LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ (TIẾP THEO)

Dạng 4: Tổng lũy thừa các số có quy luật

Bài 1: a) Tính các tổng sau:

$A = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{100}$ $\quad$ $B = 1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{2019}$

$C = 7 + 7^2 + 7^3 + ... + 7^{2020}$ $\quad$ Tổng quát: Tính tổng $S_n = 1 + a + a^2 + a^3 ..... + a^n$

Bài 2: So sánh

$a) A = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{2018}$ và $B = 2^{2019} - 1$ $\quad$ $b) C = 1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{200}$ và 3^{201}

$c) E = 1 + x + x^2 + ... + x^{2018}$ và $F = x^{2019} (x \in N^*)$

Bài 3: Tìm số tự nhiên n biết $2.P + 3 = 3^n$ với $P = 3 + 3^2 + ... + 3^{100}$

Dạng 5: Tìm chữ số tận cùng của một giá trị lũy thừa

Phương pháp: *cần nắm được một số nhận xét sau :*

+) Tất cả các số có chữ số tận cùng là : 0 ; 1 ; 5 ; 6 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng có chữ số tận cùng là chính những số đó .

+) Tất cả các số có chữ số tận cùng là : 00 ; 01 ; 25 ; 76 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng có chữ số tận cùng là chính những số đó .

+) Để tìm chữ số tận cùng của một số ta thường đưa về dạng các số có chữ số tận cùng là một trong các chữ số đó .

Lưu ý : $2^4 = 16$; $\quad 3^4 = 81$; $\quad 7^4 = 2401$; $\quad 8^4 = 4096$; $\quad 4^2 = 16$; $\quad 9^2 = 81$

Bài 4: Tìm chữ số tận cùng của các số sau :

a) 2020^{2019} , 1101^{208} , 98765^{4321} , 2046^{9999} .

b) 2017^{2018} , 1358^{2018} , 2^{3456} , 52^{35}, 204^{208}, 2003^{2005} , 9^{9^9}, $4^{5^{6^7}}$,9^{96}, 8^{1975} , 1023^{1024}.

Bài 5: Tìm chữ số tận cùng của tổng

$a) A = 5 + 5^2 + 5^3 + ... + 5^{96}$

$b) B = 3^0 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^{30}$

$c) C = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{100}$

Dạng 6: Các bài toán chứng minh chia hết:

Phương pháp:

- Ta nhóm các hạng tử để xuất hiện thừa số chia hết hoặc dùng các phương pháp tính tổng và xét chữ số tận cùng rồi chỉ ra chia hết.

- Chú ý khi nhóm các số hạng, ta thường nhóm 2 hay 3 số hạng liền kề, hoặc nhóm cách quãng.

Bài 7: Chứng minh rằng

a) $2019^{100} + 2019^{99} \vdots 2020$

b) $3^{1994} + 3^{1993} - 3^{1992} \vdots 11$

b) $4^{13} + 32^{5} - 8^{8} \vdots 5$

d) $10^{2008} + 125 \vdots 45$

e) $8^{8} + 2^{20} \vdots 17$

f) $5^{2008} + 5^{2007} + 5^{2006} \vdots 31$

Bài 8: Cho M = $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + ...3^{100}$ Hỏi M có chia hết cho 4, cho 12 không ?

N = $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{118} + 3^{119}$ Hỏi N có chia hết cho 5, cho 13 không? Vì sao?

Bài 9: Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots\ldots + 2^{60}$. Chứng minh: $A \vdots 3$, $A \vdots 7$, $A \vdots 5$

Bài 10: Chứng minh rằng

$A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots\ldots.. + 3^{2007} \vdots 13$

$B = 7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \ldots. + 7^{4n-1} + 7^{4n} \vdots 400$

Bài 11: Chứng tỏ rằng:

a) $8^7 - 2^{18} \vdots 14$
b) $12^{2n+1} + 11^{n+2} \vdots 133$
c) $81^7 - 27^9 - 9^{13} \vdots 405$
d) $10^6 - 57 \vdots 59$
e) $10^{28} + 8 \vdots 72$