

*作业请在超星平台提交，可以手写拍照，或者提交 word、pdf，截止时间为：9 月 25 日。

第 1 题 递归式求解

假定 $n \leq 2$ 时， $T(n)$ 是常数，给出下列递归式尽量紧的界，并验证其正确性。

1) $T(n) = 7T(n/3) + n^2$

2) $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$

3) $T(n) = T(n-2) + n^2$

第 2 题 Strassen 算法

请使用 Strassen 算法计算如下矩阵乘法，给出计算过程。

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

第 3 题 逆序对

假设 $A[1:n]$ 是一个长度为 n 的数组，若 $i < j$ 且 $A[i] > A[j]$ ，则 (i, j) 称为 A 的一个逆序对。

- 1) 列出数组 $(2, 3, 8, 6, 1)$ 的 5 个逆序对。
- 2) 由集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 中的元素构成的什么数组具有最多的逆序对？有多少个逆序对？
- 3) 给出一个确定在 n 个元素的任何排列中逆序对数量的算法，最坏情况需要 $\Theta(n \log n)$ 时间。

第 4 题 快速排序

对于快速排序算法，能否使用线性时间选择类似的方法找到近似中间点作为每一次划分的基准点，以避免算法 $O(n^2)$ 的最坏时间复杂度。如果可以避免，请写出完整算法过程（文字描述/伪代码描述均可），并分析其复杂度。如果不可以避免，请分析原因。