

BÀI TẬP LẬP TRÌNH**ĐUA HEO**

Hai Phú Ông của làng trên và làng dưới tổ chức đua heo để mừng xuân Kỷ Hợi. Mỗi người chọn ra n con heo tốt nhất của mình để thi đấu. Chỉ số sức mạnh đàn heo của Phú Ông làng trên là a_1, a_2, \dots, a_n , và đàn heo của Phú Ông làng dưới là b_1, b_2, \dots, b_n . Phú Ông làng này cho từng con heo của mình lần lượt thi đấu với tất cả đàn heo của Phú Ông làng kia và ngược lại, nghĩa là mỗi con heo của mỗi Phú Ông sẽ phải thi đấu đúng n trận đấu. Con heo nào có chỉ số sức mạnh cao hơn sẽ chiến thắng và được 3 điểm, nếu 2 con có cùng chỉ số sức mạnh thì hòa nhau và cả 2 đều được 1 điểm, nếu thua thì không được điểm nào.

Bờm đứng xem và cười thầm: các lão trọc Phú chỉ khéo khoe của vì chẳng cần mất công thi đấu thì Bờm cũng biết được điểm số kết cuộc của cuộc thi nếu như biết trước được chỉ số sức mạnh của từng con heo.

Yêu cầu: Cho 2 dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n và b_1, b_2, \dots, b_n . Hãy cho biết điểm đạt được sau cuộc thi của 2 Phú Ông.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **PIGRACE.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên $n (n \leq 10^5)$
- Dòng thứ hai chứa dãy $a_1, a_2, \dots, a_n (1 \leq a_i \leq 10^9)$
- Dòng thứ ba chứa dãy $b_1, b_2, \dots, b_n (1 \leq b_i \leq 10^9)$

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **PIGRACE.OUT** 2 số nguyên trên cùng dòng và cách nhau khoảng trắng tương ứng với điểm số của Phú Ông làng trên và điểm số của Phú Ông làng dưới sau cuộc đấu.

Ví dụ:

PIGRACE . INP	PIGRACE . OUT
3 5 8 2 7 2 4	16 10

XÂU FIBONACCI 1

Công thức lặp có thể gặp với cả biểu thức xâu. Biểu thức xâu Fibonacci được xác định bằng công thức lặp $F_0 = a, F_1 = b, F_2 = F_0 + F_1, \dots, F_n = F_{n-2} + F_{n-1}, \dots$. Các xâu đầu tiên xác định theo công thức lặp này là **a, b, ab, bab, abbab, bababbab, abbabbababbab, ...**

Độ dài của xâu tăng lên rất nhanh. Vì vậy ta chỉ xét bài toán xác định một ký tự của một xâu trong dãy các xâu này.

Yêu cầu: Cho 2 số nguyên n và k . Hãy xác định ký tự thứ k của xâu F_n . Các ký tự trong F_n được đánh số bắt đầu từ 1.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **FIB1.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên T – số bộ dữ liệu test ($1 \leq T \leq 100$),
- Mỗi dòng trong T dòng sau chứa 2 số nguyên n và k ($0 \leq n \leq 45; 1 \leq k \leq \text{length}(F_n)$).

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **FIB1.OUT**, kết quả mỗi test trên một dòng dưới dạng một ký tự.

Ví dụ:

FIB1 . INP	FIB1 . OUT
4	a
0 1	b
1 1	a
3 2	a
7 7	

XÂU FIBONACCI 2

Xâu Fibonacci thường được sử dụng để rèn luyện kỹ năng xử lý khi giới thiệu các giải thuật xử lý xâu.

Xét dãy xâu F_0, F_1, F_2, \dots xây dựng theo quy tắc sau:

- $F_0 = 'a'$
- $F_1 = 'b'$
- $F_n = F_{n-2} + F_{n-1}, n > 1$

Yêu cầu: Cho hai số nguyên n và k ($0 \leq n \leq 45$) (k không vượt quá độ dài xâu F_n). Hãy xác định số lượng ký tự a xuất hiện trong k ký tự đầu tiên của xâu F_n .

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **FIB2.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên T – số lượng tests cần xử lý ($1 \leq T \leq 100$),
- Mỗi dòng trong T dòng sau chứa 2 số nguyên n và k .

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **FIB2.OUT**, kết quả mỗi test đưa ra trên một dòng dưới dạng số nguyên.

Ví dụ:

FIB2 . INP	FIB2 . OUT
4	1
0 1	0
1 1	1
3 2	3
7 7	

TUYỂN BAY

Steve sinh hoạt ở câu lạc bộ mô hình máy bay. Hôm nay là ngày kiểm tra kỹ thuật lái máy bay mô hình. Chương trình bay tự động đã được cài sẵn trong máy bay, tại thời điểm i máy bay sẽ bay ở độ cao h_i .

Steve phải dùng thiết bị cầm tay điều khiển máy bay bay ở một độ cao ổn định luôn luôn là p . Do điều kiện địa hình và khoảng cách từ nơi điều khiển đến máy bay nên ở thời điểm i cứ thay đổi mỗi đơn vị độ cao (lên hoặc xuống) so với giá trị định sẵn phải mất a_i đơn vị năng lượng.

Yêu cầu: Tìm cách đảm bảo độ cao ổn định của máy bay với chi phí năng lượng nhỏ nhất.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **FLY.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên h_1, h_2, \dots, h_n ($1 \leq h_i \leq 10^6$).
- Dòng thứ ba chứa n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^6$).

Kết quả: Đưa ra tập tin văn bản **FLY.OUT** trên một dòng số nguyên p và chi phí năng lượng cần thiết để điều khiển. Nếu tồn tại nhiều độ cao khác nhau cùng thỏa mãn thì đưa ra độ cao nhỏ nhất.

Ví dụ:

FLY . INP	FLY . OUT
6 6 7 8 8 7 7 10 6 3 1 1 4	7 14

TỔNG THỨ K

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Xét tất cả cặp phần tử (a_i, a_j) với $1 \leq i < j \leq n$. Như vậy có tất cả $n * (n - 1)/2$ cặp phần tử.

Yêu cầu: Hãy tìm giá trị thứ k của $a_i + a_j$ nếu sắp xếp tất cả tổng này theo thứ tự không giảm.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **KTHSUM.INP**

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên n, k ($2 \leq n \leq 10^5$; $1 \leq k \leq n * (n - 1)/2$).
- Dòng tiếp theo chứa dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($0 \leq a_i \leq 10^6$).

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **KTHSUM.OUT** một số nguyên là kết quả của bài toán.

Ví dụ:

KTHSUM . INP	KTHSUM . OUT
4 5 2 6 1 3	8

Giải thích: có tổng cộng 6 cặp phần tử $\{(a_1, a_2); (a_1, a_3); (a_1, a_4); (a_2, a_3); (a_2, a_4); (a_3, a_4)\}$ tương ứng với các giá trị $\{8; 3; 5; 7; 9; 4\}$. Giá trị thứ 5 của dãy sau khi sắp xếp không giảm là 8.

CHIA RUỘNG

Phú ông giàu có sở hữu rất nhiều trâu, bò, ruộng vườn. Một hôm lão gọi 3 người con đã đến tuổi trưởng thành đến để chia cho một số ruộng đất làm ăn. Lão có hàng trăm mẫu ruộng nhưng chỉ chọn n thửa ruộng để chia, thửa thứ i có diện tích $a_i \text{ m}^2$. Lão cần phải chia đều n thửa ruộng cho 3 người con để chúng không phải tranh giành nhau sau đó.

Yêu cầu: Cho biết Phú ông có bao nhiêu cách chia đều n thửa ruộng cho 3 con sao cho các thửa ruộng được chia phải giữ nguyên diện tích.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **DOWRY.INP**

- Dòng đầu chứa số nguyên n – số thửa ruộng ($1 \leq n \leq 20$)
- Dòng tiếp theo chứa dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($100 \leq a_i \leq 5000$) – diện tích của các thửa ruộng.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **DOWRY.OUT**

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên k – số cách chia, nếu không thể chia được thì $k = -1$.
- Trong trường hợp chia được, mỗi dòng trong k dòng tiếp theo mô tả 1 cách chia với quy ước người thứ nhất có tên là A, người thứ hai có tên là B, người thứ ba có tên là C và phải tương ứng với thứ tự của các thửa ruộng được chia.

Ví dụ:

DOWRY . INP	DOWRY . OUT
5 100 200 250 50 300	6 AABBC AACCB BBAAC BBCCA CCAAB CCBBA

ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT, BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

Cho 2 dãy số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n (1 \leq a_i \leq 10^6)$ và $b_1, b_2, \dots, b_m (1 \leq b_i \leq 10^6)$.

Yêu cầu: Hãy tính các giá trị sau

- $\text{UCLN}(a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n, b_1 \times b_2 \times \dots \times b_m)$
- $\text{BCNN}(a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n, b_1 \times b_2 \times \dots \times b_m)$

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **GCDLCM.INP**

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên $n, m (1 \leq n, m < 10^5)$
- Dòng thứ hai chứa dãy gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n .
- Dòng thứ ba chứa dãy gồm m số nguyên b_1, b_2, \dots, b_m .

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **GCDLCM.OUT**

- Dòng đầu tiên ghi kết quả của biểu thức $\text{UCLN}(a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n, b_1 \times b_2 \times \dots \times b_m)$
- Dòng thứ hai ghi kết quả của biểu thức $\text{BCNN}(a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n, b_1 \times b_2 \times \dots \times b_m)$
- Vì kết quả tìm được rất lớn nên in ra phần dư khi chia cho $10^9 + 7$.

Ví dụ:

GCDLCM . INP	GCDLCM . OUT
2 3	6
3 4	60
2 5 3	

TÍNH F_m

Cho dãy số gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n và một số nguyên m . Người ta định nghĩa hai hàm số:

- p_k = số lượng cặp chỉ số (i, j) sao cho $a_i + a_j = k$ ($1 \leq i < j \leq n$)
- $f_k = p_1 + p_2 \dots + p_k$.

Yêu cầu: Cho số nguyên m . Hãy tính f_m .

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **FM.INP**

- Dòng đầu gồm 2 số n, m ($n \leq 10^6, m \leq 10^6$)
- Dòng tiếp theo gồm n số a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \leq 10^6$) cách nhau bởi ít nhất 1 dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **FM.OUT** gồm một số nguyên duy nhất là giá trị của f_m .

Ví dụ:

FM . INP	FM . OUT
5 6 1 2 3 4 5	6

PHA HÓA CHẤT

Trước mặt Harry Potter có n lọ hóa chất xếp thành một hàng. Mỗi lọ hóa chất có một màu trong số 100 màu đánh số từ 0 đến 99. Harry muốn pha n hóa chất trên thành một hóa chất duy nhất bằng cách trộn hai lọ đứng cạnh nhau trong dãy các lọ thành một lọ mới. Đặt lọ mới này vào vị trí mà hai lọ trước kia để lại.

Khi trộn hai hóa chất có màu a và b sẽ được một hóa chất mới có màu $(a + b) \bmod 100$. Đồng thời, lượng khói bay ra là $a \times b$.

Hãy tìm lượng khói ít nhất bay ra khi Harry trộn n lọ hóa chất theo cách trên?

Dữ liệu: vào từ tập tin văn bản **MIXTURES.INP**. Dòng đầu tiên ghi T là số lượng bộ test ($T \leq 10$). Tiếp theo là T nhóm dòng, mỗi nhóm dòng mô tả một test có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 100$)
- Dòng thứ hai ghi n số nguyên nằm trong phạm vi $[0...99]$ là màu của n lọ hóa chất.

Kết quả: ghi ra tập tin văn bản **MIXTURES.OUT** gồm T dòng mỗi dòng ghi kết quả của test tương ứng theo thứ tự.

Ví dụ:

MIXTURES . INP	MIXTURES . OUT
2	342
2	2400
18 19	
3	
40 60 20	

CHUỖI GEN ĐẶC TRƯNG

Tế bào của một cá thể sinh vật ngoài hành tinh mới được phát hiện gồm rất nhiều gen, mỗi gen trong chuỗi gen của tế bào đều có số lượng nào đó các nucleotide (ký hiệu là nu). Các chuyên gia thường quan tâm chuỗi gen của mỗi cá thể dưới góc độ một chuỗi số lượng tương ứng các nu (gọi tắt là chuỗi nu), do đó chuỗi sẽ như là một dãy số nguyên dương đồng thời số số hạng của dãy này sẽ được gọi là độ dài của chuỗi. Mỗi gen được xem là đặc biệt nếu số nu của nó hoặc là bình phương của một số nguyên hoặc là lập phương của một số nguyên tố.

Để nghiên cứu khả năng biến đổi gen của loài sinh vật nói trên, các nhà khoa học xem xét hai mẫu chuỗi nu của hai cá thể và quan tâm đến mức độ “giống nhau” giữa chúng theo cách tìm ra chuỗi con chỉ gồm các gen đặc biệt mà cùng xuất hiện ở cả hai chuỗi nu (mỗi chuỗi con như vậy đều được gọi là chuỗi đặc trưng chung của hai chuỗi nu). Lưu ý rằng, chuỗi con của một chuỗi nu X , là chuỗi thu được từ X bằng cách giữ nguyên tất cả hoặc loại bỏ đi một số nào đó các gen mà vẫn giữ thứ tự xuất hiện trong chuỗi X .

Yêu cầu: Xác định độ dài lớn nhất L của chuỗi đặc trưng chung của hai chuỗi nu cho trước.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **GEN.INP**

- Dòng đầu ghi lần lượt các số hạng của chuỗi nu thứ nhất.
- Dòng tiếp theo ghi lần lượt các số hạng của chuỗi nu thứ hai.
- Tất cả các số hạng của hai chuỗi đều nguyên dương và không vượt quá 10^{19} . Độ dài của mỗi chuỗi nu đều không vượt quá 1000.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **GEN.OUT** số nguyên dương L tìm được.

Ví dụ:

GEN . INP	GEN . OUT
2 9 8 4 1 27 4 6 5 6 9 1 8 2 6 27 1 4	4

BỘ TỬ ZERO

Cho dãy gồm n số nguyên khác nhau. Bộ tứ zero là một bộ gồm 4 phần tử khác nhau bất kỳ của dãy có tổng bằng 0. Chẳng hạn dãy $-4 \ 3 \ 1 \ 0 \ -2 \ 5$ có 2 bộ tứ zero là $(-4, 3, 1, 0)$ và $(-4, 1, -2, 5)$.

Yêu cầu: Cho dãy số nguyên. Hãy đếm số lượng bộ tứ zero của dãy.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **ZEROQUAD.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 2000$)
- Dòng thứ hai chứa dãy gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($-10^6 \leq a_i \leq 10^6$)

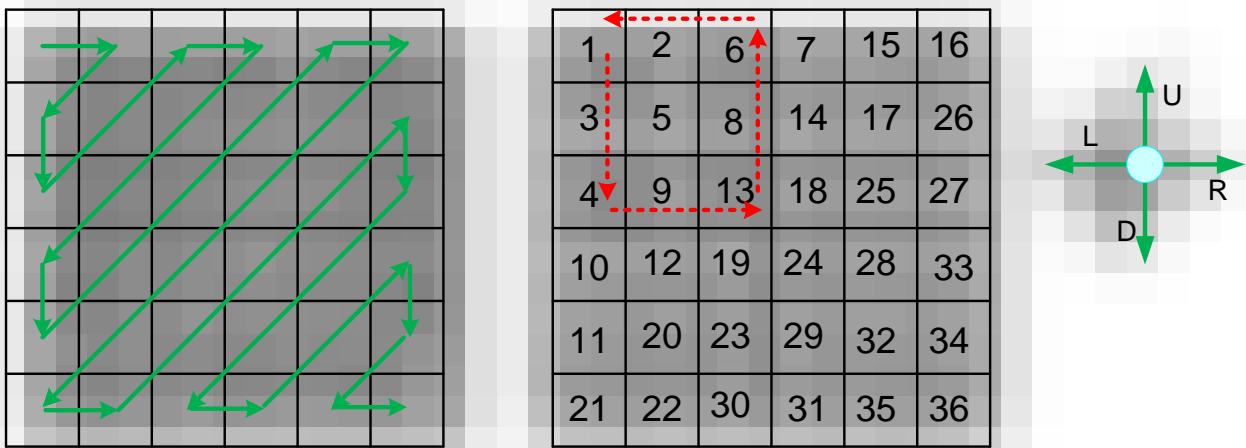
Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **ZEROQUAD.OUT** số nguyên dương là số lượng bộ tứ zero của dãy.

Ví dụ:

ZEROQUAD . INP	ZEROQUAD . OUT
6 -4 3 1 0 -2 5	2

NHẢY

Xét lưới ô vuông $n \times n$ ô ($1 \leq n \leq 10^5$), mỗi ô của lưới chứa một số nguyên trong phạm vi từ 1 đến n^2 , các số khác nhau từng đôi một. Các số được điền lần lượt từ 1 trở đi theo đường dích dắc nêu ở hình dưới (với trường hợp $n = 6$).



Một chú thỏ xuất phát từ ô có giá trị 1 ở góc trên trái lần lượt nhảy tới các ô kề cạnh với ô đang đứng. Đường nhảy được mô tả bởi xâu S chỉ chứa các ký tự thuộc tập $\{U, D, L, R\}$, đảm bảo không có bước nhảy nào ra ngoài bảng.

Yêu cầu: Cho n và m – độ dài xâu S ($1 \leq m \leq 300000$). Hãy tính tổng các số trên đường nhảy.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **JUMP.INP**

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên n và m ,
- Dòng thứ hai chứa xâu S .

Kết quả: Đưa ra tập tin văn bản **JUMP.OUT** một số nguyên – tổng các số trên đường nhảy.

Ví dụ:

JUMP . INP	JUMP . OUT
6 8 DDRRUULL	47

SẮP CỜ DOMINO

Một lần tụ tập các bạn xả hơi sau kì thi căng thẳng, Steve không muốn tiếp tục chơi những trò nhàm chán như thường lệ nên cậu đã nghĩ ra một cách tiêu khiển mới lạ. Cậu đề xuất một trò chơi đơn giản như sau: cậu đưa cho các bạn một dãy hàng ngang các quân cờ domino và yêu cầu các bạn tìm cách sắp chúng thành một dãy dài nhất có thể.

Mỗi quân cờ domino được thể hiện bằng một cặp giá trị (a, b) tương ứng với số điểm ở hai đầu của quân cờ. Các quân cờ được xếp với nhau bằng cách đặt hai đầu có cùng giá trị liền nhau, nói cách khác quân cờ (a_i, b_i) được đặt liền quân cờ (a_{i+1}, b_{i+1}) nếu $b_i = a_{i+1}$. Steve còn yêu cầu các bạn không được phép xoay hay lật quân cờ. Luật chơi tuy đơn giản nhưng Steve đã khiến cho các bạn của mình lúng túng trong việc tìm ra lời giải tối ưu.

Yêu cầu: Cho n cặp giá trị (a_i, b_i) . Hãy chỉ ra cách ghép dãy các quân cờ domino dài nhất.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **DOMINOES.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($n \leq 10^5$) – số quân cờ domino
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa cặp giá trị a_i, b_i ($1 \leq a_i \leq b_i \leq 10^9$) – mô tả một quân cờ.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **DOMINOES.OUT** một số nguyên là chiều dài của dãy domino dài nhất tìm được.

Ví dụ:

DOMINOES . INP	DOMINOES . OUT
7 2 6 5 6 2 5 2 2 6 8 2 2 0 2	6

THI ĐẤU ĐỐI KHÁNG

Có n thí sinh đăng ký tham gia kỳ thi lập trình đối kháng. Mỗi trận gồm có 2 thí sinh đấu đối kháng với nhau. Ban tổ chức đưa ra hình thức thi đấu như sau:

- Danh sách các coders được sắp theo thứ tự đăng ký.
- 2 thí sinh đứng đầu danh sách sẽ thi đấu với nhau. Thí sinh thua sẽ phải di chuyển xuống cuối danh sách để chờ đến lượt thi đấu tiếp theo.
- Trận đấu tiếp theo tiếp tục diễn ra giữa 2 thí sinh đứng đầu danh sách.

Bằng cách nào đó Bờm có được chỉ số năng lực của từng thí sinh trong danh sách, thí sinh thứ i có chỉ số năng lực là p_i . Bờm nhận thấy rằng chỉ số năng lực của các thí sinh là đôi một khác nhau và cậu chắc chắn rằng thí sinh có chỉ số năng lực cao hơn luôn giành chiến thắng. Bờm muốn biết 2 thí sinh đấu với nhau ở trận thứ k .

Yêu cầu: Cho dãy số nguyên đôi một khác nhau p_1, p_2, \dots, p_n tương ứng với chỉ số năng lực của các thí sinh theo thứ tự trong danh sách. Hãy cho biết 2 thí sinh đấu với nhau ở trận thứ k .

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **CODERS.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($2 \leq n \leq 10^5$) – số thí sinh đăng ký dự thi.
- Dòng thứ hai chứa dãy số nguyên đôi một khác nhau p_1, p_2, \dots, p_n ($1 \leq p_i \leq n$) – chỉ số năng lực của các thí sinh.
- Dòng thứ ba chứa số nguyên Q ($1 \leq Q \leq 10^5$) – số lượng truy vấn.
- Mỗi dòng trong Q dòng tiếp chứa số nguyên k ($1 \leq k \leq 10^{18}$) – thứ tự của trận đấu Bờm quan tâm.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **CODERS.OUT** gồm Q dòng, mỗi dòng ghi 2 số nguyên là chỉ số năng lực tương ứng của thí sinh đứng đầu và thí sinh đứng thứ 2 trong danh sách ở trận đấu thứ k .

Ví dụ:

CODERS . INP	CODERS . OUT
7	5 6
4 5 1 2 6 7 3	5 2
2	
4	
3	

ĐUA NGỰA

Một lần Tôn Tần đua ngựa với vua Tề. Tôn Tần và vua Tề mỗi người có n con ngựa đánh số từ 1 tới n , con ngựa thứ i của Tôn Tần có tốc độ là a_i , con ngựa thứ i của vua Tề có tốc độ là b_i . Luật chơi như sau:

- Có tất cả n trận đấu, mỗi trận là cuộc đua giữa 1 ngựa của Tôn Tần và 1 ngựa của vua Tề.
- Con ngựa nào cũng phải tham gia đúng một trận đấu.
- Trong một trận đấu, con ngựa nào tốc độ cao hơn sẽ thắng, nếu hai con ngựa có cùng tốc độ thì kết quả của cặp đua đó sẽ hoà.
- Trong một trận đấu, con ngựa của bên nào thắng thì bên đó sẽ được 1 điểm, hoà và thua không có điểm.

Yêu cầu: Hãy giúp Tôn Tần chọn ngựa ở từng trận đấu sao cho hiệu số Điểm của Tôn Tần - Điểm của vua Tề là lớn nhất có thể.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **HORSERACE.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n ($n \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai chứa dãy gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$).
- Dòng thứ ba chứa dãy gồm n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($1 \leq b_i \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **HORSERACE.OUT** gồm n dòng, mỗi dòng ghi số hiệu con ngựa của Tôn Tần và số hiệu con ngựa của vua Tề sẽ đấu với nhau trong một cặp đấu.

Ví dụ:

HORSERACE . INP	HORSERACE . OUT
5	5 1
5 4 3 2 1	4 2
6 5 4 3 2	1 3
	2 4
	3 5

CẶP SỐ NGUYÊN TỐ

Giả thiết m là một số nguyên dương nào đó. Ký hiệu $Pair(m)$ là tập các cặp số tự nhiên (a, b) thoả mãn điều kiện $a + b = m$. Ký hiệu $Prime(n)$, trong đó n là một số nguyên dương ($n \geq 2$) là tập tất cả số nguyên tố trong đoạn $[2, n]$. Nói cặp (a, b) có thứ tự từ điển nhỏ hơn cặp (c, d) nếu $a < c$ hoặc $a = c$ và $b < d$.

Với số nguyên n cho trước, người ta sắp xếp tăng dần theo thứ tự từ điển tất cả các cặp (a, b) thuộc tập $Pair(p)$, trong đó $p \in Prime(n)$.

Yêu cầu: Cho n và số nguyên k ($2 \leq n \leq 10^6; 1 \leq k \leq 10^{18}$). Hãy xác định cặp (a, b) thứ k hoặc đưa ra cặp số $(-1, -1)$ nếu k quá lớn.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **PAIRS.INP** chứa hai số nguyên n và k .

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **PAIRS.OUT** 2 số nguyên a, b (hoặc hai số -1).

Ví dụ:

PAIRS . INP	PAIRS . OUT
10 2	1 2

PHÂN SỐ

Số hữu tỉ có thể được biểu diễn dưới dạng phân số X/Y , trong đó X và $Y (Y \neq 0)$ là các số nguyên. Chu kỳ của một số hữu tỉ là đoạn con ngắn nhất sau dấu phẩy được lặp lại vô hạn lần. Ví dụ, phân số $7/30 = 0,2333...$, kí hiệu $0,2(3)$, là số hữu tỉ có số 3 được lặp lại vô hạn lần nên được gọi là chu kỳ.

Dựa vào chu kỳ, số hữu tỉ được phân thành 2 loại: thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

- Số thập phân vô hạn tuần hoàn là số hữu tỉ có chu kỳ lớn hơn 0. Ví dụ: $116/495 = 0,2(34)$.
- Số thập phân hữu hạn là số hữu tỉ có chu kỳ bằng 0. Ví dụ: $3/20 = 0,15(0)$; $4/1 = 4,(0)$.

Yêu cầu: Cho $2 \times n$ số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$. Đặt $X = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$ và $Y = b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n$. Cho biết phân số X/Y là thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **FRACTION.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 10$) là số lượng bộ dữ liệu.
- T dòng sau, số đầu tiên mỗi dòng là n , tiếp theo là dãy gồm $2 \times n$ số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ mô tả một bộ dữ liệu. Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **FRACTION.OUT** gồm T dòng, mỗi dòng ghi "finite" hoặc "repeating" tương ứng với câu trả lời phân số X/Y là thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ:

FRACTION . INP	FRACTION . OUT	Giải thích
4	repeating	$7/30 = 0,2(3)$
2 1 7 5 6	finite	$3/20 = 0,15(0)$
1 3 20	finite	$4/1 = 4,(0)$
1 4 1	repeating	$116/495 = 0,2(34)$
1 116 495		

Giới hạn: Đặt $V = \max(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n)$.

- Subtask 1 (25%): $n = 1, V \leq 10^6$
- Subtask 2 (25%): $n \leq 10^4, V \leq 10^6$
- Subtask 3 (25%): $n \leq 10^5, V \leq 10^5$
- Subtask 4 (25%): $n \leq 10^5, V \leq 10^6$

TÌM SỐ TRONG BẢNG

Cho bảng 2 chiều kích thước $n \times m$. Các dòng và cột được đánh số bắt đầu từ 1. Phần tử ở dòng i , cột j được gán giá trị $i^2 + j^2$. Người ta sắp các phần tử trong bảng theo thứ tự tăng dần và đánh số bắt đầu từ 1.

Yêu cầu: Cho biết giá trị của phần tử có thứ tự k trong dãy đã được sắp xếp.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **NUMORDER.INP** gồm một dòng chứa 3 số nguyên $n, m, k (1 \leq k \leq n \times m \leq 10^9)$.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **NUMORDER.OUT** một số nguyên là giá trị của phần tử thứ k .

Ví dụ:

NUMORDER . INP	NUMORDER . OUT
5 3 10	18

HỘI CHỢ

Một khu hội chợ có $m \times n$ gian hàng được bố trí trong một khu hình chữ nhật kích thước $m \times n$. Các hàng của hình chữ nhật được đánh số từ trên xuống dưới bắt đầu từ 1 đến m , còn các cột – đánh số từ trái sang phải, bắt đầu từ 1 đến n , ô nằm giao của hàng i và cột j là gian hàng (i, j) . Mỗi gian hàng trưng bày một sản phẩm và đều có cửa thông với các gian hàng chung cạnh với nó. Khách tham quan đi vào khu hội chợ từ một gian hàng bất kỳ bên trái (i bất kỳ, $j = 1$) và không nhất thiết phải thăm quan tất cả các gian hàng. Khách chỉ có thể đi ra khỏi khu hội chợ từ các gian hàng bên phải (i bất kỳ, $j = n$), tại mỗi gian hàng khách có thể di chuyển qua các gian hàng có cửa thông với nó. Khi đi vào gian hàng (i, j) thì khách tham quan phải mua vé giá là a_{ij} .

Yêu cầu: Tính chi phí ít nhất mà khách tham quan phải trả khi tham quan khu hội chợ.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **FUNFAIR.INP**

- Dòng đầu tiên ghi số $m, n (2 < m, n \leq 200)$
- m dòng sau, mỗi dòng chứa n số nguyên không âm, cho biết giá vé các gian hàng của khu hội chợ. Giá vé tại gian hàng (i, j) là $a_{ij} (0 \leq a_{ij} \leq 30000)$

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **FUNFAIR.OUT** gồm một số duy nhất là chi phí ít nhất tìm được.

Ví dụ:

FUNFAIR. INP	FUNFAIR. OUT
3 4 2 1 9 1 5 0 3 4 2 1 9 1	10

BỘI SỐ

Cho số nguyên dương n . Hãy tìm bội số m dương nhỏ nhất của n sao cho trong hệ cơ số 10, m chỉ chứa các chữ số 0 và 1. n không lớn hơn 10^4 và m có không quá 100 chữ số.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **MULTIPLE.INP**, gồm nhiều dòng, mỗi dòng chứa một số nguyên n và kết thúc bằng chữ số 0.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **MULTIPLE.OUT** các số m tìm được, mỗi số trên một dòng.

Ví dụ:

MULTIPLE . INP	MULTIPLE . OUT
2	10
6	1110
19	11001
0	

MẬT ĐỘ K

Xét 2 số nguyên $a, b (1 \leq a \leq b \leq 10^{18})$ và số nguyên dương k . Người ta định nghĩa mật độ k trong đoạn $[a, b]$ là số lượng cặp số nguyên dương (x, y) khác nhau thỏa điều kiện sau

$$\begin{cases} a \leq x^2, y^3 \leq b \\ |x^2 - y^3| \leq k \end{cases}$$

Chẳng hạn mật độ 2 của các số nguyên thuộc đoạn $[1, 30]$ là 3 vì có 3 cặp thỏa điều kiện $(1, 1), (3, 2), (5, 3)$.

Yêu cầu: Cho 3 số nguyên $a, b, k (1 \leq a \leq b \leq 10^{18}; 0 \leq k \leq 10^{18})$. Hãy tìm mật độ k trong đoạn $[a, b]$.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **KDENSITY.INP** chứa 3 số nguyên a, b, k trên 3 dòng tương ứng.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **KDENSITY.OUT** một số nguyên là mật độ k trong đoạn $[a, b]$.

Ví dụ:

KDENSITY . INP	KDENSITY . OUT
1 30 2	3

XẾP TAM GIÁC

Đề thi vào lớp 1 trường tiểu học SuperKids có một bài toán đồ rất hóc búa: Cho n que tính đánh số từ 1 tới n , que tính thứ i có độ dài a_i . Bài toán yêu cầu đếm số tam giác khác nhau có thể tạo thành bằng cách lấy đúng 3 que tính trong số những que tính đã cho làm 3 cạnh (Hai tam giác gọi là giống nhau nếu chúng có 3 cặp cạnh tương ứng bằng nhau, nếu không chúng được gọi là khác nhau).

Ví dụ với 6 que tính độ dài lần lượt là 11, 22, 22, 22, 44, 55, có thể tạo thành 3 tam giác khác nhau với độ dài 3 cạnh được chỉ ra như sau:

- Tam giác 1: (11, 22, 22)
- Tam giác 2: (22, 22, 22)
- Tam giác 3: (22, 44, 55)

Yêu cầu: Cho danh sách độ dài của n que tính. Hãy giúp các bé thí sinh đếm số tam giác thỏa mãn yêu cầu đề ra.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **TRIANGLES.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương $n \leq 5000$.
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n, (a_i \leq 10^9, \forall i)$.

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **TRIANGLES.OUT** một số nguyên duy nhất là số lượng tam giác tìm được

Ví dụ:

TRIANGLES . INP	TRIANGLES . OUT
6 11 22 22 22 44 55	3

SỐ NGUYÊN TỔ BẬC 3

Một số nguyên tố gọi là nguyên tố bậc 3 nếu tất cả các số tạo thành từ 3 chữ số liên tiếp tính từ trái qua phải đều là số nguyên tố. Ví dụ số $x = 113739$ là số nguyên tố bậc 3 vì các số 113, 137, 373 và 739 đều là các số nguyên tố.

Yêu cầu: Với số n cho trước, hãy đếm số lượng số nguyên tố bậc 3 có đúng n chữ số.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **PRIME3.INP** chứa duy nhất số n ($3 \leq n \leq 10^4$).

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **PRIME3.OUT** một số nguyên duy nhất là phần dư kết quả cho $10^9 + 9$.

Ví dụ:

PRIME3 . INP	PRIME3 . OUT
4	204

BỘ GENE ỔN ĐỊNH

Bộ gene được biểu diễn bởi một dãy các nucleotide A, G, T, C. Một bộ gene độ dài n (gồm n nucleotide) được gọi là ổn định nếu tần số xuất hiện của các nucleotide trong bộ gene là như nhau. Chẳng hạn các bộ gene GACT, AAGTGCCT được gọi là gene ổn định.

Một bộ gene nếu chưa đạt tính ổn định có thể điều chỉnh bằng cách chọn một đoạn gene và thay thế một số nucleotide trong đoạn đó bằng nucleotide khác loại nhưng vẫn bảo toàn được độ dài đoạn gene. Chẳng hạn với đoạn gene ACTGAAAG, ta có thể chọn đoạn được gạch dưới (ACTGAAAG) để điều chỉnh thành ACTGACTG hoặc ACTGATCG.

Yêu cầu: Cho bộ gene được biểu diễn bởi chuỗi s độ dài không quá 10^6 chỉ gồm các kí tự A, G, T, C. Hãy tìm độ dài của đoạn con ngắn nhất cần điều chỉnh để bộ gene đạt ổn định.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **GENE.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($4 \leq n \leq 10^6$) – độ dài của bộ gene (n là bội của 4).
- Dòng thứ hai chứa chuỗi s độ dài n .

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **GENE.OUT** độ dài của đoạn con ngắn nhất cần điều chỉnh.

Ví dụ:

GENE . INP	GENE . OUT
8 GAAATAAA	5

GIẢI THUYẾT GOLDBACH

Giả thuyết Goldbach cho rằng tất cả các số tự nhiên chẵn lớn hơn 2 đều có thể được biểu diễn dưới dạng tổng của 2 số nguyên tố. Gọi $G(n)$ là số các cách khác nhau biểu diễn số $2 \times n$ dưới dạng tổng 2 số nguyên tố.

Yêu cầu: Cho $n(3 \leq n \leq 500000)$. Hãy tính $F(n) = G(2) + G(3) + \dots + G(n)$.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **GOLDBACH.INP** gồm không quá 30 bộ tests, mỗi bộ test được ghi trên một dòng là số nguyên n .

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **GOLDBACH.OUT** với mỗi bộ test, ghi ra trên một dòng giá trị $F(n)$ tương ứng.

Ví dụ:

GOLDBACH . INP	GOLDBACH . OUT
7	8
4	3
9	12

HARRY POTTER VÀ DÃY SỐ NGUYÊN TỐ

Vì biết Harry rất kém về số nguyên tố nên trong kì thi này của trường Hogwarts, giáo sư Snape đã ra một bài toán học búa như sau:

“Cho 2 số nguyên dương a, b . Hãy đếm số lượng các số trong đoạn $[a, b]$ sao cho số ước của chúng là một số nguyên tố”.

Không chỉ dừng lại đó, giáo sư Snape còn đánh đố Harry bằng cách không chỉ cho một bộ a, b mà cho những T bộ số. Harry rất cần qua kì thi này nên anh ấy nhờ đến các bạn lập trình để giải bài toán của thầy Snape.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản **CPRIME.INP**

- Dòng đầu chứa số nguyên dương T là số bộ test.
- T dòng sau, mỗi dòng gồm 2 số nguyên dương a, b .

Kết quả: Ghi ra tập tin văn bản **CPRIME.OUT** gồm T dòng, dòng thứ i là kết quả của bộ test thứ i tương ứng.

Ví dụ:

CPRIME . INP	CPRIME . OUT
5	82
12 400	93
412 1000	17
32 100	141
1910 3000	32
1 100	

Subtask 1: $1 \leq a, b \leq 200, T \leq 100$ (20% test)

Subtask 2: $1 \leq a, b \leq 2000, T \leq 1000$ (20 % test)

Subtask 3: $1 \leq a, b \leq 10^6, T \leq 1000$ (20% test)

Subtask 4: $1 \leq a, b \leq 10^6, T \leq 10^5$ (20 % test)

Subtask 5: $10^6 < a, b \leq 10^{12}, T \leq 10^5$ + số lượng ước phải là số nguyên tố lớn hơn 2 (20 % test)