

Date

No.

Câu 1

a) Thay vào $A_{x=25}$ (t. hóa' mẫu đk xdt) vào A

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-1} = \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}$$

~~b)~~ Vậy khi $x=25$ thì $A = \frac{5}{4}$

d

$$b) B = \frac{3x+3}{x\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \quad (x \geq 0; x \neq 1)$$

$$\Rightarrow B = \frac{3x+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

$$\Rightarrow B = \frac{3x+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{2(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$\Rightarrow B = \frac{3x+3-2x-2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$\Rightarrow B = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$\Rightarrow B = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

d

c) TH1: $x = 0$

$$\Rightarrow p = \frac{0}{0+0+1} = 0 < \frac{1}{3}$$

TH2: $x > 0$

Áp dụng bất + cos i đvớ với 2 số dương x và 1
 $\Rightarrow x+1 \geq 2\sqrt{x}$

$$(\Rightarrow) x + \sqrt{x+1} \geq 3\sqrt{x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x+1}} \leq \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

Đạo hàm " = " $(\Rightarrow) x = 1$

Vì $x \neq 1$ nên $\frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x+1}} < \frac{1}{3}$

+

Vậy $p < \frac{1}{3}$

Câu 2

a)	Năng suất (mũ / ngày)	Thời gian (ngày)	Tổng số mũ
Dự định	x	20	$20x$
Thực tế	$125\% x$	17	$21,25x$

Giải:

Gọi số mũ công ti dự định sản xuất được mỗi ngày là x

($x > 0$, mũ / ngày) $x \in \mathbb{N}^*$

Vì công ti dự định sản xuất trong 20 ngày nên số mũ công ti dự định sẽ sản xuất là $20x$ (mũ)

Vì trên thực tế năng suất công ti tăng 25% nên số mũ công ti ~~đã~~ sản xuất trong 1 ngày là $1,25x$ (mũ / ngày)

\Rightarrow Tổng số mũ công ti sản xuất là $21,25x$ (mũ)

Vì số mũ công ti đã sản xuất vượt mức dự định 500 mũ nên ta có phương trình:

$$21,25x = 20x + 500$$

$$\Leftrightarrow 1,25x = 500$$

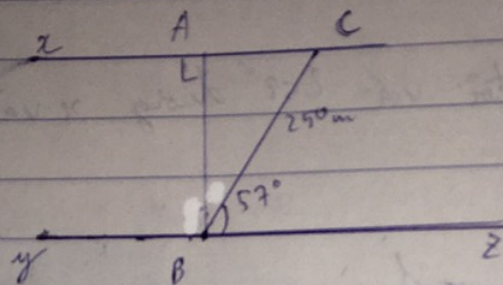
$$\Leftrightarrow x = 400$$

Date

No.

Vậy theo kê hoặc số mũ công ti dự định sản xuất là $400 \cdot 20 = 8000$ mũ. +

b)



Gọi AB là chiều rộng của dòng sông, BC là quãng đường thuyền đi, x, y là 2 bờ sông

Vì $x \parallel y$ +
 $AB \perp x$ +
 $\Rightarrow AB \perp y$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ABZ} = 90^\circ$$

$$\text{Gọi } \widehat{ABZ} = \widehat{ABC} + \widehat{CBZ}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$$

$\triangle ABC$ vuông tại A +

$$\Rightarrow AB = BC \cdot \cos \widehat{ABC}$$

$$= 250 \cdot \cos 33^\circ$$

$$\approx 209,67 \text{ (m)}$$

Vậy chiều rộng của khúc sông là 209,67m +

Câu 3

$$a) \begin{cases} 3\sqrt{x-1} - 2(y+1) = -1 \\ 5\sqrt{x-1} - 9(y+1) = -13 \end{cases} \quad (A \times A: x \geq 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 27\sqrt{x-1} - 18(y+1) = -9 & (1) \\ 10\sqrt{x-1} - 18(y+1) = -26 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) - (2)

$$\Rightarrow \begin{cases} 17\sqrt{x-1} = 17 \\ 3\sqrt{x-1} - 2(y+1) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ 3 - 2(y+1) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y+1 = 2 \end{cases}$$

Date

No.

$$(E) \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad (H/m)$$

Vậy nghiệm của ~~ph~~ hệ là $(x; y) = (2; 1)$

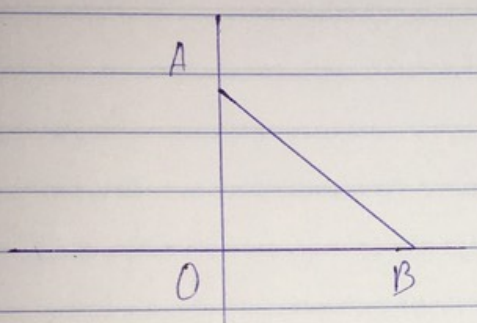
b) 1. Đe' (d) đi qua điểm $M(2; 4)$

$$\Rightarrow 4 = 2 \cdot 2 + m - 1$$

$$\Rightarrow m = 1$$

Vậy với $m = 1$ thì (d) đi qua điểm $M(2; 4)$

2.



Bảng giá trị đã biết:

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & \frac{1-m}{2} \\ \hline y & m-1 & 0 \end{array} \Rightarrow OA = |m-1|; OB = \left| \frac{1-m}{2} \right|$$

Đe' diện tích $DOAB = 1$

$$\Rightarrow \frac{OA \cdot OB}{2} = \left| \frac{(m-1) \cdot \left(\frac{1-m}{2}\right)}{2} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{|(m-1)(1-m)|}{4} = 1$$

$$\Rightarrow |(m-1)^2| = 4$$

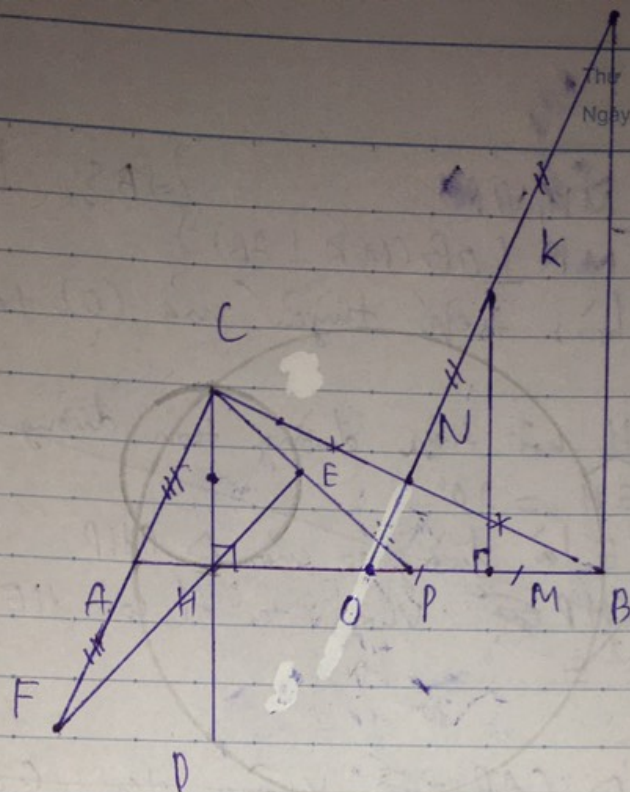
$$\Rightarrow (m-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow m-1 = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy với $m \in \{3; -1\}$ thì (d) cắt 2 trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho $S_{DOAB} = 1$

Câu 4



a) Xét $\triangle ABC$ có $\begin{cases} N \text{ là trung điểm của } BC \text{ (gt)} \\ O \text{ là trung điểm của } AB \end{cases}$

$\Rightarrow ON$ là đường trung bình của $\triangle ABC$

$\Rightarrow ON \parallel AC$

$\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn đường kính AB

$\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

$\Rightarrow \begin{cases} HE \perp BC \\ ON \perp BC \end{cases} \Rightarrow ON \parallel AC$

Mà $ON \parallel AC$ (CMT)

$\Rightarrow \angle ONC = 90^\circ$

Xét $\triangle ONC$ có $\angle ONC = 90^\circ$

$\Rightarrow NE$ đường tròn đường kính OC

Xét $\triangle CHO$ có $\angle CHO = 90^\circ$ ($CH \perp AB$)

$\Rightarrow HE$ đường tròn đường kính CO

$\Rightarrow C, H, N, O$ cùng thuộc 1 đường tròn

b) Xét $\triangle OBS$ có $\begin{cases} M \text{ là } TA' \text{ của } OB \\ K \text{ là } TA' \text{ của } OS \end{cases}$

$\Rightarrow MK$ là đường trung bình của $\triangle OBS$

$\Rightarrow MK \parallel BS$

~~Mà~~ $G' \quad MK \parallel BS$ $\Rightarrow BS \perp OB$
 $MK \perp OB (MK \perp AB)$

$\Rightarrow BS$ là tiếp tuyến của (O) tại B

~~c) $\triangle CEH$ nội tiếp đường tròn đường kính CH~~

~~$\Rightarrow \widehat{CEH} = 90^\circ$~~

~~$\Rightarrow HE$ là đường cao của $\triangle CHP$~~

~~Xét $\triangle CHP$ vuông tại H có HE là đường cao~~

~~$\Rightarrow HE^2 =$~~

~~c) Xét $\triangle CAP$ vuông tại C có CH là đường~~

c) Xét $\triangle CAB$ vuông tại C có CH là đường cao

$\Rightarrow CH^2 = AH \cdot HB$ (hệ thức giữa cạnh và đường cao trong \triangle vuông) (1)

$\triangle CEH$ nội tiếp đường tròn đường kính CH

$\Rightarrow \widehat{CEH} = 90^\circ$

$\Rightarrow HE$ là đường cao của $\triangle CHP$

Xét $\triangle CHP$ vuông tại H có HE là đường cao

$\Rightarrow CH^2 = CE \cdot CP$ (hệ thức giữa cạnh và đường cao trong \triangle vuông) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot HB = CE \cdot CP (= CH^2)$

$\checkmark E, H, P$ thẳng hàng.

Câu 5

$$M = \frac{2022+x}{x} + \frac{2025-x}{3-x}$$

$$\Rightarrow M = \frac{2022}{x} + 1 + \frac{2022}{3-x} + 1$$

$$\Rightarrow M = 2022 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3-x} \right) + 2$$

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{3-x} \geq \frac{4}{x+3-x} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow M \geq 2022 \cdot \frac{4}{3} + 2 = 2698$$

$$M = 2022 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3-x} \right) + 2$$

$$\Rightarrow M = 2022 \left(\frac{3}{3x-x^2} \right) + 2$$

$$\begin{aligned} \text{b'} \quad 3x-x^2 &= -x^2+3x-2+2 \\ &= -(x-1)(x-2)+2 \end{aligned}$$

$$\forall x: 1 \leq x \leq 2 \text{ nên } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-2 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow (x-1)(x-2) \leq 0$$

$$\Rightarrow -(x-1)(x-2) \geq 0$$

$$\Rightarrow -(x-1)(x-2) \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{3x-x^2} = \frac{3}{-(x-1)(x-2)+2} \leq \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow M \leq 2022 \cdot \frac{3}{2} + 2 = 3035$$

Vậy $2698 \leq M \leq 3035$

Vậy $\begin{cases} M_{\min} = 2698 \text{ khi } x = \frac{3}{2} \\ M_{\max} = 3035 \text{ khi } \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \end{cases}$ (+1 đ)

(Handwritten signature)