

Willkommen bei Mathe mit Mr. J. In diesem Video werde ich eine Einführung in den Satz des Pythagoras geben. Der Satz des Pythagoras hat mit rechtwinkligen Dreiecken und der Beziehung zwischen den Seiten rechtwinkliger Dreiecke zu tun. Er heißt Satz des Pythagoras, weil er nach Pythagoras, einem griechischen Philosophen und Mathematiker, benannt ist. Schauen wir uns unsere Beispiele an und sehen wir uns an, was das alles genau bedeutet und wie es aussieht. Beginnen wir mit Nummer eins, wo wir ein rechtwinkliges Dreieck haben. Denken Sie daran, dass der Satz des Pythagoras nur für rechtwinklige Dreiecke gilt. Bevor wir mit den Einzelheiten des Satzes des Pythagoras beginnen, müssen wir uns die Seiten dieses Dreiecks ansehen, und wir beginnen mit dieser Seite hier. Die Seite direkt gegenüber dem rechten Winkel. Sie wird Hypotenuse genannt. Die Hypotenuse ist die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks. Und sie liegt wiederum gegenüber dem rechten Winkel. Das ist etwas, das wir erkennen und wissen müssen, wenn es um den Satz des Pythagoras geht. Dann haben wir die anderen beiden kürzeren Seiten. Also diese Seite hier und diese Seite hier. Diese werden Katheten genannt. Das ist also eine Kathete und das ist eine Kathete. Der Satz des Pythagoras besagt, dass die Summe der Katheten im Quadrat gleich der Hypotenuse im Quadrat ist. Addiert man also die Längen der Katheten im Quadrat, ergibt das die Hypotenuse im Quadrat. Und das klingt wahrscheinlich verwirrend, so formuliert. Schreiben wir es also als Gleichung auf.  $a^2 + b^2 = c^2$ .  $a^2$  im Quadrat ist gleich  $c^2$  im Quadrat. Für den Satz des Pythagoras verwenden wir also diese Gleichung. Wiederum ist  $a^2$  im Quadrat plus  $b^2$  im Quadrat gleich  $c^2$  im Quadrat. Nun stellen  $a$ ,  $b$  und  $c$  alle eine Seite des Dreiecks dar. Beginnen wir mit  $c$ . Nun wird  $c$  immer die Hypotenuse sein. Setzen wir also  $a$  hier ein. Und dann werden  $a$  und  $b$  die Katheten sein. Eins spielt keine Rolle, welche Kathete  $A$  und welche  $B$  ist. Es funktioniert in beiden Fällen gleich. Nennen wir also dies  $A$  und dies  $B$ . Wir werden also den Satz des Pythagoras verwenden, die Gleichung  $A^2 + B^2 = C^2$ , um die fehlende Seitenlänge zu ermitteln. Diese Seite hier ist die Hypotenuse. Wenn wir zwei der Seitenlängen kennen, können wir ... Dann verwenden wir den Satz des Pythagoras, um die fehlende Seitenlänge zu ermitteln. Setzen wir die Informationen ein, die wir kennen, um die Informationen herauszufinden, die wir nicht kennen. Wir haben also beide Katheten mit  $a$  und  $b$ . Setzen wir diese also in die Gleichung ein. Also ist  $a^2 + b^2 = c^2$ . Wieder sind uns  $a$  und  $b$  gegeben. Setzen wir diese also ein.  $a$  ist 4 Fuß, also  $4^2$  plus  $b$  ist 3 Fuß, also ist  $3^2$  gleich  $c^2$ . Jetzt können wir diese Gleichung durchgehen und nach  $c$  auflösen, also müssen wir herausfinden, was  $c$  ist. Beginnen wir mit der linken Seite der Gleichung, also  $4^2 + 3^2$ .  $4^2$  bedeutet 4 mal 4, also ergibt das 16 plus  $3^2$ . Das heißt drei mal drei, das ergibt neun gleich  $C^2$ , 16 plus neun, das ergibt 25, gleich  $C^2$ . Jetzt müssen wir diese Variable von  $C$  isolieren und den Exponenten von zwei entfernen. Das machen wir

, indem wir die Quadratwurzel ziehen. Also ziehen wir die Quadratwurzel von  $C^2$ . Was auch immer wir nun mit einer Seite der Gleichung machen, müssen wir auch mit der anderen machen. Also ziehen wir auch die Quadratwurzel von 25. Was nun die rechte Seite der Gleichung betrifft, ist die Variable von C jetzt isoliert. Und dann ist für die linke Seite der Gleichung die Quadratwurzel von 25 5. Also ist C gleich 5. Schreiben wir das zuerst mit der Variable neu. Also C ist gleich 5. Und das sind Fuß. Das ist also die fehlende Seitenlänge. Das hier sind 5 Fuß. Wir haben den Satz des Pythagoras verwendet, um die fehlende Seitenlänge dieses Dreiecks zu ermitteln. Sehen wir uns nun eine visuelle Darstellung von Nummer eins und dem Satz des Pythagoras an. Dies wird uns helfen, den Satz des Pythagoras besser zu verstehen. Für Nummer eins hatten wir ein rechtwinkliges Dreieck mit Katheten von 4 Fuß und 3 Fuß. Die Hypotenuse maß fünf Fuß. Also, hier ist dieses rechtwinklige Dreieck. Lassen Sie uns a, b und c ermitteln. Wir beginnen mit den Katheten. Das hier ist a und das hier ist b. Denken Sie daran, a und b werden immer die Katheten sein und es spielt keine Rolle, welches Katheten a und welches b ist. Sie sind austauschbar. Behalten Sie das also im Hinterkopf. Und dann haben wir die Hypotenuse. Die ist immer C. Die Hypotenuse ist die längste Seite, die Seite gegenüber oder entgegengesetzt zum rechten Winkel. Das ist also C. Nehmen wir nun alle Seiten dieses Dreiecks und quadrieren sie. Und wir werden tatsächlich auf jeder Seite ein Quadrat bilden. Das hier ist A. Also A, das ist B. Also B, und das hier ist C. Also C. Die Flächen der beiden kleineren Quadrate, der Katheten, ergeben tatsächlich die Fläche des großen Quadrats, der Hypotenuse. Die beiden kleineren Quadrate zusammen ergeben also das große Quadrat. Also die Summe der Katheten im Quadrat. Quadrieren wir also diese Seitenlängen und addieren sie. Und diese Summe ergibt das Quadrat der Hypotenuse. Das ist also die Seitenlänge im Quadrat. Das besagt der Satz des Pythagoras. Quadrieren wir also jede Seitenlänge, um die Fläche jedes Quadrats auf den Seiten des Dreiecks zu ermitteln und zu zeigen, dass dies wahr ist. Für a beträgt die Fläche dieses Quadrats 16 Quadratfuß. Für b beträgt die Fläche dieses Quadrats neun Quadratfuß. Und für C beträgt die Fläche dieses Quadrats 25 Quadratfuß. Also noch einmal, die Flächen der beiden kleineren Quadrate, die Katheten, ergeben zusammen die Fläche des großen Quadrats, der Hypotenuse. 16 Quadratfuß plus 9 Quadratfuß sind 25 Quadratfuß. Also  $A^2$  plus  $B^2$  ist gleich  $C^2$ . Es ist also ziemlich cool, wie das zusammenhängt. Das funktioniert für jedes rechtwinklige Dreieck. Setzen wir nun A, B und C in die Gleichung ein, um sie auch so aufzuschreiben. Wir haben also  $A^2$  plus  $B^2$  ist gleich  $C^2$ . Jetzt können wir A, B und C einsetzen. Also ist A 4 Fuß, also  $4^2$ . B ist 3 Fuß, also  $3^2$  plus C ist 5 Fuß, also  $5^2$ .  $4^2$  ist 16 plus  $3^2$  ist 9 plus  $5^2$  ist 25. 16 plus 9 ist 25. Also ist 25 gleich 25. Das stimmt offensichtlich. 25 ist tatsächlich gleich 25. Die Beziehung zwischen den Seiten gilt also in dieser Gleichung. Wir h

aben die Kathete. Auf der linken Seite der Gleichung dargestellt,  $a^2$  plus  $b^2$ . Die Summe dieser Katheten im Quadrat war 25, und dann ist die Hypothense auf der rechten Seite der Gleichung dargestellt. Wir haben  $c^2$ . Das Quadrat der Hypothense war auch 25. Das war es also. Es gibt eine visuelle Darstellung des Satzes des Pythagoras. Fahren wir nun mit Nummer zwei fort. Für Nummer zwei haben wir ein rechtwinkliges Dreieck mit gegebenen Seitenlängen von 15 Zentimetern und 17 Zentimetern. Und dann haben wir eine fehlende Seitenlänge. Für dieses haben wir eine Kathete und eine gegebene Hypothense. Nennen wir dies also  $a$ , dies  $b$ . Das ist also die fehlende Seitenlänge. Und dann dieses  $c$ . Denken Sie daran, dass  $c$  immer die Hypothense sein muss. Und dann sind  $a$  und  $b$  die Katheten. Es spielt keine Rolle, welche Kathete  $A$  und welche  $B$  ist. Jetzt können wir das, was wir erhalten, in die Gleichung  $A^2$  plus  $B^2$  gleich  $C^2$  einsetzen und die fehlende Seitenlänge berechnen. Also ist  $A^2$  plus  $B^2$  gleich  $C^2$ . Gegeben sind  $A$  15 Zentimeter, also  $15 \text{ Zentimeter}^2$  plus  $B^2$  plus  $B^2$  plus  $B^2$  plus  $B^2$ . Wir müssen herausfinden, was  $B$  ist, also lassen wir es bei  $B^2$ . Gleich  $C^2$ . Nun,  $C$  ist 17 Zentimeter, also  $17 \text{ Zentimeter}^2$ . Gehen wir nun diese Gleichung durch und finden heraus, was  $B$  ist. Wir beginnen mit  $15^2$ . Das bedeutet 15 mal 15. Das ergibt 225 plus  $B^2$ . Gleich  $17^2$ , das heißt 17 mal 17, das ergibt 289. Nun müssen wir weiter daran arbeiten, diese Variable zu isolieren. Subtrahieren wir also 225 von der linken Seite der Gleichung. Was auch immer wir mit einer Seite der Gleichung machen, müssen wir auch mit der anderen machen. Subtrahieren wir also auch 225 von dieser Seite der Gleichung. Die 225 auf der linken Seite der Gleichung heben sich gegenseitig auf, also haben wir  $b^2$  gleich, und dann haben wir auf der rechten Seite der Gleichung 289 minus 225. Das ergibt 64. Also haben wir  $b^2$  gleich 64. Wir müssen diese Variable von  $b$  isolieren. Da wir  $b$  quadrieren, haben wir einen Exponenten von 2. Also müssen wir die Quadratwurzel ziehen, um dieses  $B$  zu isolieren. Was auch immer wir mit einer Seite der Gleichung machen, müssen wir auch mit der anderen machen, also haben wir auch die Quadratwurzel von 64. Das  $B$  ist jetzt isoliert, gleich und dann ist die Quadratwurzel von 64 8, also ist  $B$  gleich 8 und das sind Zentimeter. Das ist unsere fehlende Seitenlänge. Also ist  $B$ . 8 Zentimeter. Das war's also. Das ist eine Einführung in den Satz des Pythagoras. Ich hoffe, das hat geholfen. Vielen Dank fürs Zuschauen. Bis zum nächsten Mal, Frieden.