

Câu 1:

Thay $x = 25$ (thỏa) vào A có: $\rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{25} = 5$

$$A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-1} = \frac{5}{4}$$

Vậy $A = \frac{5}{4}$ khi $x = 25$

$$B = \frac{3x+3}{2(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \quad (x \geq 0, x \neq 1)$$

$$= \frac{3x+3-2(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

Vậy $P = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

$$\text{Ta có: } P - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{x} - (x + \sqrt{x} + 1)}{3(x + \sqrt{x} + 1)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} - x - 1}{3(x + \sqrt{x} + 1)}$$

$$= -\frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{3(x + \sqrt{x} + 1)}$$

$$\text{có } x \geq 0, x \neq 1 \Rightarrow -(\sqrt{x} - 1)^2 < 0$$

$$\text{Lại có: } x + \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow 3(x + \sqrt{x} + 1) > 0 \} \Rightarrow P - \frac{1}{3} < 0$$

$$\Rightarrow P < \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } P < \frac{1}{3}$$

đ

Câu 2:

- a) Gọi theo kế hoạch công ty dự định sản xuất x (mũ chần giọt bẩn) ($x \in \mathbb{N}^*$)
theo kế hoạch mỗi ngày công ty sản xuất $\frac{x}{20}$ (mũ chần giọt bẩn)
thực tế công ty sản xuất $x + 500$ (mũ chần giọt bẩn)
thực tế mỗi ngày công ty sản xuất $\frac{x+500}{17}$ (mũ chần giọt bẩn)

Vì thực tế năng suất sản xuất của công ty tăng 25% nên ta có:

$$\frac{x}{20} + 25\% \cdot \frac{x}{20} = \frac{x+500}{17}$$

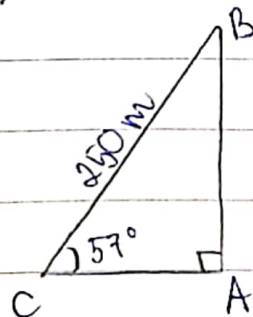
$$\Leftrightarrow \frac{x}{16} = \frac{x+500}{17}$$

$$\Rightarrow 17x = 16(x+500)$$

$$\Leftrightarrow x = 8000$$

Vậy theo kế hoạch công ty dự định sản xuất 8000 mũ chần giọt bẩn.

b)



Gọi AB là chiều rộng của khúc sông
BC là đường đi của thuyền
 $\angle C$ là góc tạo bởi đường đi của thuyền
với bờ

Câu 3:

Giải hệ

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - 2(y+1) = -1 \\ 5\sqrt{x-1} - 9(y+1) = -13 \end{cases} \quad (\forall x: x \geq 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15\sqrt{x-1} - 10(y+1) = -5 & (1) \\ 15\sqrt{x-1} - 27(y+1) = -39 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) - (2) có:

$$17(y+1) = 34$$

$$\Leftrightarrow y+1 = 2$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

Thay $y = 1$ vào (1) có:

$$15\sqrt{x-1} = 15$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 1$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $(x; y) = (2; 1)$

đ

$$y = 2x + m - 1$$

thay $x = \dots, y = \dots$
 (cđ) đi qua điểm $M(2; 4) \Rightarrow 4 = 2 \cdot 2 + m - 1$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ để (cđ) đi qua điểm $M(2; 4)$.

(cđ) cắt Ox tại A: cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{1-m}{2} \Rightarrow OA = \left| \frac{1-m}{2} \right|$

(cđ) cắt Oy tại B: cho $x = 0 \Rightarrow y = m - 1 \Rightarrow OB = |m - 1|$

Có $SOAB = 1$

$$\Rightarrow \frac{OA \cdot OB}{2} = 1$$

$$\Rightarrow OA \cdot OB = 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1-m}{2} \right| \cdot |m-1| = 2$$

$$\Rightarrow \left| -\frac{(1-m)^2}{2} \right| = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(1-m)^2}{2} = 2$$

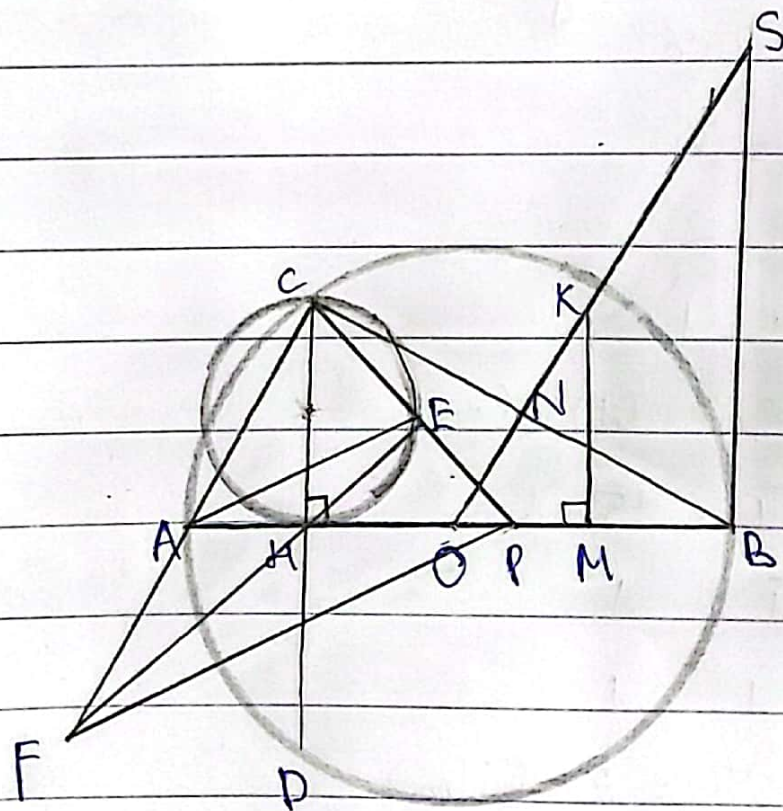
$$\Rightarrow (1-m)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-m = 2 \\ 1-m = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$$

d

Câu 4:



Có $CD \perp AB \Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{BHC} = 90^\circ$

(O) có $\left\{ \begin{array}{l} ON \text{ là đ. phân đk} \\ N \text{ là tđ' dây cung BC} \end{array} \right. \Rightarrow ON \perp BC \text{ (quan hệ giữa đk và dây cung)}$

$\Rightarrow \widehat{ONC} = 90^\circ$

$\Delta CHON$ có $\widehat{OHC} + \widehat{ONC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vì 2 góc này là 2 góc đối nhau $\Rightarrow \Delta CHON$ là tđnt (như tđnt)

$\Rightarrow C, H, O, N$ cùng thuộc 1 đ. tròn \Rightarrow đpcm

Có S đối xứng với O qua $K \Rightarrow K$ là tđ' OS

ΔOSB có $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ là tđ' OB} \\ K \text{ là tđ' OS} \end{array} \right. \Rightarrow MK \text{ là đ. th } \Delta OSB \Rightarrow MK \parallel BS$

Vì $KM \perp OB \Rightarrow SB \perp OB$ (quan hệ giữa \perp và \parallel)

(O) có $S \in (O)$ và $SB \perp OB \Rightarrow SB$ là tiếp tuyến của (O) \Rightarrow đpcm

ΔCEH nội tiếp đ. tròn đ. k $CH \Rightarrow \Delta CEH$ vuông tại $E \Rightarrow HE \perp CE$

ΔCHP vuông tại H có đ. cao $HE: CE \cdot CP = CH^2$ (1) (h.t.l trong Δ vuông)

ΔACB nội tiếp đ. tròn đ. k $AB \Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại C

ΔACB vuông tại C có đ. cao $CH: HA \cdot HB = HC^2$ (2) (h.t.l trong Δ vuông)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \cdot HB = CE \cdot CP (= CH^2) \Rightarrow$ đpcm

$\checkmark E, H, F$ thẳng hàng

$$\Rightarrow n \geq 2698$$

Điều "=" xảy ra khi $x = \frac{3}{2}$

Vậy P đạt GTLN là 3035 khi $x = 1$ hoặc $x = 2$

P đạt GTNN là 2698 khi $x = \frac{3}{2}$