

A. Kiến thức cần nhớ:**I. Lũy thừa với số mũ tự nhiên**

Với $x \in \mathbb{Q}; n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$ ta có:

$$* x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x}_{n \text{ lần}}$$

$$* x^0 = 1 \text{ (với } x \neq 0 \text{)}$$

$$* x^1 = x \text{ (với } x \neq 0 \text{)}$$

II. Các tính chất của lũy thừa**1) Tích của hai lũy thừa cùng cơ số**

$$* x^n \cdot x^m = x^{n+m} \text{ (Cùng cơ số. Số mũ bằng tổng hai số mũ)}$$

2) Thương của hai lũy thừa cùng cơ số khác 0

$$* x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0; m \geq n)$$

Hoặc
$$* \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \quad (\text{Cùng cơ số. Số mũ bằng tích các số mũ})$$

3) Lũy thừa của một lũy thừa

$$* (x^m)^n = x^{m \cdot n} \quad (\text{Cùng cơ số. Số mũ bằng tích các số mũ})$$

4) Lũy thừa của một tích

$$* (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n \quad (\text{bằng tích các lũy thừa})$$

5) Lũy thừa của một thương

$$* \left(\frac{x}{y} \right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0) \text{ (bằng thương các lũy thừa)}$$

B. Bài tập**I. Bài tập cơ bản**

Bài 1. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

a) $25 \cdot 5^3 \cdot \frac{1}{625} \cdot 5^2.$

c) $5^2 \cdot 3^5 \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^2.$

b) $4 \cdot 32 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16} \right).$

d) $5^4 \cdot 125 \cdot (2,5)^{-5} \cdot 0,04.$

Bài 2. Tính:

a) $\left(-\frac{1}{3} \right)^2 + \left(-\frac{2}{5} \right)^3 \cdot 125 - \left(-\frac{95}{12} \right)^0.$

b) $\left(-\frac{2}{3} \right)^3 - (-1)^{2004} + \left(-\frac{34567}{101} \right)^0.$

Bài 3. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = \frac{20^5 \cdot 5^{10}}{100^5};$

b) $B = \frac{0,9^5}{0,3^6};$

c) $C = \frac{15^3 + 5 \cdot 15^2 - 5^3}{18^3 + 6 \cdot 18^2 - 6^3};$

d) $\frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}.$

Bài 4. Tìm n biết:

a) $\frac{-32}{(-2)^n} = 4.$

b) $\frac{8}{2^n} = 2.$

c) $\left(\frac{1}{2} \right)^{2n-1} = \frac{1}{8}.$

Bài 5. Tìm x biết:

a) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$.

b) $(x+5)^3 = -64$.

c) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{25}$.

d) $(5x+1)^2 = \frac{36}{49}$.

e) $2^{x+2} - 2^x = 96$.

f) $7^{x+2} + 2.7^{x-1} = 345$.

Bài 6. Tìm các số tự nhiên n biết:

a) $8 < 2^n < 2.32$.

b) $3.27 \leq 3^n \leq 243$

c) $\frac{1}{4} \leq 2^n \leq 4$.

d) $9.27 \leq \frac{1}{3^n} \leq 27.243$

Bài 7. So sánh các số sau:

a) $(-8)^9$ và $(-32)^5$;

b) 2^{21} và 3^{14} ;

c) 12^8 và 8^{12} ;

d) $(-5)^{39}$ và $(-2)^{91}$.

II. Bài tập nâng cao

Bài 1. Biết rằng: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$. Tính tổng:

a) $S = 100^2 + 200^2 + 300^2 + \dots + 1000^2$.

$P = (12^2 + 14^2 + 16^2 + 18^2 + 20^2) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2)$.

Bài 2. Tìm x, y biết:

a) $5^x + 5^{x+3} = 630$.

b) $3^{x-1} + 5.3^{x-1} = 162$.

c) $(2x-1)^6 = (2x-1)^8$.

d) $3(3x-2)(2x+3) = (2x+3)^2$.

Bài 3. Chứng minh rằng:

a) $A = 5^5 - 5^4 + 5^3 : 7$;

b) $B = 7^6 + 7^5 - 7^4$ chia hết cho 11; 55;

c) $G = 12^{2n+1} + 11^{n+2} : 133$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$;

d) $H = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 4. Thu gọn tổng:

a) $A = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{100}$;

b) $E = -1 + a - a^2 + \dots - a^{2n} + a^{2n+1}$

Bài 5. Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$ sao cho $ab = 2$; $bc = 3$; $ca = 54$