CHUYÊN ĐỀ. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, HÌNH THANG

I. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

- **Bài 1.** Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 108^{\circ}$. Vẽ phân giác AD và BE. Chứng minh rằng: $AD = \frac{1}{2}BE$.
- **Bài 2.** Cho tam giác ABC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $AD = \frac{1}{4}AB$, $AE = \frac{1}{2}AC$. Đường DE cắt đường thẳng BC tại F. Chứng minh rằng: $CF = \frac{1}{2}BC$.
- **Bài 3.** Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Trên AM lấy hai điểm D và E sao cho AD = DE = EM. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho CF = CM. Chứng minh rằng: ba đường thẳng AC, BE và DF đồng quy.
- **Bài 4.** Cho tam giác ABC nhọn. Dựng ra phía ngoài tam giác này các tam giác đều ABE và ACF. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AE và CF. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $CD = \frac{1}{4}BC$. Chứng minh rằng: $DM \land DN$
- **Bài 5.** Cho hình thang ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BC, AC, BD. Chứng minh rằng:

a.
$$MN = \frac{AB + CD}{2}$$

b.
$$PQ = \frac{|AB - CD|}{2}$$