

CHƯƠNG I: ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

1. Toạ độ góc

Là toạ độ xác định vị trí của một vật rắn quay quanh một trục cố định bởi góc φ (rad) hợp giữa mặt phẳng động gắn với vật và mặt phẳng cố định chọn làm mốc (hai mặt phẳng này đều chứa trục quay)

Lưu ý: Ta chỉ xét vật quay theo một chiều và chọn chiều dương là chiều quay của vật $\Rightarrow \varphi \geq 0$

2. Tốc độ góc

Là đại lượng đặc trưng cho mức độ nhanh hay chậm của chuyển động quay của một vật rắn quanh một trục

* Tốc độ góc trung bình: $\omega_{tb} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (rad / s)$

* Tốc độ góc tức thời: $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t)$

Lưu ý: Liên hệ giữa tốc độ góc và tốc độ dài $v = \omega r$

3. Gia tốc góc

Là đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của tốc độ góc

* Gia tốc góc trung bình: $\gamma_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (rad / s^2)$

* Gia tốc góc tức thời: $\gamma = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \omega'(t) = \varphi''(t)$

Lưu ý: + Vật rắn quay đều thì $\omega = const \Rightarrow \gamma = 0$

+ Vật rắn quay nhanh dần đều $\gamma > 0$

+ Vật rắn quay chậm dần đều $\gamma < 0$

4. Phương trình động học của chuyển động quay

* Vật rắn quay đều ($\gamma = 0$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

* Vật rắn quay biến đổi đều ($\gamma \neq 0$)

$$\omega = \omega_0 + \gamma t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma(\varphi - \varphi_0)$$

5. Gia tốc của chuyển động quay

* Gia tốc pháp tuyến (gia tốc hướng tâm) \vec{a}_n

Đặc trưng cho sự thay đổi về hướng của vận tốc dài \vec{v} ($\vec{a}_n \perp \vec{v}$)

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

* Gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_t

Đặc trưng cho sự thay đổi về độ lớn của \vec{v} (\vec{a}_t và \vec{v} cùng phương)

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v'(t) = r\omega'(t) = r\gamma$$

* Gia tốc toàn phần $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

Góc α hợp giữa \vec{a} và \vec{a}_n : $\tan \alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\gamma}{\omega^2}$

Lưu ý: Vật rắn quay đều thì $a_t = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$

6. Phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định

$$M = I\gamma \text{ hay } \gamma = \frac{M}{I}$$

Trong đó: + $M = Fd$ (Nm) là mômen lực đối với trục quay (d là tay đòn của lực)

$$+ I = \sum_i m_i r_i^2 \text{ (kgm}^2\text{)} \text{ là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay}$$

Mômen quán tính I của một số vật rắn đồng chất khối lượng m có trục quay là trục đối xứng

- Vật rắn là thanh có chiều dài l , tiết diện nhỏ: $I = \frac{1}{12} ml^2$

- Vật rắn là vành tròn hoặc trụ rỗng bán kính R : $I = mR^2$

- Vật rắn là đĩa tròn mỏng hoặc hình trụ đặc bán kính R : $I = \frac{1}{2} mR^2$

- Vật rắn là khối cầu đặc bán kính R : $I = \frac{2}{5} mR^2$

7. Mômen động lượng

Là đại lượng động học đặc trưng cho chuyển động quay của vật rắn quay quanh một trục

$$L = I\omega \text{ (kgm}^2\text{/s)}$$

Lưu ý: Với chất điểm thì mômen động lượng $L = mr^2\omega = mvr$ (r là k/c từ \vec{v} đến trục quay)

8. Dạng khác của phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định

$$M = \frac{dL}{dt}$$

9. Định luật bảo toàn mômen động lượng

Trường hợp $M = 0$ thì $L = \text{const}$

Nếu $I = \text{const} \Rightarrow \gamma = 0$ vật rắn không quay hoặc quay đều quanh trục

Nếu I thay đổi thì $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

10. Động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định

$$W_d = \frac{1}{2} I\omega^2 \text{ (J)}$$

11. Sự tương tự giữa các đại lượng góc và đại lượng dài trong chuyển động quay và chuyển động thẳng

Chuyển động quay (trục quay cố định, chiều quay không đổi)	Chuyển động thẳng (chiều chuyển động không đổi)
Toạ độ góc φ (rad)	Toạ độ x (m)
Tốc độ góc ω (rad/s)	Tốc độ v (m/s)
Gia tốc góc γ (Rad/s ²)	Gia tốc a (m/s ²)
Mômen lực M (Nm)	Lực F (N)
Mômen quán tính I (Kgm ²)	Khối lượng m (kg)
Mômen động lượng $L = I\omega$ (kgm ² /s)	Động lượng $P = mv$ (kgm/s)
Động năng quay $W_d = \frac{1}{2} I\omega^2$ (J)	Động năng $W_d = \frac{1}{2} mv^2$ (J)
Chuyển động quay đều: $\omega = \text{const}; \gamma = 0; \varphi = \varphi_0 + \omega t$ Chuyển động quay biến đổi đều: $\gamma = \text{const}$ $\omega = \omega_0 + \gamma t$ $\varphi = \varphi_0 + \omega t + \frac{1}{2} \gamma t^2$ $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma(\varphi - \varphi_0)$	Chuyển động thẳng đều: $v = \text{const}; a = 0; x = x_0 + vt$ Chuyển động thẳng biến đổi đều: $a = \text{const}$ $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

<p>Phương trình động lực học</p> $\gamma = \frac{M}{I}$ <p>Dạng khác $M = \frac{dL}{dt}$</p> <p>Định luật bảo toàn mômen động lượng</p> $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \text{ hay } \sum L_i = const$ <p>Định lý về động</p> $\Delta W_d = \frac{1}{2}I\omega_1^2 - \frac{1}{2}I\omega_2^2 = A \text{ (công của ngoại lực)}$	<p>Phương trình động lực học</p> $a = \frac{F}{m}$ <p>Dạng khác $F = \frac{dp}{dt}$</p> <p>Định luật bảo toàn động lượng</p> $\sum p_i = \sum m_i v_i = const$ <p>Định lý về động năng</p> $\Delta W_d = \frac{1}{2}I\omega_1^2 - \frac{1}{2}I\omega_2^2 = A \text{ (công của ngoại lực)}$
<p>Công thức liên hệ giữa đại lượng góc và đại lượng dài</p> $s = r\varphi; v = \omega r; a_t = \gamma r; a_n = \omega^2 r$	
<p>Lưu ý: Cũng như v, a, F, P các đại lượng ω; γ; M; L cũng là các đại lượng véctơ</p>	

CHƯƠNG II: DAO ĐỘNG CƠ

I. DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

1. Phương trình dao động: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

2. Vận tốc tức thời: $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$

\vec{v} luôn cùng chiều với chiều chuyển động (vật chuyển động theo chiều dương thì $v > 0$, theo chiều âm thì $v < 0$)

3. Gia tốc tức thời: $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$

\vec{a} luôn hướng về vị trí cân bằng

4. Vật ở VTCB: $x = 0$; $|v|_{\text{Max}} = \omega A$; $|a|_{\text{Min}} = 0$

Vật ở biên: $x = \pm A$; $|v|_{\text{Min}} = 0$; $|a|_{\text{Max}} = \omega^2 A$

5. Hệ thức độc lập: $A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$

$$a = -\omega^2 x$$

6. Cơ năng: $W = W_d + W_t = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

$$\text{Với } W_d = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = W \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$W_t = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = W \cos^2(\omega t + \varphi)$$

7. Dao động điều hoà có tần số góc là ω , tần số f , chu kỳ T . Thì động năng và thế năng biến thiên với tần số góc 2ω , tần số $2f$, chu kỳ $T/2$

8. Động năng và thế năng trung bình trong thời gian $nT/2$ ($n \in \mathbb{N}^*$, T là chu kỳ dao động) là: $\frac{W}{2} = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2$

9. Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có tọa độ x_1 đến x_2

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} \quad \text{với} \quad \begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \quad \text{và } (0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$$

10. Chiều dài quỹ đạo: $2A$

11. Quãng đường đi trong 1 chu kỳ luôn là $4A$; trong $1/2$ chu kỳ luôn là $2A$

Quãng đường đi trong $1/4$ chu kỳ là A khi vật đi từ VTCB đến vị trí biên hoặc ngược lại

12. Quãng đường vật đi được từ thời điểm t_1 đến t_2 .

$$\text{Xác định: } \begin{cases} x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A\sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases} \quad (v_1 \text{ và } v_2 \text{ chỉ cần xác định dấu})$$

Phân tích: $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$ ($n \in \mathbb{N}$; $0 \leq \Delta t < T$)

Quãng đường đi được trong thời gian nT là $S_1 = 4nA$, trong thời gian Δt là S_2 .

Quãng đường tổng cộng là $S = S_1 + S_2$

$$\text{* Nếu } v_1 v_2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta t < \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = |x_2 - x_1| \\ \Delta t > \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 4A - |x_2 - x_1| \end{cases}$$

$$\text{* Nếu } v_1 v_2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow S_2 = 2A - x_1 - x_2 \\ v_1 < 0 \Rightarrow S_2 = 2A + x_1 + x_2 \end{cases}$$

Lưu ý: + Nếu $\Delta t = T/2$ thì $S_2 = 2A$

+ Trong một số trường hợp có thể giải bài toán bằng cách sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều sẽ đơn giản hơn.

+ Tốc độ trung bình của vật đi từ thời điểm t_1 đến t_2 : $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1}$ với S là quãng đường tính như trên.

13. Bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $0 < \Delta t < T/2$.

Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần vị trí biên.

Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều.

Góc quét $\Delta\varphi = \omega\Delta t$.

Quãng đường lớn nhất khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục sin (hình 1)

$$S_{Max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Quãng đường nhỏ nhất khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục cos (hình 2)

$$S_{Min} = 2A(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2})$$

Lưu ý: + Trong trường hợp $\Delta t > T/2$

$$\text{Tách } \Delta t = n\frac{T}{2} + \Delta t'$$

trong đó $n \in \mathbb{N}^*$; $0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$

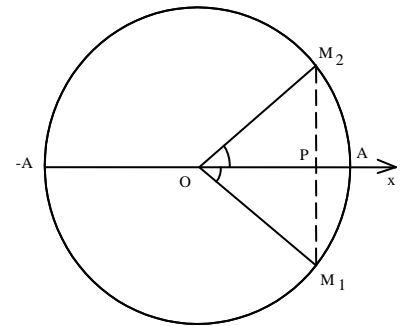
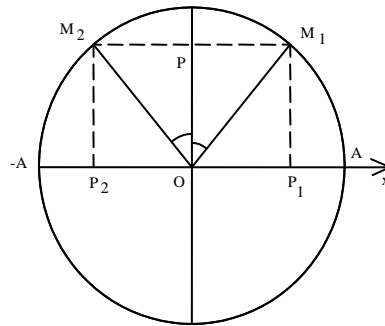
Trong thời gian $n\frac{T}{2}$ quãng đường

luôn là $2nA$

Trong thời gian $\Delta t'$ thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

+ Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của trong khoảng thời gian Δt :

$$v_{tbMax} = \frac{S_{Max}}{\Delta t} \text{ và } v_{tbMin} = \frac{S_{Min}}{\Delta t} \text{ với } S_{Max}; S_{Min} \text{ tính như trên.}$$



13. Các bước lập phương trình dao động dao động điều hoà:

* Tính ω

* Tính A

* Tính φ dựa vào điều kiện đầu: lúc $t = t_0$ (thường $t_0 = 0$) $\begin{cases} x = A \cos(\omega t_0 + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t_0 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$

Lưu ý: + Vật chuyển động theo chiều dương thì $v > 0$, ngược lại $v < 0$

+ Trước khi tính φ cần xác định rõ φ thuộc góc phần tư thứ mấy của đường tròn lượng giác (thường lấy $-\pi < \varphi \leq \pi$)

14. Các bước giải bài toán tính thời điểm vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v , a , W_t , W_d , F) lần thứ n

* Giải phương trình lượng giác lấy các nghiệm của t (Với $t > 0 \Rightarrow$ phạm vi giá trị của k)

* Liệt kê n nghiệm đầu tiên (thường n nhỏ)

* Thời điểm thứ n chính là giá trị lớn thứ n

Lưu ý: + Đề ra thường cho giá trị n nhỏ, còn nếu n lớn thì tìm quy luật để suy ra nghiệm thứ n

+ Có thể giải bài toán bằng cách sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều

15. Các bước giải bài toán tìm số lần vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v , a , W_t , W_d , F) từ thời điểm t_1 đến t_2 .

* Giải phương trình lượng giác được các nghiệm

* Từ $t_1 < t \leq t_2 \Rightarrow$ Phạm vi giá trị của t (Với $k \in \mathbb{Z}$)

* Tổng số giá trị của k chính là số lần vật đi qua vị trí đó.

Lưu ý: + Có thể giải bài toán bằng cách sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều.

+ Trong mỗi chu kỳ (mỗi dao động) vật qua mỗi vị trí biên 1 lần còn các vị trí khác 2 lần.

16. Các bước giải bài toán tìm li độ, vận tốc dao động sau thời điểm t một khoảng thời gian Δt .

Biết tại thời điểm t vật có li độ $x = x_0$.

* Từ phương trình dao động điều hoà: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ cho $x = x_0$

Lấy nghiệm $\omega t + \varphi = \alpha$ với $0 \leq \alpha \leq \pi$ ứng với x đang giảm (vật chuyển động theo chiều âm vì $v < 0$)
hoặc $\omega t + \varphi = -\alpha$ ứng với x đang tăng (vật chuyển động theo chiều dương)

* Li độ và vận tốc dao động sau thời điểm đó Δt giây là

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega\Delta t + \alpha) \\ v = -\omega A\sin(\omega\Delta t + \alpha) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = A\cos(\omega\Delta t - \alpha) \\ v = -\omega A\sin(\omega\Delta t - \alpha) \end{cases}$$

17. Dao động có phương trình đặc biệt:

* $x = a \pm A\cos(\omega t + \varphi)$ với $a = \text{const}$

Biên độ là A , tần số góc là ω , pha ban đầu φ

x là toạ độ, $x_0 = A\cos(\omega t + \varphi)$ là li độ.

Toạ độ vị trí cân bằng $x = a$, toạ độ vị trí biên $x = a \pm A$

Vận tốc $v = x' = x_0'$, gia tốc $a = v' = x'' = x_0''$

Hệ thức độc lập: $a = -\omega^2 x_0$

$$A^2 = x_0^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$$

* $x = a \pm A\cos^2(\omega t + \varphi)$ (ta hạ bậc)

Biên độ $A/2$; tần số góc 2ω , pha ban đầu 2φ .

II. CON LẮC LÒ XO

1. Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và vật dao động trong giới hạn đàn hồi

2. Cơ năng: $W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$

3. * Độ biến dạng của lò xo thẳng đứng khi vật ở VTCB: $\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$

* Độ biến dạng của lò xo khi vật ở VTCB với con lắc lò xo nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α :

$$\Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g \sin \alpha}}$$

+ Chiều dài lò xo tại VTCB: $l_{CB} = l_0 + \Delta l$ (l_0 là chiều dài tự nhiên)

+ Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất): $l_{Min} = l_0 + \Delta l - A$

+ Chiều dài cực đại (khi vật ở vị trí thấp nhất): $l_{Max} = l_0 + \Delta l + A$

$$\Rightarrow l_{CB} = (l_{Min} + l_{Max})/2$$

+ Khi $A > \Delta l$ thì thời gian lò xo nén là thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $x_1 = \Delta l$ đến $x_2 = A$.

thời gian lò xo giãn là thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $x_1 = -\Delta l$ đến $x_2 = A$.

Lưu ý: Trong một dao động (một chu kỳ) lò xo nén 2 lần và giãn 2 lần

4. Lực kéo về hay lực hồi phục $F = -kx = -m\omega^2 x$

Đặc điểm: * Là lực gây dao động cho vật.

* Luôn hướng về VTCB

* Biến thiên điều hoà cùng tần số với li độ

5. Lực đàn hồi là lực đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng.

Có độ lớn $F_{dh} = kx$ (x là độ biến dạng của lò xo)

* Với con lắc lò xo nằm ngang thì lực kéo về và lực đàn hồi là một (vì tại VTCB lò xo không biến dạng)

* Với con lắc lò xo thẳng đứng hoặc đặt trên mặt phẳng nghiêng

+ Độ lớn lực đàn hồi có biểu thức:

* $F_{dh} = k|\Delta l + x|$ với chiều dương hướng xuống

* $F_{dh} = k|\Delta l - x|$ với chiều dương hướng lên

+ Lực đàn hồi cực đại (lực kéo): $F_{\text{Max}} = k(\Delta l + A) = F_{K\text{max}}$ (lúc vật ở vị trí thấp nhất)

+ Lực đàn hồi cực tiểu:

* Nếu $A < \Delta l \Rightarrow F_{\text{Min}} = k(\Delta l - A) = F_{K\text{Min}}$

* Nếu $A \geq \Delta l \Rightarrow F_{\text{Min}} = 0$ (lúc vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng)

Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại: $F_{N\text{max}} = k(A - \Delta l)$ (lúc vật ở vị trí cao nhất)

6. Một lò xo có độ cứng k , chiều dài l được cắt thành các lò xo có độ cứng k_1, k_2, \dots và chiều dài tương ứng là l_1, l_2, \dots thì có: $kl = k_1l_1 = k_2l_2 = \dots$

7. Ghép lò xo:

* Nối tiếp $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots \Rightarrow$ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

* Song song: $k = k_1 + k_2 + \dots \Rightarrow$ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots$

8. Gắn lò xo k vào vật khối lượng m_1 được chu kỳ T_1 , vào vật khối lượng m_2 được T_2 , vào vật khối lượng $m_1 + m_2$ được chu kỳ T_3 , vào vật khối lượng $m_1 - m_2$ ($m_1 > m_2$) được chu kỳ T_4 .

Thì ta có: $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$ và $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$

9. Đo chu kỳ bằng phương pháp trùng phùng

Để xác định chu kỳ T của một con lắc lò xo (con lắc đơn) người ta so sánh với chu kỳ T_0 (đã biết) của một con lắc khác ($T \approx T_0$).

Hai con lắc gọi là trùng phùng khi chúng đi qua VTCB cùng một lúc theo cùng một chiều.

Thời gian giữa hai lần trùng phùng $\theta = \frac{TT_0}{|T - T_0|}$

Nếu $T > T_0 \Rightarrow \theta = nT = (n-1)T_0$. với $n \in \mathbb{Z}$

Nếu $T < T_0 \Rightarrow \theta = nT = (n+1)T_0$.

III. CON LẮC ĐƠN

1. Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$; chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và $\alpha_0 \ll 1$ rad hay $S_0 \ll l$

2. Lực hồi phục $F = -mg \sin \alpha = -mg \alpha = -mg \frac{s}{l} = -m\omega^2 s$

3. Phương trình dao động:

$s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$ hoặc $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ với $s = \alpha l, S_0 = \alpha_0 l$

$\Rightarrow v = s' = -\omega S_0 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega l \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow a = v' = -\omega^2 S_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 l \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$

Lưu ý: S_0 đóng vai trò như A còn s đóng vai trò như x

4. Hệ thức độc lập:

* $a = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$

* $S_0^2 = s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$

* $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$

5. Cơ năng: $W = \frac{1}{2} m \omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{l} S_0^2 = \frac{1}{2} mgl \alpha_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 l \alpha_0^2$

6. Tại cùng một nơi con lắc đơn chiều dài l_1 có chu kỳ T_1 , con lắc đơn chiều dài l_2 có chu kỳ T_2 , con lắc đơn chiều dài $l_1 + l_2$ có chu kỳ T_3 , con lắc đơn chiều dài $l_1 - l_2$ ($l_1 > l_2$) có chu kỳ T_4 .

Thì ta có: $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$ và $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$

7. Vận tốc và lực căng của sợi dây con lắc đơn

$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \text{ và } T_C = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

Lưu ý: Hai công thức này áp dụng đúng cho cả khi $\alpha > 10^\circ$

8. Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ cao h_1 , nhiệt độ t_1 . Khi đưa tới độ cao h_2 , nhiệt độ t_2 thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta h}{R} + \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

Với $R = 6400\text{km}$ là bán kính Trái Đất, còn λ là hệ số nở dài của thanh con lắc.

9. Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ sâu d_1 , nhiệt độ t_1 . Khi đưa tới độ sâu d_2 , nhiệt độ t_2 thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta d}{2R} + \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

Lưu ý: * Nếu $\Delta T > 0$ thì đồng hồ chạy chậm (đồng hồ đếm giây sử dụng con lắc đơn)

* Nếu $\Delta T < 0$ thì đồng hồ chạy nhanh

* Nếu $\Delta T = 0$ thì đồng hồ chạy đúng

$$\text{* Thời gian chạy sai mỗi ngày (24h = 86400s): } \theta = \frac{|\Delta T|}{T} 86400(s)$$

10. Khi con lắc đơn chịu thêm tác dụng của lực phụ không đổi:

Lực phụ không đổi thường là:

* Lực quán tính: $\vec{F} = -m\vec{a}$, độ lớn $F = ma$ ($\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$)

Lưu ý: + Chuyển động nhanh dần đều $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$ (\vec{v} có hướng chuyển động)

+ Chuyển động chậm dần đều $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$

* Lực điện trường: $\vec{F} = q\vec{E}$, độ lớn $F = |q|E$ (Nếu $q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}$; còn nếu $q < 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E}$)

Khi đó: $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$ gọi là trọng lực hiệu dụng hay trọng lực biểu kiến (có vai trò như trọng lực \vec{P})

$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ gọi là gia tốc trọng trường hiệu dụng hay gia tốc trọng trường biểu kiến.

$$\text{Chu kỳ dao động của con lắc đơn khi đó: } T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$$

Các trường hợp đặc biệt:

* \vec{F} có phương ngang: + Tại VTCB dây treo lệch với phương thẳng đứng một góc có: $\tan \alpha = \frac{F}{P}$

$$+ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}$$

* \vec{F} có phương thẳng đứng thì $g' = g \pm \frac{F}{m}$

+ Nếu \vec{F} hướng xuống thì $g' = g + \frac{F}{m}$

+ Nếu \vec{F} hướng lên thì $g' = g - \frac{F}{m}$

IV. CON LẮC VẬT LÝ

1. Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$; chu kỳ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$; tần số $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Trong đó: m (kg) là khối lượng vật rắn

d (m) là khoảng cách từ trọng tâm đến trục quay

I (kgm^2) là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay

2. Phương trình dao động $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và $\alpha_0 \ll 1\text{rad}$

V. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

1. Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ được một dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

Trong đó: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad \text{với } \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 \quad (\text{nếu } \varphi_1 \leq \varphi_2)$$

* Nếu $\Delta\varphi = 2k\pi$ (x_1, x_2 cùng pha) $\Rightarrow A_{\text{Max}} = A_1 + A_2$

* Nếu $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ (x_1, x_2 ngược pha) $\Rightarrow A_{\text{Min}} = |A_1 - A_2|$

2. Khi biết một dao động thành phần $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và dao động tổng hợp $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ thì dao động thành phần còn lại là $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$.

Trong đó: $A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)$

$$\tan \varphi_2 = \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1} \quad \text{với } \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 \quad (\text{nếu } \varphi_1 \leq \varphi_2)$$

3. Nếu một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$; $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$... thì dao động tổng hợp cũng là dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

Chiều lên trục Ox và trục $Oy \perp Ox$.

Ta được: $A_x = A \cos \varphi = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots$

$A_y = A \sin \varphi = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad \text{và} \quad \tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} \quad \text{với } \varphi \in [\varphi_{\text{Min}}; \varphi_{\text{Max}}]$$

VI. DAO ĐỘNG TẮT DẦN – DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC - CỘNG HƯỞNG

1. Một con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ A , hệ số ma sát μ . Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại

$$\text{là: } S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu g}$$

2. Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi: $f = f_0$ hay $\omega = \omega_0$ hay $T = T_0$

Với f, ω, T và f_0, ω_0, T_0 là tần số, tần số góc, chu kỳ của lực cưỡng bức và của hệ dao động.