

TOÁN ĐIỀU KIỆN:

9,25

Câu 1: Cho biểu thức

a, Tính giá trị biểu thức A khi $x = 25$

$$\text{Có: } A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad (x > 0, x \neq 1)$$

0,5đ

* Thay $x = 25$ (+1m) vào A có:

$$A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-1} = \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}$$

Vậy $A = \frac{5}{4}$ khi $x = 25$ b, Rút gọn biểu thức $P = A \cdot B$

$$\text{Có: } P = A \cdot B$$

ĐK(X): $x > 0, x \neq 1$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \left(\frac{3x+3}{x\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \left[\frac{3x+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \right]$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{3x+3-2(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{3x+3-2x-2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

1,0đ

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

2. * Cđ: A là gđ giao điểm của (d) với trục Ox
 \Rightarrow điểm A $(\frac{-(m-1)}{2}; 0) \in Ox$

$$\Rightarrow OA = \frac{|1-m|}{2} \quad (\text{đvđd})$$

* Cđ: B là gđ giao điểm của (d) với trục Oy

$$\Rightarrow \text{điểm B } (0, m-1) \in Oy$$

$$\Rightarrow OB = |m-1| \quad (\text{đvđd})$$

* Xét $\triangle OAB$ tại O có

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB$$

$$\text{mà } S_{OAB} = 1 \quad (\text{đvđt})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{2} \cdot |m-1| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(m-1)^2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow m-1 = 2$$

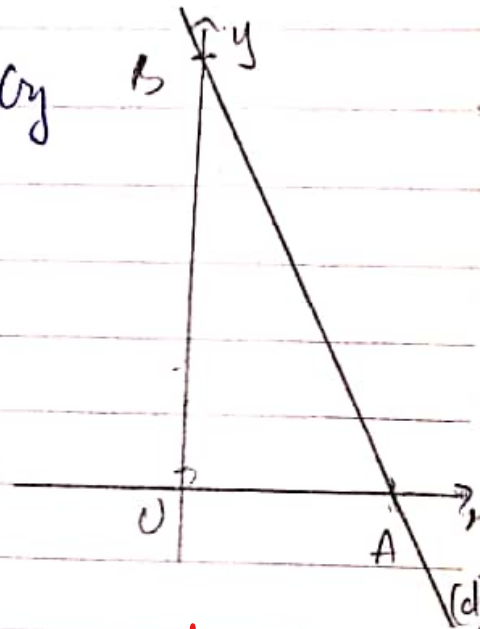
$$\Rightarrow m = 3$$

$$m-1 = -2$$

$$m = -1$$

Vậy $m \in \{3; -1\}$ thì $S_{OAB} = 1 \quad (\text{đvđt})$

0,75 đ



Câu 3:

a, Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - 2(y+1) = -1 \\ 5\sqrt{x-1} - 9(y+1) = -13 \end{cases} \quad (*)$$

ĐKXD: $x \geq 1$

* Đặt $\sqrt{x-1} = a \quad (a \geq 0)$

$y+1 = b$

1đ

* Hệ phương trình (*) trở thành

$$\begin{cases} 3a - 2b = -1 \\ 5a - 9b = -13 \end{cases} \quad (*) \Rightarrow \begin{cases} 15a - 10b = -5 \\ 15a - 27b = -39 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (15a - 10b) - (15a - 27b) = -5 - (-39)$$
$$\begin{cases} 17b = 34 \\ 3a - 2b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 17b = 34$$

$$\begin{cases} 17b = 34 \\ 3a - 2b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 2$$

$$\begin{cases} b = 2 \\ 3a - 4 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \quad (+lm)$$

* Với $a = 1$

$$\Rightarrow \sqrt{x-1} = 1$$

$$\Rightarrow x-1 = 1 \quad \Rightarrow x = 2 \quad (+lm)$$

* Với $b = 2$

$$\Rightarrow y+1 = 2$$

$$\Rightarrow y = 1$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $x = 2$; $y = 1$.

b, Cho hàm số bậc nhất $y = 2x + m - 1$ (d) (m là tham số)

1, * Để (d) đi qua điểm $M(2, -4) \Rightarrow x = 2, y = -4$ / S

* Thay $x = 2, y = -4$ vào (d) có:

$$-4 = 2 \cdot 2 + m - 1$$

$$\Rightarrow m - 1 = -8$$

$$\Rightarrow m = -7$$

Vậy $m = -7$ để (d) đi qua điểm $M(2, -4)$

Chép sai đề.
 $M(2; 4)$.

Giải:

$$\begin{aligned} \text{v Col: } M &= \frac{2022+x}{x} + \frac{2025-x}{3-x} \\ &= \frac{(2022+x)(3-x) + (2025-x)x}{x(3-x)} \\ &= \frac{6066 - 2022x + 3x - x^2 + 2025x - x^2}{x(3-x)} \\ &= \frac{-2x^2 + 6x + 6066}{x(3-x)} \\ &= \frac{-2x(3-x) + 6066}{x(3-x)} \\ &= 2 + \frac{6066}{x(3-x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v Có: } x(3-x) &= 3x - x^2 = -(x^2 - 3x) \\ &= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v Có: } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &\geq 0 \quad \forall x \\ \Rightarrow -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} &\leq \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M = 2 + \frac{6066}{x(3-x)} \geq 2698$$

0,58

$$\text{v "Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (Hm)}$$

$$\begin{aligned} \text{v Lại có: } x(3-x) &= 2 + (-2 + 3x - x^2) = 2 + (x-1)(2-x) \end{aligned}$$

$$\text{mà } 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow (x-1)(2-x) \geq 0$$

$$\Rightarrow x(3-x) \geq 2$$

$$\Rightarrow M = 2 + \frac{6066}{x(3-x)} \leq 3035$$

$$\Rightarrow \frac{- (\sqrt{x}-1)^2}{3(x+\sqrt{x}+1)} < 0 \quad (\Rightarrow P - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow P < \frac{1}{3}) \quad (do x \neq 1)$$

$$Vậy P < \frac{1}{3}$$

Câu 2:

a, x Gọi số mũ chẵn giọt bán công ty dự định sản xuất là x
(cái) ($x \in \mathbb{N}^*$)

x Vì thuộc về số mũ chẵn giọt bán

x Vì thuộc về sản xuất thêm được 500 mũ chẵn giọt bán nên số mũ chẵn giọt bán thuộc về là: $x + 500$ (cái)

x Theo kế hoạch công ty sản xuất trong 20 ngày nên năng suất dự định là: $\frac{x}{20}$ (cái / 1 ngày)

* Thực tế chỉ trong 17 ngày hoàn thành số mũ sản phẩm và thêm 500 cái nên năng suất thực tế là: $\frac{x+500}{17}$ (cái/ngày)

* Cơ năng suất làm là 100%. Năng suất sản xuất của công ty sau khi tăng 25% là: $100\% + 25\% = 125\%$

* Vì thực tế năng suất sản xuất của công ty tăng 25% so với dự định nên ta có phương trình.

$$\frac{x+500}{17} = 125\% \cdot \frac{x}{20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+500}{17} = \frac{x}{16}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+500}{17} - \frac{x}{16} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{16x + 8000 - 17x}{272} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8000 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 8000 \text{ (t/m)}$$

Vậy theo kế hoạch, công ty dự định sản xuất 8000 cái mũ sản phẩm.

h, @ Đặt:

- + AB: chiều rộng của khúc sông
- + BC: đường chéo của con thuyền ($BC = 250\text{m}$)
- + \widehat{BCA} : góc tạo bởi bờ và đường đi của thuyền ($\widehat{BCA} = 57^\circ$)

@ Tìm AB = ?

* Xét $\triangle ABC$ tại A có:

$$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} \quad (\text{tỉ số lượng giác})$$

$$\Rightarrow AB = \sin \widehat{BCA} \cdot BC = \sin 57^\circ \cdot 250 \approx 209,67 \text{ (m)}$$

Vậy chiều rộng khúc sông là 209,67 m.

a. So sánh P với $\frac{1}{3}$

• Xét hiệu $P - \frac{1}{3}$ có:

0,5

$$\begin{aligned}
 P - \frac{1}{3} &= \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{3} \\
 &= \frac{3\sqrt{x} - x - \sqrt{x} - 1}{3(x + \sqrt{x} + 1)} \\
 &= \frac{2\sqrt{x} - x - 1}{3(x + \sqrt{x} + 1)} \\
 &= \frac{-(x - 2\sqrt{x} + 1)}{3(x + \sqrt{x} + 1)} \\
 &= \frac{-(\sqrt{x} - 1)^2}{3(x + \sqrt{x} + 1)}
 \end{aligned}$$

• Ta có: $\begin{cases} -(\sqrt{x} - 1)^2 < 0 \\ 3(x + \sqrt{x} + 1) > 0 \end{cases}$ (do $x \neq 1$)

$$\Rightarrow \frac{-(\sqrt{x} - 1)^2}{3(x + \sqrt{x} + 1)} < 0 \quad (\Rightarrow P - \frac{1}{3} < 0 \quad (\Rightarrow P < \frac{1}{3})$$

Vậy $P < \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow KO = KS = KB.$$

• Xét ΔSOB có:

$$\left. \begin{array}{l} \text{, } KB \text{ là trung tuyến (} K \text{ là trung điểm } SO) \\ \text{, } KO = KS = KB = \frac{OS}{2} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta SOB \perp \text{ tại } B \text{ (định lý)}$$

$$\Rightarrow \widehat{SBO} = 90^\circ \Rightarrow SB \perp BO$$

• Xét (O) có: $SB \perp BO$

$$\left\{ \begin{array}{l} OB = R \end{array} \right.$$

Vậy SB là tiếp tuyến của (O) (định lý tiếp tuyến)

c, x Xét: $A, B, C \in (O)$

$\left\{ \begin{array}{l} AB \text{ là đường kính của } (O) \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \Delta ABC \perp \text{ tại } C \text{ (vì xác định đường tròn)}$$

• Xét $\Delta ABC \perp$ tại C có CH là đường cao

$$\Rightarrow AH \cdot HB = CH^2 \text{ (hệ thức lượng) (3)}$$

• Có: $C, H, E \in$ đường tròn đường kính CH

$\left\{ \begin{array}{l} CH \text{ là đường kính} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \Delta CHE \perp \text{ tại } E \text{ (vì xác định đường tròn)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CEH} = 90^\circ \Rightarrow CE \perp HE$$

• Xét $\Delta CHP \perp$ tại P có: HE là đường cao

$$\Rightarrow CE \cdot CP = CH^2 \text{ (hệ thức lượng) (4)}$$

$$\times (3) \text{ (4)} \Rightarrow AH \cdot HB = CE \cdot CP = CH^2$$

$$\text{Vậy } AH \cdot HB = CE \cdot CP \text{ (đpcm)}$$

Câu 5:

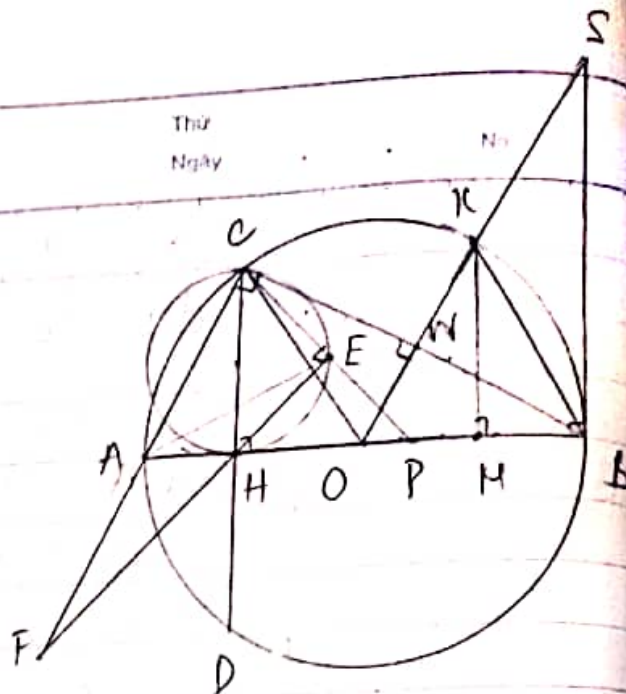
• Do có $1 \leq n \leq 2$ (q.t)

$$\Rightarrow \text{tồn tại } M = \frac{2022+n}{n} + \frac{2025-n}{3-n}$$

• Dấu "=" xảy ra (\Rightarrow) $\begin{cases} n=1 \\ n=2 \end{cases}$ ~~(X)~~

Vậy $M_{\min} = 2698$ tại $n = 2$
 $M_{\max} = 3035$ tại $n = 1$
 $\begin{cases} n=1 \\ n=2 \end{cases}$

Non



$\left\{ \begin{array}{l} \text{CB là dây cung} \\ \text{N là trung điểm CB (gt)} \end{array} \right.$

18