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- $[1 k x]$: Gán phần tử thứ k thành x ($|x| \leq 10^9$).
- $[2 l r]$: Tính tổng các phần tử trong đoạn $[l, r]$.
- $[3 l r]$: Tìm phần tử có giá trị nhỏ nhất trong đoạn $[l, r]$.
- $[4 l r]$: Tìm phần tử có giá trị lớn nhất trong đoạn $[l, r]$.

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, 3 hoặc 4, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 1

Input

```
8 10
5 -1 3 7 -4 2 6 -8
2 1 8
3 2 5
4 4 7
1 5 10
2 3 6
1 8 4
2 6 8
3 1 4
1 2 -9
4 1 3
```

Output

```
10
-4
7
22
12
-1
5
```

2 SEGLAZY - Segment Tree (Lazy propagation)

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- $[1 \ l \ r \ k]$: Tăng mỗi phần tử trong đoạn $[l, r]$ lên k đơn vị ($|k| \leq 10^9$).
- $[2 \ l \ r]$: Tính tổng các phần tử trong đoạn $[l, r]$.
- $[3 \ l \ r]$: Tìm phần tử có giá trị nhỏ nhất trong đoạn $[l, r]$.
- $[4 \ l \ r]$: Tìm phần tử có giá trị lớn nhất trong đoạn $[l, r]$.

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, 3 hoặc 4, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 1

Input

```
5 9
-3 5 -2 4 -1
2 1 5
3 1 5
4 1 5
1 2 4 3
2 1 5
3 2 4
4 2 4
1 1 5 -2
2 1 3
```

Output

```
3
-3
5
12
1
8
0
```

3 QUERY2D - 2D Data Structure (Basic)

Cho lưới ô vuông kích thước $n \times m$. Ô nằm tại hàng i , cột j có giá trị là $a_{i,j}$.

Xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- $[1 \ x \ y \ k]$: Tăng ô có tọa độ (x, y) lên k đơn vị ($|k| \leq 10^9$).
- $[2 \ x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2]$: Tính tổng giá trị các ô vuông trong hình chữ nhật từ (x_1, y_1) tới (x_2, y_2) .

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, m, q ($1 \leq n, m \leq 10^3$, $1 \leq q \leq 10^5$).
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa m số nguyên $a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n}$ ($|a_{i,j}| \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 1

Input

```
4 4 7
1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16
2 1 1 4 4
1 2 2 5
2 2 2 3 3
1 4 4 -10
2 3 3 4 4
1 1 1 3
2 1 1 2 2
```

Output

```
136
39
44
22
```

4 SPARSEBIT2D - Fenwick Tree 2D (Compressed)

Cho một lưới ô vuông vô hạn trên mặt phẳng tọa độ. Ban đầu, giá trị tại mọi ô đều bằng 0.

Bạn cần xử lý q truy vấn, mỗi truy vấn thuộc một trong hai loại sau:

- $[1 \ x \ y \ k]$: Tăng ô có tọa độ (x, y) lên k đơn vị ($1 \leq x, y \leq 10^9, |k| \leq 10^9$).
- $[2 \ x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2]$: Tính tổng giá trị các ô vuông trong hình chữ nhật từ (x_1, y_1) tới (x_2, y_2) ($1 \leq x_1 \leq x_2 \leq 10^9, 1 \leq y_1 \leq y_2 \leq 10^9$).

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương q ($1 \leq q \leq 2 \times 10^5$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 1

Input

```
6
1 1 1 5
1 2 3 7
2 1 1 3 4
1 2 2 4
2 2 2 3 3
2 1 1 5 5
```

Output

```
12
11
16
```

5 SEGPERs - Persistent Segment Tree

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Ban đầu, tồn tại phiên bản 1 của dãy, chính là dãy ban đầu. Mỗi truy vấn cập nhật sẽ tạo ra một phiên bản mới của dãy.

Xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- $[1 v i k]$: Từ phiên bản v , tạo ra một phiên bản mới bằng cách tăng phần tử thứ i lên k đơn vị ($|k| \leq 10^9$).
- $[2 v l r]$: Tính tổng các phần tử trong đoạn $[l, r]$ của phiên bản v .
- $[3 v l r]$: Tìm giá trị nhỏ nhất trong đoạn $[l, r]$ của phiên bản v .
- $[4 v l r]$: Tìm giá trị lớn nhất trong đoạn $[l, r]$ của phiên bản v .

Các phiên bản được đánh số liên tiếp từ 1 theo thứ tự xuất hiện (các truy vấn loại 1).

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn như mô tả ở trên.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, 3 hoặc 4, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 2

Input

```
6 9
2 -5 4 1 7 -3
2 1 1 6
1 1 2 3
2 2 1 6
3 2 3 6
4 2 1 4
1 2 4 -2
2 3 4 6
3 1 1 6
4 3 1 6
```

Output

```
6
9
-3
4
3
-5
7
```

6 SEGPERSLAZY - Lazy Persistent Segment Tree

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Ban đầu, tồn tại phiên bản 1 của dãy, chính là dãy ban đầu. Mỗi truy vấn cập nhật sẽ tạo ra một phiên bản mới của dãy.

Xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- $[1 v l r k]$: Từ phiên bản v , tạo ra một phiên bản mới bằng cách tăng mỗi phần tử trong đoạn $[l, r]$ lên k đơn vị ($|k| \leq 10^9$).
- $[2 v l r]$: Tính tổng các phần tử trong đoạn $[l, r]$ của phiên bản v .
- $[3 v l r]$: Tìm giá trị nhỏ nhất trong đoạn $[l, r]$ của phiên bản v .
- $[4 v l r]$: Tìm giá trị lớn nhất trong đoạn $[l, r]$ của phiên bản v .

Các phiên bản được đánh số liên tiếp từ 1 theo thứ tự xuất hiện (các truy vấn loại 1).

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn như mô tả ở trên.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, 3 hoặc 4, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 2

Input

```
6 9
2 -5 4 1 7 -3
2 1 1 6
1 1 2 5 3
2 2 1 6
3 2 3 6
4 2 1 4
1 2 4 6 -2
2 3 4 6
3 1 1 6
4 3 1 6
```

Output

```
6
18
-3
7
-3
-5
7
```

7 WAVELET - Wavelet Tree

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Hãy xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- $[1 l r k]$: Phần tử lớn thứ k trong đoạn $[l, r]$. Nếu không tồn tại, in ra NO.
- $[2 l r x]$: Số phần tử $\leq x$ trong đoạn $[l, r]$.
- $[3 l r x]$: Tổng các phần tử $\leq x$ trong đoạn $[l, r]$.
- $[4 l r x]$: Số phần tử $= x$ trong đoạn $[l, r]$.

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^6$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu ra.

- Gồm q dòng, mỗi dòng trả lời kết quả của truy vấn tương ứng.

Ví dụ 1

Input

```
6 8
-5 3 -2 7 -2 4
1 1 6 3
2 1 6 -2
3 1 6 0
4 1 6 -2
1 2 5 5
2 2 5 10
3 2 5 3
4 3 6 7
```

Output

```
3
3
-9
2
NO
4
-1
1
```

8 WAVELET2 - Wavelet Tree 2

Cho một mảng a gồm n số nguyên.

Hãy xử lý q truy vấn, mỗi truy vấn có dạng:

- $\boxed{l \ r \ k}$: Tìm số nguyên x nhỏ nhất sao cho x xuất hiện trong đoạn $[l, r]$ **nhiều hơn** $\frac{r-l+1}{k}$ lần. Nếu không tồn tại số như vậy, in ra -1 .

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu gồm hai số nguyên n, q ($1 \leq n, q \leq 3 \times 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq n$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số nguyên l, r, k ($1 \leq l \leq r \leq n, 2 \leq k \leq 5$).

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn, in ra một dòng chứa đáp án tương ứng.

Ví dụ 1

Input
4 2
1 1 2 2
1 3 2
1 4 2

Output
1
-1

Ví dụ 2

Input
5 3
1 2 1 3 2
2 5 3
1 2 3
5 5 2

Output
2
1
2

9 DSUROLLBACK - DSU Rollback (Basic)

Cho đồ thị vô hướng gồm n đỉnh. Các đỉnh được đánh số từ 1 tới n . Ban đầu, đồ thị chưa có cạnh nào và các đỉnh $1, 2, \dots, n$ lần lượt mang giá trị a_1, a_2, \dots, a_n .

Hãy xử lý q truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- **[0 u v]**: Thêm một cạnh mới nối giữa hai đỉnh u và v .
- **[1]**: Xóa cạnh gần nhất đã được thêm vào từ một thao tác loại 0 mà chưa bị xóa.
- **[2]**: Đếm số thành phần liên thông trong đồ thị.
- **[3 u]**: Đếm số đỉnh thuộc cùng thành phần liên thông với đỉnh u (bao gồm cả u).
- **[4 u]**: Tìm giá trị đỉnh nhỏ nhất trong các đỉnh thuộc cùng thành phần liên thông với u .

Lưu ý: Giữa hai đỉnh có thể có nhiều cạnh nối phân biệt.

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu đảm bảo tại mọi thời điểm, số truy vấn loại 0 xuất hiện không ít hơn số truy vấn loại 1.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn loại 2, 3 hoặc 4, in ra một dòng chứa kết quả tương ứng.

Ví dụ 1

Input

```
5 8
3 -1 4 2 0
2
0 1 2
4 1
0 2 3
3 1
1
2
4 3
```

Output

```
5
-1
3
4
4
```

10 VIRTREE - Virtual Tree (Basic)

Cho cây vô hướng gồm n đỉnh có gốc tại đỉnh 1.

Hãy xử lý q truy vấn. Mỗi truy vấn có dạng:

- $[k \ v_1 \ v_2 \ \dots \ v_k]$: Cho k đỉnh phân biệt trên cây. Xây dựng **Virtual Tree** chứa tất cả các đỉnh v_i và các LCA cần thiết.

Dữ liệu vào.

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5$).
- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số u, v mô tả một cạnh của cây.
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một truy vấn.

Dữ liệu đảm bảo: $\sum k \leq 5 \times 10^5$.

Dữ liệu ra.

- Với mỗi truy vấn, in ra:
 - + Dòng đầu: một số d là số đỉnh của Virtual Tree tương ứng.
 - + $d - 1$ dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa một cạnh $u \ v$ trên Virtual Tree đó.

Bạn được phép in các cạnh theo thứ tự tùy ý.

Ví dụ 1

Input

```
7 2
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
3 7
3 4 5 6
2 4 7
```

Output

```
5
2 4
2 5
1 2
1 6
3
1 4
1 7
```

11 DPOPT - DP Optimization (Basic)

Cho dãy n phần tử a_1, a_2, \dots, a_n . Ta định nghĩa giá trị $C(l, r)$ của đoạn con liên tiếp từ l tới r là bình phương tổng các phần tử trong đoạn đó, cụ thể là $C(l, r) = (a_l + a_{l+1} + \dots + a_r)^2$.

Hãy chia dãy thành đúng k đoạn con liên tiếp sao cho mỗi phần tử thuộc đúng một đoạn con và tổng giá trị tất cả các đoạn đó là nhỏ nhất.

Dữ liệu vào.

- Đòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, k ($1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq k \leq n$).
- Đòng tiếp theo gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$).

Dữ liệu đảm bảo: $\sum n \cdot k \leq 10^6, \sum a_i \leq 10^9$.

Dữ liệu ra.

- Gồm một dòng duy nhất chứa tổng giá trị của các đoạn con nhỏ nhất tìm được.

Ví dụ 1

Input

```
5 3
1 1 1 1 1
```

Output

```
9
```

Giải thích

Ta có thể chia dãy như sau: $\{1, 1 | 1, 1 | 1\}$.
Tổng giá trị là $2^2 + 2^2 + 1 = 9$, nhỏ nhất tìm được.

Ví dụ 2

Input

```
5 3
8 9 5 9 7
```

Output

```
516
```

Giải thích

Ta có thể chia dãy như sau: $\{8 | 9, 5 | 9, 7\}$.

Ví dụ 3

Input

```
10 4
123 19283 273 11 2837 19283 293 1 23948 5
```

Output

```
1343338615
```