

9,25

Date No

Câu 1

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}; B = \frac{3x+3}{x\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

a. Tính giá trị của A khi $x = 25$ Thay $x = 25$ (TM) vào A, ta được:

$$A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-1} = \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}$$

0,5đ

Vậy $A = \frac{5}{4}$ khi $x = 25$

b. Rút gọn: $P = A \cdot B$

Ta có: $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

Ta có: $B = \frac{3x+3}{x\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{3x+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{2(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$

$$B = \frac{3x+3-2x-2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$$

1đ

Ta có: $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

Vậy $P = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

c. So sánh P với $\frac{1}{3}$

Ta có: $P - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{3} = \frac{3\sqrt{x}-x-\sqrt{x}-1}{3(x+\sqrt{x}+1)}$

0,5đ

$$= -\frac{x-2\sqrt{x}+1}{3(x+\sqrt{x}+1)} = -\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{3(x+\sqrt{x}+1)} < 0 \text{ với } x \neq 1$$

$$\Rightarrow P < \frac{1}{3}$$

Vậy $P < \frac{1}{3}$

Câu 2.

a, Gọi số mũ chân gọt bán dư tính sản xuất lại x (~~chức~~) (~~$x \in \mathbb{N}^*$~~) x (mũ) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Gọi năng suất sản xuất một ngày theo dư tính lại y (mũ / ngày) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Vì theo dư tính, công ty ~~đã tính~~ sản xuất được x ^{chức} mũ trong 20 ngày với năng suất là y mũ / ngày

$$\Rightarrow 20y = x \quad (1)$$

Thực tế, do năng suất tăng 25% nên chỉ trong 17 ngày, công ty đã hoàn thành lượng mũ theo kế hoạch và còn sản xuất thêm được 500 chiếc

$$\Rightarrow 17 \cdot 1,25x = y + 500$$

$$\Rightarrow \text{Năng suất thực tế là } 1,25y \text{ (mũ / ngày)}$$

$$\Rightarrow \text{Số lượng mũ thực tế sản xuất được là } y + 500 \text{ (chiếc)}$$

$$\Rightarrow 1,25x \cdot 17 = y + 500$$

$$\Rightarrow 21,25x = y + 500 \quad (2)$$

2x

$$(1)(2) \Rightarrow \begin{cases} 20x = y \\ 21,25x = y + 500 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1,25x = 500 \\ 20x = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 400 \text{ (mũ)} \\ y = 800 \text{ (mũ / ngày)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1,25x = 500 \\ 20x = y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 400 \text{ (mũ)} \\ y = 800 \text{ (mũ / ngày)} \end{cases}$$

$$(1)(2) \Rightarrow \begin{cases} 20y = x \\ 21,25y = x + 500 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Năng suất thực tế là } 1,25y \text{ (mũ / ngày)}$$

$$\text{Số lượng mũ thực tế sản xuất được là } y + 500 \text{ (chiếc)}$$

$$\Rightarrow 1,25y \cdot 17 = x + 500$$

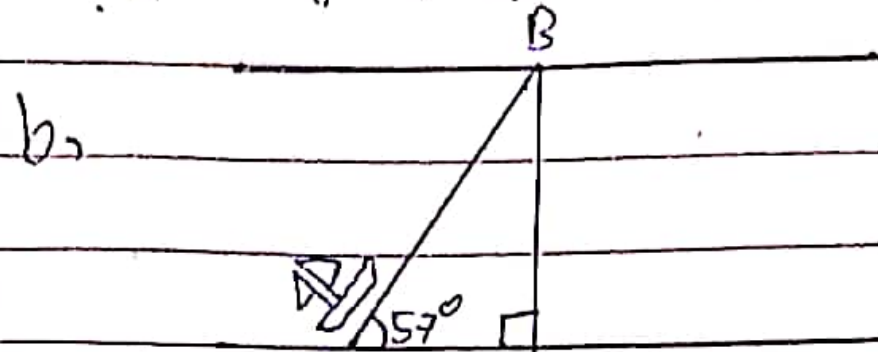
$$\Rightarrow 21,25y = x + 500 \quad (2)$$

$$(1)(2) \Rightarrow \begin{cases} 20y = x \\ 21,25y = x + 500 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1,25y = 500 \\ x = 20y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 400 \text{ (mũ / ngày)} \\ x = 8000 \text{ (mũ)} \end{cases}$$

Vũ công ty dự định sản xuất 8000 ~~lít~~ mũ dấm giết ^{bản}



0,5đ

- $\widehat{BAC} = 57^\circ$ c - Chiều rộng của khúc sông là độ dài BC

- Quãng đường con thuyền đi chuyển $\hat{=}$ $AB = 250$

$\triangle ABC$ vuông tại C, có: $BC = \sin \widehat{BAC} \cdot AB$

$$= \sin 57^\circ \cdot 250 = 209,667(m)$$

$$= 209,67(m)$$

Vậy chiều rộng của khúc sông là 209,67(m)

Câu 13.

1. Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - 2(y+1) = -1 & (I) \end{cases} \quad (\text{ĐKXĐ: } x \geq 1)$$

$$\begin{cases} 5\sqrt{x-1} - 9(y+1) = -13 \end{cases}$$

Đặt $\sqrt{x-1} = u$; $y+1 = v$ (*)

Khi đó hệ phương trình (I) trở thành.

$$\begin{cases} 3u - 2v = -1 \\ 5u - 9v = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27u - 18v = -9 \\ 10u - 18v = -26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 17u = 17 \\ 3u - 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ 2v = 3u + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 2 \end{cases} \text{ thay vào (*)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ y+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy cặp nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình là $(2; 1)$

2. ~~Ga~~ (d): $y = 2x + m - 1$

a, Vì $M(2; +4) \in (d)$

$$\Rightarrow x = 2; y = +4 \text{ thay vào (d)}$$

0,25

$$\Rightarrow 4 = 2 \cdot 2 + m - 1$$

$$\Rightarrow m = 1$$

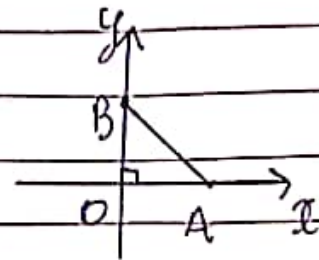
b, Giao điểm của (d) với trục Ox

- Với trục Ox $\Rightarrow y = 0$

$$\Rightarrow 0 = 2x + m - 1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{m-1}{2}$$

$$\Rightarrow A\left(-\frac{m-1}{2}; 0\right) \Rightarrow OA = \left| -\frac{m-1}{2} \right| = \left| \frac{m-1}{2} \right| \quad (m \neq 1)$$



- Với trục Oy $\Rightarrow x = 0$

$$\Rightarrow y = 2 \cdot 0 + m - 1 \Rightarrow y = m - 1$$

$$\Rightarrow B(0; m-1) \Rightarrow OB = |m-1| \quad (m \neq 1)$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 1$$

$$\Rightarrow |m-1| \cdot \left| \frac{m-1}{2} \right| = 2$$

0,75

$$\Rightarrow \frac{(m-1)^2}{2} = 2 \quad |m-1| \cdot |m-1| = 2$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 1 \\ m-1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases} \quad (\text{TM})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 2 \\ m-1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases} \quad (\text{TM})$$

Vậy $m \in \{2, -1\}$ để (d) cắt Ox, Oy tại A và B sao cho $S_{\triangle OAB} = 1$

Xét $\triangle CHP$ vuông tại H , có: $HE \perp CP$ tại E
 $\Rightarrow CH^2 = CE \cdot CP$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)
 Xét \odot : góc ACB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ACB$ vuông tại C

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C , có: $CH \perp AB$ (vì $CD \perp AB$)

$\Rightarrow AH \cdot HB = CH^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Mà $CH^2 = CE \cdot CP$

$\Rightarrow AH \cdot HB = CE \cdot CP$ (đpcm)

Xét $\triangle CFP$, có:

$\begin{cases} A \text{ là trung điểm của } CF \text{ vì } C \text{ đối xứng với } F \text{ qua } A \\ H \text{ là trung điểm của } CP \text{ (liên hệ giữa bán kính và dây cung)} \end{cases}$

$\Rightarrow AH$ là đường trung bình của $\triangle CFP$

$\Rightarrow AH \parallel FP$

Mà \widehat{AHF} và \widehat{HFD} ở vị trí so le trong

$\Rightarrow \widehat{AHF} = \widehat{HFD}$

Ta có: $AH \parallel DF$

\Rightarrow

Câu 5. $x \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2$

$$M = \frac{2022+x}{x} + \frac{2025-x}{3-x}$$

Ta có: $M = \frac{2022}{x} + 1 + \frac{2022}{3-x} + 1 = 2 + \frac{2022}{x} + \frac{2022}{3-x}$

$$\Rightarrow M = 2 + \frac{2022(3-x) + 2022x}{x(3-x)} = 2 + \frac{6066}{x^2 - 3x}$$

$$\Rightarrow M = 2 + \frac{6066}{x^2 - 3x + 2,25 - 2,25} = 2 + \frac{6066}{(x-1,5)^2 - 2,25}$$

0,25

$$\forall (x-1,5)^2 \geq 0 \quad \forall x \Rightarrow (x-1,5)^2 - 2,25 \geq -2,25$$

$$\Rightarrow \frac{6066}{(x-1,5)^2 - 2,25} \geq \frac{6066}{-2,25} = -2696$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{6066}{(x-1,5)^2 - 2,25} \geq 2 - 2696 = -2694$$

$$\Rightarrow M \geq -2694$$

$$\Rightarrow M_{\min} = -2694 \text{ khi } (x-1,5)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1,5 \text{ (TM)}$$