Câu 1:

a) $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ ĐKXĐ: $\sqrt{x}-1 \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1.$

$$x \geqslant 0$$

Thay $x = 25$ (TM đkxđ) vào biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ có:

$$A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-1} = \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}.$$

0,5đ

Vậy $A = \dfrac{5}{4}$ khi $x = 25$.

b) Ta có: $P = A \cdot B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \left(\dfrac{3x+3}{x\sqrt{x}-1} - \dfrac{2}{\sqrt{x}-1} \right)$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \left(\frac{3x+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \left(\frac{3x+3 - 2(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \right)$$

1đ

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{3x+3-2x-2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+x+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+x+1)} = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)^2(\sqrt{x}+x+1)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x+1}$$

Vậy $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x+1}$

Scanned with CamScanner

c) Ta có: $P - \dfrac{1}{3} = \dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{3\sqrt{x} - (x+\sqrt{x}+1)}{3(x+\sqrt{x}+1)} = \dfrac{3\sqrt{x} - x - \sqrt{x} - 1}{3(x+\sqrt{x}+1)}$

$= \dfrac{-x + 2\sqrt{x} - 1}{3(x+\sqrt{x}+1)} = \dfrac{-(x - 2\sqrt{x}+1)}{3\left(x+\sqrt{x}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)} = \dfrac{-(\sqrt{x}-1)^2}{3\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}}$

~~$\neq \dfrac{-(\sqrt{x}-1)^2}{}$~~

Vì $(\sqrt{x}-1)^2 > 0 \ \forall x \neq 1 \ (x \geqslant 0). \ \Rightarrow -(\sqrt{x}-1)^2 < 0.$ ✓

$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2 > 0 \ \forall x \Rightarrow 3\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} > 0.$

$0,5đ$

$\Rightarrow P - \dfrac{1}{3} = \dfrac{-(\sqrt{x}-1)^2}{3\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}} < 0 \quad \Rightarrow P < \dfrac{1}{3}.$ ✓

Vậy $P < \dfrac{1}{3}$.

Câu 2:

a) gọi số mũ chấm giờ 1 bạn công ty dự định làm mỗi ngày là a (mũ ; $a > 0$). $(a < b)$.

$$3(\sqrt{x}+\tfrac{1}{2})^2+\tfrac{9}{4}$$

Vậy $P < \dfrac{1}{3}$.

Câu 2:

a) Gọi số mũ chắn giọt bắn công ty dự định làm mỗi ngày là a (mũ; $a > 0$). $(a < b)$

số mũ chắn giọt bắn công ty mỗi ngày làm được trên thực tế là b (mũ, $b > 0$).

Số mũ công ty dự định làm là $20a$ (mũ) (chiếc).

Số mũ công ty làm trên thực tế là $17.b$ (mũ) (chiếc).

Vì số mũ công ty làm trên thực tế hơn số mũ công ty dự định làm 500 chiếc

$$\Rightarrow 17b - 20a = 500. \quad (1).$$

Vì năng suất trên thực tế của công ty tăng 25% $\Rightarrow a + 25\% a = b$.

$$\Leftrightarrow 125\% a - b = 0. \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \dfrac{5}{4} a - b = 0 \quad (2).$$

1,75 đ

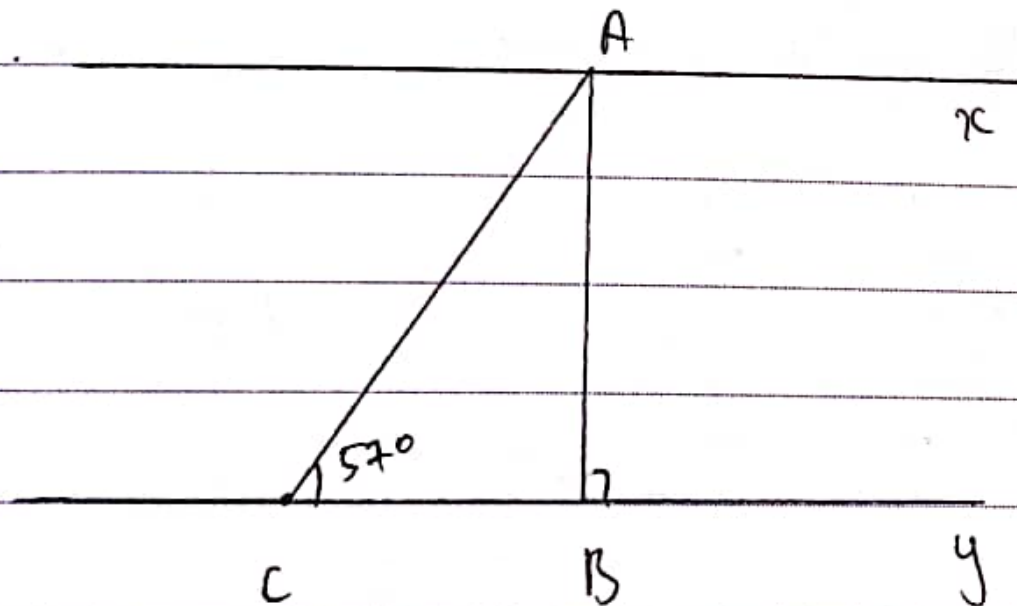Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} -20a + 17b = 500 \\ \dfrac{5}{4} a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{4} a \\ -20a + 17b = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{4} a \\ -20a + 17(\dfrac{5}{4} a) = 500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{4} a \\ -20a + \dfrac{85}{4} a = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{4} a \\ \dfrac{5}{4} a = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{4} a \\ a = 400 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

$\Rightarrow$ công ty dự định sản xuất $20a = 20 \cdot 400 = 8000$ (mũ chắn giọt bắn).

Vậy công ty dự định sản xuất 8000 mũ chắn giọt bắn.

b).

A

x

57°

C   B   y

vì con thuyền di chuyển 250m từ
bờ này sang bờ kia ⇒ AC = 250m.

kẻ' AB ⊥ y (B ∈ y; A ∈ x).
                  wờng
⇒ ΔABC & tại B.

0,5đ

Xét ΔABC vuông tại B có:

$\sin \hat{ACB} = \dfrac{AB}{AC}$ ⟺ $\sin 57° = \dfrac{AB}{250}$

$(\hat{ACB} = 57°$ theo gt).

⇒ AB = $\sin 57°$. 250 = 209,67 (m)

Vậy chiều rộng khúc sông là 209,67 m.

Câu 3:

a) $\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - 2(y+1) = -1 \\ 5\sqrt{x-1} - 9(y+1) = -13 \end{cases}$ (ĐKXĐ: $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$)

Đặt $\sqrt{x-1} = a$; $y+1 = b$ $(a \geq 0)$

$\Rightarrow$ Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3a - 2b = -1 \\ 5a - 9b = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15a - 10b = -5 \\ 15a - 27b = -39 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 15a - 10b - 15a + 27b = -5 + 39 \\ 3a - 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17b = 34 \\ 3a = -1 + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = \dfrac{-1 + 2b}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = \dfrac{-1 + 2 \cdot 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ y+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ y+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (TM)

Vậy $(x; y) = (2; 1)$.

b) $y = 2x + m - 1$ (d).

* Vì (d) đi qua điểm $M(2; 4) \Rightarrow M(2; 4)$ thuộc đường thẳng (d)

$\Rightarrow$ Thay $x = 2$; $y = 4$ vào phương trình $y = 2x + m - 1$ có:

$4 = 2 \cdot 2 + m - 1$

$\Leftrightarrow 4 - 1 + m = 4$

$\Leftrightarrow 3 + m = 4$

$\Leftrightarrow m = 1$. $\Rightarrow y = 2x$.

Vậy $m = 1$ thì (d) đi qua điểm $N(2; 4)$.

* Để A, B phân biệt thì (d) không đi qua $O(0; 0) \Leftrightarrow m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Xét $y = 2x + m - 1$ có: ① với $x = 0 \Leftrightarrow y = m - 1$. $\Rightarrow$ Đồ thị cắt Oy tại $B(0; m-1)$

② với $y = 0 \Leftrightarrow x + \dfrac{1-m}{2}$ $\Rightarrow$ Đồ thị cắt Ox tại $A\left(\dfrac{1-m}{2}; 0\right)$.

$\Rightarrow$ Ta có: $OA = \left|\dfrac{1-m}{2}\right|$; $OB = |m-1|$.

Ta có: $S_{\triangle ABO} = \dfrac{OA \cdot OB}{2} = \dfrac{1}{2}\left|\dfrac{1-m}{2}\right| \cdot |m-1| = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{(m-1)^2}{2} = \dfrac{(m-1)^2}{4}$.

mà $S_{ABO} = 1$ (gt) $\Rightarrow \dfrac{(m-1)^2}{4} = 1 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1 = 2 \\ m-1 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -1 \end{array}\right.$ (TM).

Vậy $m = 3$ hoặc $m = -1$ thì diện tích tam giác giác OAB bằng 1.

câu 4:
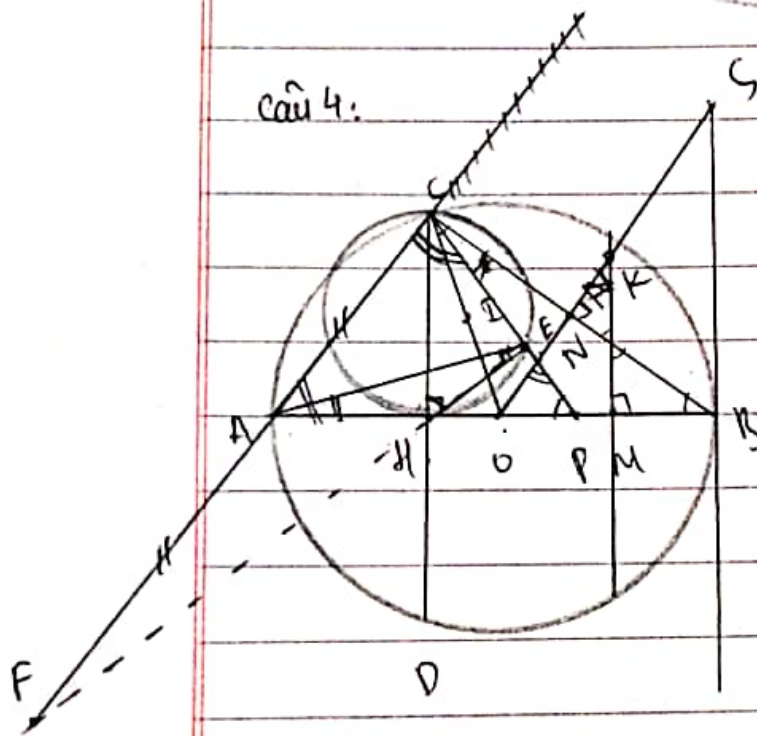
a) Vì N là trung điểm dây cung BC.

mà ON thuộc đường kính đường tròn tâm O.

$\Rightarrow$ ON $\perp$ BC (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

$\Rightarrow \triangle$ ONC vuông tại N.

Nối O với C, lấy I là trung điểm OC.

xét $\triangle$ CNO vuông tại N có I là trung điểm OC có:

$\Rightarrow$ NI = CI = OI. (1)

xét $\triangle$ CHO vuông tại H có I là trung điểm OC có:

IC = IH = IO. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: IN = IC = IO = IH.

$\Rightarrow$ N, C, O, H cùng thuộc đường tròn tâm I (đpcm).

b) Theo gt có: M là trung điểm OB; K là trung điểm OS (O và S đối xứng nhau qua K)

$\Rightarrow$ MK là đường trung bình tam giác OBS.

$\Leftrightarrow$ MK // BS

mà MK $\perp$ AB $\Rightarrow$ BS $\perp$ AB, mà AB là đường kính đường tròn tâm O.

$\Rightarrow$ BS là tiếp tuyến đường tròn tâm O (đpcm).

c) Vì E thuộc đường tròn đường kính CH $\Rightarrow$ CE $\perp$ EH $\Leftrightarrow$ $\widehat{CEH} = 90°$.

Xét $\triangle CEH$ và $\triangle CHP$ có: ~~CHF $\widehat{CEH} = 90°$~~ $\widehat{CEH} = \widehat{CHP}$ $(=90°)$; $\widehat{C}$ chung.

$\Rightarrow \triangle CEH \backsim \triangle CHP$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{CE}{CH} = \dfrac{CH}{CP}$ $\Leftrightarrow$ CE . CP = CH^2. (1)

Vì C thuộc đường tròn đường kính AB $\Rightarrow \widehat{ACB} = 90°$ $\to \triangle ACB$ vuông tại C.

Xét $\triangle ACB$ vuông tại C có CH là đường cao (CH $\perp$ AB) có: $CH^2 = AH . BH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: CE . CP = AH . BH (đpcm).

0,5đ