

Đặt AB

$$C \pm A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad \text{và} \quad B = \frac{x+1}{x\sqrt{x}-1} = \frac{2}{x\sqrt{x}-1} \quad \text{với} \quad x > 0, x \neq 1$$

Thay $x = 25$ (thử nghiệm) vào hàm A, B , ta có

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}$$

Vậy $x = 25$ thì $A = \frac{5}{4}$

$$\text{b) Tính } B = \frac{x+1}{x\sqrt{x}-1} = \frac{26}{25 \cdot 5 - 1} = \frac{26}{124} = \frac{13}{62}$$

$$= \frac{5 \cdot 5 - 2(2 \cdot 5 + 1)}{(5-1)(2 \cdot 5 + 1)}$$

$$= \frac{25 - 20 - 2}{(5-1)(10+1)}$$

$$= \frac{3}{4 \cdot 11} = \frac{3}{44}$$

C) $P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{2 \cdot \sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{2 \cdot \sqrt{x}+1}$

Vậy $P = \frac{\sqrt{x}}{2 \cdot \sqrt{x}+1}$ với $x > 0, x \neq 1$

c) Xét hàm $P - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{x}}{2 \cdot \sqrt{x}+1} - \frac{1}{3} = \frac{x-1}{3(2 \cdot \sqrt{x}+1)}$

$$= -\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2 \cdot \sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{-x + 2\sqrt{x} - 1}{3(2 \cdot \sqrt{x}+1)} = \frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{3(2 \cdot \sqrt{x}+1)}$$

$$(-(\sqrt{x}-1)^2) \leq 0 \quad \text{và} \quad 3(2 \cdot \sqrt{x}+1) > 0$$

$$\Rightarrow P - \frac{1}{3} < 0 \quad (\Rightarrow P < \frac{1}{3})$$

Vậy $P < \frac{1}{3}$ với $x > 0, x \neq 1$

Câu 2

a) Gọi số mũ chất gas bên công ty cho thuê là x
 $(x \in \mathbb{N}^+, x \leq 1000)$

Gọi số mũ chất gas bên công ty cho thuê là y
 $(y \in \mathbb{N}^+, y \leq 1000 \text{ m}^3)$

\Rightarrow số mũ chất gas thuê bên công ty cho thuê là $x/10$ (ngày)

Số mũ chất gas thuê bên công ty cho thuê là $y/17$ (ngày)

Theo đề bài ta có $x + 800 = y$ (*) $\Leftrightarrow x = y - 800$ (1)

Mà tổng số mũ chất gas thuê là 252, nên ta có $x/10 + y/17 = 252$ (2)

$$\Leftrightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{17} = 252 \Leftrightarrow \frac{x}{10} + \frac{y-800}{17} = 252$$

Từ (1) (2) đưa hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = -800 \\ \frac{x}{10} - \frac{y}{17} = -252 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{10} - \frac{y}{17} = -252 \\ \frac{x}{16} - \frac{y}{17} = -252 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{16} - \frac{y}{17} = -252 \\ x - y = -800 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{16} - \frac{y}{17} = -252 \\ x - y = -800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{16} - \frac{y}{17} = -252 \\ x = y - 800 \end{cases}$$

Lấy Công ty cho thuê số mũ 8000 m³

Gọi AB là quãng đường ngắn nhất đi từ chợ đến

(AB = 250 m)

B là góc đo từ đường đi chợ đến chợ

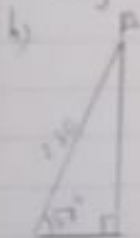
(B = 57°)

AC là chiều rộng của con sông (AC \perp BC)

Tại D, MC vuông góc với AC, ta có AC = AB sin B

$$\Rightarrow AC = 250 \sin 57^\circ \Leftrightarrow AC \approx 209,67 \text{ m}$$

Lấy chiều rộng con sông là 209,67 m



Lần 3

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} = 2(y+1) & (*) \\ 5\sqrt{x-1} = 3(y+1) & (**) \end{cases} \quad (Ak: x \geq 1)$$

Đặt $a = \sqrt{x-1} (a \geq 0)$, $b = y+1$

Hệ phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -1 \\ 5a - 3b = -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 15a - 10b = -5 \\ 15a - 27b = -39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13b = 34 \\ 2a - 2b = -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y+1 = 2 \\ x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$

Vậy $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình (*) có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

b) (d) $y = 2x + m - 1$
 với (d) đi qua $M(2,4)$ nên thay $x=2$ vào (d)
 $y=4$

(e) $y = 2x + m - 1 \Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$
 Vậy $m = 1$ thì (d) đi qua điểm $M(2,4)$

b) Lập bảng

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & \frac{1-m}{2} \\ \hline y = 2x + m - 1 & m - 1 & 0 \end{array}$$

do đó hs (d) $y = 2x + m - 1$ là đường thẳng đi qua 2 điểm

$A(0, m-1)$ và $B(\frac{1-m}{2}, 0)$

hay (d) cắt trục Ox tại A và Oy tại B

$\Rightarrow \begin{cases} OA = |m-1| \text{ và } OB = |\frac{1-m}{2}| \end{cases}$

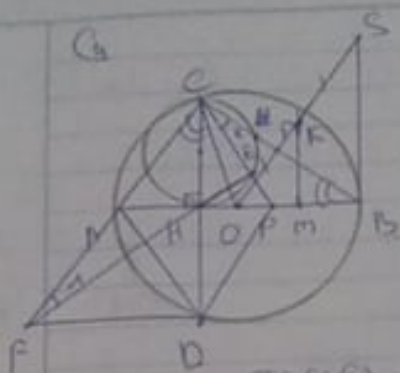
ΔOAB vuông tại O và $S_{\Delta OAB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = 1$

$\Leftrightarrow OA \cdot OB = 2 \Leftrightarrow |m-1| \cdot |\frac{1-m}{2}| = 2 \quad (*)$

(*) $m-1$ và $1-m$ trái dấu $\Rightarrow m-1$ và $1-m$ cùng trái dấu

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow m-1 \cdot \frac{m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 3$
 $m = -1$

Vậy $m \in \{3, -1\}$ thì $S_{\Delta OAB} = 1$



a) Xét $\triangle OAC$ vuông tại H (gt)
 $\Rightarrow O, C, H$ thuộc đường tròn đường kính OC (1)

Xét $\triangle OBC$ vuông tại O (CB \perp OC (R))
 $\Rightarrow ON$ là đường trung tuyến
 $\Rightarrow ON$ cũng chính là đường cao
 $\Rightarrow ON \perp CB$

Xét $\triangle ONC$ vuông tại N (gt)
 $\Rightarrow O, N, C$ thuộc đường tròn đường kính OC (2)

Từ (1) (2) $\Rightarrow O, C, H, N$ thuộc cùng đường tròn đường kính OC

b) Lấy O, C, H, N thuộc cùng đường tròn đường kính OC

Xét $\triangle OBS$ có N là trung điểm OS (O là trung điểm của SN)
 MN là đường trung bình $\triangle OBS$ (gt)

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình $\triangle OBS$

$\Rightarrow MN \parallel SB$ mà $MN \perp NB$ (gt)

$\Rightarrow SB \perp NB \Rightarrow SB$ là tiếp tuyến (đ) tại B

Lấy SB là tiếp tuyến (đ) tại B

c) Xét $\triangle OAB$ vuông tại O (AB là đường kính (CEB))

$\Rightarrow OH$ là đường cao $\Rightarrow AH \cdot HB = CH^2$ (1)

Xét đường tròn đường kính CH có E thuộc đường tròn
 $\Rightarrow \angle CEH = 90^\circ$

Xét $\triangle CHP$ có vuông tại H có HE là đường cao ($\angle CEH = 90^\circ$)

$\Rightarrow CE \cdot CP = CH^2$ (2)

Từ (1) (2) $\Rightarrow AH \cdot HB = CE \cdot CP$

Lấy AH, HB, CE, CP

1) $\widehat{ACH} + \widehat{HCB} = \widehat{HCB} + \widehat{HCE} (-90^\circ) = \widehat{HCH} = \widehat{HCE}$ (1)

chứng minh $\widehat{CEP} = \widehat{HCB}$ ta có $\widehat{EPH} = \widehat{HCB}$ (đ) $\widehat{CEP} = \widehat{HCB}$ (đ)

và $\widehat{CEP} = \widehat{HCB} \Rightarrow \widehat{CEP} = \widehat{HCB}$

hay $\widehat{CEP} = \widehat{HCB}$ (góc ngoài)

Xét $\triangle CEP$ (đ) (đ) $\Rightarrow E, C$ (điểm giao nhau của hai đường thẳng)

$\Rightarrow \widehat{FCE} = \widehat{HCB} + \widehat{HCE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{FCE} = 90^\circ \Rightarrow FE \perp CE$

$\Rightarrow HE \perp CE \Rightarrow E, F, H$ thẳng hàng

$$\text{Case 5} \quad M = \frac{2x^2+3}{x} + \frac{275x-2}{3-x} = 1 + \frac{2x}{3-x} + 1 + \frac{275}{3-x}$$

$$= 2 + 277 \left(\frac{1}{3-x} \right)$$

$$\Rightarrow M > 2 + 277 \left(\frac{1}{3-x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{3-x} \right)$$

Chuyển đổi thành dạng $\frac{1}{x^2-3x}$ để tìm giá trị nhỏ nhất

$$M = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right)$$

$$\Rightarrow M > 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right)$$

$$\Rightarrow M < 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right)$$

$$M = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right)$$

$$\Rightarrow M > 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right)$$

$$M < 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right) = 2 + 277 \left(\frac{1}{x^2-3x} \right)$$

$$\text{Vậy giá trị } \leq 2 \text{ (2 điểm) } M_{\max} - M_{\min} = 4.35$$

S