

Học sinh:

Ngày tháng:

Lớp:

Tờ số:

§5. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Định nghĩa: Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1). $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n$ ($x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1$)

- Quy ước: $x^1 = x$ với $\forall x \in \mathbb{Q}$; $x^0 = 1$ với $\forall x \neq 0$.

2. Các phép toán về lũy thừa

- Tích hai lũy thừa cùng cơ số: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ ($x \in \mathbb{Q}, m, n \in \mathbb{N}$).

- Thương hai lũy thừa cùng cơ số: $x^m : x^n = x^{m-n}$ ($x \in \mathbb{Q}^*, m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$)

- Lũy thừa của lũy thừa: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ ($x \in \mathbb{Q}, m, n \in \mathbb{N}$)

- Lũy thừa của một tích: $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ ($x, y \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}$)

- Lũy thừa của một thương: $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ($x, y \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}$)

- Hai lũy thừa bằng nhau:

• Nếu $x^m = x^n$ thì $m = n$ với ($x \neq 0; x \neq \pm 1$).

• Nếu $x^n = y^n$ thì $x = y$ nếu n lẻ, $x = \pm y$ nếu n chẵn.

- Chú ý: $x^{2n} \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{Q}$;

x^{2n+1} cùng dấu với dấu của x ;

$(-x)^{2n} = x^{2n}$ và $(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Sử dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ tự nhiên.**

Phương pháp: Sử dụng định nghĩa lũy thừa của một số hữu tỉ: $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n$ ($x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1$)

và các quy ước: $x^1 = x$ với $\forall x \in \mathbb{Q}$; $x^0 = 1$ với $\forall x \neq 0$.

Bài 1.1: Tính: a) $\left(\frac{-2}{3}\right)^4$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; $\left(-1\frac{5}{7}\right)^2$; $(-0,4)^4$; $(-1,34)^0$.

b) $\left(\frac{-1}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-1\frac{3}{4}\right)^2$; $(-0,6)^4$; $(1,56)^0$.

Bài 1.2: Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa:

a) $3 \cdot 27 \cdot 9$. b) $25 \cdot 5 \cdot 125$; c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27}$. d) $2 \cdot 16 \cdot 8$;

e) $49 \cdot 7 \cdot 343$; f) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64}$. g) $4 \cdot 32 \cdot \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right)$ h) $\frac{2^2 \cdot 4 \cdot 32}{(-2)^2 \cdot 2^5}$

Dạng 2. Tính tích và thương của hai lũy thừa

Phương pháp giải: Ta sử dụng các công thức về tích hai lũy thừa ở trên

Bài 2.1: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2; \quad \text{b) } \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2; \quad \text{c) } \left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(-\frac{35}{24}\right)^2; \quad \text{d) } 25.5^{-1}.5^0.$$

$$\text{e) } \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3; \quad \text{f) } \left(\frac{1}{9}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^3; \quad \text{g) } \left(\frac{9}{5}\right)^5 : \left(\frac{27}{-20}\right)^5; \quad \text{h) } 3^3.9^{-1}.$$

Bài 2.2: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{8^2.4^5}{2^{20}} \quad \text{b) } \frac{81^{11}.3^{17}}{27^{10}.9^{15}} \quad \text{c) } 3^2 \cdot \frac{1}{243} \cdot 81^2 \cdot \frac{1}{3^2} \quad \text{d) } 4^6.256^2.2^4$$

$$\text{e) } E = \frac{4^6.9^5 + 6^9.120}{8^4.3^{12} - 6^{11}} \quad \text{f) } F = \frac{4^2.25^2 + 32.125}{2^3.5^2}$$

Dạng 3. Tìm số mũ, cơ số của một lũy thừa

Phương pháp: Sử dụng các tính chất sau: + Nếu $x^m = x^n$ thì $m = n$ với $(x \neq 0; x \neq \pm 1)$.

+ Nếu $x^n = y^n$ thì $x = y$ nếu n lẻ, $x = \pm y$ nếu n chẵn.

Bài 3.1. Điền số thích hợp vào ô vuông:

$$\text{a) } 16 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\square}; \quad \text{b) } -\frac{64}{125} = \square^3; \quad \text{c) } 0,01 = (0,1)^{\square}.$$

$$\text{a) } 64 = \square^3; \quad \text{b) } -\frac{27}{8} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{\square}; \quad \text{c) } 0,25 = \square^2.$$

Bài 3.2: Tìm các số nguyên x, y biết:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (x-1,2)^2 = 4; & \text{b) } (x+1)^3 = -125; & \text{c) } 3^{4-x} = 27; \\ \text{d) } (x+1,5)^8 + (2,7-y)^{10} = 0; & \text{e) } 4^x : 3 + 3.4^x = \frac{5}{3}.2^7; & \text{f) } \frac{27^x}{9^x} = 243. \end{array}$$

Bài 3.3: Tìm các số nguyên x, y biết:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (x-2)^3 = 64; & \text{b) } x^{2020} + x = 0; & \text{c) } 2^{4-x} = 32; \\ \text{d) } (x+1,5)^2 + (y-2,5)^{10} = 0; & \text{e) } 3^x + 25 = 26.2^2 + 2.3^0 & \text{f) } 3^{-2}.3^4.3^x = 3^7. \end{array}$$

Dạng 4. So sánh lũy thừa

Phương pháp: Để so sánh lũy thừa ta thực hiện như sau:

- Biến đổi các lũy thừa cần so sánh về dạng có cùng số mũ hoặc cùng cơ số.

- Có thể sử dụng lũy thừa trung gian để so sánh.

Bài 4.1: So sánh:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{2^{24}} \text{ và } \frac{1}{3^{16}}; & \text{b) } \left(\frac{1}{2}\right)^{300} \text{ và } \left(\frac{1}{3}\right)^{200} & \text{c) } 71^5 \text{ và } 7^{20}. \\ \text{d) } -2^{30} \text{ và } -3^{20}; & \text{e) } (-5)^9 \text{ và } (-2)^{18}; & \text{f) } 35^5 \text{ và } 6^{10}. \end{array}$$

Bài 4.2: Tìm số nguyên n , biết:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 25 < 5^n < 625; & \text{b) } 3.27 > 3^n \geq 9; & \text{c) } 16 \leq 8^n \leq 64. \\ \text{d) } 49 < 7^n < 343; & \text{e) } 9 < 9^n \leq 243; & \text{f) } 121 \geq 11^n \geq 1. \end{array}$$