第2章

文法和语言

本章目的：为语言的语法描述寻求工具。

通过该工具，可以：

- 对源程序给出精确无二义的语法描述。（严谨、简洁、易读）
- 根据语言文法的特点来指导语法分析的过程。
- 从描述语言的文法可以自动构造出可用的分析程序。
- 制导语义翻译。

习题P34页2,4,11,12(1)(2)(6),15,18

- 一个程序设计语言是一个记号系统，它的完整定义应包括两个方面:
  - 语法
    指一组规则，用它可以形成和产生一个合适的程序。
  - 语义
    - *静态语义*
      是一系列限定规则，并确定哪些合乎语法的程序是合适的;
    - *动态语义*
      也称作运行语义或执行语义，表明程序要做些什么，要计算什么。
- 文法是阐明语法的一个工具

2.1文法的直观概念

<句子>::=<主语><谓语>

<主语>::=<代词>|<名词>

<代词>::=我|你|他

<名词>::=王明|大学生|工人|英语

<谓语>::=<动词><直接宾语>

<动词>::=是|学习

<直接宾语>::=<代词>|<名词>

PL/0 语言的符号说明

<变量说明部分> ::= VAR <标识符 > { , <标识符 > } ;

<标识符> ::= <字母> {<字母>|<数字>}

<字母> ::= *a* | *b* | *…* | *X* | *Y* | *Z*

<数字> ::= *0* | *1* | *2* | *…* | *8* | *9*

形式语言

- 如果不考虑语义和语用，即只从语法这一侧面来看语言，这种意义下的语言称作形式语言。形式语言抽象地定义为一个数学系统。
- “形式”是指这样的事实：语言的所有规则只以什么符号串能出现的方式来陈述。
- 形式语言理论是对符号串集合的表示法、结构及其特性的研究。是程序设计语言语法分析研究的基础。

2.2 符号和符号串

- 字母表Σ
  - 字母表是元素的非空有穷集合
- 符号
  - 字母表中的元素称为符号
- 符号串
  - 由符号组成的任何有穷序列
  - 符号串x的长度：x所包含的符号个数，记作|x|
  - 空符号串 ε

例如： $\Sigma = \{a, b\}$

- 符号串的头、尾、固有头、固有尾
- 符号串的连接
  - 设x和y是符号串，它们的连接xy是把y的符号写在x的符号之后得到的符号串。
- 符号串的方幂
  - 设x是符号串，把x自身连接n次得到符号串z，即z=xx...xx，称为符号串x的方幂。
    $\alpha^0=\varepsilon$, $\alpha^n=\alpha\alpha^{n-1}=\alpha^{n-1}\alpha$（n>0）

例如：s=abc

- 符号串集合及其运算
  - 若集合A中的一切元素都是字母表上的符号串，则称A为该字母表上的符号串集合。
  - 合并：字符串集合A和B的合并$A \cup B=\{\alpha|\alpha \in A$或$\alpha \in B\}$。
  - 乘积：字符串集合A和B的乘积$AB=\{\alpha\beta|\alpha \in A$且$\beta \in B\}$。
    显然$\{\varepsilon\}A=A\{\varepsilon\}=A$。
  - 幂：$A^n=A^{n-1}A=AA^{n-1}$（$n>0$），并规定$A^0=\{\varepsilon\}$。
  - 正闭包：$A^+ =A^1 \cup A^2 \cup \ldots \cup A^n \cup \ldots$。
  - 闭包：$A^*=A^0 \cup A^+$。
    显然$\Sigma^*=\Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \ldots \cup \Sigma^n \cup \ldots$ 。
    Σ^*表示Σ上的所有有穷长的串的集合

- 例∑={0， 1,2,3。。。。。,9}

则：

1^3

$\{1，0\}^3$

$\{1,0\}^+$

$\{1,0\}^*$

$\{10\}^*$

L={a,b,…y,z},

M={1,2…8,9}

则求解：

（$L \cup M$）

（$L^1 \cup M^1$）*

L（$L \cup M$）*

2.3 文法和语言的形式定义

– 概念 设 Σ 为字母表，则任何集合 $L \subseteq \Sigma^*$ 是字母表 Σ 上的一个语言

- 如何来描述一种语言？
  - 如果语言是有穷的（只含有有穷多个句子），可以将句子逐一列出来表示
  - 如果语言是无穷的，找出语言的有穷表示。两个途经：

生成方式 （文法）：语言中的每个句子可以用严格定义的规则来构造。

识别方式（自动机）：用一个过程，当输入的一任意串属于语言时，该过程经有限次计算后就会停止并回答“是”，若不属于，要么能停止并回答“不是”，（要么永远继续下去。）

- 定义2.1-文法

文法G定义为四元组(V_N，V_T，P，S)。其中

V_N: 非终结符的非空有穷集;

V_T: 终结符的非空有穷集;

P: 产生式（也称规则）的非空有穷集;

S: 开始符号，它是一个非终结符，至少要在一条规则中作为左部出现。

通常用V表示$V_N \cup V_T$，V称为文法G的文法符号集。

$V_N \cap V_T = ?$

文法示例1

- 例2.1　文法G=（V_N，V_T，P，S）

  $V_N = \{ A \}$, $V_T =\{ 0, 1 \}$

  $P=\{ A\rightarrow 0A1,\ A\rightarrow 01 \}$

  A为文法G的开始符号

- 习惯上只将产生式写出。并有如下约定：
  - 第一条产生式的左部是开始符号
  - 用尖括号括起的是非终结符，否则为终结符。或者大写字母表示非终结符，小写字母表示终结符
  - G可写成G[S]，S是开始符号

  例：G：$A\rightarrow 0A1$　　　或　G[A]：$A\rightarrow 0A1$

  $A\rightarrow 01$　　　　$A\rightarrow 01$

或　G[A]：$A\rightarrow 0A1|01$

文法示例2

- 例2.2　文法G=（V_N，V_T，P，S）

  V_N ={标识符，字母，数字}

  V_T ={a,b,c,…x,y,z,0,1,…,9}

  P={　<标识符>→<字母>

  <标识符>→<标识符><字母>

  <标识符>→<标识符><数字>

  <字母>→a,…, <字母>→z

  <数字>→0,…, <数字>→9　}

  S=<标识符>

文法示例3

- $\sum=\{a\}$, $A=\{a^n|n\geq 1\}$
- $\sum=\{a,b\}$, $A=\{a^nb^m|n,m\geq 1\}$
- $\sum=\{a,b\}$, $A=\{a^nb^n|n\geq 1\}$

文法和语言的掌握要求

- 已知语言描述，写出文法

例：若语言由0、1符号串组成，串中0和1的个数相同，构造其文法。

- 已知文法，写出语言描述

例：G[E]：E→E+T|T

T→T*F|F

F→(E)|a

- 例2.3

  G[S]:

  $S \rightarrow aSBE|aBE$

  $EB \rightarrow BE$

  $aB \rightarrow ab$

  $bB \rightarrow bb$

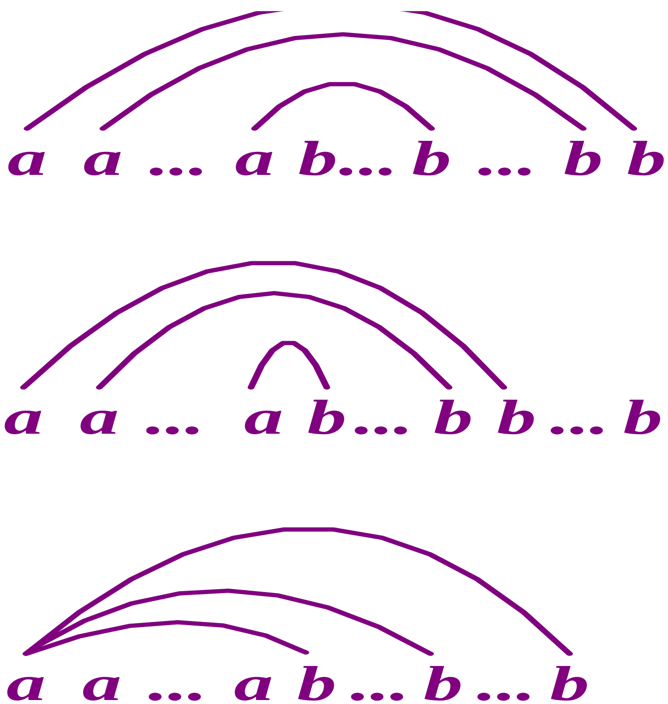
  $bE \rightarrow be$

  $eE \rightarrow ee$

–课堂思考问题

– 给出下列语言 L 的一个文法：

$L = \{ a^n b^m \mid m \geq n \geq 1\}$



- 定义2.2-直接推导、直接归约
  设$\alpha \rightarrow \beta$是文法G=(V_N，V_T，P，S)的规则，γ和δ是V*中的任意符号串。若有符号串v，w满足：v=$\gamma\alpha\delta$， w=$\gamma\beta\delta$，则说 v（应用规则$\alpha \rightarrow \beta$）直接产生w，或说w是v的直接推导，或说w直接归约到v，记作 $v \Rightarrow w$。

- 定义2.3 -推导
  若存在 $v \Rightarrow w_0 \Rightarrow w_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow w_n = w$ (n>0)，则说v推导出w，或说w归约到v，记为
  $v \stackrel{+}{\Rightarrow} w$。
- 定义2.4-星推导

  若有 $v \stackrel{+}{\Rightarrow} w$，或v=w，则记为 $v \stackrel{*}{\Rightarrow} w$。

- 最左（最右）推导
  - 如果在推导的任何一步$\alpha \Rightarrow \beta$，其中$\alpha \in V^*$，都是对α中的最左（最右）非终结符进行替换，则称这种推导为最左（最右）推导
- 规范推导
  - 在形式语言中，最右推导常被称为规范推导。

id+id*id的不同推导 $E \rightarrow E+E|E*E|(E)|id$

$$E \Rightarrow E*E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow E+id*E \Rightarrow id+id*E \Rightarrow id+id*id$$

不做限制

句型 (sentential Form)

(归约)

$E \Rightarrow^{*} id+id*id$

$$E \Rightarrow E+E \Rightarrow id+E \Rightarrow id+E*E \Rightarrow id+id*E \Rightarrow id+id*id$$

施于最左变量

左句型(left-~)

(最右归约)

$E \Rightarrow^{5} id+id*id$

$$E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow E+E*id \Rightarrow E+id*id \Rightarrow id+id*id$$

施于最右变量

右句型/规范句型 (canonical ~)

(最左/规范归约)

$E \Rightarrow^{+} id+id*id$

- 定义2.5-句型、句子

设有文法G。若$S \overset{*}{\Rightarrow} x$，则称x是文法G的句型；

若$S \overset{*}{\Rightarrow} x$，且$x \in V_T^*$，则称x是文法G的句子。

G[A]： $A \rightarrow 0A1$， $A \rightarrow 01$

$A \Rightarrow 0A1$

$\Rightarrow 00A11$

$\Rightarrow 000A111$

$\Rightarrow 00001111$

- 定义2.6- 语言

  由文法G生成的语言记为L(G),它是文法G的一切句子的集合。

  例如：G[A]： $A\rightarrow 0A1$， $A\rightarrow 01$

  $L(G)=\{0^n1^n|n\geqslant 1\}$

- 定义2.7-文法等价

若L(G1) = L(G2)，则称文法G1和G2是等价的。

文法G_1[A]：$A\rightarrow 0R$ 与 G_2[A]：$A\rightarrow 0A1$ 等价

$A\rightarrow 01$　　$A\rightarrow 01$

$R\rightarrow A1$

2.4 文法的类型

- **Chomsky分类**
  - **0型文法– 短语文法**
    对任一产生式$\alpha \rightarrow \beta$，都有$\alpha \in (V_N \cup V_T)^+$且至少含有一个非终结符， $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$
  - **1型文法-上下文有关文法（CSG）**
    对任一产生式$\alpha \rightarrow \beta$，都有$|\beta| \geq |\alpha|$， 仅仅 $S \rightarrow \varepsilon$除外
  - **2型文法-上下文无关文法（CFG）**
    对任一产生式$\alpha \rightarrow \beta$，都有$\alpha \in V_N$， $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$
  - **3型文法-正规文法（RG）**
    任一产生式$\alpha \rightarrow \beta$的形式都为$A \rightarrow aB$或$A \rightarrow a$，其中$A \in V_N$，$B \in V_N$，$a \in V_T$

例： 文法G[S]：

$S \rightarrow aSBE$

$S \rightarrow aBE$

$EB \rightarrow BE$

$aB \rightarrow ab$

$bB \rightarrow bb$

$bE \rightarrow be$

$eE \rightarrow ee$

文法G[S]：

$S \rightarrow aB|bA$

$A \rightarrow a|aS|bAA$

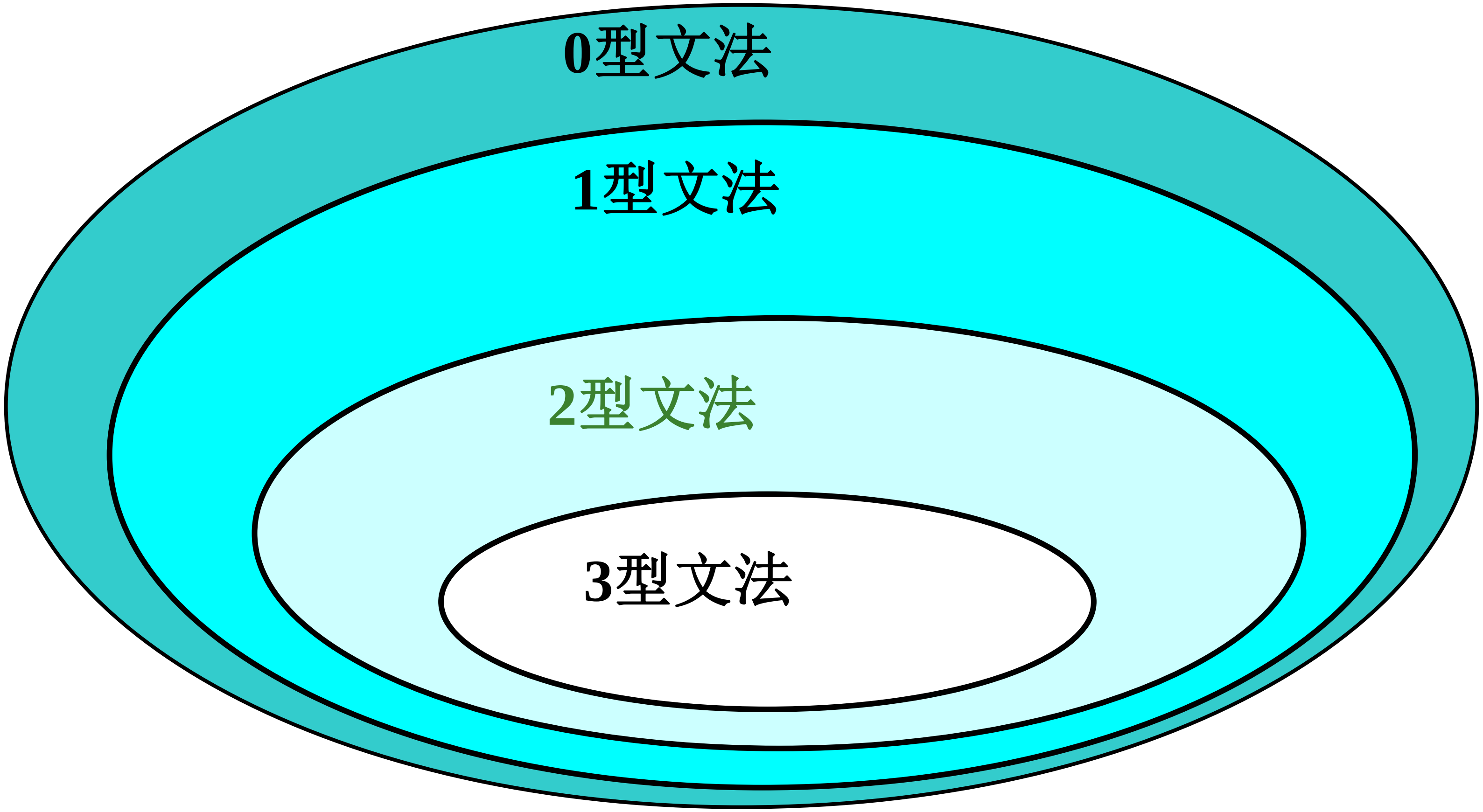
$B \rightarrow b|bS|aBB$

文法G[S]：

$S \rightarrow 0A|1B|0$

$A \rightarrow 0A|1B|0S$

$B \rightarrow 1B|1|0$


0型文法
1型文法
2型文法
3型文法

- 例
  给出一个正规文法G，使 $L(G)=\{a^n b^m | n,m \geq 1\}$

2.5 上下文无关文法及其语法树

- 引例
  G[S]:
  S→aAS | a
  A→SbA | SS | ba

  写出**aabbaa**的最左推导和最右推导。

- 给定文法$G=(V_N,V_T,P,S)$，对于G的任何句型都能够造与之关联的语法树。这棵树满足下列4个条件：
  - 每个结点都有一个标记，此标记是V的一个符号。
  - 根的标记是S。
  - 若一结点n至少有一个它自己除外的子孙，并且有标记A，则肯定$A \in V_N$。
  - 如果结点n有标记A,其直接子孙结点从左到右的次序是n_1，n_2，…，n_k，其标记分别为A_1，A_2，…，A_k，那么$A \rightarrow A_1A_2 \ldots A_k$一定是P中的一个产生式。

- **一棵语法树表示了一个句型的种种可能的(但未必是所有的)不同推导过程，包括最左(最右)推导。**

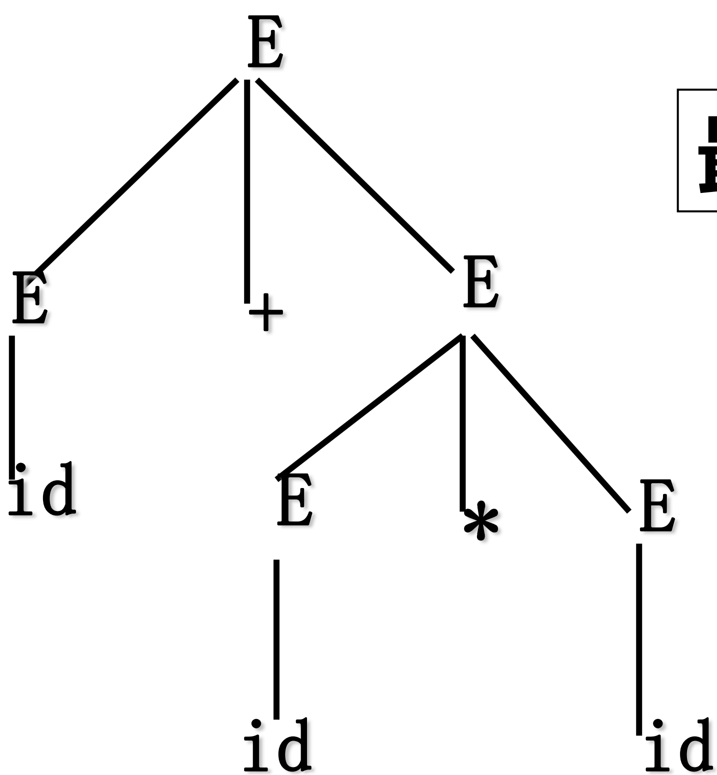
例1 G[E]:

$E \rightarrow E+E|E*E|(E)|id$

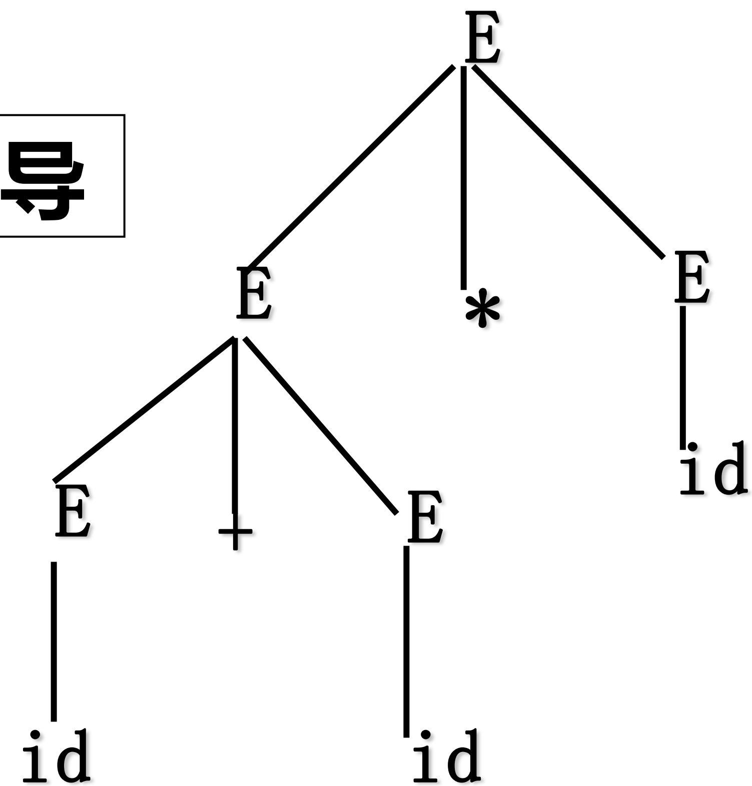
推导id+id*id

对同一句子存在两棵语法分析树

- 在理论上不可判定



最左推导



- 若一个文法存在某个句子对应两棵不同的语法树，则称这个文法是二义的。或者说，若一个文法存在某个句子有两个不同的最左（右）推导，则称这个文法是二义的。

文法：

<**条件语句**>→if <条件>then <语句>
| if <条件> then <语句> else <语句
>

二义性的句子:

if e_1 then if e_2 then s_1 else s_2

例2 G[E]:

E → T|E+T

T → F|T*F

F → （E）|i

- 文法的二义性和语言的二义性是两个不同的概念。因为可能有两个不同的文法**G**和**G′**，其中**G**是二义的，但是却有**L(G)=L(G′)**，也就是说，这两个文法所产生的语言是相同的。如果产生上下文无关语言的每个文法都是二义性，则说此语言是天生二义的。

2.6 句型的分析

- 从左到右读出推导树的叶子标记连接成的文法符号串为G的句型。
- 句型分析
  - *句型分析*就是识别一个符号串是否为某文法的句型，是某个推导的构造过程。
- 分析程序（识别程序）
  - 在语言的编译实现中，把完成句型分析的程序称为*分析程序或识别程序*。分析算法又称*识别算法*。
  - *从左到右的分析算法*，即总是从左到右地识别输入符号串，首先识别符号串中的最左符号，进而依次识别右边的一个符号。

- 分析算法
  - 自上而下分析法
  - 自下而上分析法

考虑文法**G[S]:**

S → cAd

A → ab

A → a

识别输入串**w=cabd**是否该文法的句子。

- 自上而下分析法的主要问题：

  假定要被替换的最左非终结符是V且有n条产生式：$V \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \ldots \mid \alpha_n$，那么如何确定用哪个右部去替换V？（回溯的方式）

- 自下而上分析法的关键问题：

  从当前串中选择一个可以归约到某个非终结符的子串（称为“可归约串”）。

- 定义2.8-短语，直接短语，句柄

  设文法G[S]

  如果有$S \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha A \delta$且$A \stackrel{+}{\Rightarrow} \beta$，则称β是句型αβδ相对于非终结符A的短语。

  如果有$A \Rightarrow \beta$，则称β是句型αβδ相对于非终结符A的直接短语（简单短语）。

  一个句型的最左直接短语称为该句型的句柄。

- 例

  设文法G[E]：

  E→E+T|T

  T→T*F|F

  F→(E)|i

  求句型i*i+i的短语、直接短语和句柄

2.7 有关文法实用中的一些说明

- 在实用中，我们将限制文法中不得含有有害规则和多余规则。
  - 有害规则是形如 U → U的产生式（可能引起二义性）
  - 多余规则是文法中连一个句子的推导都用不到的规则。一种是不在任何规则的右部出现的非终结符（称为不可到达的非终结符）；另一种是不能从它推出终结符号串的非终结符（称为不可终止的非终结符）。
  - 对于文法G[S]，为了保证任一非终结符A在句子推导中出现，必须满足如下两个条件：
    1）A必须在某句型中出现。
    2）必须能从A推出终结符号串t来。

化简文法

- 例：G[S]

1) S→Be
2) ~~B→Ce~~
3) B→Af
4) A→Ae
5) A→e
6) ~~C→Cf~~
7) ~~D→f~~

1) S→Be
2) B→Af
3) A→Ae
4) A→e

上下文无关文法中的 ε 规则

- 具有形式$A \to \varepsilon$ 的规则称为 ε 规则，其中 $A \in V_N$ 。
- 某些著作和讲义中限制这种规则的出现。因为 ε 规则会使有关文法的一些讨论和证明变得复杂。
- 两种定义的唯一差别是 ε 句子在不在语言中。