成绩	

上海大学 2020～2021 学年 春 季学期试卷

课程名：线性代数（A 卷） 课程号：01014104 学分：3

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ________ 应试人学号________ 应试人所在院系________

题号	一	二	三	四
得分				

得分	评卷人

一、填空题：（每小题 3 分，5 题共 15 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$，则 A^3 的秩为________.

2. $\begin{pmatrix}5&0&0\\0&2&3\\0&3&4\end{pmatrix}^{-1}=$________.

3. 已知矩阵 $\begin{pmatrix}a&-1&-1\\-1&a&-1\\-1&-1&a\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&-1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$ 相抵（等价），则 $a=$________.

4. 设 $\alpha_1=(1,2,0),\alpha_2=(1,1,2),\alpha_3=(2,1,a)$ 线性相关，则 $a=$________.

5. 设 4 阶方阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 为正交矩阵，$B=\begin{pmatrix}\alpha_1^T\\\alpha_2^T\\\alpha_3^T\end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$，则方程组 $B\vec{x}=\beta$ 的通解

$\vec{x}=$________.

得分	评卷人

二、选择题：（每小题 3 分，5 题共 15 分）

6. 设 A 和 B 均为 n 阶矩阵，满足 $AB=0$，则必有（　　）

(A) $A=0$或$B=0$；(B) $|A|=0$或$|B|=0$；(C) $r(A)+r(B)<n$；(D) $|A|+|B|>0$.

7. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，齐次线性方程组 $A\vec{x}=\vec{0}$ 仅有零解的充要条件是（　　）

(A) A 的行向量线性相关；(B) A 的行向量线性相关；

(C) A 的列向量线性相关；(D) A 的列向量线性无关.

8. 若向量组 α,β,γ 线性无关，向量组 α,β,δ 线性相关，则（　　）

（A）α 必可由 β,δ,γ 线性表示；（B）β 必不可由 α,δ,γ 线性表示；

（C）δ 必可由 α,β,γ 线性表示；（D）δ 必不可由 α,β,γ 线性表示.

9. 设 3 阶方阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，且为 $|A|=2$，则行列式 $|\alpha_1-2\alpha_3,5\alpha_3,\alpha_3-\alpha_2|=$（　　）

（A）10　（B）20　（C）-10　（D）-20

10. 设 A 是 2 阶方阵，α_1,α_2 是线性无关的 2 维列向量，$A\alpha_1=\vec{0},A\alpha_2=2\alpha_1+\alpha_2$，则 A 的非零特征值为（　　）

（A）1　（B）2　（C）-1　（D）-2

11. (10 分)计算 n 阶行列式：$D=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{n-1} & x_n+y \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_{n-1}+y & x_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1 & x_2+y & \cdots & x_{n-1} & x_n \\ x_1+y & x_2 & \cdots & x_{n-1} & x_n \end{vmatrix}$

解

草 稿 区

12. (8 分) 已知 A，B 为3阶矩阵，满足方程 $2AB=B+4I$，$B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$。试求矩阵 B^{-1} 与 A。

解

13. (14 分)设非齐次线性方程组 $\begin{cases} (1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0, \\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=3, \\ x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda \end{cases}$ 问 λ 取何值时，线性方程组有唯一解、无解、有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.

解

14.(13 分) 设矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&2&3&4\\3&4&a&6\\2&1&0&a\end{pmatrix}$，求 A 的列向量组的一个极大线性无关组，且将其他列向量用此极大线性无关组线性表示。

解

15. (13 分)设 $a,b(b>0)$ 为常数，实对称矩阵 $A=\begin{pmatrix}a&1&1\\1&a&b\\1&b&3\end{pmatrix}$ 的特征值为 2、2、5，求正交矩阵 P 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。

解

得分	评卷人

四、证明题：（每题 6 分，2 题共 12 分）

16. (6 分) 设 A 实对称正交矩阵。求证 $A^2=I$。

解

17. (6 分) 设 $n<m$，A 是 $n\times m$ 矩阵，B 是 $m\times n$ 矩阵。已知 $AB=I$。证明：B 的列向量组线性无关。

解