

Luyện tập về hình thang

Bài 1: Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn AB, đáy nhỏ CD. Biết chiều cao của hình thang bằng một nửa tổng hai đáy. Chứng minh rằng $AC \perp BD$.

Bài 2: Cho hình thang ABCD vuông ở A và D. Biết $AB = 11$ cm, $AD = 12$ cm, $BC = 13$ cm. Tính khoảng cách từ B và D đến AC.

Bài 3: Cho hình thang cân ABCD có $AB \parallel CD$. Biết tam giác ABD cân ở A và tam giác BCD cân ở D. Tính các góc của ABCD.

Bài 4: Trên đoạn thẳng AB cho trước lấy điểm M sao cho $MA > MB$. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tam giác đều AMC, BMD. Gọi M', N, P, Q lần lượt là trung điểm CM, CB, DM, DA. Chứng minh rằng M'NPQ là hình thang cân và $NQ = \frac{CD}{2}$.

Bài 5: Cho tam giác ABC có trọng tâm G.

a) Vẽ đường thẳng d qua G cắt các cạnh AB, AC. Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C trên d. Chứng minh rằng $AA' = BB' + CC'$.

b) Giả sử d' là đường thẳng nằm ngoài tam giác ABC. Gọi A', B', C', G' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, G trên d'. Chứng minh rằng $AA' + BB' + CC' = 3GG'$.

Bài 6: Trên đoạn thẳng AB cho trước lấy M, N sao cho M nằm giữa A và N. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tam giác đều AMD, NME, BNF. Gọi G là trọng tâm tam giác DEF. Chứng minh rằng khi M, N chạy trên AB thì khoảng cách từ G đến AB không đổi.

Bài 7: Cho tứ giác ABCD có $AB = CD$. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua trung điểm của hai đường chéo tạo với AB và CD các góc bằng nhau.

Bài 8: Cho tứ giác ABCD có A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, ABD, BCA. Chứng minh rằng AA', BB', CC', DD' đồng quy.

Bài 9: Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H, M là trung điểm BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM, cắt AB, AC thứ tự ở E, F. Trên tia đối của tia HC lấy D sao cho H là trung điểm CD. Chứng minh rằng E là trực tâm tam giác DBH và $HE = HF$.

Bài 10: Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ ($AB < CD$). Gọi E, F là trung điểm của AC và BD. Đường thẳng qua E vuông góc với BC cắt đường thẳng qua F vuông góc với AD ở O. Chứng minh rằng $OC = OD$.

Bài 11: Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ ($AB < CD$). Phân giác trong góc A và phân giác trong góc C cắt nhau ở E, phân giác trong góc B và phân giác trong góc D cắt nhau ở E. Giả sử $AB + CD > AD + BC$. Chứng minh rằng $EF \parallel AB$ và $EF = \frac{AB + CD - AD - BC}{2}$.

Bài 12: Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AB = \frac{CD}{2}$. Gọi H là trung điểm CD, dựng ra phía ngoài ABCD tia Hx vuông góc với CD. Trên tia Hx lấy M sao cho $MH = \frac{CD}{4}$. Tiếp tục dựng ra phía ngoài ABCD các tam giác ADE vuông cân ở E và tam giác BCF vuông cân ở F. Chứng minh rằng tam giác MEF vuông cân.